

Combinación de módulos en la metrología clásica

Combining classical metrology models

Francisco Roldán

Departamento de Construcciones Arquitectónicas de la Universidad de Granada. España.

Resumen

A partir de los resultados obtenidos en el estudio gráfico del trazado del edificio del Cuarto Real de Santo Domingo de Granada, España (ROLDÁN, 2011), se abre un ingente campo de trabajo sobre el estudio y análisis del posible uso del sistema de doble escala en la arquitectura histórica monumental. Planteamos caracterizar las peculiaridades del sistema aprovechando las implicaciones gráficas y de representación que demanda el esquema metrológico detectado, la variedad tipológica que presentan sus tramas modulares, y las recurrentes combinaciones de módulos de ambas escalas que permiten aproximaciones operativas a fracciones y razones no presentes en el sistema.

Palabras Clave: MODULACIÓN, PROPORCIÓN, METROLOGÍA, HISTORIA DE LA ARQUITECTURA, CONSTRUCCIÓN.

Abstract

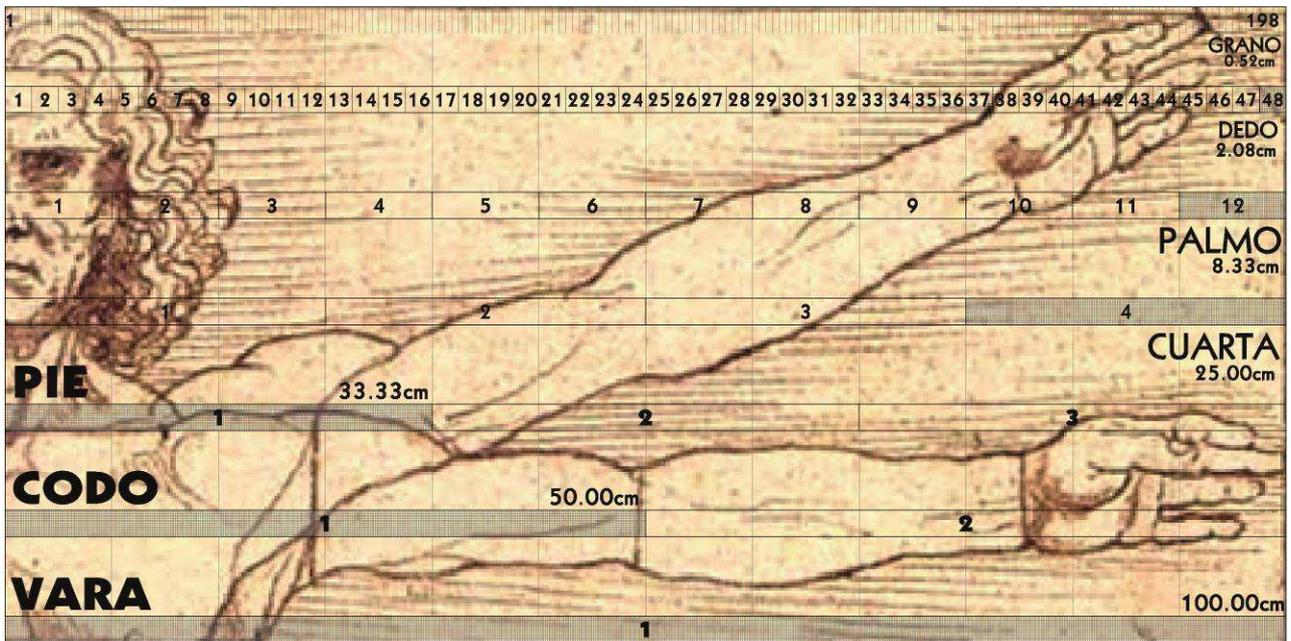
The results obtained in the graphic analysis of the modulation of the Cuarto Real de Santo Domingo building in Granada, Spain, (ROLDÁN, 2011) have provided new insights to further approach the research on possible use the double-scale in historical monumental architecture. We propose the characterization of the singularities of the system, from the implications and graphic representation required by the metrological scheme identified, as well as the variety of typologies that are presented in their modular frames, and the iterative combination of two-scale modules which allow operational approximations to fractions and ratios not explicitly present in the system.

Key words: MODULATION, PROPORTION, METROLOGY, ARCHITECTURAL HISTORY, CONSTRUCTION.

1 INTRODUCCIÓN

De los resultados del estudio gráfico de modulación y unidades métricas utilizadas en el trazado del edificio del Cuarto Real de Santo Domingo de Granada, España (ROLDÁN 2011), se deduce que el sistema clásico de medidas y proporciones se basaba en una doble escala: una base -la vulgar de unidades antropométricas- y otra mayor que es proporcional a la primera en razón de la raíz de dos - $\sqrt{2}$ -.

La conocida como proporción sagrada no sólo se utilizaba en el trazado de plantas, secciones, alzados, techos y detalles decorativos *ad quadratum* o en cuadratura (BRUNÉS 1967, RUIZ DE LA ROSA 1996, VILA RODRÍGUEZ 1997), sino que formaría parte del mismo sistema metrológico. Éste no sólo admitiría módulos de la serie duodecimal (Figura 1) - las unidades clásicas (VITRUBIO POLIÓN 2007)-, sino que abarcaría también la serie pitagórica $\sqrt{2}$. Ambas se pueden usar



