

# MÉTODOS REGIONALES PARA ESTIMAR LA PROBABILIDAD DE FRECUENCIA DE CRECIDAS

Eduardo Varas y Soledad Lara<sup>1</sup>

**RESUMEN:** Este trabajo propone métodos regionales de momentos ponderados por probabilidad y de máxima verosimilitud, para obtener una curva de frecuencia de crecidas en una región. A diferencia de los métodos convencionales, el método propuesto de máxima verosimilitud, ajusta una función de distribución a cada lugar, cuyos parámetros en cada sitio son función de variables geográficas, geomorfológicas o hidrológicas y de parámetros regionales, los cuales se estiman usando el método de máxima verosimilitud. El método propuesto de momentos ponderados hace uso de la información hidrológica disponible en la región, tanto para obtener una expresión para la crecida media anual, como para ajustar un modelo de distribución a la muestra. Esto se logra estimando bajo un mismo sistema de ecuaciones, los parámetros que ajustan la crecida media anual y los parámetros de la distribución de interés. Se han desarrollado expresiones aplicando el método de máxima verosimilitud regional con las distribuciones de Valores Extremos tipo I, Valores Extremos Generalizada y Pearson III. Para el método de momentos ponderados se han desarrollado expresiones para los modelos de Valores Extremos tipo I, Valores Extremos Generalizada y Wakeby. Se ilustra una aplicación de los métodos propuestos con los datos de crecidas máximas diarias observados en un conjunto de 25 estaciones fluviométricas de la región centrosur de Chile. Los resultados obtenidos permiten comprobar que los procedimientos propuestos entregan resultados más acertados que los métodos convencionales.

## INTRODUCCIÓN

Los estudios de las crecidas de un río se basan en los registros disponibles, pero muchas veces la cantidad, precisión y representatividad de los registros no es suficiente para lograr una adecuada confiabilidad en los resultados. Las crecidas que son de interés desde el punto de vista de un ingeniero proyectista, son justamente aquellas que tienen una pequeña probabilidad de excedencia, o un gran período de retorno. Por consiguiente, se tiene una apreciable incertidumbre en la estimación, tanto por la dificultad de medir valores extremos como por la falta de precisión de dichas magnitudes. Con el fin de aumentar la confiabilidad de las estimaciones, se han propuesto los métodos regionales de frecuencia de crecidas, los cuales hacen uso de toda la información geográfica e hidrológica disponible en la región de interés. Estos métodos regionales, además, permiten la estimación de cuantiles de gastos máximos en sitios sin registros, apoyándose en la información regional.

Convencionalmente, la forma de proceder regionalmente en la estimación de parámetros, es adimensionalizar los registros, dividiendo los datos de cada estación, por una crecida índice, normalmente el valor medio anual y así obtener una única muestra, a la cual se ajusta una función de distribución, cuyos parámetros se estiman por el

método de máxima verosimilitud o de momentos ponderados por probabilidad. Adicionalmente, se calcula en forma separada una expresión para estimar la crecida índice en función de variables geomorfológicas (Dalrymple, 1960; Cunneane, 1989).

En este trabajo se propone un método de Máxima Verosimilitud Regional (MVR) y un método de Momentos Ponderados por Probabilidad Regional (MPPR). Ambos métodos tienen como objetivo mejorar la estimación de parámetros a nivel regional, ya que hacen uso de toda la información hidrológica disponible en la región de interés.

El método propuesto MVR, a diferencia del método convencional, ajusta una función de distribución cuyos parámetros son específicos para cada sitio, ya que se calculan a partir de expresiones que dependen de las variables geomorfológicas de cada lugar y de ciertos parámetros regionales, los cuales se estiman a partir del método de máxima verosimilitud regional.

El método propuesto MPPR hace uso de la información hidrológica disponible en la región, tanto para obtener una expresión para la crecida media anual, como para ajustar un modelo de distribución a la muestra simultáneamente. Ello se logra estimando bajo un mismo siste

---

<sup>1</sup> Depto. Ingeniería Hidráulica y Ambiental, Pontificia Universidad Católica de Chile.

Artículo publicado en *Ingeniería del Agua*. Vol.5 Num.3 (septiembre 1998), páginas 5158, recibido el 20 de enero de 1998 y aceptado para su publicación el 27 de julio de 1998. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo. En el caso de ser aceptadas, las discusiones serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores en el primer número de la revista que aparezca una vez transcurrido el plazo indicado.

ma de ecuaciones, los parámetros que ajustan la crecida media anual y los parámetros del modelo de distribución de interés, es decir, todo el procedimiento se realiza en una etapa.

**PROCEDIMIENTO REGIONAL DE MÁXIMA VEROSIMILITUD**

**Planteamiento General.**

El método de máxima verosimilitud desarrollado por Fisher en 1921 (Kite, 1977), selecciona como estimador de un parámetro a aquél valor que maximiza la función de verosimilitud o probabilidad conjunta de ocurrencia de la muestra observada. Cuando las observaciones son independientes, el maximizar la probabilidad conjunta de la muestra observada es equivalente a maximizar la función de verosimilitud o bien, el logaritmo de dicha función.

