

DESCRIPCIÓN DE LOS PROCESOS DE INFILTRACIÓN MEDIANTE REDES NEURALES ARTIFICIALES

J. Álvarez

Servicio de Investigación Agraria, Junta de Castilla y León

S. Bolado

Dep. de Ingeniería Química. Universidad de Valladolid

RESUMEN: Se estudia la capacidad de las Redes Neuronales Artificiales para modelizar procesos de infiltración de agua en suelos. Se examina, en primer lugar, su utilidad para representar la difusividad hidráulica del suelo en función del contenido de humedad. Se aplican a continuación en el ajuste directo de las curvas de contenido de humedad (θ) frente a la distancia o a la variable de transformación de Boltzmann (λ). Estos algoritmos se mostraron como una alternativa válida para representar la variación de la difusividad hidráulica con el contenido de humedad, y ofrecieron, en el caso del ajuste de las curvas θ vs. λ , unos resultados superiores a los obtenidos con otros modelos clásicos.

INTRODUCCIÓN

La modelización numérica del flujo de agua y solutos en suelos subsaturados ha adquirido una gran importancia en las últimas dos décadas por su papel en tareas de estimación de riesgos, evaluación del impacto de sistemas de cultivo durante largos períodos y en estudios de contaminación-remediación de suelos. Uno de los factores limitantes de la aplicación de modelos de simulación a los problemas reales de campo ha sido la falta de información exhaustiva acerca de los parámetros que rigen las ecuaciones de transporte. Esta escasez de información es debida, principalmente, a la dificultad que entraña la obtención de valores experimentales fiables de la conductividad hidráulica en suelos subsaturados, y a la considerable variabilidad espacial del suelo en campo, que requiere metodologías de muestreo y análisis sofisticados. Un procedimiento para disponer de estos valores consiste en suponer un modelo para estimar la conductividad hidráulica subsaturada a partir de la curva de retención

de agua, que representa potencial (ψ) vs. contenido de humedad del suelo (θ). En general, estos modelos parten de una expresión que relaciona (ψ) con θ , que es enunciada empíricamente aceptando la suposición de que, previo ajuste de un cierto número de parámetros, la expresión describe el comportamiento de las curvas experimentales.

Las Redes Neuronales Artificiales (RNA) constituyen una alternativa a la generación de modelos empíricos y han sido utilizadas con éxito en tareas de modelización de sistemas y ajuste de funciones altamente no lineales (Li et al., 1993; Alvarez et al., 1993). Su capacidad para el ajuste de datos con gran dispersión numérica, junto con la ventaja que supone no precisar el enunciado de una expresión para la relación $\psi = f(\theta)$, hacen interesante un estudio de su capacidad para la representación de procesos de infiltración en condiciones subsaturadas.

Artículo recibido el **12 de diciembre 1995** y aceptado para su publicación el **24 de mayo de 1996**. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo. En el caso de ser aceptadas, las discusiones serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores en el primer número de la revista que aparezca una vez transcurrido el plazo indicado.

El objetivo de este trabajo consiste, en primer término, en estudiar el comportamiento de estos algoritmos para representar la relación entre la difusividad hidráulica (D) y el contenido de humedad del suelo. Este primer objetivo pretende además estudiar la influencia de las diferentes arquitecturas de red en los resultados finales. En segundo lugar, se evalúa su capacidad para estimar directamente la infiltración en suelos subsaturados, como alternativa a los modelos tradicionales.

ESTIMACIÓN DE LA INFILTRACIÓN

El movimiento de agua en suelos se describe habitualmente a partir de la resolución de la ecuación (Richards, 1931):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] \tag{1}$$

Sujeta a las condiciones:

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_{\text{hum}}, x=0, t>0 \\ \theta &= \theta_{\text{seco}}, t=0, x>0 \end{aligned} \tag{2}$$

donde t representa el tiempo (T), x la coordenada horizontal (L), θ el contenido de humedad del suelo (L^3/L^3) y D es la difusividad hidráulica (L^2/T). La introducción de la transformación de Boltzmann: $\lambda, =xt^{0.5}$, reduce el planteamiento a una ecuación diferencial ordinaria que plantea θ como función de λ ,

$$-\frac{\lambda}{2} \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{d\lambda} \left[D(\theta) \frac{d\theta}{d\lambda} \right] \tag{3}$$

con las siguientes condiciones inicial y de contorno:

$$\begin{aligned} \theta &\rightarrow \theta_i & \lambda &\rightarrow \infty \\ \theta &= \theta_0 & \lambda &= 0 \end{aligned} \tag{4}$$

siendo λ , una función de θ , θ_i el contenido inicial de humedad del suelo ($t=0$) y θ_0 el contenido de humedad en $x=0$. La solución para D(θ) viene dada por:

$$D(\theta) = -\frac{1}{2} \frac{d\lambda}{d\theta} \int_{\theta_i}^{\theta} \lambda \, d\theta \tag{5}$$

Esta expresión permite conocer θ para un tiempo y una distancia determinados. En la práctica, se obtienen medidas experimentales de θ frente a λ , (o

distribuciones del contenido de humedad con la distancia) calculando posteriormente D a partir de esos datos (Figura 1). Sin embargo, dada la dispersión que habitualmente presentan los valores experimentales, el cálculo de las derivadas $d\theta/d\lambda$, a través del análisis de los datos puede conducir a valores de la difusividad muy diferentes (Warrick, 1994). Una alternativa a este procedimiento consiste en generar una función empírica y ajustar los puntos experimentales empleando un algoritmo de cálculo. Existen varios modelos de funciones hidráulicas que han sido aplicados con éxito en problemas de infiltración (e.g. Gardner, 1958; Russo, 1988; van Genuchten 1980; etc.). Una comparativa de varios modelos numéricos con diferentes discretizaciones de la ecuación (1) puede encontrarse en Haverkamp *et al.* (1977); y la comparación de varias funciones hidráulicas puede encontrarse en Warrick (1994) y Alessi *et al.* (1992).

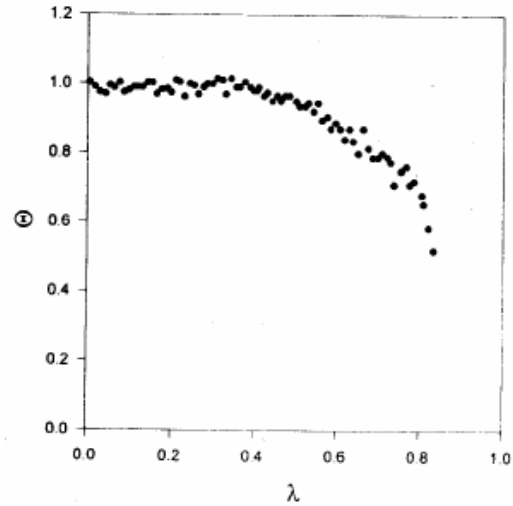


Figura 1. Contenido de humedad normalizado (θ) vs. variable de Boltzmann (λ) para un experimento en suelo franco arenoso (datos de Nielsen, et al, 1962).

DESCRIPCIÓN DE LAS REDES NEURALES

Las redes neurales son modelos matemáticos de sistemas neurales biológicos. Aunque se trata de una simplificación muy grosera, la aplicación de estos modelos ha mostrado que las RNAs presentan ventajas e inconvenientes en las mismos puntos que los humanos. Por ejemplo, son excelentes en el tratamiento de la lógica difusa, reconocimiento de patrones o ajustes altamente no lineales y por el contrario sus resultados en cálculos matemáticos precisos son muy pobres. Las redes neurales constituyen una alternativa a los métodos tradicionales de estimación de la infiltración mediante modelos matemáticos, por la posibilidad que ofrecen

para representar la relación $D=f(\theta)$, o directamente para relacionar $\theta=f(\lambda)$ como solución de la ecuación 3. En general, una red neural consiste en el establecimiento de un conjunto de unidades de proceso (nodos o neuronas) agrupadas en varias capas e interconectadas entre