SISTEMA CLÁSICO MEDIDAS

Spanish	BRAZA	VARA	CODO	PIE	CUARTA	SESMA	OCHAVA	PUÑO	PALMO	PULGADA	DEDO	GRANO
BRAZA	1	2	4	6	8	12	16	18	24	72	96	384
VARA	1/2	1	2	3	4	6	8	9	12	36	48	192
CODO	1/4	1/2	1	1 1/2	2	3	4	4,5	6	18	24	96
PIE	1/6	1/3	2/3	1	1 1/3	2	2 2/3	3	4	12	16	64
CUARTA	1/8	1/4	1/2	3/4	1	1 1/2	2	2 1/4	3	9	12	48
SESMA	1/12	1/6	1/3	1/2	2/3	1	1 1/3	1,5	2	6	8	32
OCHAVA	1/16	1/8	1/4	3/8	1/2	3/4	1	1 1/8	1 1/2	4 1/2	6	24
PUÑO	1/18	1/9	2/9	1/3	4/9	2/3	8/9	1	1 1/3	4	5 1/3	21 1/3
PALMO	1/24	1/12	1/6	1/4	1/3	1/2	2/3	3/4	1	3	4	16
PULGADA	1/72	1/36	1/18	1/12	1/9	1/6	2/9	1/4	1/3	1	1 1/3	5 1/3
DEDO	1/96	1/48	1/24	1/16	1/12	1/8	1/6	3/16	1/4	3/4	1	4
GRANO	1/384	1/192	1/96	1/64	1/48	1/32	1/24	3/64	1/16	3/16	1/4	1

Figura 1. Unidades clásicas de medidas

separadamente en tramas estáticas o mezclar en tramas dinámicas.

Mediante este sistema, y herramientas tan sencillas como una regla doble o la clásica escuadra, se pueden trazar correctamente los diseños *ad quadratum* en tramas dinámicas poligonales propias de la decoración con estrellas de 8 puntas (NUERE, 1990), y además modular las dimensiones generales y el resto de motivos ornamentales.

2 EL MODELO DE REFERENCIA

El Cuarto Real de Santo Domingo de Granada es un pequeño palacio real nazarí del siglo XIII

que constituye un espléndido ejemplo de la arquitectura hispano-musulmana, y es un valioso referente para el desarrollo de los modelos arquitectónicos y decorativos utilizados posteriormente en la Alhambra (ORIHUELA UZAL, 1996).

Su único espacio conservado (Figura 2) cuenta con una rica decoración en techos y paredes, entre la que destaca el más antiguo artesanado de armadura apeinazada de par y nudillo con diseños de lazo de que se tenga constancia (RODRÍGUEZ TROBAJO, 2008), y los azulejos andalusíes más antiguos conservados (ÁLVARO ZAMORA, 2007).



Figura 2. Fotografía del interior del Cuarto Real de Santo Domingo.

3 LA BASE MÉTRICA

Para obtener unos resultados gráficos precisos y fiables es necesario partir de una correcta y completa representación gráfica del edificio, que debe constituir la base métrica de referencia en todo el proceso. Y sobrepuestas a ella se deben representar siempre las modulaciones deducidas. En nuestro caso se ha utilizado una copia digital en formato vectorial del riguroso y detallado levantamiento fotogramétrico realizado por la Escuela de Estudios Árabes del CSIC (ALMAGRO y ORIHUELA UZAL 1997).

4 DISEÑO ASISTIDO POR ORDENADOR

Los procesos gráficos necesarios para la determinación precisa de los trazados que se pretenden obtener se simplifican enormemente con el uso de programas vectoriales de diseño asistido -AutoCAD -, puesto que las operaciones de afinidad a realizar se basan en sucesivos tanteos y sus correspondientes comprobaciones. Se elimina así la imprecisión en la determinación de puntos que presenta la mayoría de los estudios realizados mediante técnica manual. Como apoyo se han utilizado también fotografías de elementos concretos orto proyectadas mediante software Adobe Photoshop.

5 REPRESENTACIÓN

Los resultados se expresan a base de escuadras de 45°, triángulos rectángulos isósceles cuyos catetos e hipotenusas permiten una representación gráfica intuitiva de las modulaciones dinámicas $\sqrt{2}$. Los tamaños de sus catetos son proporcionales a fracciones del módulo base, y se identifican con unidades del sistema antropométrico (Figura 3).

En ocasiones se acotan dimensiones parciales y totales con expresión numérica de sus valores en función de la unidad de medida especificada. Contienen un solo término cuando el elemento se dimensiona estáticamente (solo catetos o hipotenusas de las escuadras), o son binomios cuando se modula dinámicamente.

	CODDO		PIE	CUARTA	SESMA	OCHAVA		PUÑO	PALMO	PULGADA	DEDO	GRANO
Unidad	BRAZA	VARA	CODO	PIE	CUARTA	SESMA	OCHAVA	PUÑO	PALMO	PULGADA	DEDO	GRANO
FRACCIÓN	1/2	1	2	3	4	6	8	9	12	36	48	192
CUARTO REAL DE SANTO DOMINGO. Valor de sus unidades en centímetros © Francisco Roldán												
MÓDULO	210,37	105,19	52,59	35,06	26,30	17,53	13,15	11,69	8,77	2,92	2,19	0,55
v2	297,51	148,75	74,38	49,58	37,19	24,79	18,59	16,53	12,40	4,13	3,10	0,77
1+√2	507,88	253,94	126,97	84,65	63,48	42,32	31,74	28,22	21,16	7,05	5,29	1,32

Figura 3. Tabla de escuadras modulares

6 TIPOLOGÍA DE TRAMAS MODULARES

Las adiciones de módulos y de motivos patrón generan tanto tramas estáticas -basadas en unidades de la escala base o de la $\sqrt{2}$ - como tramas dinámicas que combinan ambas escalas (Figura 4).

Las tramas estáticas están basadas en cuadrículas regulares y admiten composiciones armónicas. Pueden ser definidas con la escala base o con la escala $\sqrt{2}$.

