

MODELO PARA SIMULAR LA EVOLUCIÓN DEL OXÍGENO DISUELTO EN EMBALSES

Jorge L. de Victorica Almeida
Investigador del Instituto de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México

RESUMEN: En este trabajo se plantea un modelo explícito, en un esquema de diferencias finitas, para estudiar la evolución del oxígeno disuelto (*OD*) en embalses. Está conformado por las ecuaciones de transporte y cinéticas de los principales procesos de producción y decaimiento del *OD* dentro del agua. Se considera como fuente de *OD* el que se produce vía fotosíntesis y como sumideros el *OD* requerido para la respiración de los microorganismos que llevan a cabo la degradación del material orgánico, tanto del que ingrese por los tributarios, como para el que se genere dentro de él por la muerte del fitoplancton. En las ecuaciones cinéticas se consideran los efectos de la luz y la temperatura. Al modelo, aunque se conformó específicamente para analizar la evolución del *OD* en la presa hidroeléctrica Aguamilpa, en el estado de Nayarit, México, se le pueden hacer ajustes para aplicarlo a otros embalses y/o incorporarle las ecuaciones que describen la cinética de otros parámetros de la calidad del agua, como son nitrógeno y fósforo, que están íntimamente relacionados con el proceso de eutrofización, fenómeno característico en la mayoría de los embalses mexicanos.

INTRODUCCIÓN

El conjunto de características físicas químicas y biológicas de un determinado tipo de agua define su calidad. En los embalses, por ser sistemas abiertos, estos componentes no permanecen estáticos, sino que tienen una dinámica particular e interactúan de tal manera que favorecen el establecimiento de procesos físicos, químicos y biológicos que dan lugar a cambios en el comportamiento de esa calidad. La magnitud de tales cambios suele ser controlada de manera natural por mecanismos de autoregulación o recuperación que los mantiene dentro de ciertos ámbitos de variación que conocemos como equilibrio del ecosistema acuático.

Sin embargo, este equilibrio puede ser alterado por

factores naturales externos al cuerpo de agua en cuestión, o como ha sido el caso más frecuente, por la incorporación de la materia orgánica contenida en las aguas residuales producto de las actividades humanas.

El interés científico por predecir tales efectos dio lugar a que en los años veinte se iniciaran los primeros estudios para conocer la dinámica de los procesos arriba señalados. Uno de los principales resultados de lo anterior, fue el clásico modelo desarrollado por Streeter-Phelps para analizar la capacidad de autodepuración del río Ohio, en EEUU. Este modelo constituyó el punto de partida para la estructuración de los modelos de oxígeno disuelto, y en general de los de calidad del agua en las corrientes. Algunos de los modelos desarrollados a partir del de Streeter- Phelps, son el de R.V. Thomann (1972), los DOSAG y los

Artículo recibido el 25 de noviembre de 1995 y aceptado para su publicación el 24 de mayo de 1995. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo. En el caso de ser aceptadas, las discusiones serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores en el primer número de la revista que aparezca una vez transcurrido el plazo indicado.

QUAL (Krenkel, P.A., 1980; Orlob, G.T., 1983), de utilidad para analizar, además del comportamiento del *OD*, el del efecto de la carga de nutrientes sobre las fuentes de oxígeno en las corrientes bajo condiciones transitorias y estacionarias. Estos modelos y el avance en el conocimiento de la dinámica de los procesos biológicos, hizo posible el desarrollo de otros modelos para estudiar diversos problemas de contaminación del agua en los lagos y embalses. Por ejemplo, los desarrollados por la U.S. Environmental Protection Agency (EXAMS-II, WASTOX, MINTEQ, WASP, etc) diseñados para simular la interacción entre los nutrientes, fitoplancton, material carbonoso y *OD* en un sistema acuático, así como para analizar, conjunta o independientemente, el transporte y la transformación de compuestos químicos tóxicos (no más de tres), en sus fases líquidas o sólidas, incluyendo la posibilidad de transferencia entre ellas o de degradación por algún proceso biológico o químico, tales como la adsorción, ionización, volatilización y oxidación química (EPA, 1976 y 1988).

Estos pocos ejemplos hablan de un gran avance en la formulación de modelos para simular la evolución de la calidad del agua; sin embargo, el alto grado de complejidad de la estructura y dinámica de los sistemas acuáticos, aunado a su carácter estocástico natural, ha impedido la formulación de un modelo dinámico completo de aplicación general. También resalta el hecho de que, aunque la mayoría de los modelos parten de lo mismo, no sólo existen diferencias entre ellos en cuanto su complejidad, sino además, controversias en cuanto a su estructura matemática para abordar un mismo problema. Otro aspecto importante que debe señalarse es el relativo a las dificultades, si no es que a la imposibilidad, de adaptar los modelos ya desarrollados para estudios de casos diferentes para los cuales fueron formulados. Esta restricción se debe principalmente tanto a la gran cantidad de trabajo que implica su adaptación, como a la carencia de información de entrada que requieren para su uso. En consecuencia los modelos de calidad del agua, en general, deben estructurarse de acuerdo con la naturaleza de los problemas por resolver y de la disponibilidad de la información necesaria para su aplicación.

En cuanto a los principales procesos que intervienen en la evolución de *OD* en los embalses, el primer efecto de la incorporación de la materia orgánica se manifiesta en una disminución de la concentración del oxígeno disuelto (*OD*) en el seno del agua, y si ésta no satisface las necesidades de oxígeno para la respiración (demanda bioquímica de oxígeno, *DBO*) de los microorganismos aerobios presentes -entre los que se encuentran los que llevan a cabo la oxidación biológica de los desechos orgánicos- el embalse tenderá a la anoxia y por ende, a la mortalidad de los peces, a la producción de olores ofensivos y problemas de tipo

estético, lo cual restringe o inutiliza los posibles usos del embalse.

Otra característica de estos cuerpos de agua es que, debido a la lentitud con que transita el agua dentro de ellos, tienen valores de rapidez de dilución (relación del flujo entre el volumen) comparables con la rapidez de crecimiento de los microorganismos capaces de introducir oxígeno al embalse (algas), por lo cual, mientras que en los ríos la compensación del consumo de *OD* se realiza principalmente por difusión del oxígeno atmosférico en el agua, en los embalses el *OD* proviene, casi en su totalidad, del proceso fotosintético. Por esta razón, mientras la presencia de bacterias coliformes en el agua se utiliza como variable sustituta para predecir los riesgos de enfermedades infecciosas para la salud pública, el *OD* constituye la variable sustituta para predecir el estado de salud general de los ecosistemas acuáticos.

Además de estos procesos, otras variables que influyen en la evolución del *OD* en los embalses son la temperatura, la intensidad de la luz y la concentración de nutrientes, tales como el nitrógeno y el fósforo.