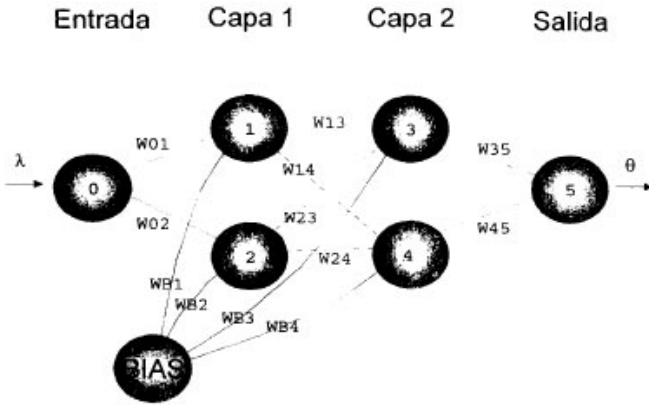


Figura 2. Esquema de una RNA 1-2-2-1 (un nodo de entrada, dos capas intermedias de dos nodos cada una y un nodo de salida). Cada neurona está conectada a todas las de la capa anterior mediante un coeficiente de peso. Se ha representado además la existencia de una neurona adicional conectada a todas las capas intermedias, denominada BIAS.

sí (Figura 2).

Las neuronas de entrada reciben los datos de partida, sin llevar a cabo ninguna operación matemática, solamente transfieren los valores a la siguiente capa. Cada neurona de las capas intermedias realiza la suma de los valores ponderados sobre los datos que recibe como entrada y calcula una respuesta con su propia función de transferencia. Esta respuesta es transmitida a cada una de las neuronas de la siguiente capa, que vuelve a efectuar la misma operación hasta alcanzar a las neuronas de la capa de salida (Bhagat, 1990).

Las principales características de una RNA son su arquitectura (número de capas y distribución de las neuronas en cada capa), la función de transferencia de las neuronas (respuesta a la suma ponderada de sus entradas) y el algoritmo utilizado para el ajuste de los coeficientes ponderales de la red (Jansson, 1991).

Al procedimiento de ajuste de los coeficientes ponderales de la red para que su salida se ajuste a un objetivo dado, se denomina aprendizaje. Este proceso consiste en un cálculo iterativo en el que un conjunto de pares de datos (entradas, salidas objetivo) son procesados comparando la respuesta calculada por la red con la salida objetivo correspondiente y ajustando los coeficientes de peso de las neuronas de la red para

minimizar la diferencia entre la respuesta de la red y la salida objetivo. Uno de los algoritmos de aprendizaje más utilizados es el método de retropropagación (back-propagation), que realiza un ajuste de los coeficientes desde la capa de salida hasta la entrada (Venkatasubramanian y Chang, 1989).

La selección de la función de transferencia de las neuronas ofrece varias alternativas (tangentes hiperbólicas, sigmoides, etc.), en general no se ha demostrado que alguna sea superior a otra, aunque factores como la simetría de los datos han mostrado una gran influencia en la utilización de estos algoritmos (Li *et al.*, 1993). En este trabajo, hemos utilizado como función de transferencia para cada neurona:

$$F(I) = \frac{1}{1 + e^{-I}} \quad (6)$$

donde I representa la entrada total para una neurona (la suma ponderada de las salidas de la capa anterior). La ecuación 6 se ha seleccionado en base a que, la respuesta de cada neurona de la red (incluida la salida), se encontrará entonces en el intervalo $(0,1)$ para cualquier entrada $(-\infty, \infty)$, lo que es coherente con la normalización de los datos experimentales de la que se hace uso en este trabajo.

Excepto para la capa de entrada, cada neurona estima su valor de entrada I a partir de las salidas de las neuronas de la capa anterior:

$$I_q = \sum_{p=1}^N x_p w_{pq} \quad (7)$$

en donde I_q es la entrada de la neurona 'q', x_p son las salidas de cada neurona 'p' de la capa anterior, N el número de neuronas en la capa anterior y w_{pq} es el coeficiente de peso para la salida de la neurona 'p' de la capa anterior hacia la neurona 'q'.

