

# *ADGIP: Una herramienta docente para el modelado y resolución de árboles de decisión*

**Raúl Poler, Josefa Mula, Manuel Díaz-Madroñero**  
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA  
[rpoler@cigip.upv.es](mailto:rpoler@cigip.upv.es), [fmula@cigip.upv.es](mailto:fmula@cigip.upv.es), [fcodiama@cigip.upv.es](mailto:fcodiama@cigip.upv.es)

---

## Abstract

*En este artículo se presenta una herramienta de software denominada ADGIP (versión 2012), de libre acceso bajo la licencia Creative Commons, para el modelado y la resolución de árboles de decisión para la toma de decisiones polietápicas y que contempla la evaluación de la incorporación de información adicional utilizando el teorema de Bayes. Finalmente, se presenta un ejemplo ilustrativo de un árbol de decisión básico y un método de sencilla replicación de partes del árbol para la consideración de sucesivas etapas en serie de evaluación de adquisición de información adicional.*

*In this paper, we present a software tool entitled ADGIP (version 2012), with free access under the Creative Commons licence, for the modelling and resolution of decision trees for the multi-stage decision making and that contemplates the evaluation of the incorporation of additional information by using the Bayes theorem. Finally, it is presented an illustrative example of a basic tree decision and a method of easy replication of the tree parts for considering the sucesive stages in a serial way of the evaluation of the acquisition of additional information.*

---

**Keywords:** Teoría de decisión, árboles de decisión, modelado, resolución, herramienta docente.  
Decision theory, decision trees, modelling; resolution, academic tool

## 1 Introducción

La metodología de los problemas planteados por los descubrimientos científico-técnicos para llegar a resultados cuantitativos que sirvan de base a decisiones económicas, técnicas, sociales, militares, y de otros campos, constituyen los denominados métodos cuantitativos, visión especialmente aplicada de la investigación operativa, disciplina que utiliza enfoques científicos para la solución de problemas en la gestión de sistemas complejos ([8]).

Las diferentes técnicas de los métodos cuantitativos pueden ser aplicadas a problemas de diversa índole ofreciendo al decisor soporte en la de toma de decisiones. Una de las técnicas principales de los métodos cuantitativos es la Teoría de Decisión ([12], [13] y [10]). En esta técnica, se distingue entre los diferentes tipos de decisiones bajo certidumbre, riesgo e incertidumbre. En la toma de decisión bajo riesgo el decisor elige entre una serie de alternativas sin conocer cuál de los posibles sucesos (estados de la naturaleza) ocurrirá, no obstante su ocurrencia se expresa en términos de probabilidad. Para cada alternativa de decisión y cada estado de la naturaleza se obtiene un resultado. Los resultados de las diferentes alternativas de decisión pueden ser expresados en términos monetarios (costes o beneficios), de tiempo, de recursos, etc. Con el objetivo de combinar diferentes tipos de resultados, se utiliza el concepto de utilidad que, además, permite tener en cuenta la importancia que el decisor le otorga a cada resultado. El decisor elige aquella alternativa que proporciona un mejor valor esperado (promedio de los resultados ponderado con las probabilidades de los estados de la naturaleza). Si el decisor pudiera conocer cuál de los estados de la naturaleza va a ocurrir, podría elegir la mejor alternativa posible. A ese conocimiento se le denomina Información Perfecta, cuyo valor será la diferencia entre el resultado que el decisor puede obtener sin utilizar dicha información y utilizándola. Dicha diferencia se denomina Valor de la Información Perfecta (VIP).

La Teoría de Decisión puede aplicarse tanto a decisiones monoetápicas como a polietápicas. Para las primeras pueden utilizarse tablas de decisión con las que calcular el valor esperado de cada decisión. Para las segundas es más adecuada la composición, construcción y evaluación de árboles de decisión, que son equivalentes a las tablas de decisión encadenadas. Una etapa típica en un árbol de decisión es aquella en la cual el decisor se plantea adquirir información adicional, que le permita tener un mejor conocimiento de qué estado de la naturaleza va a ocurrir. La adquisición de cada nueva información tendrá un coste que el decisor debe plantearse si es conveniente abonar. Cada nueva información se incorpora al conocimiento existente sobre los estados de la naturaleza a través del proceso de revisión de las probabilidades a priori, con información imperfecta, utilizando el Teorema de Bayes. Al igual que con el VIP, el decisor ha de calcular el Valor de la Información Imperfecta (VII) como diferencia entre el resultado que puede obtener sin utilizar dicha información y utilizándola. Se denomina imperfecta porque no permite averiguar qué estado de la naturaleza ocurrirá, sino que permite modificar las probabilidades de ocurrencia. Un ejemplo característico es la información que proporciona un experto en la previsión de la ocurrencia de los estados de la naturaleza, pero dicho experto no es falible según una probabilidad de error en sus predicciones (no obstante, sus predicciones pueden ser suficientemente buenas para tenerlas en cuenta). Para una extensión mayor, se refiere a los lectores a: [4, 11, 14, 6, 9, 2] y [1].

