

LA GEOMETRÍA INTERNA DE UN ESCÁNER LÁSER. FUNCIONAMIENTO DE SUS ESPEJOS

Pablo Navarro, Jose Erraez e Isabel Navarro

Introducción

La aparición de los escáneres para la medición tridimensional de objetos reales ha revolucionado los sistemas tradicionales de toma de datos. La medición indirecta desde pares de fotogramas orientados (fotogrametría terrestre), medición directa punto a punto con estación, y otros procedimientos tradicionales, pueden sustituirse por este nuevo sistema de medición directa capaz de trabajar en el rango de distancias usuales para las tomas de edificios, monumentos y obras de ingeniería. La velocidad en la captura de datos, su precisión y la cantidad de puntos que puede medir se combinan con la facilidad de explotación del modelo tridimensional para la obtención de sus proyecciones diédricas.

Su esquema de funcionamiento es sencillo. Es prácticamente igual que una estación total en la que los pulsos de rayo láser que se emiten continuamente son desviados por dos unos espejos, uno horizontal y otro vertical, barriendo así un determinado cono de imagen.

Cada pulso emitido, rebota y vuelve, permitiendo calcular la distancia a partir del tiempo empleado en recorrerla. Los ángulos horizontal y vertical de giro del espejo determinan la posición del rayo en un sistema de co-

ordenadas esférico, donde la tercera coordenada será la distancia medida.

En cada toma se genera una nube de puntos. (Hasta 3000x1000 en nuestro escáner). Modelos consecutivos (nubes de puntos) pueden empalmarse con muy alta precisión si identificamos puntos comunes dentro de un área de solape entre modelos de al menos el 30%. Un programa de cálculo nos ayuda en el proceso de empalme permitiendo unir modelos a partir de superficies comunes. (Conjuntos de puntos.)

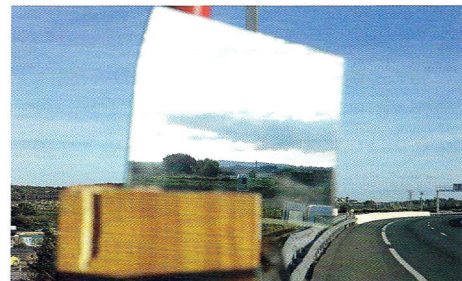
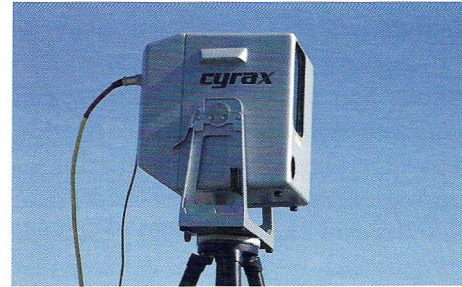
La Universidad Politécnica de Valencia dispone desde hace casi tres años de un instrumento de este tipo, concretamente el modelo *Cyrax 2500* (Leica Systems.) con el que hemos efectuado múltiples trabajos de levantamiento gráfico para obras civiles y construcciones navales (ingeniería), edificios y monumentos (arquitectura) y campos de ruinas (arqueología).

La generación del planteamiento

Planteamos el problema de utilizar el escáner en movimiento para obtener perfiles transversales de un tramo de autopista para el proyecto de adaptación de ese tramo. El láser barre el espacio objeto siempre en vertical (utilizando el giro del espejo horizontal),

Fig. 1. Escáner Cyrax2500 Leica Systems, propiedad del Instituto de Restauración del Patrimonio de la Universidad Politécnica de Valencia.

Fig. 2. Escuadra óptica para colocar el reflector perpendicular al eje de la calzada.



por lo que cada oscilación del espejo horizontal permite obtener un perfil transversal de la autopista. El desplazamiento del equipo sobre un carro con ruedas permite obtener un perfil transversal por cada movimiento de giro del espejo horizontal.

Como el software del equipo solo prevé una toma estática el resultado obtenido es un modelo cónico, como si el equipo hubiera estado quieto. Posteriormente para simular el desplazamiento tendremos que identificar la posición de cada perfil en el modelo para simular el desplazamiento generado por el equipo.