CONFORMACIÓN DEL MODELO

a) Ecuaciones cinéticas

Dado que en la mayoría de los embalses mexicanos la compensación de oxígeno producido vía fotosíntesis domina sobre la oxigenación por reairación y que las concentraciones de los nutrientes tales como el nitrógeno y el fósforo no son un factor limitante para el crecimiento del fitoplancton, la ecuación cinética que describe el cambio de la concentración del *OD* en el tiempo, considerando los efectos de la intensidad de la luz y la temperatura en la columna de agua es:

$$\frac{\partial OD}{\partial t} = \alpha [C_m \cdot F(I)_{(z)} - D_p] P \cdot F(T)_{(z)} - k_1 DBO \cdot F_1(T)_{(z)} \quad (1)$$

La ecuación anterior también implica una ecuación cinética para los cambios de la *DBO*, representados por el segundo término; tal ecuación es:

$$\frac{\partial DBO}{\partial t} = -(k_1 DBO) F_1(T)_{(z)} + (\alpha_1 D_p P) F(T)_{(z)} \quad (2)$$

En la ecuación 1 el coeficiente $F(I)_{(z)}$ es una función que combina la ecuación de Steele y la de transmisión de la luz de Lambert-Beer (Chapra y Reckhow, 1983), que permite ajustar la tasa de crecimiento del fitoplancton C_m por efectos de la intensidad de la luz en la columna de agua:

$$F(I)_{(z)} = \frac{I_0 \exp(-\eta z)}{I_s} \exp \left[-\frac{I_0 \exp(-\eta z)}{I_s} + 1 \right] \quad (3)$$

En esta ecuación, la intensidad de saturación de la luz I_s es la magnitud de la intensidad de la radiación solar neta I_0 que llega a la superficie del agua a la cual la tasa de crecimiento del fitoplancton C_m , contenida en la ecuación 1, es máxima; a intensidades de I_0 mayores a I_s , se inhibe el crecimiento. En relación con esto, cabe señalar que también existe una intensidad de compensación I_c igual a la de I_0 en la que la magnitud de C_m iguala a la de la tasa de mortandad D_p del fitoplancton, y por ende la producción neta de oxígeno debida a la fotosíntesis es cero.

De acuerdo con lo anterior, para la ecuación 3 es necesario establecer los siguientes límites:

$$F(I)_{(z)} = 1 \text{ para } I_0 > I_s$$

$$F(I)_{(z)} = 0 \text{ para } I_0 \leq I_c$$

Por otra parte, I_0 depende de la región geográfica y características de la atmósfera donde se ubique el embalse, y su magnitud puede estimarse de diversas formas, dependiendo del grado de precisión deseada e información disponible; así, para algunos propósitos basta con hacer mediciones continuas durante algún período de interés y obtener su promedio, o usar, si existe, la información de radiación solar global que reporte la literatura para la zona en estudio. Otra manera de estimar la variabilidad de I_0 es mediante algún modelo de radiación, como el desarrollado en el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (de Victorica, 1988), el cual con base en algunas de las relaciones obtenidas por Ryan y Harleman (1973) y por la TVA Engineering Laboratory (1972), permiten cuantificar la magnitud de I_0 con suficiente aproximación, desde el punto de vista práctico, para cualquier localidad geográfica y día del año, requiriendo para ello, información del tipo que normalmente se obtiene en las estaciones climatológicas y meteorológicas. En las referencias arriba señaladas puede verse con detalle la estructura del modelo, aquí para limitar la extensión del artículo, solamente se presenta su forma y en la lista de símbolos, el significado de los parámetros contenidos en él:

$$I_0 = (1 - 0.65 N^2)(1 - R_{(t)}) q_0 \frac{a'' + 0.5 (1 - a' - d) - 0.5 da}{1 - 0.5 R_g (1 - a' + ds)} \quad (4)$$

Por otro lado, debido a que casi toda la radiación solar fuera del rango visible - 400nm-770nm - (Reid & Wood, 1976) que llega a la superficie del agua se absorbe en los primeros centímetros bajo a superficie, conviene introducir un factor β , adimensional, que considere dicha absorción (TVA, 1972):

$$\beta = \frac{I_a}{I_0} \quad (5)$$

donde I_a , es la radiación solar total que se absorbe, e igual a βI_0 , por lo que la radiación que penetra será $(I-\beta)I_0$. Reemplazando en la ecuación 3 el término I_0 por esta relación, se tendrá una ecuación más precisa para calcular la magnitud de la radiación solar que penetra en el agua.

Por su parte, los parámetros β y η dependen de las propiedades ópticas del agua, como la turbiedad, contenido de material particulado en suspensión y el color; por ello, sus valores deben ser medidos y no supuestos. En la tabla 1 se presentan algunos valores de β y η para varios tipos de agua (TVA, 1972).

En lo que concierne a la temperatura, para tomar en cuenta sus efectos sobre la rapidez con que proceden los procesos biológicos, se han formulado diversas ecuaciones; de ellas, la expresión termodinámica de Vant't Hoff-Arrhenius es la más aceptada, y establece que el cambio en la rapidez con que se efectúa una reacción química o bioquímica, por efecto de la temperatura, puede cuantificarse con la siguiente ecuación (Metcalf & Eddy, 1979):

$$k_2 = k_1 \theta^{(T_2 - T_1)} \quad (6)$$

Tabla 1. Valores de los coeficientes β y η para algunos tipos de agua

TIPO DE AGUA	β (adimens.)	η (l/m)
Agua pura	0.63	0.052
Agua oceánica clara	0.64	0.081
Agua oceánica (promedio)	0.68	0.122
Agua marina costera (promedio)	0.69	0.325
Agua marina costera turbia	0.69	0.425
Lago Mendota	0.58	0.720
Lago Trout	0.50	1.400
Lago Big Ridge	0.24	1.110

En la ecuación anterior las k 's son las tasas de reacción evaluadas a las temperaturas T_1 y T_2 ; y θ , habitualmente llamado coeficiente de temperatura, es un parámetro característico para cada población microbiana, por lo que debe medirse o seleccionarse con precaución.

Por otra parte, haciendo $T_2 = T_{(z)}$ en el término $\theta^{(T_2 - T_1)}$ contenido en la ecuación 6, se obtienen los coeficientes $F(T)_{(z)}$ y $F_1(T)_{(z)}$ de las ecuaciones (1) y (2):

$$F(T)_{(z)} = \theta^{[T_{(z)} - 25]} \quad (7)$$

$$F_1(T)_{(z)} = \theta_1^{[T_{(z)} - 25]} \quad (8)$$

para corregir, por temperatura, las tasas de crecimiento C_m y mortandad D_p del fitoplancton y de decaimiento k_I de la DBO, respectivamente.

En las ecuaciones anteriores, $T_{(z)}$ es la temperatura a una determinada profundidad en la columna de agua del embalse; y dado que estos sistemas son abiertos, intercambian masa y energía con su entorno, por lo que su perfil térmico es variable. Tal variabilidad puede conocerse haciendo mediciones rutinarias de la temperatura en la columna de agua, o mediante algún modelo térmico; por ejemplo, la ecuación de difusión térmica unidimensional, la cual es de utilidad práctica para determinar el comportamiento térmico de embalses en los que no existan descargas de agua caliente y en los que las corrientes convectivas generadas por los afluentes y efluentes de agua sólo sean de importancia en su entorno y por tanto, puedan ignorarse. La ecuación referida, en diferencias finitas, es (Tabor & Weinberger, 1981):

$$T_{i,m+1} = \frac{\Delta t}{\rho_{i,m} C_{p,i,m} \Delta Z^2} \left[\frac{1}{4} (K_{i+1,m} - K_{i-1,m}) (T_{i+1,m}) + K_{i,m} (T_{i+1,m} - 2T_{i,m} + T_{i-1,m}) + \left(I_{i-\frac{1}{2}} - I_{i+\frac{1}{2}} \right) \Delta Z \right] + T_{i,m}$$