Las tramas dinámicas combinan unidades de ambas escalas, bien en el eje horizontal, en el vertical o en ambos.

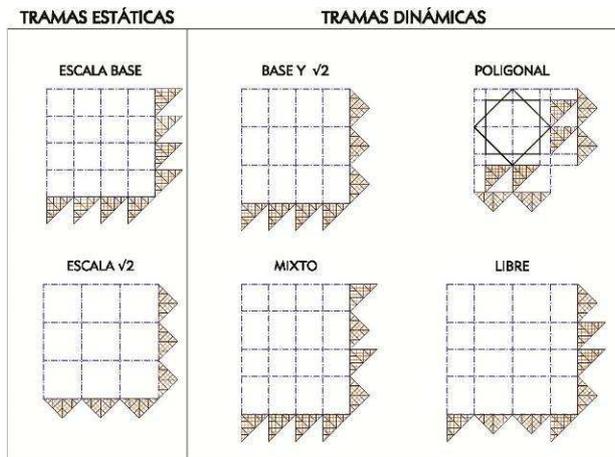


Figura 4. Tipología de tramas modulares

7 COMBINACIONES ESTÁTICAS

Los módulos deducidos en tramas estáticas se pueden agrupar formalizando supermódulos o unidades mayores del sistema antropométrico.

En trama estática base se organizan las dimensiones generales de los huecos bajos del alzado principal. El hueco central del testero -o lugar del gobernante- (Figura 5) tiene unas dimensiones de 4 codos de ancho por 4 de alto, al igual que el arco ciego superior. Los huecos laterales están separados del central 1 codo, tienen un ancho de 2 y una altura de 4 hasta la clave de sus arcos.

Por lo tanto podemos detectar la presencia del módulo cuadrado antropométrico base -o braza- agrupando series de 4 por 4 codos. Éste está presente en la composición tripartita del alzado, tanto en la definición del hueco central, en el arco ciego superior y en los huecos laterales.

También podemos localizar los 4 codos en la altura de la linterna hasta el alicer. Y sobre él se eleva 4 codos la armadura apeinazada del techo hasta el almizate, que además tiene una planta cuadrada de 4 codos de lado, de manera que en este punto se formaliza una braza cúbica.

El diseño armónico de lazo geométrico del alicatado 1 del hueco lateral (Figura 6) se desarrolla en base a un motivo patrón cuadrado

de 3 palmos de lado -1 cuarta-. Éste se repite dos veces en horizontal -1 codo- y 4 veces en vertical -1 vara-.

Cuando se utilizan tramas estáticas de escala $\sqrt{2}$ se puede realizar el mismo procedimiento de asociación. En el alicatado 2 también se utiliza un motivo patrón cuadrado, en este caso de $6\sqrt{2}$ dedos de lado -1 ochava sagrada-, que se repite completo 4 veces en horizontal - $\sqrt{2}$ codo- y 6 en vertical.

La combinación estática está presente también en el alicer de la linterna (Figura 7), donde el motivo patrón tiene un ancho de $\sqrt{2}$ pie y una altura de $\sqrt{2}$ cuarta -en proporción 3:2- por la agrupación de sus 16 módulos horizontales y sus 12 verticales, cada uno de dimensión $\sqrt{2}$ dedo. Se repite el motivo patrón completo 13 veces en la franja decorativa de cada alzado, más una mitad en cada extremo. Tanto aquí como en el resto de elementos decorativos que presentan textos coránicos, en epigrafía cursiva o cúfica, se utiliza la combinación estática de módulos sagrados $\sqrt{2}$.

8 COMBINACIONES DINÁMICAS

Las tramas dinámicas base y $\sqrt{2}$ -cuando un eje ortogonal es modulado con unidades de la escala base y el otro con las de la escala $\sqrt{2}$ - presentan la misma proporción que los formatos normalizados DIN A. Sería el caso de las dimensiones exteriores de cada una de las cinco ventanas por cara de la linterna - $\sqrt{2}$ codo de ancho por 2 codos de alto-. Mediante estas proporciones se modula también el motivo patrón del arco ciego del hueco central, distribuido a tresbolillo, que tiene un ancho de $\sqrt{2}$ palmo por 8 palmos de altura -2 pies- (Figura 6). Y el motivo 1 (Figura 8) correspondiente a los machones extremos de la linterna.

Tanto la trama dinámica poligonal como la libre permiten combinaciones que generan tramas estáticas.