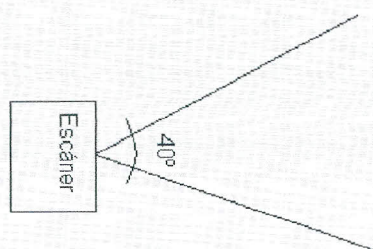


Fig. 3. Angulo máximo de apertura.

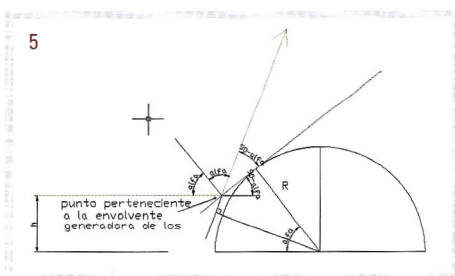
Fig. 4. Nube de puntos obtenida en forma de abanico.

Fig. 5. Mecanismo del espejo excéntrico

Fig. 6. Mecanismo del espejo excéntrico.

Desplazamiento del punto de reflexión al girar el espejo sobre el eje excéntrico.

- La excentricidad del espejo tiene un valor R.
- La marcha del rayo viene definida por la reflexión en el espejo
- El parámetro α define en cada instante la posición de giro del espejo.
- La posición centrada del rayo corresponde a un valor de α de 45° , (con un Angulo de reflexión de 90°).



Con esta geometría y para distintos valores de α , se podrán obtener las diferentes posiciones de la trayectoria del rayo. Observamos con este supuesto que las trayectorias simulan correctamente el resultado obtenido por el escáner.

Para determinar exactamente la geometría generada, estudiaremos la posición de cada rayo emitido utilizando como parámetro el valor α . Calcularemos para cada rayo:

- Donde se produce la reflexión.
- Cual es la trayectoria después de la reflexión
- Situación del punto del rayo más cercano al origen de coordenadas
- Distancia mínima al rayo.
- Dirección del rayo.

Estudiando la geometría en la figura 5 obtenemos:

$$D = 2 * R * \text{seno}(\alpha) - h$$

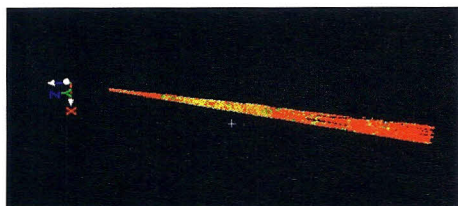
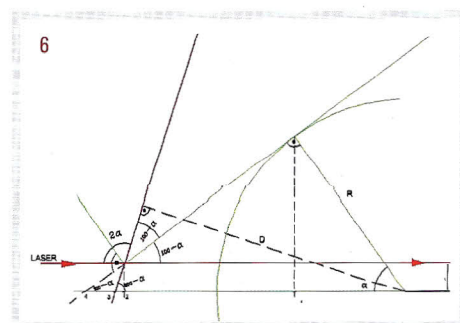
Siendo la dirección del rayo $2 * \alpha$

Si el resultado de la distancia (D) hubiera salido nulo habríamos concluido que los rayos convergen en un punto, hecho que no ocurre.

Representando el lugar geométrico del punto del rayo mas cercano al origen se obtiene una figura espiral como se observará mas adelante en las figuras que se obtienen para diferentes valores de R y h.

Esta figura permitirá reconstruir todo el haz ya que cada punto de esta representa una recta del haz y corresponde al punto de mínima distancia al origen. Por ello si para cada punto trazamos la recta al origen y su perpendicular, esta última será la recta del haz buscada.

Observando la figura siguiente podemos comprobar que al girar el espejo, el punto donde se produce la reflexión varia, acercándose al emisor del láser cuando el espejo gira hacia la derecha y alejándose en caso contrario. Se obtiene un efecto adicional como si el eje de giro del espejo se encontrase adelantado sobre el origen de coordenadas. Eligiendo adecuadamente los valores de R y ha podemos obtener un resultado tal que con la misma ventana de observación podemos cubrir un mayor ángulo sobre el espacio objeto.



El paso siguiente será desplegar el abanico generado por el escáner y poner en paralelo las distintas secciones obtenidas.