donde

$$i \Delta Z = Z ; m \Delta t = t$$

Para la solución numérica de la ecuación anterior, las condiciones iniciales quedan definidas al proporcionar la distribución inicial de la temperatura en la columna de agua; es decir, al dar los valores de $T(z, t=0)$ y para las condiciones en las fronteras mediante un balance de calor entre radiación solar neta I_0 que llega a la superficie del agua, según la ecuación 4, la que sale de ella, ϕ_{br} y los calores ϕ_e y ϕ_c que se pierden por evaporación y conducción, haciendo la consideración de que las pérdidas o ganancias de calor en las fronteras rígidas pueden ignorarse. Los flujos de calor ϕ_{br} , ϕ_e y ϕ_c Pueden calcularse con las siguientes relaciones (Hiriart y Pereyra, 1980):

$$\phi_{br} = 5.49 \cdot 10^{-8} (T_s - 273.4)^4 \quad (10)$$

$$\phi_c = 4.99w (e_s - e_a) \quad (11)$$

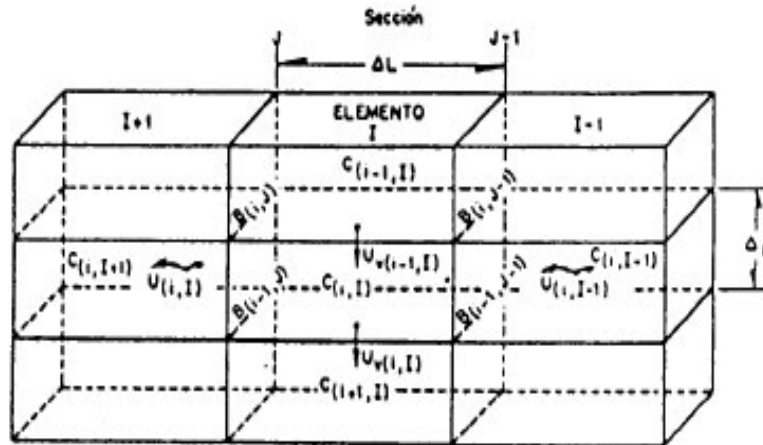
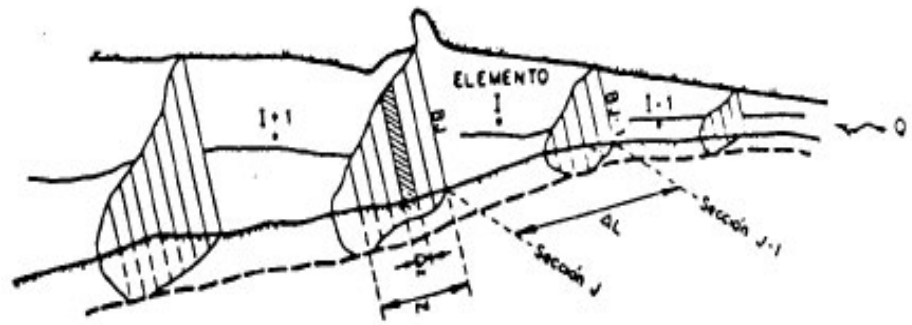


Figura 1. Esquema conceptual utilizado para el planteamiento de las ecuaciones de continuidad

$$\phi_c = 2.29w (T_s - T_a) \quad (12)$$

En las ecuaciones anteriores T_s y T_a son las temperaturas en la superficie del agua y en el aire, respectivamente. Para calcular las presiones de vapor e_a y e_s en el aire y agua, pueden usarse las siguientes expresiones (Hiriart y Pereyra, 1980):

$$e_a = \frac{H}{100} \left(162.9 \cdot 10^6 \exp \left(- \frac{4157}{T_a + 239} \right) \right) \quad (13)$$

$$e_s = 162.9 \cdot 10^6 \exp \left(\frac{4157}{T_s + 239} \right) \quad (14)$$

donde H es la humedad relativa.

b) Ecuaciones de continuidad

Las ecuaciones de continuidad resultan de hacer, en cualquier volumen de control, un balance de masas; así, de acuerdo con el esquema y nomenclatura de la Figura 1, las ecuaciones de continuidad, en un esquema de diferencias finitas, para analizar la evolución del OD y la DBO en un embalse con una relación pequeña entre el ancho de su superficie libre y su longitud como el que aquí se estudia son:

$$\left\{ \begin{aligned} OD_{(i,I)}^{(t+1)} = & OD_{(i,I)}^{(t)} + \left[\bar{B}_{(i,J-1)} U_{(i,I-1)}^{(t)} OD_{(i,I-1)}^{(t)} - \bar{B}_{(i,I)} U_{(i,I)}^{(t)} OD_{(i,I)}^{(t)} \right] \frac{\Delta Z \Delta t}{\nabla_{(i,I)}} + \\ & + \left[\bar{B}_{(i,J-1)} U_{v(i-1,I)}^{(t)} OD_{(i-1,I)}^{(t)} - \bar{B}_{(i-1,J-1)} U_{v(i,I)}^{(t)} OD_{(i,I)}^{(t)} \right] \frac{\Delta L \Delta t}{\nabla_{(i,I)}} + \\ & + \left[\alpha (C_m F(I)_{(z)} - D_p) F(T)_{(z)} P_{(i,I)}^{(t)} - k_1 DBO_{(i,I)}^{(t)} F_1(T)_{(z)} \right] \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{aligned} DBO_{(i,I)}^{(t+1)} = & DBO_{(i,I)}^{(t)} + \left[\bar{B}_{(i,J-1)} U_{(i,I-1)}^{(t)} DBO_{(i,I-1)}^{(t)} - \bar{B}_{(i,I)} U_{(i,I)}^{(t)} DBO_{(i,I)}^{(t)} \right] \frac{\Delta Z \Delta t}{\nabla_{(i,I)}} + \\ & + \left[\bar{B}_{(i,J-1)} U_{v(i-1,I)}^{(t)} DBO_{(i-1,I)}^{(t)} - \bar{B}_{(i-1,J-1)} U_{v(i,I)}^{(t)} DBO_{(i,I)}^{(t)} \right] \frac{\Delta L \Delta t}{\nabla_{(i,I)}} + \\ & + \left[k_1 DBO_{(i,I)}^{(t)} F_1(T)_{(z)} + \alpha_1 (D_p F(T)_{(z)} P_{(i,I)}^{(t)}) \right] \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

En las ecuaciones anteriores, es necesario reemplazar los términos que representan los cambios por reacción (último término del lado derecho), por las ecuaciones que producen dichos cambios en cada intervalo de tiempo Δt . Así, si se define a los términos de reacción como A y B en las ecuaciones 15 y 16 respectivamente, y si además se considera que se trata de reacciones cinéticas de primer orden, para la ecuación 15 se tiene:

$$\begin{aligned} A = & \alpha \left\{ P_{(i,I)}^{(t)} \exp C_m F(I)_{(z)} F(T)_{(z)} \Delta t \right\} - \\ & - P_{(i,I)}^{(t)} \left[1 - \exp(-D_p F(T)_{(z)} \Delta t) \right] - \\ & - DBO_{(i,I)}^{(t)} \left[1 - \exp(-k_1 F_1(T)_{(z)} \Delta t) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

y para la ecuación 16:

$$\begin{aligned} B = & DBO_{(i,I)}^{(t)} \left[1 - \exp(-k_1 F_1(T)_{(z)} \Delta t) \right] + \\ & + \alpha_1 \left\{ P_{(i,I)}^{(t)} \left[1 - \exp(-D_p F(T)_{(z)} \Delta t) \right] \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

Sustituyendo, respectivamente, las ecuaciones 17 y 18 por los términos de reacción en las ecuaciones 15 y 16, se tendrá un sistema que permite conocer la evolución del oxígeno disuelto y de la demanda química de oxígeno en el embalse.