En el caso de la titulación española de segundo ciclo de Ingeniería de Organización Industrial, actualmente transformada, mayoritariamente, en el Grado en Ingeniería de Organización Industrial y, en menor medida, en estudios de máster, [8] analizan 26 centros universitarios y concluyen que el 73% de los programas de la asignatura de Métodos Cuantitativos de Organización Industrial incluyen en su temario la Teoría de Decisión, por detrás de la Programación

Lineal (100%), Programación Entera (81%), Teoría de Colas (81%), Simulación (77%) y Teoría de Grafos (77%). Por otro lado, la Teoría de Decisión se imparte habitualmente en los programas de asignaturas de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa en los estudios de Administración y Dirección de Empresas.

En este artículo, se presenta la herramienta de software ADGIP, distribuida bajo licencia *Creative Commons*, con el objetivo de dar soporte docente para el modelado y resolución de árboles de decisión en el contexto de toma de decisiones polietápicas, que considera la posible incorporación de información adicional en las sucesivas etapas a un coste determinado a través de la aplicación del teorema de Bayes.

El artículo se ha estructurado como sigue. La sección 2 describe las características y conceptos principales de los árboles de decisión. La sección 3 presenta la herramienta de software ADGIP. La sección 4 muestra un ejemplo ilustrativo de su aplicación. Finalmente, la sección 5 concluye el artículo con un resumen.

## 2 Árboles de decisión

Los árboles de decisión son un tipo particular de grafo orientado que se utilizan, de forma general, para la toma de decisiones bajo riesgo, es decir, cuando la ocurrencia de diferentes sucesos viene expresada en términos de probabilidad ([5]). Además, pueden ser utilizados también en contexto de incertidumbre, cuando existe información faltante o se desconocen las probabilidades de ocurrencia de los posibles sucesos ([3, 7]). Este artículo se centra en la toma de decisión bajo riesgo.

Un árbol de decisión se compone de dos tipos de elementos: los nodos o vértices y los arcos o ramas. Los nodos, a su vez, puede ser de decisión, de azar o de resultado. Los nodos de decisión son puntos en los que el decisor debe elegir entre un conjunto de alternativas, representadas por ramas que salen de dichos nodos y que pueden llevar asociado un coste de elección. Los nodos de azar son las fuentes de incertidumbre en el problema, es decir, los posibles sucesos (estados de la naturaleza) representados por ramas que salen de dichos nodos de azar y que llevan aparejadas las probabilidades de ocurrencia. Los nodos resultado son los estados terminales del problema de decisión o consecuencias finales. Cada nodo terminal lleva asociado un valor económico o de utilidad.

Las decisiones, generalmente, no se adoptan de forma aislada, sino de forma secuencial a lo largo de diversas etapas conocidos los costes de elección, las probabilidades a priori de los estados de la naturaleza y los resultados. En cada etapa el decisor puede adquirir nueva información, pagando un cierto precio, que podría ser perfecta (totalmente fiable) aunque, normalmente, es imperfecta (falible) con la que modificar las probabilidades a priori de los estados de la naturaleza. Esto requiere combinar la información conocida de partida con la información adicional, decidiendo si conviene adquirir dicha información adicional (su coste es menor que el incremento de beneficio obtenido por su conocimiento). El teorema de Bayes 1 permite calcular las probabilidades revisadas o a posteriori de los estados de la naturaleza, Si, al incorporar nueva información (I) en el árbol de decisión.