CUARTO REAL DE SANTO DOMINGO
MODULACIÓN

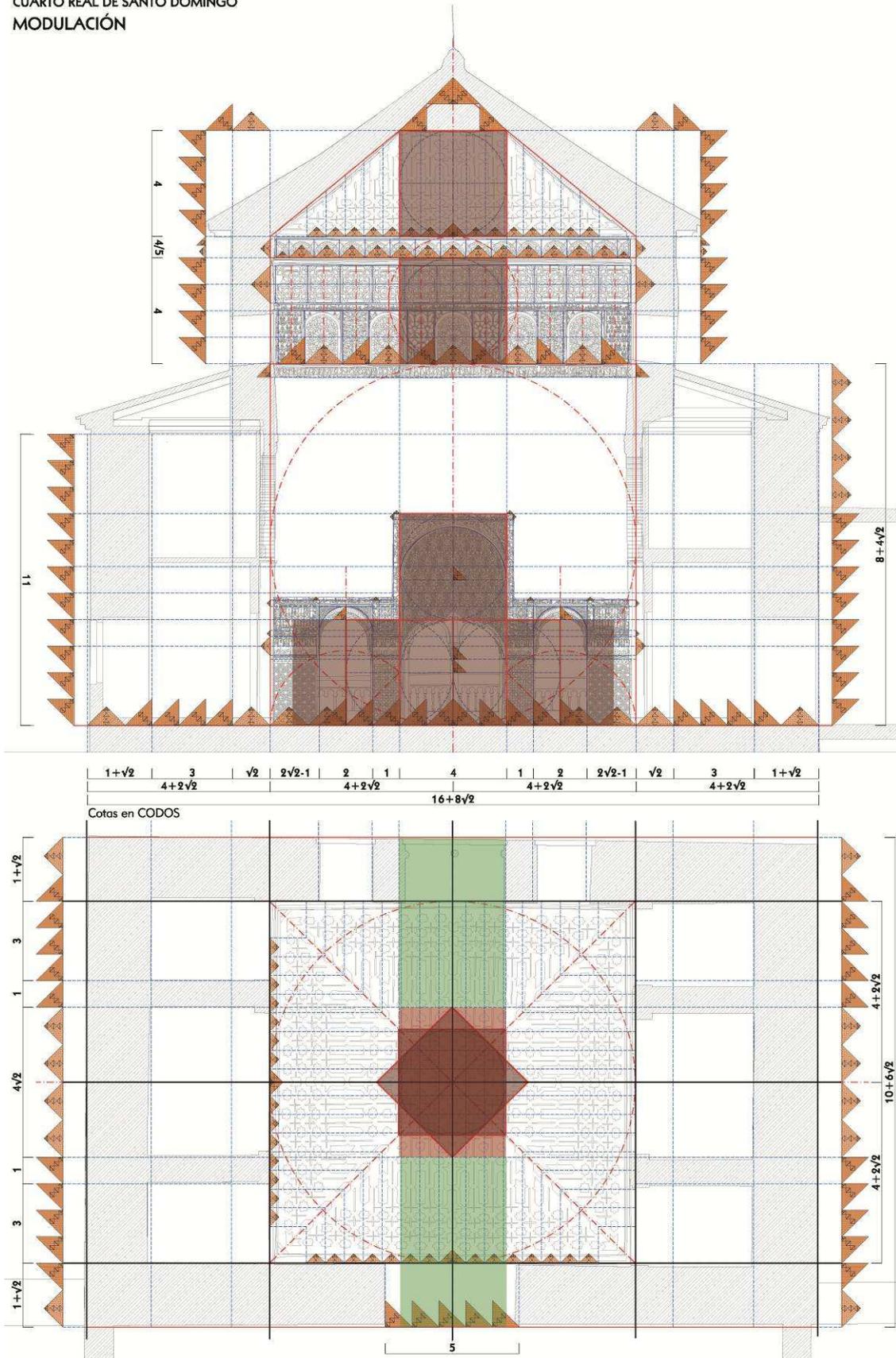


Figura 5. Modulación del Cuarto Real de Santo Domingo

CUARTO REAL DE SANTO DOMINGO
MODULACIÓN ALZADO INTERIOR SUR / HUECO LATERAL

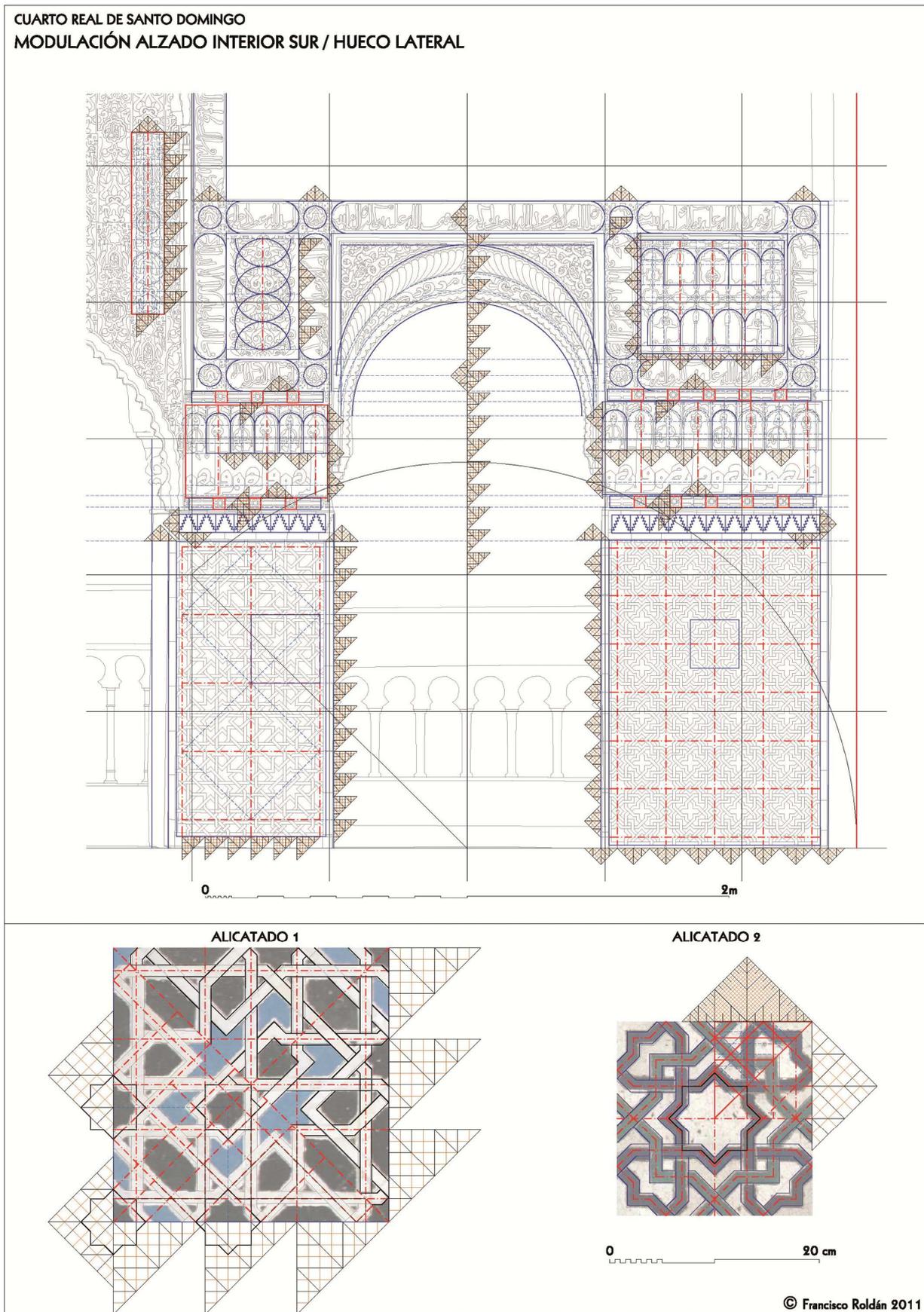


Figura 6. Modulación del hueco lateral

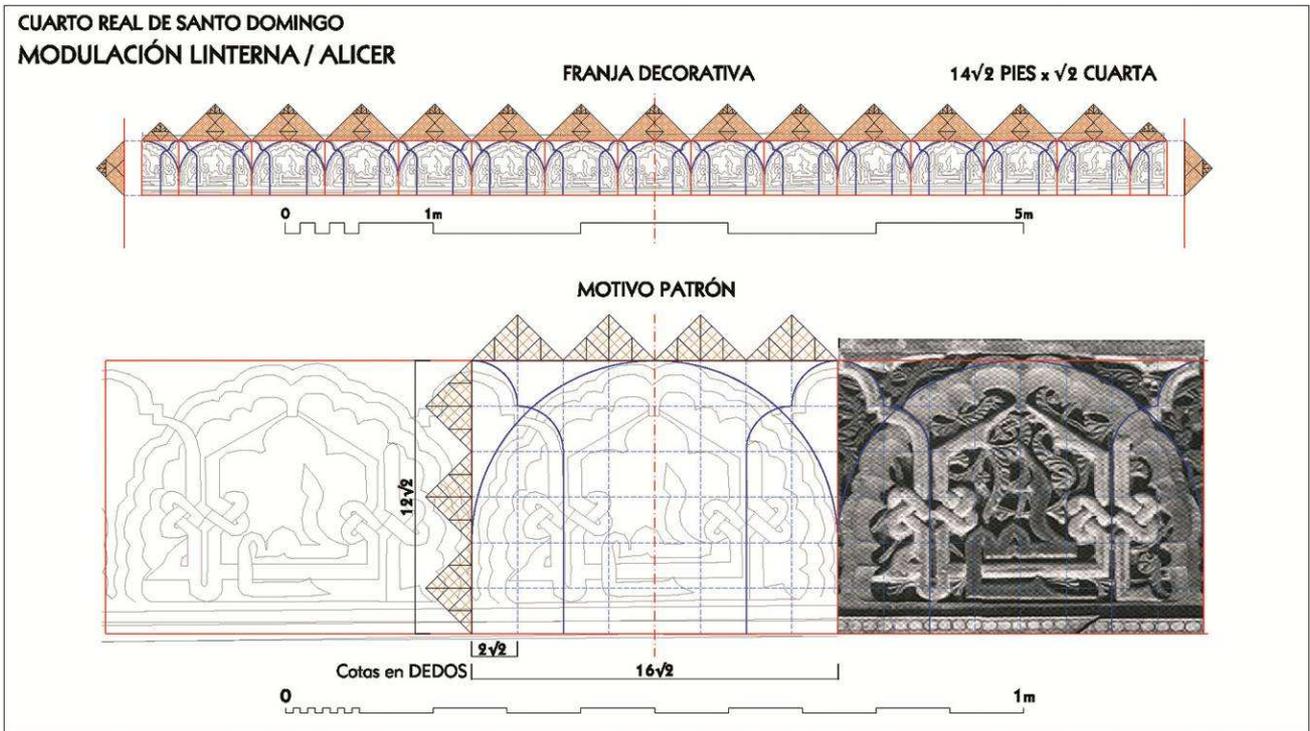