Las ecuaciones 15 y 16 se cumplen para cualquier celda i en la que se tengan dos aportaciones y dos extracciones de agua. Para el caso de una celda i , en la que se tengan tres aportaciones y dos salidas, como

$$\left\{ \begin{aligned} OD_{(i,I)}^{(t+1)} = & OD_{(i,I)}^{(t)} + \left[\bar{B}_{(i,J-1)} U_{(i,I-1)}^{(t)} OD_{(i,I-1)}^{(t)} - \bar{B}_{(i,I)} U_{(i,I)}^{(t)} OD_{(i,I)}^{(t)} \right] \frac{\Delta Z \Delta t}{\nabla_{(i,I)}} + \\ & + \left[\bar{B}_{(i,J-1)} U_{v(i-1,I)}^{(t)} OD_{(i-1,I)}^{(t)} - \bar{B}_{(i-1,J-1)} U_{v(i,I)}^{(t)} OD_{(i,I)}^{(t)} \right] \frac{\Delta L \Delta t}{\nabla_{(i,I)}} - \\ & - \left[U_{h(i,I)}^{(t)} OD_{(i,I)}^{(t)} \right] \frac{\Delta L \Delta Z \Delta t}{\nabla_{(i,I)}} + \\ & + \left[\alpha (C_m F(I)_{(z)} - D_p) F(T)_{(z)} P_{(i,I)}^{(t)} - k_1 DBO_{(i,I)}^{(t)} F_1(T)_{(z)} \right] \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{aligned} DBO_{(i,I)}^{(t+1)} = & DBO_{(i,I)}^{(t)} + \left[\bar{B}_{(i,J-1)} U_{(i,I-1)}^{(t)} DBO_{(i,I-1)}^{(t)} - \bar{B}_{(i,I)} U_{(i,I+1)}^{(t)} DBO_{(i,I+1)}^{(t)} \right] \frac{\Delta Z \Delta t}{\nabla_{(i,I)}} + \\ & + \left[\bar{B}_{(i,J-1)} U_{v(i-1,I)}^{(t)} DBO_{(i-1,I)}^{(t)} - \bar{B}_{(i-1,J-1)} U_{v(i,I)}^{(t)} DBO_{(i,I)}^{(t)} \right] \frac{\Delta L \Delta t}{\nabla_{(i,I)}} - \\ & - \left[U_{h(i,I)}^{(t)} DBO_{(i,I)}^{(t)} \right] \frac{\Delta L \Delta Z \Delta t}{\nabla_{(i,I)}} + \\ & + \left[-k_1 DBO_{(i,I)}^{(t)} F_1(T)_{(z)} + \alpha_1 (D_p F(T)_{(z)} P_{(i,I)}^{(t)}) \right] \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

es el caso donde confluyen dos corrientes, las ecuaciones de continuidad son algo diferentes. Para este caso, las ecuaciones de continuidad en un esquema de diferencias finitas, según el esquema y nomenclatura de la Figura 2 son las indicadas por las expresiones 19 y 20.

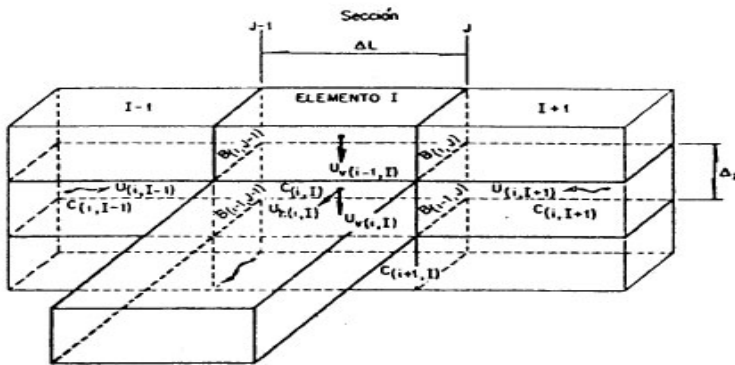


Figura 2. Esquema conceptual utilizado para el planteamiento de las ecuaciones de continuidad donde confluyen dos corrientes.

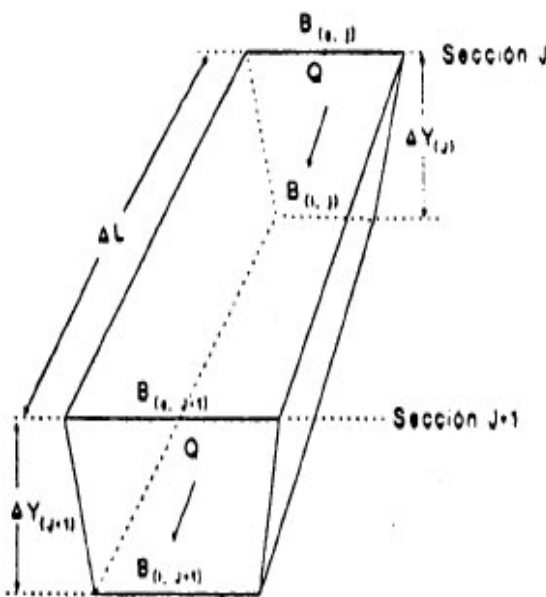


Figura 3. Esquema utilizado para el cálculo de las velocidades

Del mismo modo que en las ecuaciones 15 y 16, en las ecuaciones 19 y 20, es necesario reemplazar los términos que representan los cambios por reacción (último término del lado derecho), por las ecuaciones 17 y 18.

c) Hidrodinámica

De acuerdo con las ecuaciones 15, 16, 19 y 20, para simular la evolución del oxígeno disuelto y la demanda bioquímica de oxígeno dentro del embalse, además de los parámetros cinéticos involucrados, es necesario

conocer el campo de velocidades. Para esto se propuso como hipótesis que se trata de un flujo cuasipermanente, que el gasto que entra al embalse es igual al que sale durante cada período de simulación, y que el nivel del agua dentro del vaso se mantiene constante; o sea, que no hay cambio en el almacenamiento.

También, si el ancho de las secciones transversales del embalse son pequeñas en comparación con su longitud, se acepta un campo de flujo en dos dimensiones, suponiendo una distribución de velocidades sensiblemente vertical y horizontal en todas las secciones del embalse.

Para determinar las velocidades horizontales se empleó el criterio de Kikkawa, (1978) donde se considera que la distribución de velocidades es uniforme y que se cumple el principio de continuidad para flujo permanente en cualquier volumen de control.

De acuerdo con lo anterior y el esquema de la Figura 3, la velocidad media con que ingresa el agua al elemento de volumen por la sección J es:

$$U_{(J)} = \frac{Q}{A_{(J)}} \tag{21}$$

donde Q es el flujo volumétrico que pasa por unidad de tiempo a través de la sección J; $A_{(J)}$ es el área hidráulica total de la sección correspondiente, cuya magnitud esta definida por:

$$A_{(J)} = 0.5 (B_{(s,j)} + B_{(i,j)}) \Delta Y_{(j)} \tag{22}$$

donde $B_{(s,j)}$ y $B_{(i,j)}$ son los anchos de la sección en la parte superior e inferior, respectivamente.