Pero al estudiar el haz entregado por el scanner comprobamos que no son convergentes en el origen, como se suponía, (semejante a un equipo de topografía tradicional), sino que parecen converger a un punto muy cercano a él, seguramente cerca del eje sobre el que gira el espejo móvil.

Queda claro que la suposición de partida era incorrecta, debiendo replantearnos el funcionamiento del mecanismo de los espejos, en particular para el espejo vertical.

Explicación de los espejos concéntricos. Ventajas

Buscaremos la solución suponiendo que el espejo no se encuentra centrado en su eje de giro. Se observa que es así a través de la ventana de cristal del instrumento. Plantearemos lo que ocurre cuando un puntero de láser se proyecta sobre un espejo excéntrico que gira, tal y como se observa en la figura 5. Hemos establecido para el planteamiento las siguientes premisas:

- El origen de coordenadas en el eje de giro del espejo.
- El rayo proyectado se encuentra paralelo al eje de las XX' a una altura h.



Para realizar una aplicación sobre nuestro equipo se ha realizado un escaneo en una matriz de 10 x 10 puntos, obteniendo 10 perfiles con 10 puntos cada uno. El ajuste a un plano de cada uno de los perfiles se ha realizado por mínimos cuadrados para asegurar que efectivamente cada perfil se encuentra en un plano. Las figuras siguientes expresan gráficamente el resultado:

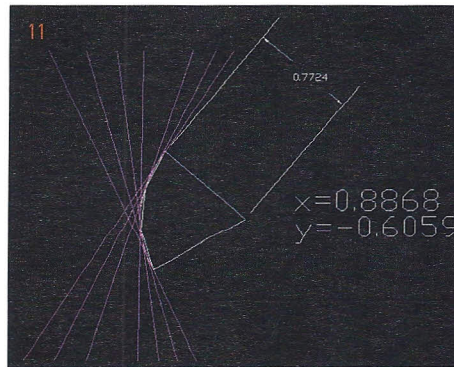
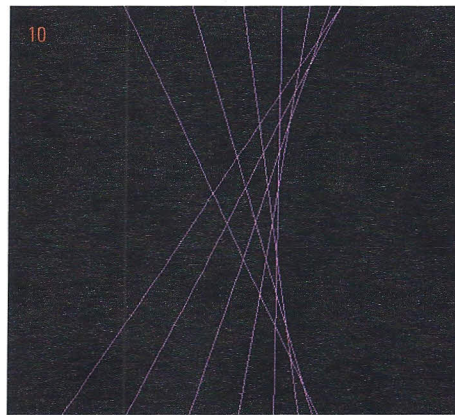
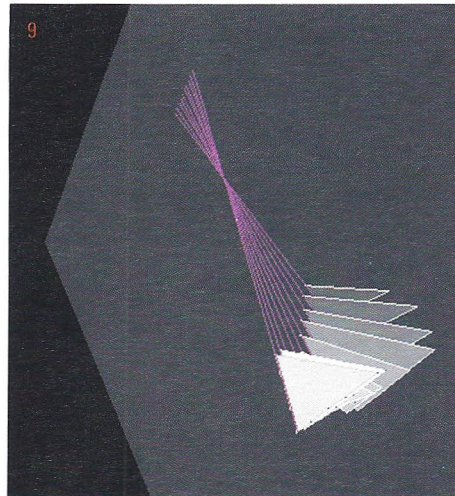
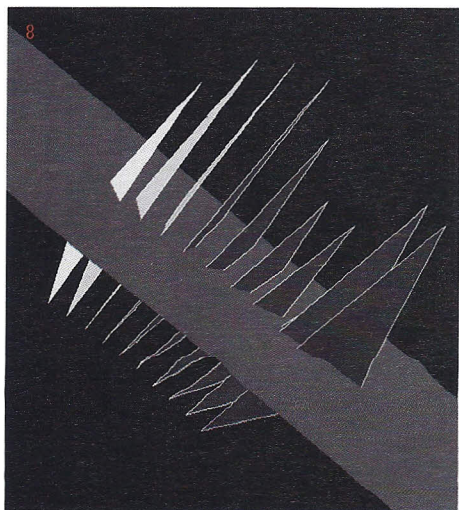
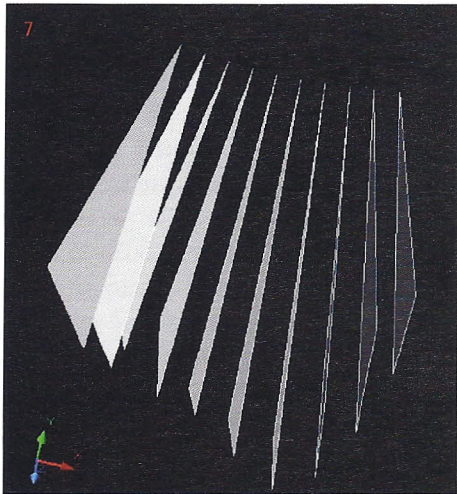