En el método de máxima verosimilitud regional (MVR), que se propone, siguiendo lo sugerido por Guo et al. (1990), se supone una dependencia de los parámetros de la distribución con características geográficas, geomorfológicas e hidrológicas de la cuenca, mediante una relación de la forma:

$$\theta_j = e^{a_0} B_1^{a_1} B_2^{a_2} \dots B_m^{a_m} \tag{1}$$

donde  $\theta_j$  es un parámetro de la distribución marginal, que puede ser, en general, de ubicación, escala o forma;  $B_1, \dots, B_m$  son el conjunto de características geográficas e hidrológicas;  $a_0, a_1, \dots, a_m$  son los coeficientes de regresión que se estiman a través de los datos regionales y  $e$  es la base de los logaritmos naturales. La regresión se lleva a cabo mediante una estimación de máxima verosimilitud, en que se calculan estimadores para  $a_0, a_1, \dots, a_m$ . De esta manera, se obtienen en un solo paso los parámetros regionales y a partir de ellos, los de cada sitio en particular, ajustando los datos de los registros de toda la región sin que sea necesario adimensionalizarlos por la crecida media anual. Los coeficientes de regresión  $a_0, a_1, \dots, a_m$  se obtienen maximizando la función de verosimilitud  $L(\underline{\theta}; \underline{x})$  o bien su logaritmo. Si los sitios en la región tienen distinta longitud de registro, se pondera en la función de verosimilitud de cada registro por su longitud. Considerando que  $M$  sea el número de sitios en una región, que  $N_j$  sea el número de datos por registro y, siendo cada dato denominado por  $x_{ij}$ ,  $j = 1, \dots, M$ , la función de verosimilitud regional es:

$$L(\underline{\theta}; \underline{x}) = \prod_{j=1}^M \prod_{i=1}^{N_j} f(x_{ij}; \underline{\theta}_j) \tag{2}$$

donde  $\underline{\theta}_j$  representa al conjunto de parámetros en el sitio  $j$  y  $f(\cdot)$  es la función de densidad. Esta expresión considera que la longitud de los registros puede variar entre una estación y otra.

En este trabajo, se supuso que los  $\underline{\theta}_j$  (para cada lugar) son función del área de drenaje en  $\text{km}^2$  ( $A_j$ ), de la latitud en grados ( $Lat_j$ ) y de la precipitación máxima diaria con diez años de período de retorno ( $Pp_j$ ); de esta forma:

$$\theta_{qj} = e^{a_{q0}} A_j^{a_{q1}} Lat_j^{a_{q2}} Pp_j^{a_{q3}} \quad q = 1, \dots, p \tag{3}$$

En la expresión (3),  $p$  representa el número de parámetros de la distribución marginal y  $\theta_{qj}$  es el parámetro de ubicación, escala o forma de la distribución. Se debe notar que  $\underline{\theta}_j$  varía de un sitio a otro, mientras que  $a_{q0}, a_{q1}, a_{q2}$  y  $a_{q3}$  son constantes para toda la región. Mediante este análisis, se tiene que el logaritmo de la función de verosimilitud es:

$$LL(\underline{a}; \underline{x}) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{N_j} \ln[f(x_{ij}; a_{q0}, a_{q1}, a_{q2}, a_{q3}(q=1, \dots, p))] \tag{4}$$

Bajo esta forma, los parámetros a calcular mediante MVR, serán  $a_{q0}, a_{q1}, a_{q2}, a_{q3}$ , ( $q=1, \dots, p$ ), para lo cual deben calcularse las derivadas de primer orden de la función de verosimilitud regional, con respecto a cada parámetro  $a_{qk}$  ( $k = 1, 2, 3; q = 1, \dots, p$ ); éstas son :

$$\frac{\partial LL(\underline{\theta}; \underline{x})}{\partial a_{qk}} = \sum_{j=1}^M \frac{\partial}{\partial \theta_{qj}} \left[ \sum_{i=1}^{N_j} \ln f(x_{ij}; \theta_j) \right] \cdot \frac{\partial \theta_{qj}}{\partial a_{qk}} \tag{5}$$

donde

$$\frac{\partial \theta_{qj}}{\partial a_{qk}} = \frac{\partial}{\partial a_{qk}} (e^{a_{q0}} A_j^{a_{q1}} Lat_j^{a_{q2}} Pp_j^{a_{q3}}) \tag{6}$$

**Formulación para la distribución de valores extremos tipo I (EVI).**

Se desarrollaron expresiones para calcular los parámetros regionales ( $a_{q0}, a_{q1}, a_{q2}, a_{q3}$ ) y los parámetros de las distribuciones marginales ( $\alpha_j, \beta_j, \dots$ ), para distintos modelos de distribución. Se emplearon distribuciones de valores extremos tipo 1 y Pearson III. A modo ejemplar, se incluyen las expresiones obtenidas para la distribución de valores extremos tipo 1, que son más sencillas.