$$P(S_i|I) = \frac{P(S_i)P(I|S_i)}{\sum_i P(S_i)P(I|S_i)} \quad (1)$$

### 3 ADGIP

En esta sección se presenta una herramienta de software denominada ADGIP para el modelado y resolución de árboles de decisión para, posteriormente, presentar un ejemplo ilustrativo. ADGIP puede descargarse en: <http://www.cigip.upv.es/software/ADGIPinstall.exe>

#### 3.1 Entorno de trabajo

ADGIP es un sistema interactivo de ayuda para la toma de decisiones diseñado para ejecutarse en entorno Windows. Este programa resuelve los problemas de árboles de decisión y análisis Bayesiano. ADGIP utiliza el entorno típico de Windows para ejecutar los programas, que incluye: ventanas, menús desplegables, barras de herramientas, ventanas de diálogo y botones de comandos. Con el ratón o teclado se puede navegar a través del programa fácilmente. En las siguientes secciones se describen los menús desplegables y barras de herramientas comunes y el procedimiento general de entrada y salida de datos.

##### Menús desplegables

###### MENÚ ARCHIVO

- **Nuevo:** Para empezar un problema nuevo.
- **Abrir:** Para abrir y cargar un problema guardado.
- **Guardar problema:** Para guardar el problema con el nombre del fichero existente.
- **Guardar problema como:** Para guardar el problema con un nombre de fichero asignado.
- **Presentación preliminar:** Vista preliminar del problema con las opciones de aumentar y reducir la imagen, imprimir, imprimir en 1 hoja, opciones de impresión (colores, escala, identificadores, precisión de los dígitos, fuente, dimensiones y otros), guardar imagen en archivo y pegar imagen en el portapapeles.
- **Salir:** Para salir del programa.

###### MENÚ CALCULAR

- **Calcular VEM:** Selecciona la alternativa con el mejor valor esperado (promedio).
- **Valores a cero:** Pone todos los valores del árbol a cero.
- **Variaciones:** Muestra gráficamente como el VEM variará si los valores de una variable cualquiera varían en un ratio indicado. En el caso de que las variables a analizar sean probabilidades, se debe activar la definición de conjunto que aparece en la ventana de diálogo. El programa modificará en la proporción adecuada el conjunto de probabilidades (que salen de un nodo de azar) para que la suma siempre sea 1 al variar el valor de una de las probabilidades del conjunto.

###### MENÚ VER

- **Variables:** Se activa el editor de variables donde se deben definir las variables a utilizar. Es en este editor donde se realiza el cálculo de probabilidades por Bayes, utilizando la fórmula  $BAYES(I_1, I_2, \dots, I_n)$  donde  $I_i$  se refiere al conjunto de informaciones que se pueden obtener.

- **Editor:** Se activa un editor de textos donde se puede guardar el enunciado del problema o cualquier otro comentario referente al mismo.
- **Aumentar, disminuir o tamaño original:** Se pueden utilizar estas funciones de zoom para "acercar" la vista del documento o para "alejarse" y ver un porcentaje mayor de la página a tamaño reducido.
- **Barra de herramientas:** Muestra u oculta la barra de herramientas.

#### MENÚ OPCIONES

- **Opciones:** Es similar al comando opciones de impresión: colores, escala, identificadores, precisión de los dígitos, fuente, dimensiones y otros.

#### MENÚ AYUDA

- **Manual del usuario:** Abre un manual para el uso de la herramienta
- **Acerca de:** Muestra la información sobre el programa y su licencia.

#### Barra de herramientas

ADGIP ofrece una barra de herramientas con los siguientes botones de comandos (Figura 1):



Figura 1: Barra de herramientas.

#### DE IZQUIERDA A DERECHA:

- Crea un nuevo árbol.
- Abre y carga un árbol guardado.
- Guarda el árbol con el nombre del fichero existente.
- Activa el editor de variables donde se deben definir las variables a utilizar.
- Activa un editor de textos donde se puede guardar el enunciado del problema.
- Resuelve el árbol seleccionando las alternativas con el mejor valor esperado.
- Pone todos los cálculos realizados sobre el árbol a cero.
- Muestra gráficamente como el valor esperado variará si los valores de una variable cualquiera varían en un ratio indicado.
- Activa el desplazamiento de nodos conectados.
- Activa el modo de desplazamiento 1 (cambiando el segmento horizontal).
- Activa el modo de desplazamiento 2 (cambiando el segmento vertical).
- Alinea los nodos verticalmente.
- Alinea los nodos horizontalmente.
- Muestra el valor de las variables en el árbol.