De igual manera, la velocidad con que sale el agua por la sección J+1 es:

$$U_{(J+1)} = \frac{Q}{A_{(J+1)}} \tag{23}$$

En lo que concierne a las velocidades en el sentido vertical, estas quedan definidas al aplicar la ecuación de continuidad, para flujo permanente, en cualquier celda (i) de un elemento (I); así, de acuerdo con nomenclatura de la Figura 1 se obtiene:

$$U_{V(i,i)} = \frac{Q_{(i,I-1)} - Q_{(i,I)} + Q_{V(i-1,i)}}{A_{hi(i,i)}} \quad (24)$$

En la ecuación anterior, los términos $Q_{(i,I-1)}$ y $Q_{(i,I)}$ son los gastos de ingreso y egreso por las secciones transversales a la celda (i) del elemento I; $Q_{V(i-1,i)}$ representa el gasto que ingresa a la celda (i) por la sección horizontal superior que la confina, y $A_{hi(i,i)}$ es el área de la sección horizontal inferior de la celda (i), definida como:

$$A_{hi(i,i)} = 0.5(B_{(i-1,I-1)} + B_{(i-1,i)})\Delta L \quad (25)$$

Cabe señalar que el término $Q_{V(i-1,i)}$ que aparece en el numerador de la ecuación 24, queda definido al aplicar la ecuación de continuidad para flujo permanente en la celda $C_{(i-1,i)}$, cuya sección horizontal superior sea la superficie libre del agua; así, de acuerdo con el esquema y nomenclatura de la Figura 1 el término $Q_{V(i-1,i)}$ queda definido como:

$$Q_{V(i-1,i)} = Q_{(i-1,I-1)} - Q_{(i-1,i)} \quad (26)$$

Finalmente, la magnitud de los términos del lado derecho de la ecuación anterior, se obtienen mediante el producto de las velocidades calculadas con las ecuaciones 21 y 23 y el área de las secciones transversales que confinan a la celda $C_{(i-1,i)}$.

Secuencia de cálculo

- a. En la etapa inicial (t=0), además del intervalo de tiempo Δt entre cada etapa de cálculo, deben proporcionarse las magnitudes de los parámetros α , α_1 , C_m , D_p , k_b , I_s , I_c , β , η , θ , θ_1 , T_a , T_s , las áreas hidráulicas de las secciones de las celdas y elementos en que se discretice el embalse, los ingresos de agua, las concentraciones de OD, DBO y densidad fitoplanctónica P, tanto en el agua influente a la presa como en la columna de agua de la misma. También, deben darse los valores de I_0 y de $T_{(z)}$, los cuales pueden calcularse con las ecuaciones 4, 5 y de la 9 a la 14, o haciendo mediciones rutinarias de tales parámetros.
- b. Se calculan, con las ecuaciones 3, 7 y 8, las magnitudes de $F(I)_{(z)}$, $F(T)_{(z)}$ y $F_1(T)_{(z)}$.
- c. Con la información obtenida en los pasos a y b, se resuelven las ecuaciones 17 y 18.
- d. Se obtienen, con las ecuaciones 21 a 26, los volúmenes y velocidades en cada una de las celdas que conformen los elementos.
- e. Para el caso de un embalse en el que solamente se tenga un afluente y un efluente, con la información

obtenida en los pasos anteriores, se obtienen con las ecuaciones 15 y 16 las concentraciones de OD, DBO para el tiempo t+1. Para el caso de dos afluentes y un efluente, además de seguir los pasos anteriores se resuelven las ecuaciones 19 y 20, tomando en cuenta que las entradas al elemento y celdas donde confluyen las corrientes son, precisamente, los efluentes de las celdas adyacentes, como se ilustra en la figura 2.

- f. Se actualizan los valores, tanto del o los gastos de ingreso al embalse, sus concentraciones de OD, DBO y P, como las magnitudes de I_0 y $T_{(z)}$, ya que estos pueden cambiar su valor en cada paso de tiempo Δt o al término de cierto número de etapas de cálculo, como cuando se usan las magnitudes diarias medias mensuales de tales parámetros.
- g. Finalmente, tomando como base para la siguiente etapa de cálculo los resultados obtenidos en el inciso e y tomando en cuenta los del inciso f, se retorna al paso b.

Para ilustrar el tipo de respuestas que se obtienen con las ecuaciones planteadas, se presenta una síntesis de los principales resultados reportados en una tesis doctoral (de Victorica, 1995) en la que se usaron tales ecuaciones para simular la evolución del OD y la DBO en una presa hidroeléctrica de México. Esta, con el nombre de "Aguamilpa", se construyó sobre los cauces de los ríos Huaynamota y Santiago en el estado de Nayarit; consta de tres unidades de 320 MW de capacidad cada una, para la generación de 1,574 GWh/año como media anual firme, y 557 GWh/año como media anual secundaria. El cierre de los túneles de desvío y la sincronización de la primera unidad generadora se efectuó en septiembre de 1993. En la Figura 4 se presenta un esquema de la superficie del embalse y en la tabla 2 sus características generales.

Tabla 2. Características generales del vaso de almacenamiento

NIVEL	ELEVACIÓN m.s.n.m.	CAPACIDAD (x 10 ⁶ m ³)	AREA ha
NAMINO	190.00	2 965	7 000
NAMO	220.00	5 540	10 900
NAME	232.00	6 950	12 800

Para las simulaciones, el embalse se discretizó en 201 elementos con $\Delta L=500$ m y áreas de las secciones transversales variables, acordes con los ensanchamientos o estrechamientos naturales en del área inundada; 70 en la zona del embalse que alberga al río Huaynamota, 120 sobre la del río Santiago, uno donde confluyen las corrientes y 10 más desde este sitio hasta la cortina de la presa.

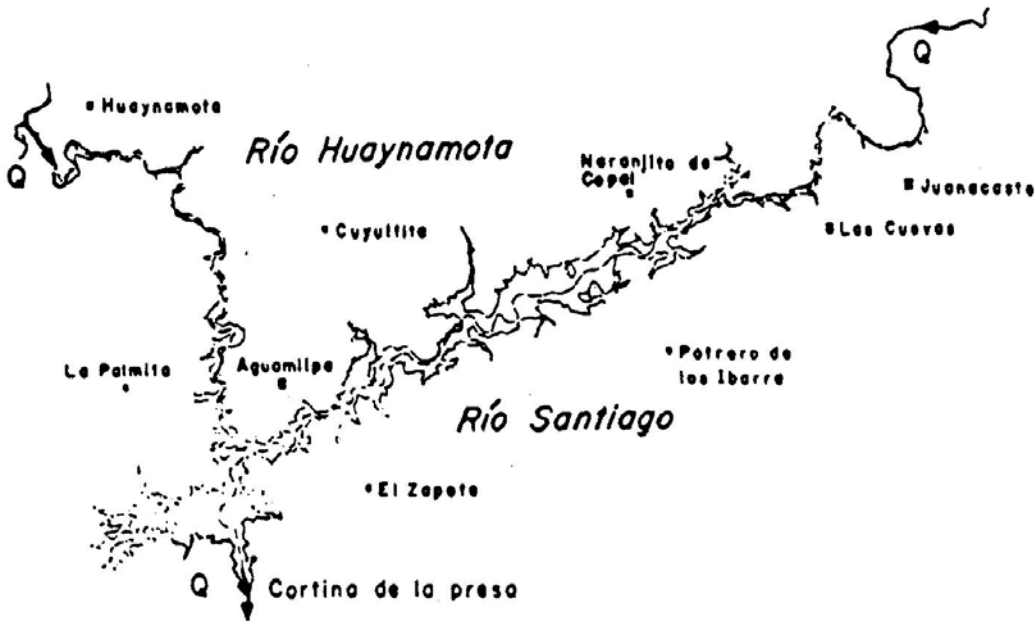


Figura 4. Superficie del embalse de Aguamilpa

Resultados

Radiación solar y temperatura

En la Figura 5 se muestran los resultados de simular la radiación solar media horaria mensual (fotoperíodo); en la Figura 6 los de la radiación diaria media mensual que se espera incidan sobre la superficie del embalse, y en la figura 7 la representación gráfica de los resultados de simular el comportamiento térmico medio mensual de la presa.