A cada coeficiente de peso w_{pq} le es asignado inicialmente un valor aleatorio que ha de ser ajustado durante el proceso de aprendizaje de la red para minimizar la diferencia entre la respuesta de la red y la salida objetivo. El método más utilizado consiste en modificar progresivamente los coeficientes de peso desde la capa de salida hasta la de entrada, propagando el error en sentido inverso al cálculo de la red. Este procedimiento se repite con todos los pares de datos

iterativamente, hasta que se converge en un conjunto final de coeficientes de peso que pueden ser utilizados posteriormente en el cálculo de la respuesta de la red. La señal de error para cada neurona de la última capa es estimada a partir de la ecuación:

$$\delta_{i,p} = (T_{i,p} - F_{i,p})f'(I_{i,p}) \quad (8)$$

donde $T_{i,p}$ es la salida objetivo para la neurona 'i' y par de datos 'p' (entrada-salida), $F_{i,p}$ es la salida de dicha neurona y $f'(I_{i,p})$ es la derivada de la sigmoide utilizada como función de transferencia para la neurona 'i'. El cambio en el coeficiente de peso que une la neurona 'i' con la neurona 'j' se calcula iterativamente, a partir de la expresión:

$$\Delta_{n+1}W_{ji} = \beta(\delta_{i,p}O_{i,p}) + \alpha\Delta_nW_{ji} \quad (9)$$

donde α y β son dos coeficientes denominados velocidad de aprendizaje y momento, respectivamente, $O_{i,p}$ es la salida de la neurona 'i' para el par de datos 'p' y n es el índice de la iteración. Para las capas intermedias, la señal de error se estima a partir de la expresión:

$$\delta_{i,p} = f'(I_{i,p}) \sum_k (\delta_{kp}W_{ik}) \quad (10)$$

donde 'k' es la neurona a la cual la neurona 'i' en una capa intermedia envía su salida.

MATERIALES Y MÉTODOS

Representación mediante RNAs de la relación $D=f(\theta)$ y estudio de la influencia de la arquitectura de las redes

Para favorecer el proceso de aprendizaje es aconsejable utilizar un gran conjunto de pares de datos (D,θ). Este hecho favorece además una evaluación rigurosa de factores como incidencia de la arquitectura de la red, función de transferencia, parámetros de aprendizaje, etc. Para abordar este objetivo se utilizaron datos sintéticos de D(θ) (generados a partir de modelos matemáticos), lo que permitió la disposición de un número muy superior de pares de datos, costosos de obtener experimentalmente. Se ha seleccionado la ecuación de van Genuchten (1980) basada en el modelo de Mualem, que es uno de los más aceptados por su fidelidad en la representación de los datos experimentales. En este caso, la difusividad hidráulica viene dada por:

$$D(\theta) = \frac{(1-m)K_s}{\alpha m(\theta_s - \theta_r)} \theta^{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{m}\right)} \left[\left(1 - \theta^{\frac{1}{m}}\right)^{-m} + \left(1 - \theta^{\frac{1}{m}}\right)^m - 2 \right] \quad (11)$$

donde K_s es la conductividad hidráulica a saturación, α y m son dos parámetros, y Θ se obtiene normalizando el contenido de humedad θ (L^3/L^3), empleando el contenido a saturación (θ_s) y el contenido residual (θ_r):

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (12)$$

Dada la forma de la función de transferencia (ec. 6), los valores de la difusividad hidráulica fueron normalizados antes de ser procesados por las diferentes RNAs, de esta manera se hace coherente con el intervalo de respuesta de la neurona de la salida.

Predicción de la infiltración a partir del ajuste de datos experimentales

Para mostrar la capacidad de las RNAs en la predicción del contenido de humedad en experiencias de infiltración, se utilizaron los datos publicados por Nielsen *et al.*, 1962, correspondientes a una experiencia realizada en suelo franco arenoso. Los datos de contenido de humedad normalizado (Θ) se ajustaron frente a la variable de transformación de Boltzmann (λ). Estos mismos datos han sido utilizados repetidamente en la literatura para el ensayo de metodologías de ajuste de los perfiles de contenido de humedad en suelos (Meyer y Warrick, 1990; Warrick, 1994). Para comparar el resultado del ajuste proporcionado por las RNAs con los publicados en dichos trabajos, la estimación del error de la respuesta de la red se completó con la evaluación de la suma de la desviación cuadrática para todos los puntos del ajuste, dada por:

$$SSA = \sum_{i=1}^N (\Theta_i - \Theta_i^*)^2 \quad (13)$$

siendo Θ el valor del contenido de humedad experimental normalizado y Θ^* el valor obtenido mediante el ajuste.