$$\frac{\partial LL}{\partial a_0} = \sum_{j=1}^M \left[ \frac{N_j}{\alpha_j} - \sum_{i=1}^{N_j} (x_{ij} - \beta_j) + \sum_{i=1}^{N_j} x_{ij} - \beta_j \cdot \exp\{-\alpha_j (x_{ij} - \beta_j)\} \right] \cdot \alpha_j = 0$$

$$\frac{\partial LL}{\partial a_1} = \sum_{j=1}^M \left[ \frac{N_j}{\alpha_j} - \sum_{i=1}^{N_j} (x_{ij} - \beta_j) + \sum_{i=1}^{N_j} x_{ij} - \beta_j \cdot \exp\{-\alpha_j (x_{ij} - \beta_j)\} \right] \cdot \alpha_j \ln A_j = 0$$

$$\frac{\partial LL}{\partial a_2} = \sum_{j=1}^M \left[ \frac{N_j}{\alpha_j} - \sum_{i=1}^{N_j} (x_{ij} - \beta_j) + \sum_{i=1}^{N_j} (x_{ij} - \beta_j) \cdot \exp\{-\alpha_j (x_{ij} - \beta_j)\} \right] \cdot \alpha_j \ln Lat_j = 0 \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial LL}{\partial a_3} &= \sum_{j=1}^M \left[ \frac{N_j}{\alpha_j} - \sum_{i=1}^{N_j} (x_{ij} - \beta_j) + \sum_{i=1}^{N_j} (x_{ij} - \beta_j) \cdot \exp\{-\alpha_j (x_{ij} - \beta_j)\} \cdot \alpha_j \ln Pp_j \right] = 0 \\ \frac{\partial LL}{\partial b_0} &= \sum_{j=1}^M \left[ N_j \cdot \alpha_j - \alpha_j \cdot \sum_{i=1}^{N_j} \exp\{-\alpha_j (x_{ij} - \beta_j)\} \right] \cdot \beta_j = 0 \\ \frac{\partial LL}{\partial b_1} &= \sum_{j=1}^M \left[ N_j \cdot \alpha_j - \alpha_j \cdot \sum_{i=1}^{N_j} \exp\{-\alpha_j (x_{ij} - \beta_j)\} \right] \cdot \beta_j \ln A_j = 0 \\ \frac{\partial LL}{\partial b_2} &= \sum_{j=1}^M \left[ N_j \cdot \alpha_j - \alpha_j \cdot \sum_{i=1}^{N_j} \exp\{-\alpha_j (x_{ij} - \beta_j)\} \right] \cdot \beta_j \ln Lat_j = 0 \\ \frac{\partial LL}{\partial b_3} &= \sum_{j=1}^M \left[ N_j \cdot \alpha_j - \alpha_j \cdot \sum_{i=1}^{N_j} \exp\{-\alpha_j (x_{ij} - \beta_j)\} \right] \cdot \beta_j \ln Pp_j = 0 \end{aligned}$$

Reemplazando  $\alpha_j$  y  $\beta_j$  por las expresiones siguientes, se obtiene un sistema de ocho ecuaciones y ocho incógnitas, el cual se resuelve numéricamente, ya que no es posible resolverlo analíticamente. La solución del sistema de ecuaciones se obtuvo mediante el uso del "solver" de la plantilla de cálculo EXCEL de Microsoft. El procedimiento busca una solución por aproximaciones, penalizando los errores y minimizando el error total de la función objetivo.

$$\alpha_j = e^{a_0} A_j^{a_1} L_j^{a_2} Pp_j^{a_3} \tag{8}$$

$$\beta_j = e^{b_0} A_j^{b_1} Lat_j^{b_2} Pp_j^{b_3}$$

**PROCEDIMIENTO REGIONAL DE MOMENTOS PONDERADOS.**

**Planteamiento General.**

Los momentos ponderados por probabilidad fueron introducidos por Greenwood (1979) y Hosking (1986). Este método se caracteriza por ser más conveniente que los métodos de máxima verosimilitud y de momentos convencionales, cuando el tamaño de la muestra es limitado (Hosking *et al.*, 1985).

Los MPP son más sencillos de calcular cuando existen expresiones explícitas para las distribuciones de la forma  $x = x(F)$ . Las distribuciones EV1 y VEG y Wakeby pueden ser escritas en la forma explícita anterior, y por lo tanto sus parámetros pueden ser estimados fácilmente mediante el método MPP. Los momentos ponderados por probabilidad se definen como:

$$M_{ijk} = E[x^i F^j (1-F)^k] = \int_0^1 x(F)^i F^j (1-F)^k dF \tag{9}$$

donde  $i, j, k$  son números enteros.

Para los casos en que  $i = 1$  y además  $j = 0$  o  $k = 0$ ,  $M_{1j0}$  y  $M_{10k}$  son lineales en  $x$ .

En los métodos regionales convencionales se ajusta un modelo probabilístico a los máximos valores de crecida adimensionalizados al dividirlos por la crecida media anual. Adicionalmente el método requiere una expresión para la crecida media anual en sitios sin registros, basándose en información hidrológica del sector.

Para lograr estos dos objetivos simultáneamente, el método (MPPR) que se propone, adimensionaliza los valores máximos de crecida en cada sitio, dividiéndolos por la crecida media anual, expresada en función de características geomorfológicas, geográficas e hidrológicas propias de cada punto, como son el área de la cuenca, la latitud del punto en cuestión y la precipitación. La expresión de la crecida media anual aporta, por consiguiente, nuevos parámetros al modelo, los que se ajustan junto a los parámetros de la distribución probabilística que corresponda en cada caso, en forma simultánea.