- Muestra el árbol según una estructura de árbol indexado.
- Aumenta el tamaño del árbol.
- Disminuye el tamaño del árbol.
- Muestra el árbol en su tamaño original.
- Ofrece una presentación preliminar del árbol para su impresión.

## 4 Ejemplo ilustrativo

El ejemplo ilustrativo se trata de un árbol de decisión básico de dos etapas, en el que el decisor tiene la opción de adquirir una segunda información imperfecta (B) tras la primera (A). La estructura del árbol resultante es una repetición del árbol básico. Y las probabilidades de Bayes tras las dos informaciones se pueden calcular considerando que, tras la primera información imperfecta (A), el decisor utilizará unas nuevas probabilidades *a priori*? (las probabilidades *a posteriori* tras conocer la información A) para el cálculo de las probabilidades *a posteriori* de la información B. Con este procedimiento, el encadenamiento de varias informaciones en serie sigue siempre el mismo patrón de representación y cálculo. El enunciado es el siguiente:

*Un decisor puede elegir entre las alternativas  $a_1$  y  $a_2$  cuyos costes son  $ca_1$  y  $ca_2$ . Tras la elección pueden ocurrir los estados  $s_1$  o  $s_2$  con probabilidades  $P(s_1)$  y  $P(s_2)$ . Las ganancias que obtendría según la alternativa seleccionada y el estado ocurrido son:*

- *Si elige  $a_1$  y ocurre  $s_1$  la ganancia obtenida es  $ga_1s_1$ .*
- *Si elige  $a_1$  y ocurre  $s_2$  la ganancia obtenida es  $ga_1s_2$ .*
- *Si elige  $a_2$  y ocurre  $s_1$  la ganancia obtenida es  $ga_2s_1$ .*
- *Si elige  $a_2$  y ocurre  $s_2$  la ganancia obtenida es  $ga_2s_2$ .*

*El decisor tiene la opción de adquirir información imperfecta A a un coste  $ciA$ . Dicha información se refiere a una previsión de ocurrencia de los estados  $s_1$  o  $s_2$ . El porcentaje de acierto de dicha información imperfecta es  $A_i$ .*

*Si el decisor decide adquirir información imperfecta A tiene la opción de adquirir otra información imperfecta B a un coste  $ciB$ . Dicha información se refiere a una previsión de ocurrencia de los estados  $s_1$  o  $s_2$ . El porcentaje de acierto de dicha información imperfecta es  $B_i$ .*

a) *Construir el árbol de decisión.*

b) *Resolver el árbol de decisión para los siguientes valores (Tabla 1):*

$ca_1$	$ca_2$	$P(s_1)$	$P(s_2)$	$ga_1s_1$	$ga_1s_2$	$ga_2s_1$	$ga_2s_2$	$ciA$	$ciB$	$A_i$	$B_i$
-2	-1	0,6	0,4	6	-2	3	-1	-0,2	-0,2	80	80

c) *Calcular el VII de A y B.*

d) *Calcular el VIP.*

Para introducir un problema nuevo en ADGIP se siguen los pasos generales:

1. Seleccionar el comando **Nuevo** del menú ARCHIVO o hacer click sobre el icono de la barra de herramientas para empezar un problema nuevo.
2. Con el botón de la derecha del ratón presionado se despliega un menú donde se puede elegir el nodo a crear (de decisión o de azar), indicar la ganancia obtenida en un resultado (o el coste de una decisión, expresado en valores negativos) y la probabilidad de ocurrencia de los estados de la naturaleza. Además pueden copiarse y pegarse estructuras enteras del árbol e incluir textos en las ramas o comentarios en los nodos (Figura 2):

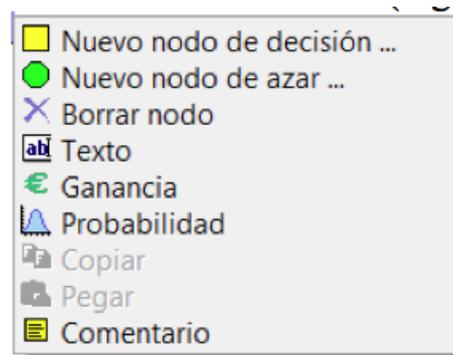


Figura 2: Menú desplegable de los nodos.