Figura 7. Modulaci3n del alicer

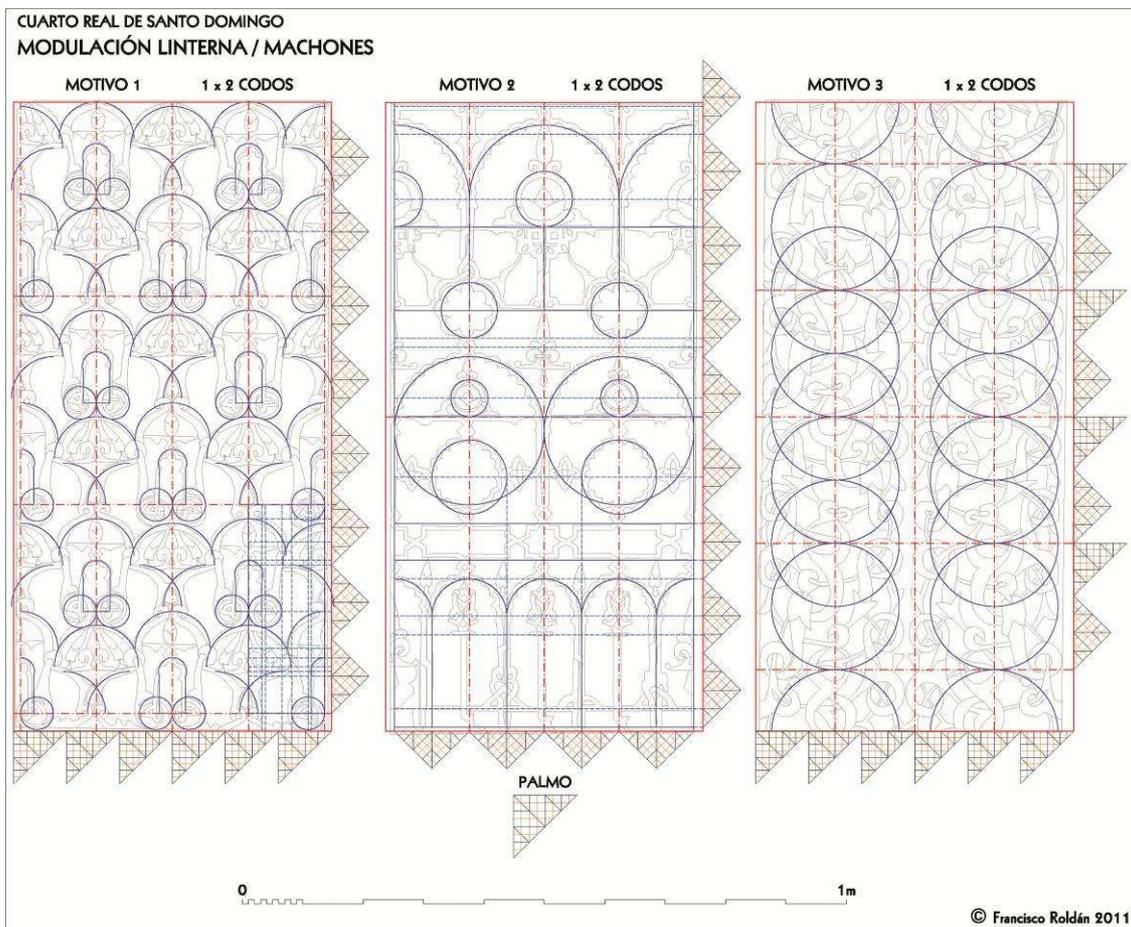


Figura 8. Modulaci3n de los machones

Una de las características de las tramas dinámicas octogonales es que se combinan con tramas estáticas en un ángulo de 45°. Es lo que ocurre en el alicatado 1, cuyas calles inclinadas y dinámicas se insertan en la trama estática base, de composición armónica. Y en todo el techo, incluido el intercambio en la combinación de

tramas de las calles centrales. Éstas presentan una separación estática de pares de una cuarta a ejes, por lo que la trama dinámica es la girada. Sin embargo a continuación se produce un doblado dinámico de pares que provoca la permutación de tramas (Figura 9).