**Formulación para algunos modelos de interés.**

Los valores máximos de crecida en cada sitio, se adimensionalizan dividiéndolos por una expresión de la crecida media anual. En este caso se propone una expresión en función de características propias de la cuenca, tales como el tamaño de la cuenca representado por su área en  $km^2$  ( $A$ ), la latitud del lugar en grados ( $Lat$ ) y la precipitación máxima diaria para diez años de periodo de retorno ( $Pp$ ). Esta relación es de la forma:

$$QMD = a \cdot A^{0.5} + b \cdot Pp^{0.4} + d \cdot Lat^{0.3} (A)^{0.5} + c \tag{10}$$

Esta expresión para estimar la crecida media anual se obtuvo en la aplicación de un procedimiento convencional y se optó por mantener el mismo tipo de relación para el desarrollo del método propuesto.

La expresión para la variable adimensional  $x_{(i)}$  es:

$$x_{(i)} = \frac{Q_{(i)}e}{QMD_e} \tag{11}$$

Así, las probabilidades de crecidas en cada sitio estarán sujetas tanto a los parámetros de la distribución, como a los parámetros que aporta la expresión para estimar la crecida media anual:  $a, b, c$  y  $d$ .

Para encontrar los parámetros de ajuste del modelo regional MPP, se calcula una expresión para  $M_{ijk}$ , que depende de los parámetros de la función de distribución. De esta forma, se tiene:

$$M_{1j0} = m_j = f(\alpha, \beta, \gamma \dots) \tag{12}$$

$$M_{10k} = m_k = f(\alpha, \beta, \gamma \dots)$$

Estos momentos, se igualan a los estimadores regionales de momentos en función de los registros de las estaciones:

$$\hat{m}_{jr} = \sum_{c=1}^M \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N_c} \frac{Q_{(i)}e}{QMD} \left( \frac{i-0.35}{N_e} \right)^j \right] \tag{13}$$

$$\hat{m}_{kr} = \sum_{e=1}^M \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{Q(i)_e}{QMD_e} \cdot \left( 1 - \frac{i-0,35}{N_e} \right)^k \right] \quad (14)$$

De esta forma, se igualan los  $\hat{m}_{jr}$  ( $o\hat{m}_{kr}$ ) a las expresiones de  $m_j$  (o  $m_k$ ), para cada uno de los  $j$  ( $j = 0, 1, 2, \dots$ ), hasta obtener tantas ecuaciones como incógnitas se quiera conocer, el número de incógnitas será igual al número de parámetros de la función de distribución más 4 en este caso, corresponden al número de coeficientes a estimar de la expresión para QMD.

Las expresiones que permiten estimar los parámetros de los modelos distribución según el método de momentos ponderados por probabilidad son:

· Distribución EV1:

$$m_j = \frac{\beta}{1+j} + \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\{\ln(1+j) + \varepsilon\}}{1+j} \quad (15)$$

· Distribución GEV:

$$m_j = \frac{1}{1+j} \cdot \left\{ u + \frac{\alpha \cdot [1 - (j+1)^{-k} \cdot \Gamma(1+k)]}{k} \right\} \quad (16)$$

• Distribución Wakeby:

$$m_k = \frac{1}{1+k} \left[ \varepsilon + \frac{\alpha}{1+k+\beta} + \frac{\gamma}{1+k-\delta} \right] \quad (17)$$

Para estimar la crecida media anual en cada sitio de la región, se utiliza la siguiente expresión:

$$Q(F) = Q_{estimado} * x(F) \quad (18)$$

En esta última ecuación, Q (F) indica la crecida media estimada en cada sitio, dados distintos períodos de retorno e información en cuanto a área de la cuenca, precipitación y latitud del lugar estudiado.

### APLICACIÓN DE LOS PROCEDIMIENTOS.

#### Descripción y Características de la Zona

Con el fin de ilustrar el procedimiento propuesto, se escogieron 25 estaciones fluviométricas del centro-sur de Chile, pertenecientes a las cuencas de los ríos Rapel, Mataquito, Maule e Itata. Cada estación cuenta con registros de al menos 15 años. Las estaciones seleccionadas tienen un total de 723 años de información de caudales máximos diarios y representan una superficie de aproximadamente 90.000 kilómetros cuadrados. En la *Tabla 1* se presenta un listado de las estaciones y su ubicación geográfica. Los datos de estas estaciones fluviométricas estaban disponibles de un estudio anterior, (Varas y López, 1993) que analizó la consistencia, representatividad y homogeneidad hidrológica del área. Adicionalmente, dado que en el estudio anterior se habían aplicado los métodos convencionales, el caso constituía un ejemplo conveniente para la validación de los métodos propuestos.