Tanto en el ajuste de la difusividad hidráulica con el contenido de humedad como en la predicción de la infiltración, las RNAs fueron generadas y optimizadas a partir del código 'BPNNE' (Back Propagation Neural Net Engine, Shu-pui, 1992) desarrollado en lenguaje 'C', con ligeras modificaciones en los criterios de optimización y funciones de transferencia. El aprendizaje se prolongó, para cada RNA ensayada, hasta obtener un valor prácticamente constante del error absoluto medio en la estimación de cada punto. También, como referencia de la rapidez en el aprendizaje, se tenía en cuenta el tiempo en alcanzar

un error absoluto medio inferior a 0.001. Todos los programas fueron ejecutados en un ordenador compatible IBM-PC/DX2 (66MHz).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Tabla 1 se muestran los resultados obtenidos con redes de diferentes arquitecturas. en el tratamiento de la relación $D = f(\theta)$. Para seleccionar la arquitectura óptima, se partió de la RNA 1-1-1 (que consiste en una neurona de entrada, una capa intermedia con una neurona y una neurona de salida), aumentando el

La precisión con la que la red 1-2-1 describe la relación de la difusividad hidráulica con el contenido de humedad es suficiente para ser utilizada en la resolución numérica de la ecuación 3. En la figura 3 se muestran los resultados del ajuste de esta red comparada con la óptima encontrada (1-2-2-1) y el resultado de la RNA de arquitectura más sencilla (1-1-1). En este caso, las ventajas del procedimiento descrito frente al uso de los modelos clásicos son principalmente conceptuales. Aunque las RNAs pueden disminuir los errores en los ajustes de funciones $D(\theta)$, dichos errores son despreciables frente a la variabilidad de los experimentos en campo. Sin embargo, la utilización de las RNAs

Tabla 1. Resultados del ajuste de la Difusividad hidráulica normalizada frente al contenido de humedad, con RNAs de diferente arquitectura.

RED	Tiempo (seg) (err = 0.001)	Ciclos aprendizaje (err = 0.001)	Err. mínimo	Ciclos aprendizaje (err. mínimo)
1-1-1	∞	∞	0.0011	≈ 4000
1-2-1	13	4110	0.00007	> 15000
1-3-1	16	4050	0.000065	> 15000
1-1-2-1	∞	∞	<0.001	
1-2-1-1	28	7310	0.00008	> 15000
1-2-2-1	17	3760	0.00001	11730

número de capas intermedias y el número de neuronas por capa con el objetivo de buscar la RNA más sencilla que reprodujese con fidelidad la curva $D(\theta)$. Los resultados fueron muy aceptables con la RNA 1-2-1, obteniendo un error absoluto medio de $7 \cdot 10^{-5}$. Es de destacar en que en este caso tan sólo se dispone de tres neuronas que efectúan cálculo (la neurona de entrada hace funciones de búffer). Con la red 1-3-1 no se obtienen mejoras considerables, sin embargo, el tiempo de aprendizaje aumenta a un 123% con un número aproximadamente igual de ciclos (iteraciones en el aprendizaje). La inclusión de una capa intermedia adicional no mejora los resultados en los casos de las redes 1-1-2-1 y 1-2-1-1. En este último caso, es de destacar, que la red 1-2-1-1 además de no mejorar los resultados de la red 1-2-1, requiere más tiempo (un 215% superior) y más ciclos de aprendizaje para alcanzar un error fijado. El óptimo de comportamiento se encuentra en la red 1-2-2-1 en la que, a costa de un tiempo de aprendizaje superior a la red 1-2-1 (131%), se alcanza un error absoluto medio de 10^{-5} . Contemplar la posibilidad de redes más complejas no tiene sentido en este caso, puesto que este error es ya muy satisfactorio y el tiempo de aprendizaje es razonable.