En la Figura 5 se observa que en la medida en que transcurre el tiempo, tanto las horas de insolación como la magnitud de la radiación recibida se

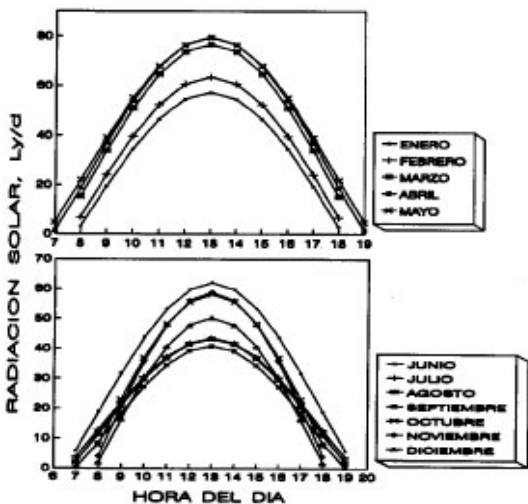


Figura 5. Fotoperíodo medio horario mensual

incrementan, alcanzando su máximo en el mes de mayo y el mínimo en el de septiembre, a partir del cual la energía que llega a la superficie del agua empieza a incrementarse. Si se contrastan los resultados anteriores con los de la Figura 6, se observa que la radiación media diaria mensual máxima se dará en el mes de marzo y no en el de mayo, como se mencionó en párrafos anteriores.

Esta discrepancia es aparente, ya que efectivamente el período de mayor radiación será en el mes de mayo; esto

se explica si se considera que en el mes de marzo las horas de insolación son menores que a las del mes de mayo,

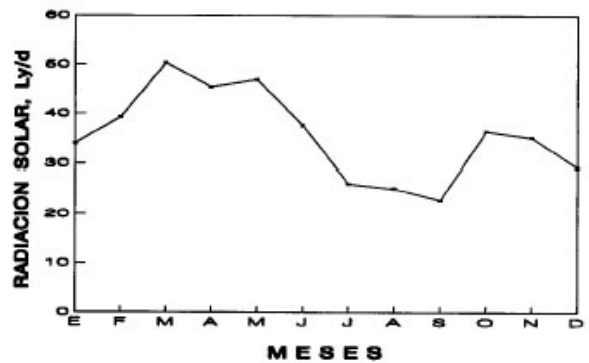


Figura 6. Radiación diaria media mensual en la superficie del agua

y que no existe mucha diferencia entre las magnitudes de la energía recibida en cada uno de esos periodos; por ello, la magnitud del promedio para el mes de marzo resulta mayor que el correspondiente para el mes de mayo.

En lo que concierne al comportamiento térmico del embalse, en la Figura 7 puede apreciarse con claridad que el calentamiento del agua y la estratificación térmica se inician en el mes de febrero y continúan hasta el de mayo, en que el agua alcanza tanto su máxima temperatura como su estratificación térmica. Este comportamiento, típico en la mayoría de los embalses mexicanos, es de suma importancia debido a los efectos que produce sobre la calidad del agua. Durante este período se establecen tres zonas bien definidas conocidas como regiones "limnéticas", como se ilustra en la Figura 8. La zona del epilimnio, en este caso, ubicado entre los 5 y 6 metros de profundidad, donde el agua está más caliente, bien mezclada e iluminada y en

la que el transporte de masa y energía se realiza por mecanismos turbulentos. En esta región prevalecen condiciones aerobias, normalmente el agua es de buena calidad, con suficiente oxígeno disuelto, tanto para sustentar la vida acuática, como para mantener condiciones de potencial de oxirreducción que evitan

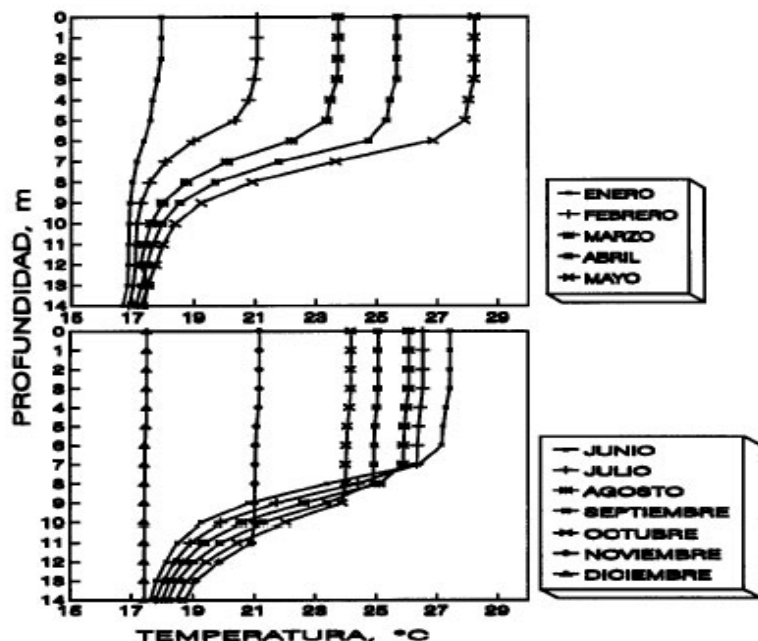


Figura 7. Perfiles termicos medios mensuales

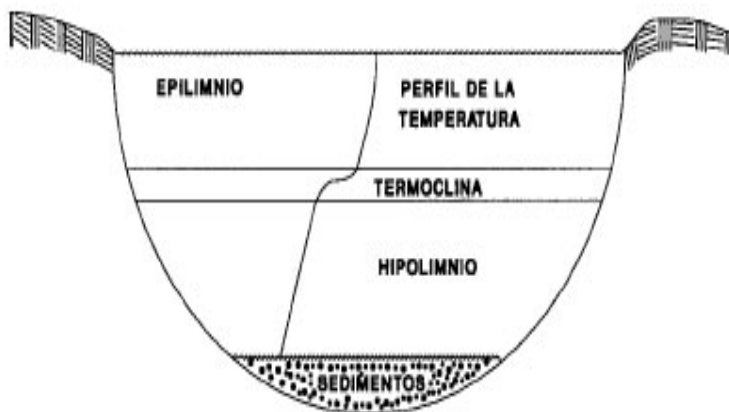


Figura 8. Regiones que conforman un embalse estratificado térmicamente

la presencia de compuestos indeseables, tales como el sulfuro de hidrógeno y compuestos de fierro y manganeso en estado reducido. La segunda región conocida como mesolimnio, delimitada por la termoclina, misma que se extiende aproximadamente hasta los 8 metros de profundidad, se caracteriza por amortiguar sustancialmente el transporte de masa y energía a la capa subyacente. Esta característica es el

motivo por el cual, mientras en el epilimnio pueden medirse concentraciones de *OD* superiores a la de saturación, en el hipolimnio, el cual se ubica justamente abajo de la termoclina, las concentraciones de *OD* son menores a la de saturación y en la que, conforme se avanza en la profundidad, predominan los procesos de consumo de oxígeno sobre los de producción, con una tendencia hacia las condiciones anóxicas y de potenciales de oxirreducción negativos, aspectos que promueven la reducción química y disolución de compuestos indeseables en el agua. Otro aspecto que caracteriza a esta región es la temperatura, la cual es menor que la del epilimnio y casi constante en todo el perfil, y que los transportes de masa y energía se realizan básicamente por difusión molecular. También en la Figura 7 puede notarse que a partir del mes de junio se inicia el período de enfriamiento y se incrementa la profundidad del epilimnio, creando condiciones de inestabilidad hasta el punto en que se produce el mezclado del agua, adquiriendo nuevamente las condiciones homotérmicas, lo cual sucede en el mes de diciembre.