El relieve de esta región se caracteriza por la existencia de dos cordilleras longitudinales (Cordillera de Los Andes y Cordillera de La Costa) con valles centrales que conforman una depresión intermedia. El clima es medi-

Código	Nombre	Latitud	Longitud
R5	Cachapoal en Pte. Termas	34° 15'	70° 34'
R9	Claro en Hda. Las Nieves	34° 29'	70° 43'
R10	Cachapoal en Pte. Arqueado	34° 17'	71° 21'
R11	Tinguiririca en jta. Azufre	34° 50'	70° 33'
R16	Chimbarongo en Sta. Cruz	34° 39'	71° 21'
R17	Tinguiririca en Los Olmos	34° 30'	71° 23'
M5	Teno después junta	35° 01'	70° 51'
M6	Teno en Pte. FFCC	34° 53'	71° 11'
M9	Colorado en jta. Palos	35° 16'	71° 01'
M10	Palos en jta. Colorado	35° 16'	71° 01'
M1	Claro en Camarico	35° 10'	71° 23'
M3	Lircay Pte. Las Rastras	35° 29'	71° 17'
M4	Claro en Talca	35° 25'	71° 42'
M26	Maule en Armerillo	35° 42'	71° 06'
M32	Ancoa en El Morro	35° 53'	71° 17'
M39	Longavi en Quinquina	36° 15'	71° 27'
M40	Longavi en Longitudinal	36° 00'	71° 44'
M42	Perquillauquén en San Manuel	36° 25'	71° 30'
M43	Perquillauquén en Quella	36° 03'	72° 05'
M45	Purapel en Nirivilo	35° 33'	72° 05'
I3	Nuble en La Punilla	36° 39'	71° 22'
I7	Chillan en Longitudinal	36° 46'	71° 45'
I13	Diguillín en San Lorenzo	36° 52'	71° 36'
I14	Diguillín en Longitudinal	36° 53'	72° 20'
I16	Itata en Cholguán	37° 11'	72° 03'

Tabla 1. Estaciones fluviométricas seleccionadas

Código Estación	Registro (años)	Qmed (m³/s)	Área cuenca (km²)	Pp (mm)
R5	17	346.3	2367	210
R9	25	49.9	276	120
R10	31	787.2	6350	152
R11	23	606.2	370	180
R16	36	178.6	681	120
R17	27	587.7	3130	180
M5	24	218.3	956	160
M6	19	338.7	1523	160
M9	38	192.2	883	180
M10	31	140.6	506	180
M1	39	212.4	742	140
M3	20	281.1	376	180
M4	21	779.2	2596	168
M26	67	1101.9	5520	320
M32	27	178	204	200
M39	33	455.1	650	180
M40	16	612.5	870	180
M42	42	382.4	481	180
M43	15	738.1	1195	180
M45	23	44.44	258	120
I3	23	348.6	1300	140
I7	33	85.4	224	160
I13	29	239.3	163	180
I14	26	422.9	1232	140
I16	38	322.6	852	120

Tabla 2. Principales características hidrológicas de cada estación

terráneo, caracterizado por tener un período lluvioso en invierno (junio-agosto), época durante la cual ocurre la mayor parte de las precipitaciones anuales. Las precipitaciones anuales varían en promedio entre 500 mm y 2500 mm, existiendo un aumento significativo de ellas con la latitud. La parte alta de las cuencas, con alturas sobre los 2000 m, recibe normalmente precipitaciones en forma de nieve. La producción específica de las cuencas aumenta también de norte a sur, con valores medios de entre 10 (1/s/km<sup>2</sup>) y 90 (1/s/km<sup>2</sup>). Algunos parámetros característicos de las cuencas se presentan en la *Tabla 2*.

**Procedimientos Convencionales.**

Se aplicaron procedimientos tradicionales a las crecidas de la zona, con el fin de comparar los resultados obtenidos por los procedimientos regionales propuestos con los procedimientos convencionales. Las crecidas adimensionales de la región se ajustaron a modelos EVI, VEG, Pearson III y Wakeby, estimándose los parámetros mediante los procedimientos de máxima verosimilitud y de momentos ponderados.

Para predecir la crecida media anual en sitios sin información, se utilizó una relación en función del tamaño de la cuenca representado por su área en km<sup>2</sup> (A), la latitud del lugar estudiado en grados (Lat) y la precipitación máxima diaria para diez años de período de retorno (Pp). La relación que mejor representó los datos de caudales máximos diarios de las estaciones seleccionadas, es:

$$QMD = -272,31 \cdot A^{0.5} + 111,54 \cdot P_p^{0.4} + 97,61 \cdot (Lat^{0.3}) \cdot (A^{0.5}) - 863,08 \tag{19}$$

Parámetros	Distribución	
	EVI	Pearson III
α	1.98127	1.3504
β	0.6948	1.72645
γ		0.0495

*Tabla 3. Parámetros del método regional convencional MV*

Parámetros	Distribución		
	EVI	VEG	Wakeby
α	2.08424	0.47996	4.4558
β	0.72306		11.1422
γ			0.68236
δ			-0.0779
ε			0.0068
u		1	
k		0.001	

*Tabla 4. Parámetros del método regional convencional MPP*

Esta ecuación representa la mejor relación que fue posible obtener para representar las crecidas en la región estudiada. El coeficiente de correlación múltiple es 0.75 y el error estándar del estimado es 143.6 m<sup>3</sup>/s.