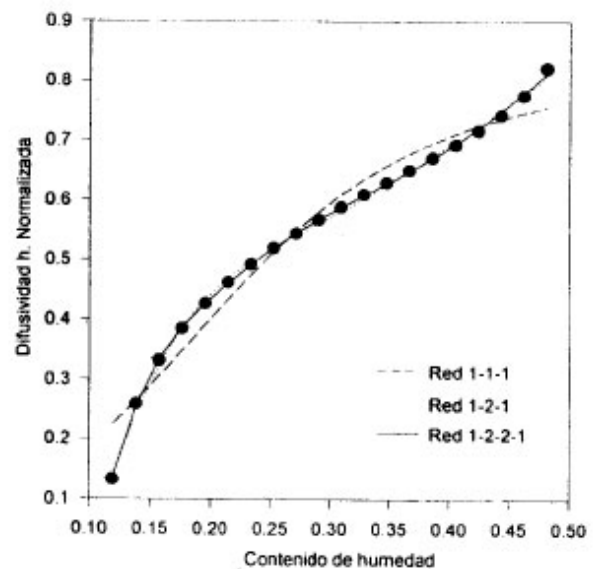


Figura 3. Resultados del ajuste de la curva Difusividad hidráulica normalizada vs. contenido de humedad (θ) mediante RNA con varias arquitecturas. Los puntos representan datos obtenidos mediante el modelo de van Genuchten (1980), $\alpha=0.005 \text{ cm}^{-1}$, $n=2$, $K_s = 100 \text{ cm/d}$, $\theta_r=0.1 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$, $\theta_s=0.5 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$, $MAX=6.0$.

no exige el enunciado de una forma empírica de la relación $D = f(\Theta)$, por lo que puede adaptarse a un intervalo de comportamientos mucho mayor, lo que implica que los resultados siempre serán comparables o superiores a los obtenidos con el modelo clásico que mejor reproduzca en cada situación los datos experimentales.

El hecho de que hayan sido utilizados datos generados a partir de la expresión de van Genuchten (1980) en lugar de datos experimentales para el aprendizaje de las RNAs utilizadas en este punto, ofrece mayor rigor en la comparación de resultados obtenidos con diferentes arquitecturas, evitando problemas de ajustes en exceso (overfitting) a la dispersión de los datos experimentales (Li *et al.*, 1993).

Para comprobar la capacidad de las RNAs en la representación de los perfiles de humedad resultantes en experimentos de infiltración se utilizaron diferentes arquitecturas, siguiendo el mismo procedimiento descrito en el caso anterior. Los mejores resultados (en términos de error de la respuesta de la red frente a los datos experimentales y

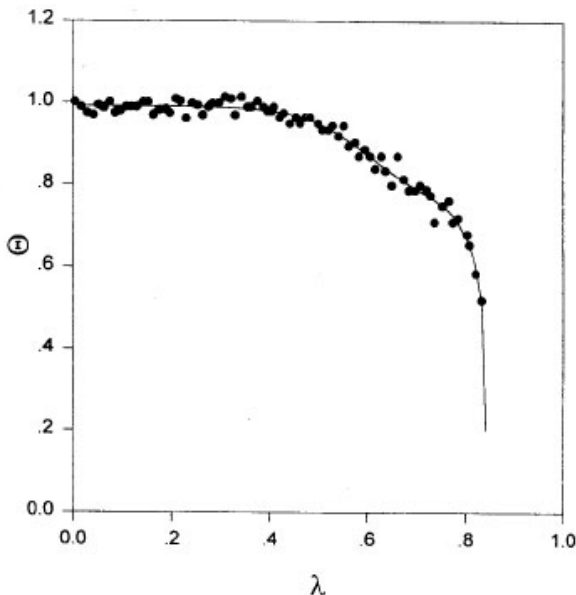


Figura 4. Modelización del contenido de humedad vs. la variable de Boltzmann con la RNA 1-2-2-1. Los puntos representan valores experimentales y la línea continua los resultados de la RNA

siempre buscando la arquitectura más sencilla posible) fueron obtenidos, una vez más, con una RNA de 4 capas, de arquitectura 1-2-2-1. En este caso, además de las 2 neuronas en cada una de las dos capas intermedias y los nodos de entrada y salida, se utilizó una nueva neurona conectada a todas las componentes.