Oxígeno disuelto y demanda bioquímica de oxígeno

En la figura 9 se muestran los resultados de simular el comportamiento del *OD* a uno y siete metros de profundidad.

En ella puede observarse cómo a partir del mes de febrero la concentración de *OD* se va incrementando en los primeros metros de profundidad, hasta el mes de mayo en el que se alcanzan las máximas concentraciones, para luego, en la medida que transcurre el tiempo empezar a decrecer hasta septiembre, en el cual se tienen las mínimas concentraciones; también puede notarse que a los 7 m de profundidad prevalecerán concentraciones de *OD* entre 1 mg/l y 2 mg/l las cuales están dentro del ámbito requerido para sustentar la vida de los organismos acuáticos aerobios. El comportamiento observado está acorde con la variabilidad de la intensidad de la luz incidente y por ende, con el comportamiento hidrotérmico del embalse; esto es, el período en el que se presentan las máximas concentraciones de *OD* concuerda con aquel en el que el agua está más caliente y la radiación solar incidente es máxima. Las características anteriores indican que, desde el punto de vista que aquí se analiza, el agua del embalse de Aguamilpa será de buena calidad, por lo que además

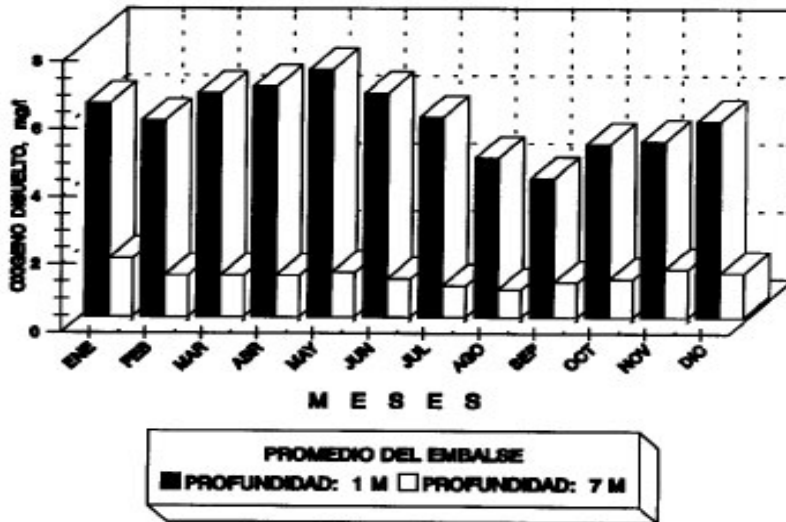


Figura 9. Concentraciones promedio mensuales de OD simuladas a 1m 7m de profundidad

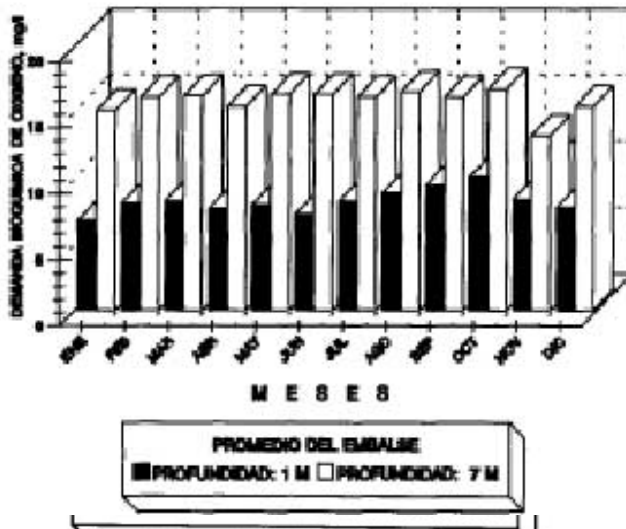


Figura 10. Concentraciones promedio mensuales de DBO simuladas a 1 m y 7 m de profundidad

de usarlo para generar electricidad, podrá usarse para agua, tanto para abastecer a las poblaciones como para de usarlo para generar electricidad, podrá usarse para de suplir las necesidades de ésta para el riego de los campos agrícolas y los diversos usos industriales.

Por otra parte, era de esperarse que hubiera correspondencia entre el período que se presenta la mínima concentración de OD con aquel en la que se presentan las menores temperaturas en el agua y menor intensidad de la radiación solar incidente; sin embargo, esto no sucede así, sólo hay concordancia con la intensidad de la radiación solar correspondiente. Esta aparente discrepancia en tal comportamiento se debe a que el gradiente de la intensidad de la luz incidente entre el mes de mayo y el de septiembre es mayor que el de temperatura para el mismo período; por ello, la

producción de oxígeno disuelto fotosintético es dominado por la magnitud de la radiación solar, más que por la de la temperatura.

En lo relativo a la evolución de la DBO, como puede verse en la figura 10, los resultados son congruentes con el comportamiento del OD; esto es, en la medida en que la concentración de OD disminuye en la profundidad, la de la DBO se incrementa hasta un valor que oscila entre los 15 y 17 mg/l a 7 m de profundidad, en la que la concentración de OD tiende al valor de cero. Este comportamiento se debe a que precisamente a los 7 m de profundidad la radiación solar incidente máxima alcanza su nivel de compensación, y por ende la producción neta de oxígeno fotosintético por debajo de los siete metros tiende a cero, manteniéndose la concentración de la DBO prácticamente constante a partir de esa profundidad hasta el fondo del embalse.

CONCLUSIONES

Aunque hasta ahora existe un gran avance en la formulación de modelos para simular la dinámica de la calidad del agua en los embalses, el alto grado de complejidad de la estructura y dinámica de tales sistemas, aunado a su carácter estocástico natural, ha impedido la formulación de un modelo dinámico completo de aplicación general. En este sentido, la experiencia ha mostrado que es más conveniente la formulación de submodelos en términos de los factores básicos de los procesos limnológicos, estructurados de tal manera que conduzcan a un mejor entendimiento de tales procesos y permitan la cuantificación de los parámetros involucrados, con lo que se logra avanzar realmente en la estructura de modelos más completos; así, partiendo de las ecuaciones de continuidad y suponiendo un flujo cuasipermanente, se obtuvo un modelo numérico en el que prevalece el criterio de simplicidad para estudiar la evolución OD y DBO en los sentidos longitudinal y vertical de los embalses. El modelo es de fácil manejo, converge rápidamente y en diferencia con los paquetes

de cálculo disponibles en el mercado, se le pueden hacer los cambios necesarios para ajustarlo a las condiciones en que se realizan las mediciones en los casos reales; así mismo, sin mucha dificultad se le pueden incorporar las ecuaciones que describen la cinética de otros parámetros de calidad del agua.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece al M en I José Luis Sánchez Bribiesca la revisión e imprescindibles indicaciones para la elaboración del presente trabajo.