Con los datos adimensionales de las estaciones seleccionadas, se calcularon los parámetros que ajustan las distribuciones, mediante el método de máxima verosimilitud y de momentos ponderados por probabilidad, obteniéndose los resultados que se indican en las *Tablas 3 y 4* respectivamente. Se usaron los modelos de distribución EVI, VEG, Pearson III y Wakeby.

**Procedimientos Propuestos**

*Método Regional de Máxima Verosimilitud Propuesto (MVR)*

Aplicando el método de máxima verosimilitud regional propuesto, a los datos de las estaciones seleccionadas, se calcularon los parámetros regionales, que se resumen en la *Tabla 5*, para los diferentes modelos. Los parámetros indicados corresponden a los exponentes de las expresiones (8), las cuales permiten calcular los parámetros de los modelos de distribución.

Parámetros	Distribución	
	EVI	Pearson III
a <sub>0</sub>	21.885544	4.805572
a <sub>1</sub>	-0.45699	0.172312
a <sub>2</sub>	-1.007167	0.50398
a <sub>3</sub>	-5.37649	-0.905099
b <sub>0</sub>	-38.860859	-24.244188
b <sub>1</sub>	0.778739	0.315972
B <sub>2</sub>	-0.224348	0.149375
b <sub>3</sub>	0.868355	6.104421
c <sub>0</sub>		-0.5
c <sub>1</sub>		-0.5
c <sub>2</sub>		-3670.94
c <sub>3</sub>		-5.21258

*Tabla 5. Parámetros del método de MVR*

*Método Regional de Momentos Ponderados Propuesto (MPPR).*

En este caso, se consideran desconocidas las crecidas medias anuales de cada estación, y se estima a la vez su valor aproximado mediante el ajuste de los parámetros de la expresión (11) para la crecida media anual. El ajuste de parámetros se realiza bajo un mismo sistema de ecuaciones, tanto para la función de distribución regional, como para la expresión de la crecida media anual. El sistema de ecuaciones se resuelve numéricamente por aproximaciones sucesivas, siguiendo el mismo procedimiento utilizado en el método regional de máxima verosimilitud (MVR). Aplicando el método regional de momentos ponderados por probabilidad propuesto, a los datos de las estaciones seleccionadas, se calcularon los parámetros regionales, que se resumen en la *Tabla 6*, para los diferentes modelos.

Parámetros	Distribución		
	VE1	VEG	Wakeby 5
$\alpha$	2,1471	0,510	3,986
$\beta$	0,6639		10,223
$\gamma$			0,703
$\delta$			-0,1024
$\epsilon$			0,00608
u		1,000	
k		0,0087	
a	-267,90	-272,300	-269,287
b	111,62	112,983	111,6356
c	-865,12	-863,070	-862,690
d	96,11	97,2323	96,437

Tabla 6. Parámetros que entrega el método propuesto de MPPR

**Comparación de Resultados**

*Máxima Verosimilitud*

Con el propósito de comparar el método regional convencional y el propuesto (MVR) y a la vez validarlo, se compararon los resultados que entregan ambos métodos, para dos estaciones cualquiera de la región (R10 y 113). Se comparan las crecidas adimensionales (x), para distintos periodos de retorno obtenidas con los datos del lugar, con el método convencional y con el propuesto. En las siguientes figuras se muestran los resultados obtenidos.

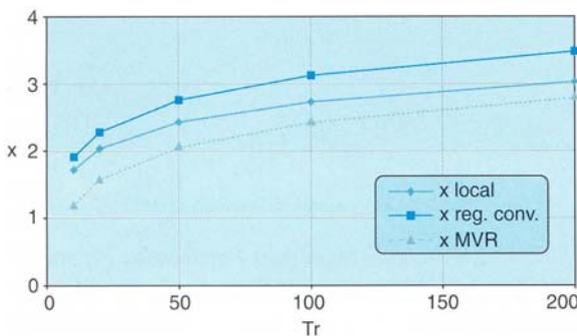


Figura 1. Comparación métodos regionales para R10

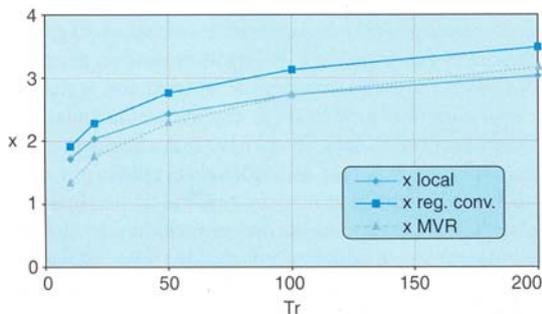


Figura 2. Comparación métodos regionales para 113

Es importante notar que las estimaciones a nivel regional, se realizaron sin incluir los datos de la estación que se analiza en cada caso.

Observando los resultados obtenidos, se puede comprobar que las estimaciones que entrega el método propuesto MVR son mejores que las que entrega el método con-vencional, ya que las estimaciones para las crecidas se asemejan más a las estimadas utilizando los datos ob-servados en el lugar. Estas últimas pueden considerarse más acertadas, ya que hacen uso exclusivamente de los datos registrados en la estación.

