MSEL
Modelling in Science Education and Learning

Modelling in Science Education and Learning
Volumen 6(2), No. 4, 2013.
Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada

Diseño en arquitectura y modelización matemática

M. C. Gómez-Collado, J. Puchalt, J. Sarrió, M. Trujillo
Universitat Politècnica de València
mcgomez@mat.upv.es, jaupucla@arq.upv.es, sarriopuig@gmail.com, matrugui@mat.upv.es

Abstract

En esta comunicación presentamos la modelización matemática como herramienta de diseño en arquitectura. Nuestra tesis es que las matemáticas y un software adecuado como es el programa Mathematica pueden aportar nuevas ideas para la creación de formas en arquitectura. Para ello hemos diseñado nuevas obras arquitectónicas concebidas íntegramente desde las matemáticas. Los resultados han apoyado nuestra tesis, ya que los diseños creados con Mathematica nada tienen que envidiar a los que podemos encontrar habitualmente en arquitectura.

In this work we present mathematical modelling as a design tool in architecture. Our thesis is that mathematics joint with a suitable software, such as Mathematica, are a source of ideas for creating forms in architecture. In this sense we have designed new architectural volumes using mathematics as a main tool. The results support our thesis, since the volumes created with Mathematica have nothing to envy to others created with specific software for designing.

Keywords: Modelización matemática, diseño arquitectónico, Mathematica, superficie de Bézier, cuádricas.
Mathematical modelling, architectural design, Mathematica, Bézier surface, quadric

1 Introducción

"*MODELO: Esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja, que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento*".

Esta es una de las acepciones de la palabra modelo que se encuentra en el diccionario de la Real Academia de la Lengua Española y que describe de una manera clara y concisa el fundamento del estudio que hemos llevado a cabo. Nosotros hemos utilizado los modelos matemáticos para diseñar volúmenes arquitectónicos. Estos modelos servirán para comprender mejor el propio volumen diseñado y su comportamiento, tal y como la propia definición especifica.

Podemos agrupar la intervención de las matemáticas en la arquitectura en tres apartados: 1) Como herramienta de cálculo; 2) Fomentando la creatividad del arquitecto; y 3) Como herramienta para estructurar el pensamiento. Las intervenciones 1) y 3) son triviales y comunes a arquitectos e ingenieros. Sin embargo, la intervención 2) es quizá la más olvidada y es en la que se centra nuestro trabajo. Las matemáticas pueden ser otra herramienta con la que los arquitectos pueden contar para diseñar una obra. La modelización de un diseño a través de las ecuaciones que dan lugar a las formas que lo componen puede facilitar el proyecto de dicha obra. Imaginemos diseñar una cubierta con una forma 'bonita", pero que desconozcamos totalmente cómo surge dicha forma desde un punto de vista matemático, eso es como saltar sin red. Sin embargo, si conocemos cómo se generan cada uno de los puntos de esa cubierta, entenderemos realmente cómo es la cubierta, cómo se comporta, podremos proponer modificaciones más convenientes desde un punto de vista estructural e incluso estético, en definitiva seremos nosotros los que controlemos la cubierta y no ella la que controle el proyecto. Que la forma de la obra venga dada a partir de ecuaciones facilita en gran manera la comprensión de la misma y los cálculos en torno a ella.

El empleo de las matemáticas como herramienta de diseño ha de venir de la mano de la utilización de un software que permita esta integración, ya que hoy en día es imprescindible. En nuestro trabajo hemos utilizado el software Mathematica 8.0 (Wolfram Research, Champaign, Illinois, EEUU) por sus posibilidades gráficas, potencia en los cálculos y el amplio abanico de opciones para exportar figuras a archivos con diferente extensión. De hecho los resultados obtenidos con este programa pueden exportarse a archivos que pueden ser procesados por programas de diseño como 3DStudioMax, Autocad (Autodesk Inc., San Rafael, CA, EEUU) y Photoshop (Adobe Systems Inc., San Jose, CA, EEUU).

2 Modelización de una obra arquitectónica

Uno de los diseños en los que hemos trabajado ha sido un estadio de fútbol. ¿Por qué elegimos un estadio? Porque es un volumen muy versátil en cuyo diseño pueden convivir diferentes tipos de curvas y superficies. Por otro lado, en los tiempos que vivimos el fútbol se ha convertido en un fenómeno de masas. Podríamos decir que es el "deporte de moda". Y como no, la arquitectura como reflejo de la sociedad también se ha visto salpicada por esta tendencia. De ahí que la transformación de un estadio para aumentar su aforo o el construir nuevas instalaciones para eventos futbolísticos sean parte del contenido de publicaciones recientes de arquitectura [1]-[3].