Tabla 2. Valores de los coeficientes ponderales que relacionan las salidas de los nodos de una capa con cada una de los de la capa siguiente (ec. 6 y Fig. 2) para predicción del contenido de humedad normalizado frente a la variable de Boltzmann (RNA 1-2-2-1).

CAPA 1		CAPA 2		SALIDA	
$W_{0 \rightarrow 1}$	37.3141	$W_{1 \rightarrow 3}$	1.0929	$W_{3 \rightarrow 5}$	-11.2194
$W_{B \rightarrow 1}$	-31.6228	$W_{2 \rightarrow 3}$	1.4621	$W_{4 \rightarrow 5}$	16.2289
$W_{0 \rightarrow 2}$	10.9344	$W_{B \rightarrow 3}$	-0.4616	$W_{B \rightarrow 5}$	-7.0747
$W_{B \rightarrow 2}$	-5.6347	$W_{1 \rightarrow 4}$	-29.2150		
		$W_{2 \rightarrow 4}$	0.7529		
		$W_{B \rightarrow 3}$	-7.0748		

de las capas intermedias, denominada BIAS, que mejoró notablemente el rendimiento de las redes. Esta neurona no dispone de ninguna entrada, y produce una salida idéntica para cada neurona de las capas intermedias, a las que se encuentra conectada con diferentes coeficientes de peso.

Esta neurona ha sido utilizada habitualmente con éxito en aplicaciones de RNA (Baghat, 1990), su única función consiste en aportar una nueva contribución a las entradas de los nodos intermedios para mejorar el proceso y resultado del ajuste. La arquitectura final de la red es la mostrada anteriormente en la Figura 2.

En la Tabla 2 se muestran los valores de los coeficientes de la red utilizada para el ajuste. La primera columna de datos muestra los valores de los coeficientes de la primera capa intermedia (neuronas 1 y 2), incluyendo las conexiones con la neurona de entrada y la neurona BIAS. La segunda columna muestra los coeficientes de las neuronas de la segunda capa, con tres entradas por nodo: una por cada neurona de la capa anterior más la neurona BIAS. La tercera columna muestra los

coeficientes de la neurona de salida. La Figura 4 muestra los resultados de la modelización del contenido de humedad normalizado en función de la variable de Boltzmann, obtenidos con la RNA descrita en la Tabla 2.

La representación de los datos obtenida con este método es muy buena en todo el rango de contenido de humedad. La suma de la desviación cuadrática (SSA) es, para este ejemplo 0.020, frente a los valores publicados recientemente por Warrick (1994) de 0.068 para ajustes óptimos según el modelo de van Genuchten (1980), 0.080 para el modelo de Gardner (1958) y Russo (1988) y 0.120 para el modelo de Fujita (1952) y Broadbridge y White (1987).

CONCLUSIONES

La metodología basada en RNAs constituye un procedimiento muy sencillo y eficaz para la modelización de perfiles de humedad frente a la variable de Boltzmann o distancia. La utilización de redes neurales muy sencillas proporciona excelentes resultados tanto para establecer la relación entre la difusividad hidráulica y la humedad del suelo, como para la representación directa de la infiltración, mostrándose el comportamiento de esta metodología superior al obtenido con métodos clásicos. Una ventaja adicional consiste en que los datos experimentales pueden ser utilizados directamente, sin la necesidad de un tratamiento previo de suavizado. Por otra parte, no es necesario enunciar ningún modelo empírico de comportamiento para la modelización de la variación de la Difusividad hidráulica frente al contenido de humedad, lo que dota de mayor generalidad a la metodología de modelización o de tratamiento de datos basada en RNAs.