*Momentos Ponderados*

Con el propósito de comparar el método regional convencional y el propuesto (MPPR) y a la vez validarlo, se compararon los resultados que entregan ambos méto-dos al ajustar la distribución Wakeby, para las mismas dos estaciones de la región (R10 y 113). Se compararon las crecidas adimensionales (x), para distintos periodos de retorno y en la comparación se incluyen los resulta-dos que entrega el método convencional utilizando los datos observados en la estación. En los siguientes gráfi-cos se muestran los resultados obtenidos. Es importante notar que para hacer las estimaciones a nivel regional, no se incluyeron los datos de la estación que se analiza en cada caso.

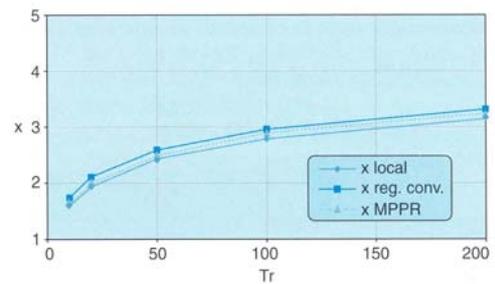


Figura 3. Comparación métodos regionales para R10

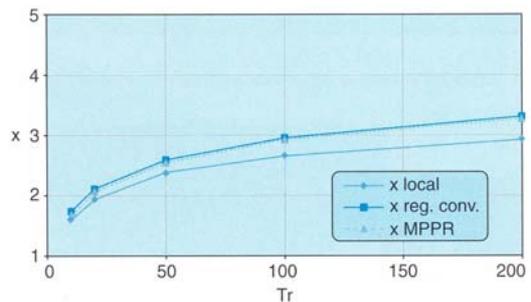


Figura 4. Comparación métodos regionales para 113

Observando los resultados obtenidos, se puede comprobar que las estimaciones que entrega el método propuesto MPPR son mejores que las que entrega el método convencional, ya que las estimaciones para las crecidas son muy parecidas a las estimadas utilizando

los datos observados en el lugar, ello es especialmente notorio en la estación R10. Se puede ver que en la estación I13, las estimaciones regionales son menos apropiadas que la estimación local, pero siguen siendo adecuadas. Las estimaciones locales pueden considerarse más acertadas, ya que hacen uso exclusivamente de los datos registrados en la estación. El hecho de no haber incluido en el método de MPPR, la estación estudiada, valida las expresiones en el caso de sitios sin registros, que pertenecen a la región.

En el método propuesto como modelo regional MPPR, la crecida media de cada estación se estima a través de los parámetros de ajuste del modelo y, por esta razón, los valores de las crecidas medias adimensionalizadas en la región son distintos a los que se obtienen del método tradicional, ya que en el método tradicional las crecidas medias en cada estación son los promedios de los registros y por lo tanto son conocidas. La diferencia que se crea en la muestra de crecidas adimensionales al comparar ambos métodos, se asemeja a trabajar con distintas muestras, lo que tiene como consecuencia una diferencia en los parámetros de ajuste de las funciones de distribución al utilizar cada uno de los procedimientos descritos.

*Comparación entre MVR y MPPR.*

Para comparar los métodos regionales de estimación de parámetros propuestos, se incluyen en un mismo gráfico las crecidas adimensionales para distintos períodos de retorno, estimadas utilizando ambos métodos.

**CONCLUSIONES**

Este trabajo propone dos modelos regionales de frecuencia de crecidas, utilizando distintas funciones de distribución. Uno de los métodos se basa en la estimación de parámetros bajo el criterio de máxima verosimilitud (MVR) y el otro modelo utiliza el método de los momentos ponderados por probabilidad para estimar los parámetros regionales (MPPR).

El método regional de máxima verosimilitud propuesto, obtiene la curva de frecuencia de crecidas en cada una de las estaciones o lugares de interés en una región. A diferencia de los métodos convencionales el procedimiento propuesto, ajusta una función de distribución a cada lugar, cuyos parámetros en cada sitio son función de variables geográficas, geomorfológicas o hidrológicas y de parámetros regionales, los cuales se estiman usando el método de máxima verosimilitud. Se han desarrollado expresiones para el método aplicado, con el modelo de valores extremos tipo I o distribución Gumbel y con el modelo Pearson III.

Los resultados que se han encontrado para la región empleada, indican que este método entrega estimaciones que son cercanas a las que se obtienen con los datos observados en el lugar. En efecto, los resultados indican que la curva de frecuencia estimada para un lugar, apoyándose en las observaciones de otros puntos de la región, entregan una curva de frecuencia de crecidas, bastante similar a la que se obtiene usando los datos

observados en el lugar. Ello se ha comprobado para Cachapoal en Puente Arqueado y para el río Diguillín en San Lorenzo.