La idea del estudio tenía un carácter didáctico, de ahí que para el diseño únicamente contásemos con superficies cuádricas y curvas de Bézier. Así, podría constituir un ejemplo de cómo combinando únicamente estas superficies podría obtenerse una obra arquitectónica con cierto atractivo. De hecho, nuestra primera propuesta de diseño contaba únicamente con las superficies cuádricas y para desarrollar nuestra idea hicimos algunos dibujos (Figura 1).

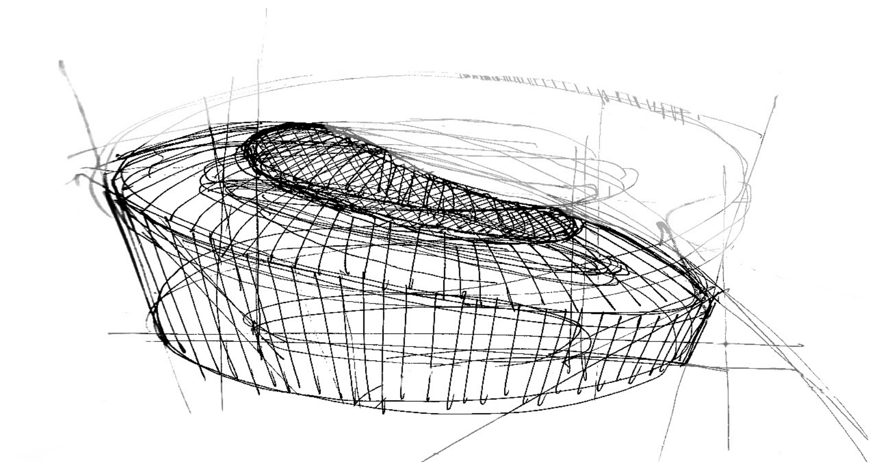

Figura 1: Dibujo inicial del estadio.

Como una primera aproximación pensamos en un volumen generado por una superficie cónica seccionada por dos planos y coronada con una cubierta esférica intersectada por un cilindro y un plano. El centro del cono estaba situado en el eje del cilindro y el centro de la esfera desplazado con respecto a dicho eje. Construimos una maqueta donde reflejar parte de la idea inicial (intersección cono-esfera) para obtener una primera representación y una forma tangible con la que evaluar el diseño (Figura 2).

Figura 2: Primera maqueta del estadio construida con corcho.

Para conseguir nuestro objetivo el cono tenía que tener sección circular para que el maridaje con el casquete esférico fuese posible. Además, había un intercambio de los dos planos que seccionaban al cono con respecto a la idea inicial. Es decir, el plano que tenía que cortar al cono perpendicularmente a su eje era ahora el plano en el que se unían el casquete esférico y la base cónica. Y el plano que cortaba oblicuamente el cono tenía que ser ahora el que delimitaba inferiormente el estadio. El resultado obtenido no fue de nuestro agrado porque no reflejaba nuestra concepción inicial. El intercambio de roles de los planos que seccionaban el cono no suponía ningún problema, pero perseguíamos la idea de que la planta del estadio fuese elíptica.

 ISSN 1988-3145

Intentando acercarnos más a nuestro planteamiento inicial jugamos con la unión de una cubierta elipsoidal y un cono de sección elíptica (Figura 3), pero los resultados tampoco fueron satisfactorios en tanto que no era lo que buscábamos.

Figura 3: Maqueta de plastilina que representa el volumen delimitado por una cubierta elipsoidal, un cono de sección elíptica y un cilindro.

Elaboramos una tercera maqueta (Figura 4) que fuese más fiel al diseño que esbozamos en los dibujos. En su construcción nos dimos cuenta que no tenía que estar hecha íntegramente a partir de superficies cuádricas. Como puede observarse en la Figura 4 el lateral del estadio seguía siendo un cono seccionado en su parte inferior por un plano perpendicular a su eje longitudinal y en la parte superior por un plano oblicuo, tal y como nos planteamos inicialmente. A diferencia de las maquetas anteriores, la forma de la cubierta no respondía a ninguna superficie cuádrica concreta, aunque sí seguía seccionada por un cilindro de base elíptica. Esta maqueta sí respondía a nuestra idea inicial.

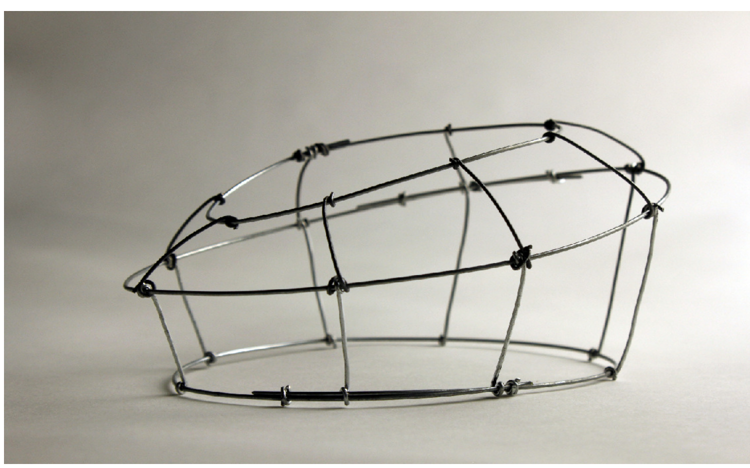

Figura 4: Maqueta definitiva del estadio hecha con alambres.