Se recomienda crear variables con los valores de las ganancias y probabilidades en lugar de valores numéricos, con objeto de facilitar su modificación o realizar análisis de sensibilidad. Para ello, se utiliza el editor de variables.

En la Figura 3 puede observarse el árbol correspondiente al ejemplo planteado. En la Figura 4 se observan los valores de las variables utilizadas y el cálculo de las probabilidades revisadas.

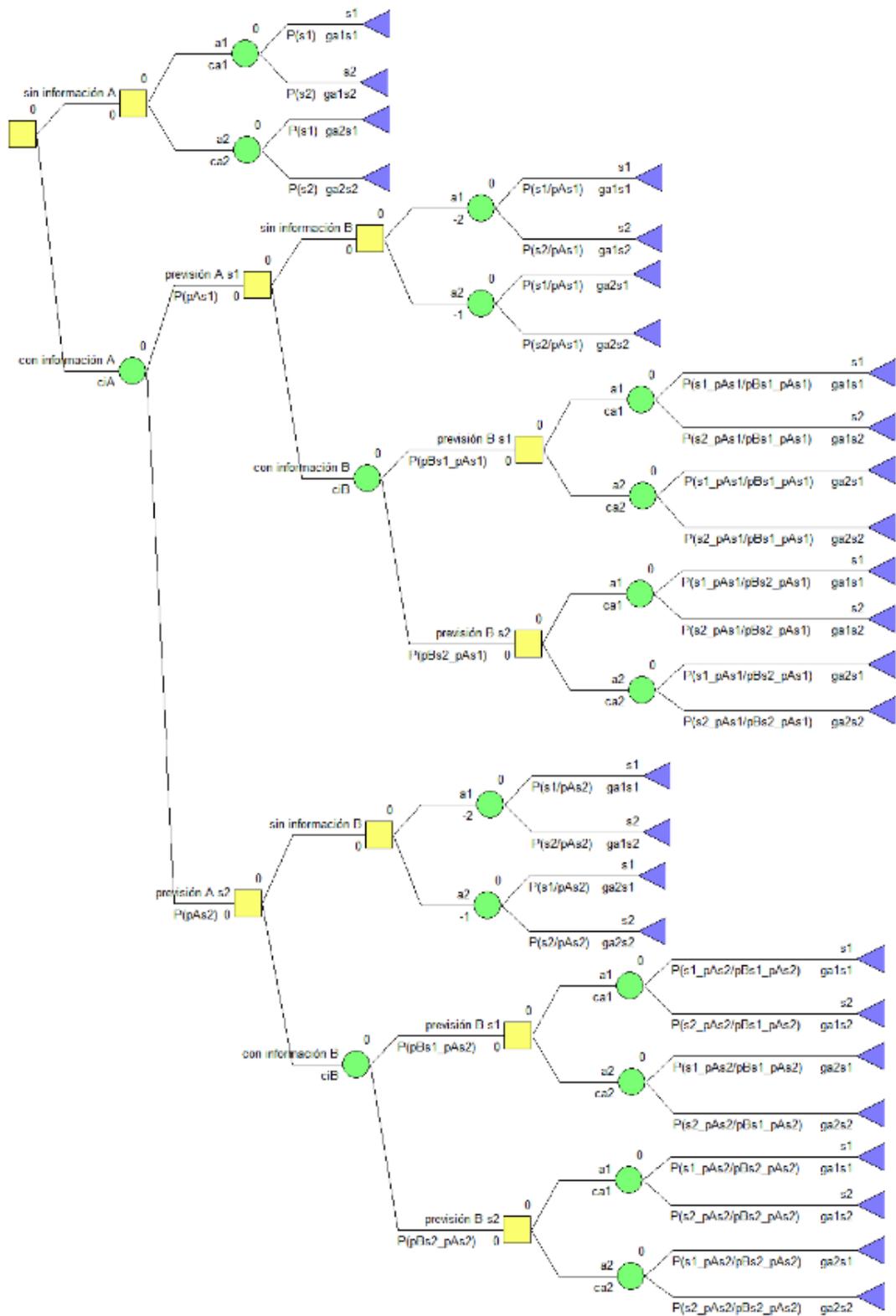


Figura 3: Ejemplo ilustrativo. Árbol de decisión planteado.

```

Variables
ca1 = -2
ca2 = -1
!Probabilidades a priori
P(s1)=0,6
P(s2)=0,4
ga1s1 = 6
ga1s2 = -2
ga2s1 = 3
ga2s2 = -1
ciA = -0,2
ciB = -0,1
Ai = 80
Bi = 80
P(pAs1/s1) = Ai/100
P(pAs2/s1) = (1-Ai/100)
P(pAs1/s2) = (1-Ai/100)
P(pAs2/s2) = Ai/100
BAYES(pAs1,pAs2)
P(pAs1) = 0,5600
P(pAs2) = 0,4400
P(s1/pAs1) = 0,8571
P(s2/pAs1) = 0,1429
P(s1/pAs2) = 0,2727
P(s2/pAs2) = 0,7273

!Nuevas probabilidades "a priori" para la información B
P(s1_pAs1) = 0,8571
P(s2_pAs1) = 0,1429
P(s1_pAs2) = 0,2727
P(s2_pAs2) = 0,7273

P(pBs1_pAs1/s1_pAs1) = Bi/100
P(pBs2_pAs1/s1_pAs1) = (1-Bi/100)
P(pBs1_pAs1/s2_pAs1) = (1-Bi/100)
P(pBs2_pAs1/s2_pAs1) = Bi/100

P(pBs1_pAs2/s1_pAs2) = Bi/100
P(pBs2_pAs2/s1_pAs2) = (1-Bi/100)
P(pBs1_pAs2/s2_pAs2) = (1-Bi/100)
P(pBs2_pAs2/s2_pAs2) = Bi/100

BAYES(pBs1_pAs1,pBs2_pAs1)
P(pBs1_pAs1) = 0,7143
P(pBs2_pAs1) = 0,2857
P(s1_pAs1/pBs1_pAs1) = 0,9599
P(s2_pAs1/pBs1_pAs1) = 0,0400
P(s1_pAs1/pBs2_pAs1) = 0,6000
P(s2_pAs1/pBs2_pAs1) = 0,4001

BAYES(pBs1_pAs2,pBs2_pAs2)
P(pBs1_pAs2) = 0,3636
P(pBs2_pAs2) = 0,6364
P(s1_pAs2/pBs1_pAs2) = 0,6000
P(s2_pAs2/pBs1_pAs2) = 0,4001
P(s1_pAs2/pBs2_pAs2) = 0,0857