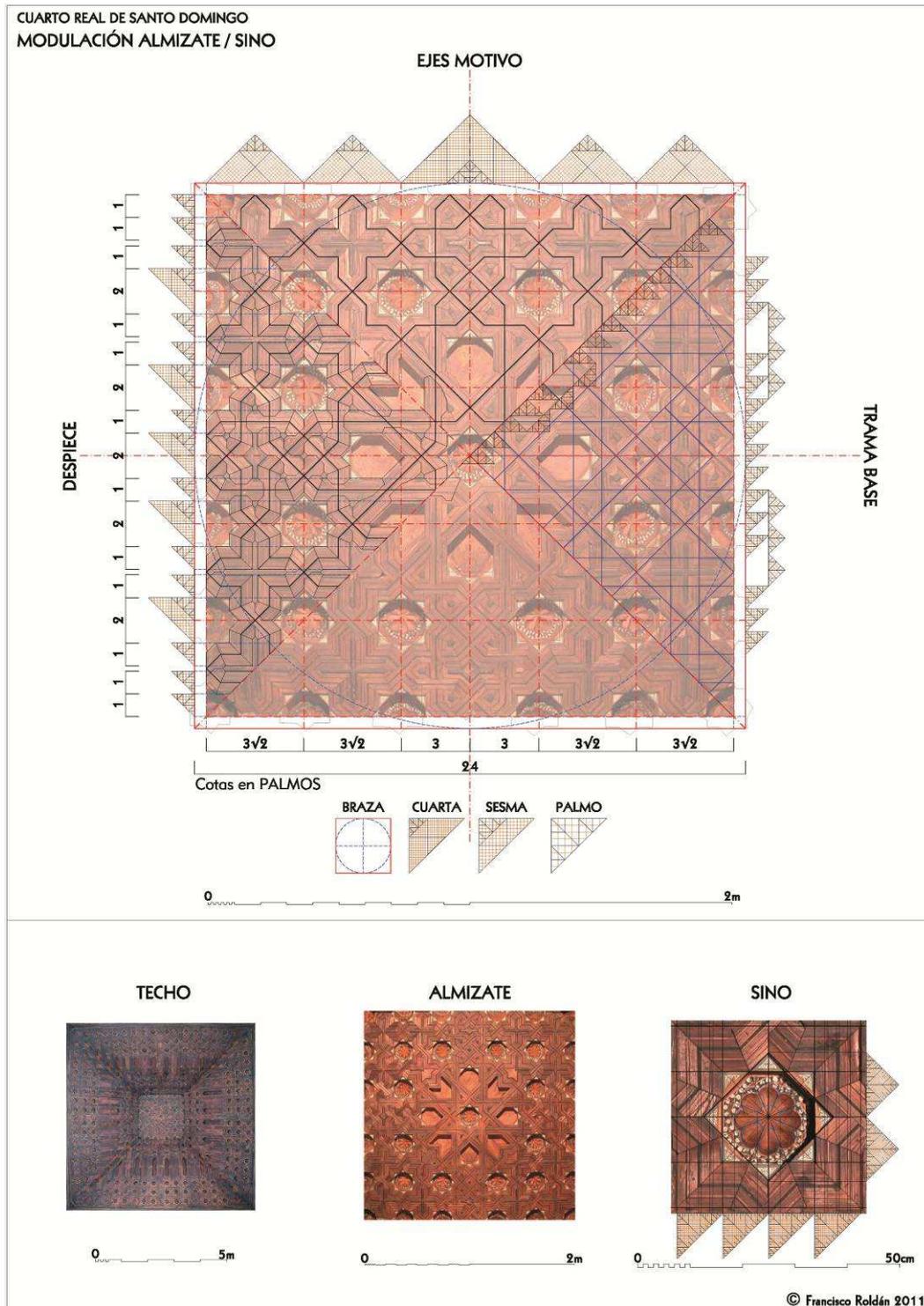


Figura 9. Modulación del techo.

También las tramas dinámicas libres se pueden agrupar en tramas estáticas. Pero pueden distribuir sus módulos independientemente en cada eje ortogonal.

Así es como las trazas dinámicas que se utilizan para definir los huecos de cada alzado, en la planta del edificio, generan otra cuadrícula estática de proporción 2:1. El ancho total de la planta incluyendo gruesos de muros coincide con 4 de estos supermódulos de $4+2\sqrt{2}$ codos - $2+\sqrt{2}$ varas-. Los 2 supermódulos centrales determinan el ancho y fondo del salón, así como su altura hasta la parte baja de las ventanas de la linterna, formalizando por tanto un cubo hasta ese punto (Figura 5).

Los módulos de tramas estáticas generados por tramas dinámicas no admiten divisiones enteras en ninguna de las dos escalas.

9 HIPÓTESIS DE APROXIMACIÓN MEDIANTE COMBINACIONES DINÁMICAS SINGULARES

Numerosos elementos quedan definidos por adición de módulos de ambas escalas, siendo frecuentes las combinaciones $1+\sqrt{2}$ y $2+\sqrt{2}$. Así, el espesor de los muros exteriores es $1+\sqrt{2}$ codos. Las mismas dimensiones que disponen los anchos de machones y huecos de la linterna Y este mismo ritmo presentan los motivos patrón del friso ($1+\sqrt{2}$ cuarta), y la distribución vertical del motivo 3 de los machones de la linterna ($1+\sqrt{2}$ palmo). También determinamos que la altura del alicer quedaba definida por $1+\sqrt{2}$ sesma.

Por otra parte ya habíamos encontrado la combinación $2+\sqrt{2}$ en los supermódulos de la trama estática de la planta.

Aprovechando el carácter aditivo de las dos escalas se plantea la posibilidad de obtener aproximaciones operativas -menos del 1% de error- a dimensiones de complicado cálculo en el sistema clásico de medidas conocido, utilizando combinaciones de unidades de ambas escalas.

10 FRACCIONES

Por su carácter duodecimal, las unidades del sistema clásico contienen todas las fracciones derivadas de los múltiplos de 2 y 3. Pero resulta inoperante cuando se pretende obtener divisiones derivadas de combinaciones del 5, 7, 11 y otros números primos. Este hecho resulta desconcertante, dado el valor que las fuentes clásicas atribuyen a “números perfectos”, como es el caso del 10 que menciona Vitruvio. Hipótesis (Figura 10):

- Si realizamos la sencilla operación de sumar a un palmo su $\sqrt{2}$ obtenemos un valor que se aproxima a 1/5 de vara (1/10 de braza) con un error del 0,59%. Luego podemos identificar la combinación $1+\sqrt{2}$ con la fracción 5.
- Un palmo más la mitad de su $\sqrt{2}$ proporciona 1/7 de vara con un error del -0,42%. Por lo tanto $2+\sqrt{2}$ representaría a la fracción 7.
- Un palmo más 1/16 de su $\sqrt{2}$ ($\sqrt{2}$ de un grano) arroja 1/11 de vara con un error del -0,23%. La combinación $16+\sqrt{2}$ podría equivaler a la fracción 11.

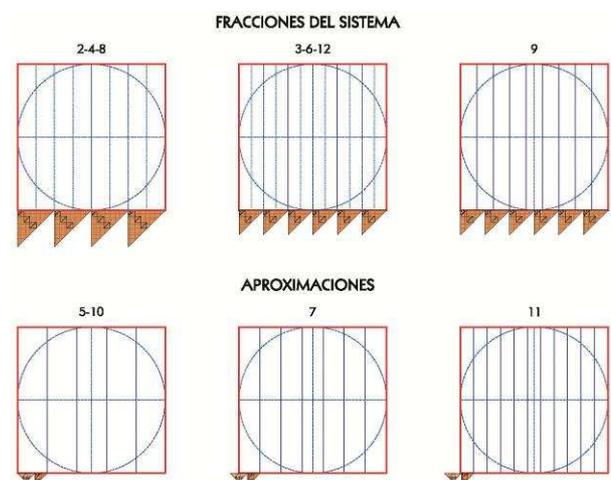


Figura 10.- Fracciones

Así es como interpretamos que la altura del alicer de nuestro modelo de referencia representa 1/5 de la braza que mide el resto de la linterna. El supermódulo estático de la planta del edificio presenta la combinación $2+\sqrt{2}$ varas, que representaría 1/7 de otro módulo superior de 12 brazas.

11 RAZONES CLÁSICAS

El sistema de doble escala permite trazar correctamente la razón pitagórica de los diseños *ad quadratum* basados en octógonos, dado que la $\sqrt{2}$ es la razón del sistema.