La cubierta ciertamente no correspondía a ninguna cuádrica, pero la manera de elaborar la maqueta de la Figura 4 fue nuestra guía para entender cómo modelizarla matemáticamente y así poder dibujarla con Mathematica.

3 Resultados

A partir de la Figura 4 dedujimos que el diseño del estadio era más sencillo recurriendo a una representación paramétrica de cada una de las partes del mismo (base y cubierta). La base la construimos uniendo dos elipses mediante rectas. Concretamente, utilizamos la representación paramétrica de las elipses y las rectas que las unen y el comando ParametricPlot3D de Mathematica para dibujar la superficie resultante. La cubierta la construimos también a partir de la unión de dos elipses, pero en este caso, unidas por superficies cuadráticas de Bèzier. De nuevo utilizamos el comando ParametricPlot3D para representarla. La naturaleza de las superficies de Bèzier hace necesario construir una curva auxiliar. Jugando con el tipo y la posición de la curva auxiliar obtuvimos diferentes tipos de cubiertas. En la Figura 5 se puede ver alguna de ellas.

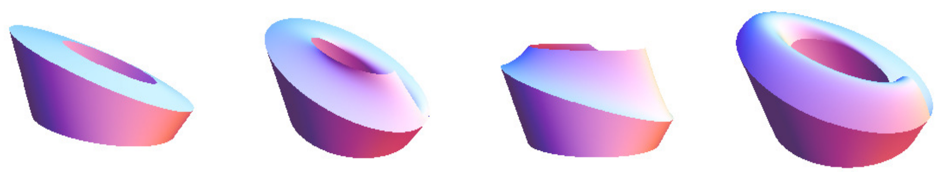

Figura 5: Variaciones en la cubierta jugando con diferentes curvas auxiliares.

Finalmente seleccionamos la cubierta más fiel a nuestra idea inicial (Figura 1) cuyo resultado puede verse en la Figura 6.

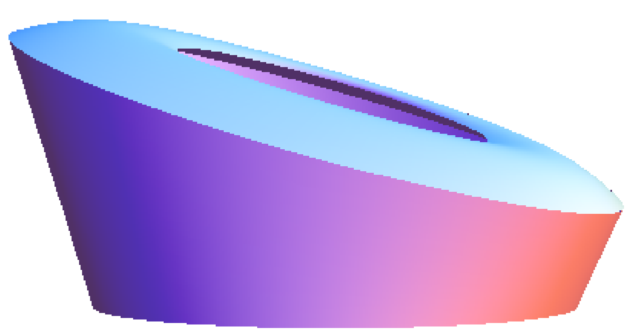

Figura 6: Versión final del estadio dibujado con Mathematica.

Las instrucciones de Mathematica para dibujar el estadio completo (base y cubierta) fueron:

$\{x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos t, \quad y_1 = \frac{1}{4} \sin t, \quad z_1 = \frac{6}{5}\};$

$\{x_2 = \frac{-1}{10\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{171}}{10\sqrt{2}} \cos t, \quad y_2 = \frac{\sqrt{171}}{10\sqrt{5}} \sin t, \quad z_2 = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{5}\cos t + \frac{63}{25}}{1.5}\};$

$\{x_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos t, \quad y_3 = \frac{1}{4} \sin t, \quad z_3 = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{7}\cos t + \frac{63}{25}}{1.4}\};$

$\{x_4 = \frac{\sqrt{2}}{3}\cos t, \quad y_4 = \frac{1}{4}\sin t, \quad z_4 = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{10}\cos t + \frac{63}{25}}{1.45}\};$

$x_{p_1} := ux_1 + (1-u)x_2;$

$y_{p_1} := uy_2 + (1-u)y_2;$

$z_{p_1} := uz_1 + (1-u)z_2;$

$x_{p_2} := (1-u)^2 x_2 + 2u(1-u)x_3 + u^2 x_4;$

$y_{p_2} := (1-u)^2 y_2 + 2u(1-u)y_3 + u^2 y_4;$

$z_{p_2} := (1-u)^2 z_2 + 2u(1-u)z_3 + u^2 z_4;$

$estadio = ParametricPlot3D[\{\{x_{p_1}, y_{p_1}, z_{p_1}\}, \{x_{p_2}, y_{p_2}, z_{p_2}\}\}, \{t, 0, 2Pi\}, \{u, 1, 0\},$
$PlotPoints \to 75, PlotRange \to \{\{-1.5, 1\}, \{-1, 1\}, \{0, 2.1\}\}, Mesh \to None,$
$Boxed \to False, Ticks \to None, Axes \to False].$

Una vez obtenido el diseño del estadio con Mathematica, exportamos dicha imagen a un archivo para renderizar el resultado con el programa 3DStudio (Figura 7). Se optó por una vista de pájaro a media altura en la que poder distinguir sin problemas la base formada por un cono y el encuentro con la cubierta, formada a partir de superficies de Bèzier.