Fig. 7. Representación de los planos de escaneo. Cada plano consta de 10 puntos

Fig. 8. Intersección del conjunto por el plano $y=0$, plano respecto al cual se presenta el problema

Fig. 9. Rectas que se generan en la intersección con el plano

Fig. 10. Intersección del haz de rectas contenidas en el plano. Ampliación zona de las intersecciones.

$$R = 0.7724$$

$$\text{Centro } (x,y) = (0.8868, 0.6059)$$

Podríamos demostrar que no es un círculo, calculando la distancia de un punto fijo a una recta cualquiera del haz de rayos tangente a un círculo (según la figura siguiente).

El resultado que se obtiene es:

$$D = R + a \cdot \cos(2 \cdot \alpha) - b \cdot \text{seno}(2 \cdot \alpha)$$

Si comparamos la ecuación anterior con la obtenida, vemos similitudes en la formulación, (pero no son iguales).

Recordando las suposiciones iniciales (altura "h" y giro del espejo respecto un punto que se encuentra a una distancia "R"), habíamos obtenido una figura espiral que se encuentra en la trayectoria del haz y que ahora no vemos con facilidad, pero sin embargo en la figura si vemos fácilmente la envolvente del haz de rayos.

Por otra parte, y como ya se ha dicho anteriormente, el escáner en particular trabajará con un único valor de h y otro de R. Si somos capaces de averiguar cuáles son los valores de estos dos parámetros asociados al escáner seremos capaces de generar rayos similares a los del escáner. Si, como es el caso, se conoce el haz de rayos generado por el escáner (el obtenido del escaneo en movimiento) y también se conoce con qué criterio geométrico han sido lanzados podremos, por tanto, separarlos y discretizarlos para, finalmente, poder tener las secciones transversales de la autovía

Es fácil darse cuenta de que el haz de rayos tiene una envolvente distinta de la espiral que lo genera. Calcularemos ahora la posición geométrica de esta envolvente. Para ello determinaremos algunos puntos de ella.

Calculados estos puntos (proceso matemático que se omite) la curva envolvente parece un círculo de las siguientes características:

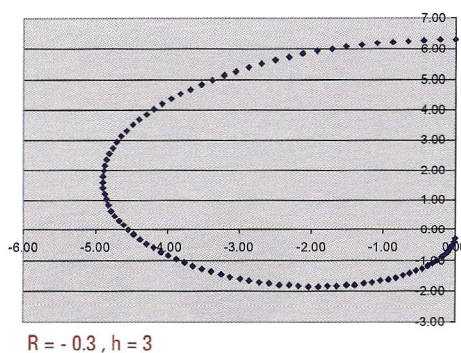
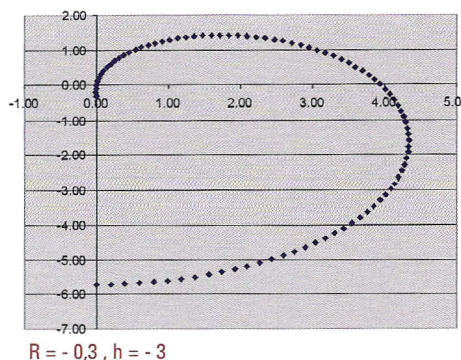
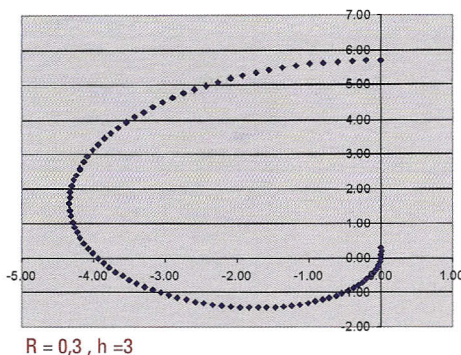
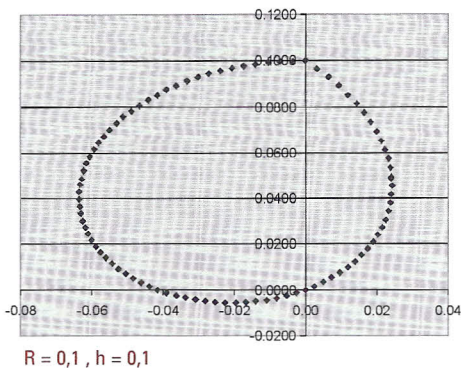


Figura geométrica de la trayectoria

Partiendo de unos valores de “h” y “R”, para cada valor de α (entre 0 y 90°) se obtendrá el radio que une el centro del círculo (0,0,0) con el punto de la recta mas cercano al origen de coordenadas y centro de giro. Como habiamos visdto anteriormente:

$$D = 2 R \operatorname{sen}\alpha - h \quad (1)$$

Y teniendo en cuenta el radio obtenido (D) y el ángulo 2α asociado a ese determinado rayo se obtendrán las coordenadas x,y del punto del rayo mas cercano al origen de coordenadas:

$$\begin{aligned} X &= D \cdot \cos (2\alpha) - 90 \\ Z &= D \cdot \operatorname{sen} (2\alpha) - 90 \end{aligned} \quad (2)$$

Los puntos representados en estas curvas permiten construir el haz de rayos trazando la perpendicular por el punto a la dirección desde el punto al origen de coordenadas. A través de los rayos generados se obtienen envolventes análogas a las anteriores.

Obtención de los parámetros “R” y “h” de nuestro instrumento

Del estudio de la geometría generada por los movimientos de los espejos hemos obtenido un círculo envolvente del haz de rayos cuya explicación es los movimientos de los espejos excéntricos. Como la posición del círculo tiene que ver con los parámetros de excentricidad del espejo, los valores de R y h serán deducidos a partir de ese círculo... Pero para ello tendremos que recordar como se como se calcula la envolvente de un haz.

La espiral definida en (1) y (2), a través de los pies de las perpendiculares trazadas desde el centro de giro del espejo tiene un único parámetro (α), que corresponde a la posición del espejo. Como este parámetro es el que define la reflexión del rayo (y por tanto la trayectoria del haz de rectas), tenemos definido el haz con un punto de paso para cada rayo y su dirección como único parámetro.

Si estudiamos la ecuación del haz nos encontramos que tiene una única constante, cuya eliminación define la ecuación diferencial del haz. Esta ecuación pertenece al grupo de ecuaciones diferenciales que tienen como solución extraordinaria la ecuación de la envolvente del haz. Integrando la solución particular obtenemos la ecuación del círculo buscado.

Conclusiones

La obtención de modelos de puntos utilizando tecnología de láser es un método sencillo y eficaz. La instrumentación generada para ello puede basarse en el rastreo del espacio mediante giros de espejos. Para ello la condición de espejos centrados en su eje de rotación no es necesaria, y en algunos casos podría simular una mayor apertura de la ventana de observación. La trayectoria de los rayos de exploración resultan haces de rectas no concéntricos. Si estudiamos el punto más cercano al eje de giro obtenemos como lugar geométrico una línea espiral característica. Si de la trayectoria de los rayos estudiamos la figura de la envolvente del haz de rayos obtenemos la línea generada por el lugar geométrico es un círculo. Ambas figuras están relacionadas matemáticamente por la misma ecuación que resulta la ecuación diferencial del haz de rayos.