P(s2_pAs2/pBs2_pAs2) = 0,9143
    
```

Figura 4: Ejemplo ilustrativo. Variables y cálculos de las probabilidades revisadas.

3. Utilizar el comando **Calcular VEM** del menú **CALCULAR** o pulsar sobre el botón **CALCULAR** de la barra de herramientas. La figura de la página siguiente muestra los resultados obtenidos que indican que el valor esperado monetario o criterio VEM es de 1,02 y la decisión es elegir la estrategia de utilizar la información A y si ocurre el estado s1 no debería utilizarse la información B, mientras que si se da el estado s2 sí debería utilizarse. Asimismo se puede ver el valor esperado para cada uno de los nodos restantes.
4. Si el resultado mostrado es el deseado, se podría seleccionar el comando **Imprimir** del menú **PRESENTACIÓN PRELIMINAR** o hacer click sobre el icono correspondiente de la barra de herramientas para imprimir la salida. Alternativamente, se podría elegir el comando **Guardar imagen** para guardar la salida en un fichero o elegir el comando **Pegar imagen** en el portapapeles para copiar la salida al portapapeles, desde el cual se puede pegar a otros documentos.

El resultado obtenido al resolver el árbol (Figura 5) indica que el decisor debe hacer lo siguiente:

- Adquirir la información A
- Si la información A da como resultado s1  $\rightarrow\rightarrow$  elegir directamente a1 sin adquirir la información B
- Si la información A da como resultado s2  $\rightarrow$  adquirir la información B
  - Si la información B da como resultado s1  $\rightarrow$  elegir a1
  - Si la información B da como resultado s2  $\rightarrow$  elegir a2

El valor esperado de estas decisiones es 1,02.