Mediante el mismo procedimiento de combinación de módulos de ambas escalas planteamos las siguientes hipótesis para realizar aproximaciones operativas a otras razones clásicas conocidas (Figura 11):

- Para obtener una aproximación a la divina proporción o razón áurea – que deriva de la relación de la diagonal del doble cuadrado con su lado - podemos utilizar $(5+\sqrt{2})/4$ con un error del -0,89% respecto al valor irracional de φ .
- La proporción cordobesa (HOZ ARDERIUS 2002) -relación que existe entre el radio y el lado de un octógono regular- tiene un valor irracional muy próximo a 1,3. Mejor aproximación se obtiene si utilizamos $(9+\sqrt{2})/8$ -error del -0,37%-.



Figura 11.- Razones

De esta manera es posible localizar la divina proporción en el trazado regulador de la planta del edificio. Desde la línea exterior de la fachada hasta la paralela que define el ancho de los huecos de los alzados laterales hay un fondo de $5+\sqrt{2}$ codos. Dado que el ancho de estos huecos es $\sqrt{2}$ de una braza se formaliza una franja central que determina el fondo total del edificio de fuera a fuera. Está formada por un rectángulo pitagórico central exacto y dos rectángulos

áureos aproximados en los extremos, todos ellos con un ancho correspondiente a una braza o módulo base (Figura 5).

No hemos localizado en nuestro modelo combinaciones de módulos que correspondan con la hipótesis planteada para dimensionar la llamada proporción cordobesa. No obstante hay que considerar que la fracción $4/3$ también es una buena aproximación a esta razón -el error del +2,05 cometido sería asumible en el proceso edificatorio-. Y en este caso sí es posible localizar dichas combinaciones estáticas, aunque no sean representativas en la definición dimensional de los distintos elementos.

Constatados estos hechos debemos considerar la posibilidad de que subyazcan otras aproximaciones a proporciones y razones clásicas inmersas en las tramas deducidas. Y en cualquier caso siempre será especulativo determinar si fueron acciones intencionadas por parte del autor, o bien meras coincidencias geométricas.

12 CONCLUSIONES

La premisa deducida sobre el sistema de doble escala duodecimal en razón $\sqrt{2}$ permite modular todas las partes de la obra analizada, determinar el valor métrico de sus unidades de medida, deducir su trazado regulador, construir reglas ad hoc para tomar medidas in situ, y otra serie de aplicaciones prácticas entre las que destacamos el estudio de irregularidades y deformaciones del estado actual de la obra respecto de la trama modular deducida (ROLDÁN 2011).

Así mismo comprobamos que la combinación de unidades de las dos escalas proporciona aproximaciones operativas y muy prácticas a las fracciones ausentes en el sistema de simple escala, y a otras razones clásicas conocidas.

AGRADECIMIENTOS

Quisiera expresar mi gratitud a los investigadores de la Escuela de Estudios Árabes del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Antonio Almagro y Antonio Orihuela. A Juan Calatrava, Joaquín Casado, Ignacio Valverde y Ana Martínez, de la Universidad de Granada. A la fotógrafa Paloma Brinkmann. A los amigos Pedro Leal, Carmen Leal, Mariano Cruz, Juan Emilio Murcia, Enrique López, Domingo Abbe, Julia Salazar y Juan García. A mi familia, mi mujer Pilar Martínez, mi madre Asunción Medina y mi hermana Marta Roldán.

Así mismo mi agradecimiento al personal del Área de Patrimonio del Ayuntamiento de Granada, del Patronato de la Alhambra, y de los Departamentos de Construcciones Arquitectónicas y de Expresión Gráfica Arquitectónica de la Universidad de Granada.

En memoria de mi buen amigo Juan de Mata Vico Rodríguez.

BIBLIOGRAFÍA

ALMAGRO, Antonio y ORIHUELA UZAL, Antonio (1997): “Propuesta de intervención en el Cuarto Real de Santo Domingo (Granada)”, en *Loggia*, separata, pp. 22-29.

ALVARO ZAMORA, María Isabel (2007): “La Cerámica Andalusí”, en *Artigrama: Revista del Departamento de Historia del Arte de la Universidad de Zaragoza*, no. 22, pp. 337-370.

BRUNÉS, Tons (1967): *The Secrets of Ancient Geometry - and its use*. International Science Publishers. Copenhagen.

HOZ ARDERIUS, Rafael (2002): *La Proporción Cordobesa*. Colegio Oficial de Arquitectos de Córdoba.

NUERE, Enrique (1990): *La Carpintería de Lazo*. Colegio Oficial de Arquitectos de Andalucía Oriental, Delegación de Málaga.

ORIHUELA UZAL, Antonio (1996): *Casas y Palacios Nazaríes: Siglos XIII-XV*. Lunweg. Barcelona.

RODRÍGUEZ TROBAJO, Eduardo (2008): “Procedencia y uso de madera de pino silvestre y pino laricio en edificios históricos de Castilla y Andalucía”, en *Arqueología de la Arquitectura*, no. 5, pp. 33-53.

ROLDÁN, Francisco (2011): *La escuadra sagrada*. Bubok Publishing S.L. Madrid.

RUIZ DE LA ROSA, José Antonio (1996). *Quatro edificios sevillanos: [Metodologías para su análisis]*. Colegio Oficial de Arquitectos de Andalucía Occidental. Sevilla.

VILA RODRÍGUEZ, Rafael (1997): “Estudios compositivos de algunas basílicas paleocristianas de la España romana de los siglos IV – VI”, en *Antigüedad y Cristianismo: Monografías históricas sobre la antigüedad tardía*, no. 14, pp. 489-500.

VITRUBIO POLIÓN, Marco (2007): *Los diez libros de Arquitectura*. Akal. Madrid.