LISTA DE SÍMBOLOS

D: Difusividad hidráulica (L^2/T).
 F: Función de transferencia de las neuronas
 I: Valor de entrada para las neuronas
 K_s : Conductividad hidráulica del suelo a saturación.
 m: coeficiente de la ec. de van Genuchten (1980).
 t: tiempo (T)
 x: Distancia (L).
 W: coeficiente ponderal de una conexión entre dos neuronas.
 α : coeficiente de la ec. de van Genuchten (1980).
 Θ : Contenido de humedad normalizado (valores

experimental)

Θ^* : Contenido de humedad normalizado (valor ajustado).
 θ : contenido de humedad del suelo (L^3/L^3)
 θ_{hum} : contenido de humedad del suelo (conocida) en $x=0, t>0$ (L^3/L^3)
 θ_r : contenido residual de humedad del suelo (L^3/L^3)
 θ_s : contenido de humedad del suelo a saturación (L^3/L^3)
 θ_{sec0} : contenido de humedad del suelo inicial (conocido), en $x>0, t=0$ (L^3/L^3)
 λ : variable de transformación de Boltzmann

REFERENCIAS

- Alvarez J., R. De Miguel, F. A. Mato, F. Sobrón y J. Atienza. (1993). Reconocimiento de texturas de suelos por redes neurales. EFCE Publication Series. 101:13-18
- Alessi S., L. Prunty, y W. M. Schuh. (1992). *Infiltration simulations among five hydraulic property models*. Soil Sci. Soc. Am. J. 56:675-682.
- Bhagat, P. (1990). An Introduction to Neural Nets. Chemical Engn. Progress (August issue):55-60.
- Bradbridge, P., y J. White. (1987). *Time to ponding comparison of analytical, quasy-analytic, and approximate solutions*. Water Resour. Res. 23:2302-2310.
- Fujita, H. (1952). The exact pattern of concentration-dependent diffusion on a semi-infinite medium. II. Textile Res. J. 22:823-827.
- Gardner, W.R. (1958). *Some Steady state solutions of unsaturated moisture flow equations with application to evaporation from a water table*. Soil Sci. 85:228-232.
- Haverkamp, R., M. Vauclin, J. Touma, P.J. Wierenga, y G. Vachaud. (1977). *A comparison of numerical simulation models for one-dimensional infiltration*. Soil Sci. Soc. Am. J., 41:285-294.
- Jansson, P.A., (1991). *Neural Networks: An overview*. Anal. Chem. 63:357A-362A.
- Li, Z., Cheng, Z., Xu, L., y Li, T. (1993). *Nonlinear fitting by using a Neural Net algorithm*. Anal. Chem. 65:393-396.

DESCRIPCIÓN DE LOS PROCESOS DE INFILTRACIÓN

- Meyer, J.J., y Warrick, A.W. (1990). *Analytical expression for soil diffusivity derived from horizontal infiltration experiments*. Soil Sci. Soc. Am. J. 54:1547-1552.
- Nielsen, D.R., J.W. Biggar, y J.M. Davidson. (1962). *Experimental consideration of diffusion analysis in unsaturated flow problems*. Soil Sci. Soc. Am. Proc. 26:107-111.
- Richards, L.A. (1931). *Capillary conduction of liquid through porous media*. Physics (New York) 1:318-333.
- Russo, D. (1988). *Determining soil hydraulic properties by parameter estimation: On the selection of a model for the hydraulic properties*. Water Resour. Res. 24:453-459.
- Shu-pui, P.K., (1992). Back Propagation Neural Net Engine v1.32u. Patrick Ko. No.11, 14 ST., Hong Lok Yuen, Tai Po, Hong Kong. (ko053ucs19.cuhk.EDU.hk).
- Van Genuchten, M. Th. (1980). *A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils*. Soil Sci. Soc. Am. J. 44:892-898.
- Venkatasubramanian, V., y K. Chan (1989). *A Neural Network methodology for process default diagnosis*. AIChE Journal. 35:1993-2002.
- Warrick, A.W. (1994). *Soil Water diffusivity estimates from one-dimensional absorption experiments*. Soil Sci. Soc. Am. J. 58:72-77.