Las siguientes cuestiones del ejemplo ilustrativo están relacionadas con el precio máximo que pagaría el decisor por las informaciones A y B:

El valor esperado que puede obtener el decisor sin las informaciones A y B se obtiene de la parte superior del árbol, de la rama “sin información” y equivale a 0,8.

El VII de la información A puede calcularse sin tener en cuenta la aportación de la información B, es decir, sin la parte del árbol en la que aparecen los nodos “con información B”. El valor esperado que podría obtener el decisor con la información A sería  $2,857 * 0,56 + (-0,9092 * 0,44) = 1,2$ . La diferencia con el valor esperado sin información es de 0,4 que se corresponde con el VII de la información A. Al ser 0,2 el coste de la información A, al decisor le interesa adquirirla.

El VII de la información B debe calcularse suponiendo que el decisor ha adquirido la información A, ya que el decisor se plantea adquirirla tras conocer la información A. El valor esperado que podría obtener el decisor con la información B (añadida a la información A) sería  $0,9092 * 0,7638 = 0,1454$ . Al ser 0,1 el coste de la información B, al decisor le interesa adquirirla.

El VIP puede calcularse a partir del resultado máximo que podría obtenerse suponiendo que el decisor tomaría la mejor decisión si supiera, a ciencia cierta, qué estado de la naturaleza ocurrirá:  $6 * 0,6 + (-1) * 0,4 = 3,2$ . Como el valor esperado es 0,8, el VIP es igual a 2,4. La ratio entre el VII y el VIP es un indicador de la calidad de la información imperfecta (cuan cerca se encuentra la información imperfecta de la perfección), en el caso de la información A, ese valor es del 16,7%.