REFERENCIAS

- Chapra, S.C and Reckhow, K.H. (1983) Engineering approaches for lake management, Vol. 2: Mechanistic modeling, Butterworth Publ., Boston.
- De Victorica A.J. (1995) Análisis de la dinámica de la calidad del agua en lagos y embalses Tesis doctoral, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- De Victorica, A.J. (1988) Modelo numérico para el análisis del régimen térmico en las presas, Ingeniería Hidráulica en México, Vol.III Núm. 1 II Epoca enero/abril, ISSN-0186-4076.
- Hiriart G.L. y Pereyra D. (1980) Balace de energía Agua-Atmósfera y algunas aplicaciones IX Congreso Latinoamericano de la IAHR, Venezuela, pp.1-9.
- Kikkawa, H. (1978) Reservoir sedimentation. Proceedings of the First Seminary Japanese-American in Erosion and Sedimentation, chap. 8; Honolulu, Hawaii, USA.
- Krenkel, P.A. and Novotry, V. (1980) Water quality management, Academic Press, N.Y.
- Metcalf & Eddy, Inc. (1979) Wastewater engineering: treatment, disposal, reuse, Second Edition, McGraw-Hill Book Company, N.Y.
- Orlob, G.T. (1983) Mathematical modeling of water quality: streams, lakes and reservoirs, John Wiley & Sons, Inc., N.Y.
- Reid, G.K. and Wood, R.D. (1976) Ecology of inland waters and estuaries, Second Edition, D. Van Nostrand Company, N.Y.
- Ryan P. and Harleman D. (1973) An analytical and experimental study of transient cooling pond behaviour Massachusetts Institute of Technology, Report 161.
- Tabor H. and Weinberger Z. (1981) Nonconvective solar pounds. In: Solar Energy Handbook, Kreider and Kreith, Eds., McGraw-Hill Book Co., N.Y.

- Tennessee Valley Authority, TVA. (1972) Heat and mass transfer between a water surface and the atmosphere, Laboratory report No. 14, Water Resources Research.
- Thomann,R.V. (1972) Systems analysis and water quality management, McGraw-Hill Book Company., N.Y.
- U.S. Environmental Protection Agency (1976) Environmental modeling and simulation, Washington, D.C.
- U.S. Environmental Research Laboratory (1988) Wasp4, A hydrodynamic and water quality model, Office of Research and Development, Athens, G.

LISTA DE SIMBOLOS

- $A_{(i,j)}$ área hidráulica de la sección j, [L²]
- $Ahi_{(i,i)}$ área hidráulica de la sección horizontal de la celda i del elemento I, [L²]
- a' coeficiente medio de transmisión atmosférica después de la dispersión, [adim]
- a'' coeficiente medio de transmisión atmosférica después de la dispersión y absorción, [adim]
- $B_{(i,j)}$ ancho inferior de la sección j, [L]
- $B_{(s,j)}$ ancho superior de la sección j, [L]
- $\bar{B}_{(i,j)}$ ancho medio de la sección j de la celda i, [L]
- C_m tasa máxima de crecimiento para comunidades heterogéneas de fitoplancton, [T⁻¹]
- C_p capacidad calorífica del agua a presión constante, [EM⁻¹K⁻¹]
- DBO demanda bioquímica de oxígeno, [ML⁻³]
- Dp tasa máxima de mortandad para comunidades heterogéneas de fitoplancton, [T⁻¹]
- d coeficiente de atenuación de los rayos solares debido a la absorción y dispersión causadas por el polvo, [adim]
- da coeficiente de atenuación de los rayos solares debido a la absorción causada por el polvo, [adim]
- ds coeficiente de atenuación de los rayos solares debido a la dispersión causada por el polvo, [adim]
- e_a presión de vapor en el aire, [NL⁻²]
- e_s presión de vapor en el agua, [NL⁻²]
- $F(I)_{(z)}$ coeficiente para ajustar a C_m por efectos de la intensidad de la luz en la columna de agua, [adim]

$F(T)_{(z)}$	coeficiente para ajustar a C_m y D_p por efectos de la temperatura en la columna de agua, [adim]	T_a	temperatura del aire, [K]
$F_1(T)_{(z)}$	coeficiente para ajustar a k_l por efectos de la temperatura en la columna de agua, [adim]	T_s	temperatura en la superficie del agua, [K]
H	humedad relativa, [adim]	$T_{(z)}$	temperatura del agua en la profundidad z , [K]
I	designación del elemento de discretización del embalse, [adim]	t	tiempo, [T]
I_a	radiación solar total que se absorbe en la superficie del agua, $[EL^{-2} T^{-1}]$	$U_{(i,l)}$	velocidad del agua en la celda i del elemento I, $[LT^{-1}]$
I_c	intensidad de compensación de la luz para una comunidad heterogénea de fitoplancton, $[EL^2 T^{-1}]$	$U_{h(i,l)}$	velocidad del agua en el sentido horizontal que sale de la celda i del elemento I, $[LT^{-1}]$
I_0	intensidad de la radiación solar neta que llega a la superficie del agua, $[EL^{-2} T^{-1}]$	$U_{v(i,l)}$	velocidad del agua en el sentido vertical que sale de la celda i del elemento I, $[LT^{-1}]$
I_s	intensidad de saturación de la luz para una comunidad heterogénea de fitoplancton, $[EL^2 T^{-1}]$	$\forall_{(i,l)}$	volumen de la celda i del elemento I, $[L^3]$
i	designación de la celda del elemento I, [adim]	w	velocidad del viento, $[LT^{-1}]$
j	designación de la sección hidráulica, [adim]	z	profundidad, [L]
k_1	tasa de decaimiento de la <i>DBO</i> a la temperatura T_1 , $[T^{-1}]$	α	constante estequiométrica, <i>OD/No.</i> de organismos, $[ML^{-3}]$
k_2	tasa de decaimiento de la <i>DBO</i> a la temperatura T_2 , $[T^{-1}]$	α_1	constante estequiométrica, <i>DBO/No.</i> de organismos, $[ML^{-3}]$
$K_{i,m}$	conductividad térmica, $[EL^{-1} T^{-1} K^{-1}]$	β	fracción de I_0 que se absorbe en la superficie del agua, [adim]
N	fracción del cielo cubierto por las nubes, [adim]	ΔL	distancia entre dos secciones hidráulicas contiguas, [L]
<i>OD</i>	concentración de oxígeno disuelto, $[ML^{-3}]$	Δt	intervalo de tiempo, [T]
<i>P</i>	concentración de fitoplancton, $[L^{-3}]$	ΔY	distancia entre los anchos que delimitan la sección hidráulica de cualquier elemento I, [L]
<i>Q</i>	flujo volumétrico, $[L^3 T^{-1}]$	ΔZ	distancia entre los anchos que delimitan la sección hidráulica de cualquier celda i , [L]
q_0	radiación solar extraterrestre, $[EL^{-2} T^{-1}]$	η	coeficiente de atenuación de la luz en el agua, $[L^{-1}]$
R_g	reflectividad total del suelo en el entorno del embalse, [adim]	θ_{br}	radiación emitida por la superficie del agua, [E]
$R_{(l)}$	reflectividad total de la superficie del agua, [adim]	θ_e	flujo de calor por evaporación, [E]
		θ_c	flujo de calor por conducción, [E]
		$\rho_{i,m}$	densidad del agua, $[ML^{-3}]$
		θ	coeficiente de temperatura, [adim]