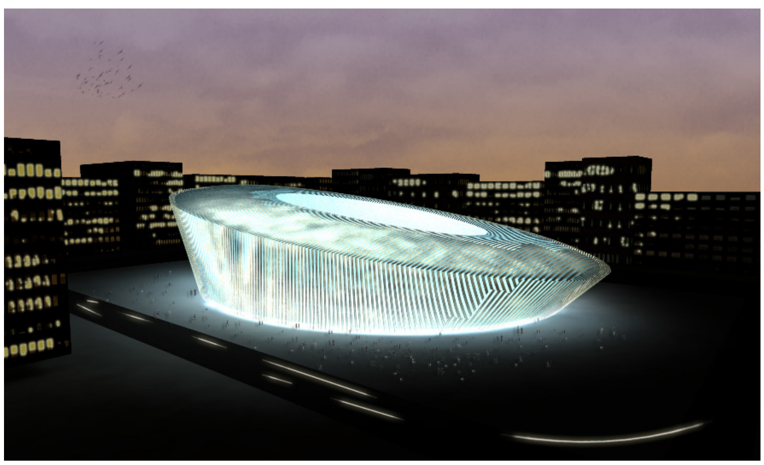

Figura 7: Renderizado del estadio con el software 3DStudio.

Recordando a Enric Miralles [4]:

"El resultado último no es más que una vibración más definida que resulta de todos los cambios habidos desde el proyecto inicial hasta la construcción final."

4 Discusión y conclusiones

A partir de la Figura 7 podemos afirmar que las matemáticas son capaces de ayudar a la arquitectura en cuestiones de diseño como demuestra un estadio concebido enteramente a través de las matemáticas que no tiene nada que envidiar a sus homólogos. Somos conscientes que diseñar una obra arquitectónica a partir de un modelo matemático es sólo una parte del juego. Las matemáticas son una herramienta más que puede intervenir en el diseño de una obra, pero no es la única, ni mucho menos. Sin embargo, hay muchos arquitectos que desconocen que existe esta herramienta y que si conociesen las posibilidades que puede llegar a tener quizá les interesaría más conocerla. El ejemplo que hemos mostrado es simplemente una gota en medio de un océano. Y no es más que una práctica docente en la que hemos recurrido a conceptos muy básicos para poner de manifiesto nuestra idea. Las posibilidades se enriquecen y aumentan exponencialmente cuando en el juego entran otros elementos.

Pero, ¡Cuidado!, a través de las matemáticas se puede proporcionar una fuente inagotable de formas a la arquitectura, pero si de esa forma no se hace un uso racional, si las superficies y curvas que nos proporcionan las matemáticas no se utilizan con un sentido, caeremos en el error de proyectar obras vacías. Lo que nosotros defendemos es un uso racional de las formas que las matemáticas nos proporcionen y esto consideramos que sí puede sumar un plus a una obra arquitectónica. Para finalizar, recogemos una frase de Pallasmaa [5]:

La obra de arte auténtica estimula nuestras sensaciones ideadas en el tacto y esta estimulación eleva la vida... Una buena obra de arquitectura genera un conjunto indivisible de impresiones, o sensaciones ideadas, tales como experiencia de movimiento, peso, tensión, dinámica estructural, contrapunto formal y ritmo, que para nosotros se convierten en la medida de lo real.

Agradecimentos

Este trabajo ha sido financiado por la Ayuda para Proyectos de Innovación Docente en el departamento de Matemática Aplicada de la Universidad Politécnica de Valencia (PID-DMA 2012).

Referencias

[1] Arquitectura Viva 118-119. *Pekín olímpico*, pp. 48-67, 2008.

[2] AV Proyectos 023. *Estadios*, pp. 4-23, 2007.

[3] AV Proyectos 007. *Sedes olímpicas*, pp. 11-25, 2005.

[4] Miralles & Tagliabue. *Arquitectos del tiempo.* Ed. Gustavo Gili. Barcelona, 1999, p.62

[5] J Pallasmaa. *Los ojos de la piel. La arquitectura y los sentidos.* Editorial Gustavo Gili. Barcelona, 2006.