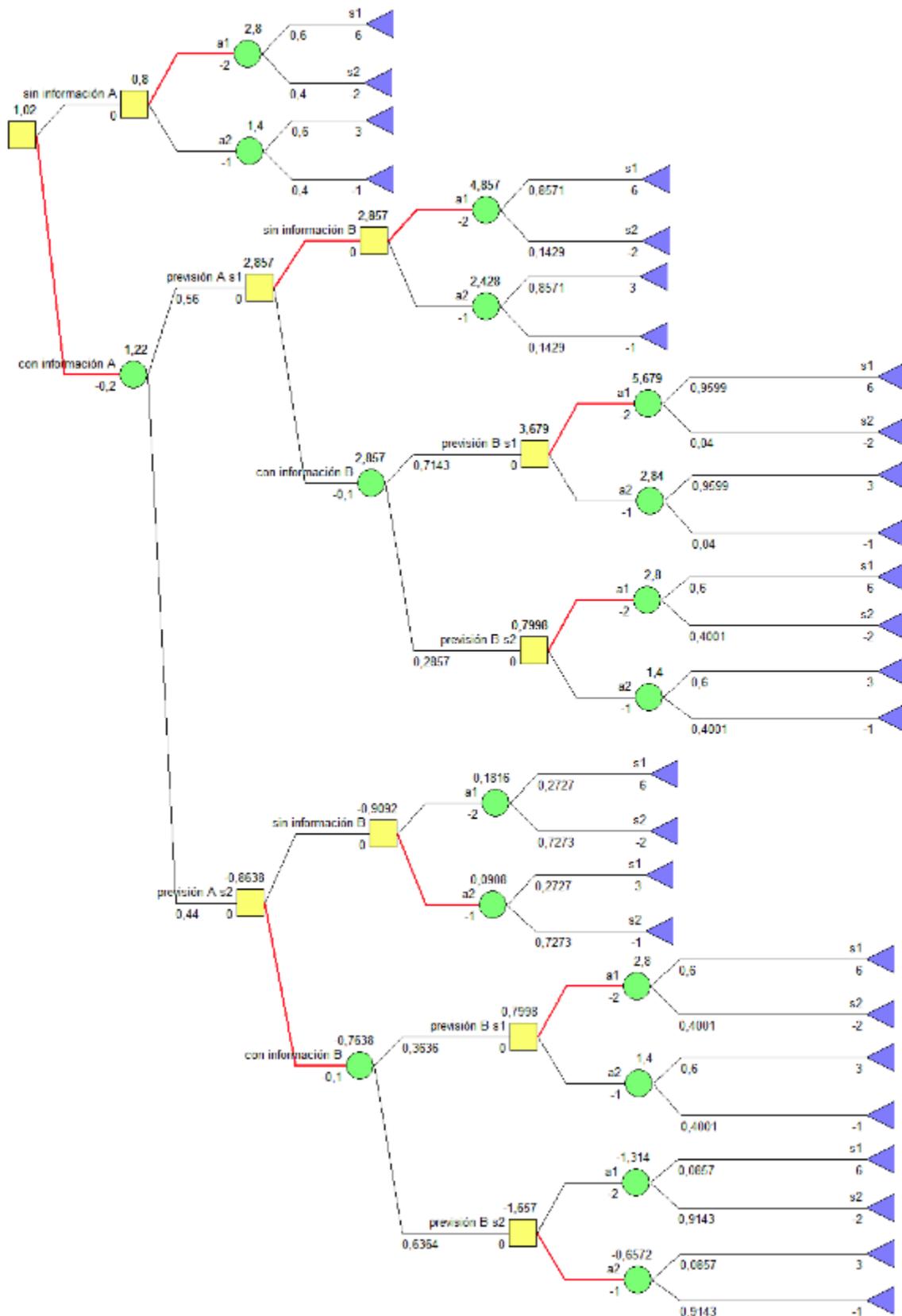


Figura 5: Ejemplo ilustrativo. Resolución del árbol de decisión.

## 5 Conclusiones

En este artículo se ha presentado la herramienta de software ADGIP como un soporte docente para el modelado y la resolución de árboles de decisión. Además de las características del entorno de trabajo de ADGIP, se ha mostrado a través de un ejemplo ilustrativo el proceso de evaluación de adquisición de información adicional a un coste dado y a lo largo de sucesivas etapas a través del teorema de Bayes.

Como líneas futuras de investigación se propone el desarrollo de una fórmula extendida del teorema de Bayes que determine las probabilidades a posteriori teniendo en cuenta las informaciones adicionales de todas las etapas en lugar de aplicar una fórmula para cada información adicional considerada. Además, se plantea la formulación del análisis de sensibilidad que evalúe el valor de  $A_i$  para el que el VII de A sea igual a  $c_iA$  y, de forma similar, el valor de  $B_i$  para el que el VII de B sea igual a  $c_iB$ .

# Referencias

- [1] D.R. Anderson, D.J. Sweeny, T.A. Williams. Métodos cuantitativos para los negocios. 7<sup>a</sup> Edición. *Thomson Editores* (1999).
- [2] Jr. H. Bierman, C.P. Bonini, W.H. Hausman. Análisis cuantitativo para la toma de decisiones. *Addison-Wesley Iberoamericana* , Estados Unidos (1994).
- [3] D. Ellsberg. Risk, ambiguity and the savage axioms. *The Quarterly Journal of Economics* **75**, 643–669 (1961).
- [4] F.S. Hillier, F.S. Investigación de operaciones. 8<sup>a</sup> Edición. *Ed. McGraw-Hill* (2005).
- [5] F.H. Knight. Risk, uncertainty and profit. *Houghton Mifflin Company* (1921).
- [6] K. Mathur, D. Solow. Investigación de operaciones: el arte de la toma de decisiones, *Prentice-Hall*, México (1996).
- [7] M. Moussa, J. Ruwanpura, G. Jergeasm. Decision tree modelling using integrated multilevel stochastic networks. *Journal of Construction Engineering and Management-ASCE***132**,1254–1266 (2006).
- [8] J. Mula, R. Poler. Configuración de la materia troncal de métodos cuantitativos de organización industrial en las universidades españolas. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa* **3**, 3–19 (2007).
- [9] J. Prawda. Métodos y modelos de investigación de operaciones. Vol. I, II. *Ed. Limusa* (1988).
- [10] H. Raiffa, R. Schlaifer. Applied statistical decision theory. *MIT Press, Cambridge* (1961).
- [11] H.A. Taha. Investigación de operaciones. 7<sup>a</sup> Edición. *Prentice-Hall, México. Vicens, E.* (2005).
- [12] J. Von Neumann, O. Morgenstern. Theory of games and economic behaviour. *Princeton University Press, Princeton, New Jersey* (1947).
- [13] A. Wald. Statistical decision functions. *Wiley, New York* (1950).
- [14] W.L. Winston. Investigación de Operaciones. Aplicaciones y Algoritmos. *Ed. Thomson*(2005).