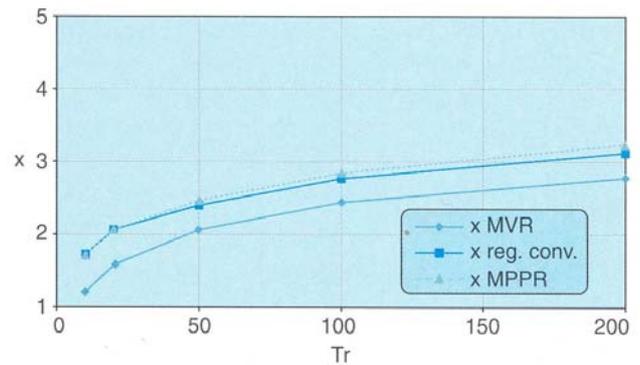


Figura 5. Comparación métodos regionales para R10

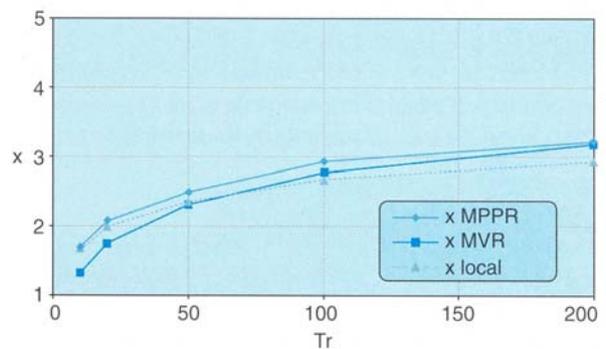


Figura 6. Comparación métodos regionales para I13

En las Tablas 7 y 8 se muestran las crecidas calculadas por un análisis de frecuencia de los datos observados y su comparación con los métodos propuestos para los ríos Cachapoal en Puente Arqueado y Diguillín en San Lorenzo.

T	F	Q local (m³/s)	Q MVR (m³/s)	QMPPR (m³/s)
10	0,900	1347	1072	1260
15	0,933	1489	1273	1405
20	0,950	1588	1414	1507
25	0,960	1665	1523	1585
30	0,967	1727	1612	1649
40	0,975	1825	1751	1749
50	0,980	1900	1858	1826
75	0,987	2037	2053	1966
100	0,990	2134	2191	2066
125	0,992	2209	2297	2142
150	0,993	2270	2384	2205
175	0,994	2322	2458	2258
200	0,995	2367	2522	2304

Tabla 7. Caudales con el método de MV y MPPR, para la estación R10

T	F	Q local (m <sup>3</sup> /s)	QMVR (m <sup>3</sup> /s)	QMVR (m <sup>3</sup> /s)
10	0,900	387	389	341
15	0,933	425	433	405
20	0,950	451	465	450
25	0,960	471	489	485
30	0,967	487	509	513
40	0,975	513	539	557
50	0,980	533	563	591
75	0,987	569	606	653
100	0,990	595	637	697
125	0,992	615	661	731
150	0,993	631	680	759
175	0,994	645	696	782
200	0,995	656	711	802

**Tabla 8.** Caudales con el método de MV y MPPR, para la estación I13.

El método de MPPR, integra la estimación de parámetros de la distribución, con la estimación de la crecida media en cada sitio, resolviendo ambos problemas en forma simultánea. De esta forma, el método presenta la ventaja de asegurar que el modelo reproduzca un mayor número de momentos de la muestra.

Se han aplicado el método convencional y el propuesto, a un conjunto de estaciones ubicadas en la zona centrosur de Chile, las cuales pertenecen a una región homogénea. Los resultados entregados por ambos métodos son muy similares para todas las distribuciones estudiadas, al comparar los valores que toma la crecida adimensional de la región para distintos períodos de retorno. Estos resultados, a su vez, son similares a los que entrega el método convencional de máxima verosimilitud.

Los procedimientos regionales propuestos son especialmente útiles para el diseño hidrológico preliminar o de nivel de proyecto, de obras de infraestructura en situaciones de información hidrológica escasa o inexistente. Representan también un valioso elemento de validación y complemento para los métodos que se apoyan en información registrada en el lugar de interés, o bien, para procedimientos que utilizan modelos matemáticos del proceso lluvia-escurrentía.

Se espera que los procedimientos propuestos sean una contribución a los procedimientos regionales convencionales, aumentando la confiabilidad de las estimaciones de crecidas y permitiendo estimar cuantiles de gastos máximos en puntos sin registros o con información escasa.

#### REFERENCIAS

- Cunanne, C. (1989) *Statistical Distributions for Flood Frequency Analysis*. World Meteorological Organization. Operational Hydrology Report 33, WMO-N°718, Ginebra, Suiza.
- Dalrymple, T. (1960) *Flood Frequency Analyses*. Geological Survey Water Supply Paper 1543-A. Washington D.C., U.S.A.
- Guo, X., Salas, J. y Boes, D. (1990). *Regional Flood Frequency Analysis*. Water Resources Papers N°102. Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
- Hosking, J., Wallis, J., Wood, E. (1985). *Estimation of the Generalized Extreme-Value Distribution by the method of Probability-Weighted Moments*. Technometrics, 27 (3): 251-261.
- Kite, G.W. (1977) *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*. Water Resources Publications. Fort Collins, Colorado, U.S.A.
- Lara S. (1997). Modelos Regionales de Frecuencia de Crecidas. Tesis para optar al título de Ingeniero Civil, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Varas E. y López O. (1993). *Criterios de Regionalización*. Revista Apuntes de Ingeniería. Vol 48, pp 89-99.