

CUANTIFICANDO LA INCERTIDUMBRE: APLICACIÓN A LA LÍNEA DE PLAYA

Andrés Payo, Asunción Baquerizo y Miguel Losada

Resumen:

A priori no es posible conocer con certeza la forma en planta de un tramo de playa, debido principalmente al desconocimiento del clima marítimo al que estará sometido. En este trabajo se presenta un procedimiento de cálculo cuyo objetivo es el de cuantificar de forma objetiva la incertidumbre asociada a la predicción de la evolución de la línea de playa en términos de probabilidad. A partir de una base de datos oceanográficos y basados en los principios de las funciones ortogonales empíricas (FOE) se propone un procedimiento de simulación de las posibles secuencias de temporales. Estas secuencias sirven de entrada al modelo morfodinámico para generar una base de datos de posibles formas en planta. La probabilidad asociada a cada una de las posibles formas en planta es estimada empleando la técnica de FOE. Se estudia el caso de la evolución de una playa inicialmente recta aguas arriba de un espigón perpendicular a la costa que bloquea todo el transporte longitudinal de sedimentos, sobre la que se ha realizado una regeneración trapezoidal. Se emplea la solución analítica del modelo de una línea como modelo morfodinámico, con condiciones de contorno dependientes del tiempo y coeficiente de difusión no homogéneo.

Palabras clave: una-línea, Funciones Ortogonales Empíricas, Monte-Carlo, secuencia temporales

INTRODUCCIÓN

En la evolución a gran escala de la línea de playa se producen cambios en las formas costeras en un amplio rango de escalas espacio-temporales (De Vriend, 1991). Este trabajo centra su atención en la escala de interés para la ingeniería (años a décadas y de centenas de metros a centenas de kilómetros). La evolución a largo plazo de la línea de playa está controlada por la existencia de ciclos en la ocurrencia de eventos extremos, relacionados con la ocurrencia de temporales. Algunos trabajos de campo recientes confirman la validez de esta hipótesis (p. e. Rodríguez-Ramírez et. al., 2003). Sin embargo, los procesos de menor escala como el aporte puntual de material, ya sea de forma natural o artificial, como los procesos de mayor escala como las variaciones del nivel del mar intervienen en la evolución a largo plazo de la línea de costa y han de ser tenidos en cuenta.

Por otra parte, la propiedad acumulativa de los procesos costeros, que surge de la interacción entre morfología y los propios procesos, hacen de la evolución costera un proceso secuencial de estados morfodinámicos que, junto a la incertidumbre sobre la ocurrencia de eventos extremos convierten esta secuencia en una secuencia Markoviana donde la forma al final de un estado depende del estado anterior.

En este contexto se deduce que, entre otros, el problema de conocer la evolución a gran escala de un sistema costero depende de (1) la capacidad de incluir tanto en las condiciones de contorno como en la ecuación de gobierno no sólo los procesos en la escala de interés para la ingeniería sino los procesos asociados a cambios en la escala superior o geológica y los procesos asociados a escalas instantáneas o menores y (2) simular la secuencia markoviana entre estados morfodinámicos.

Universidad de Granada, Grupo de Puertos y Costas, CEAMA Avda. Mediterráneo s/n, 18006 Granada
Telf: 958814862 andrespg@ugr.es, abaqueri@ugr.es, mlosada@ugr.es

Artículo recibido el 15 de abril de 2004, recibido en forma revisada el 15 de mayo de 2004 y aceptado para su publicación el 1 de junio de 2004. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo siguiendo lo indicado en las "Instrucciones para autores". En el caso de ser aceptadas, éstas serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores.

La no estacionariedad del clima marítimo hace complejo el planteamiento estocástico del problema. Sin embargo, el aumento de la capacidad de cálculo hace posible el empleo de técnicas numéricas para introducir la aleatoriedad en las predicciones (p. e. Vrijling and Meijer, 1992). Dado el carácter Markoviano del proceso, es necesario llevar a cabo numerosas simulaciones hasta conseguir una muestra representativa de las posibles formas en planta, por lo que se requieren modelos morfodinámicos de bajo coste computacional y a su vez, capaces de recoger la física de los principales procesos. De la extensa gama de modelos morfodinámicos existentes (Hanson and Kraus, 1989), las soluciones analíticas de los modelos de una línea cumplen en general los requisitos para ser empleadas en cálculos intensivos.

Sin embargo, hasta la fecha, los distintos procedimientos para la estimación de la incertidumbre de la predicción tan sólo permiten estimar la probabilidad de que en una sección transversal a la línea de playa se alcance una determinada posición y no reproducen la dependencia de la evolución de la línea de playa con la ocurrencia de temporales. El procedimiento propuesto en este trabajo pretende eliminar estas limitaciones.

Este documento se desarrolla en seis apartados. En el primer apartado se describe el procedimiento de simulación propuesto basado en el concepto de estados de mar. En el segundo apartado se describe el modelo de una línea. En el tercer y cuarto apartado se presenta la técnica de las componentes principales como una herramienta adecuada para la estimación de la incertidumbre y la simulación de las historias de clima marítimo. En el apartado quinto se presentan los resultados que se obtienen al aplicar el procedimiento a un problema teórico. Finalmente se dan unas conclusiones.

PROCEDIMIENTO DE SIMULACIÓN

El procedimiento se resume en la Figura 1, éste parte de considerar la forma en planta de la playa como el resultado de un experimento tras N años de sollicitación del clima marítimo. A partir de una base de datos representativa del clima se generan, mediante la técnica de Monte-Carlo, M simulaciones de las posibles historias de clima marítimo. La historia de clima marítimo se caracteriza tanto por el número y duración de temporales como por el tiempo transcurrido entre temporales.

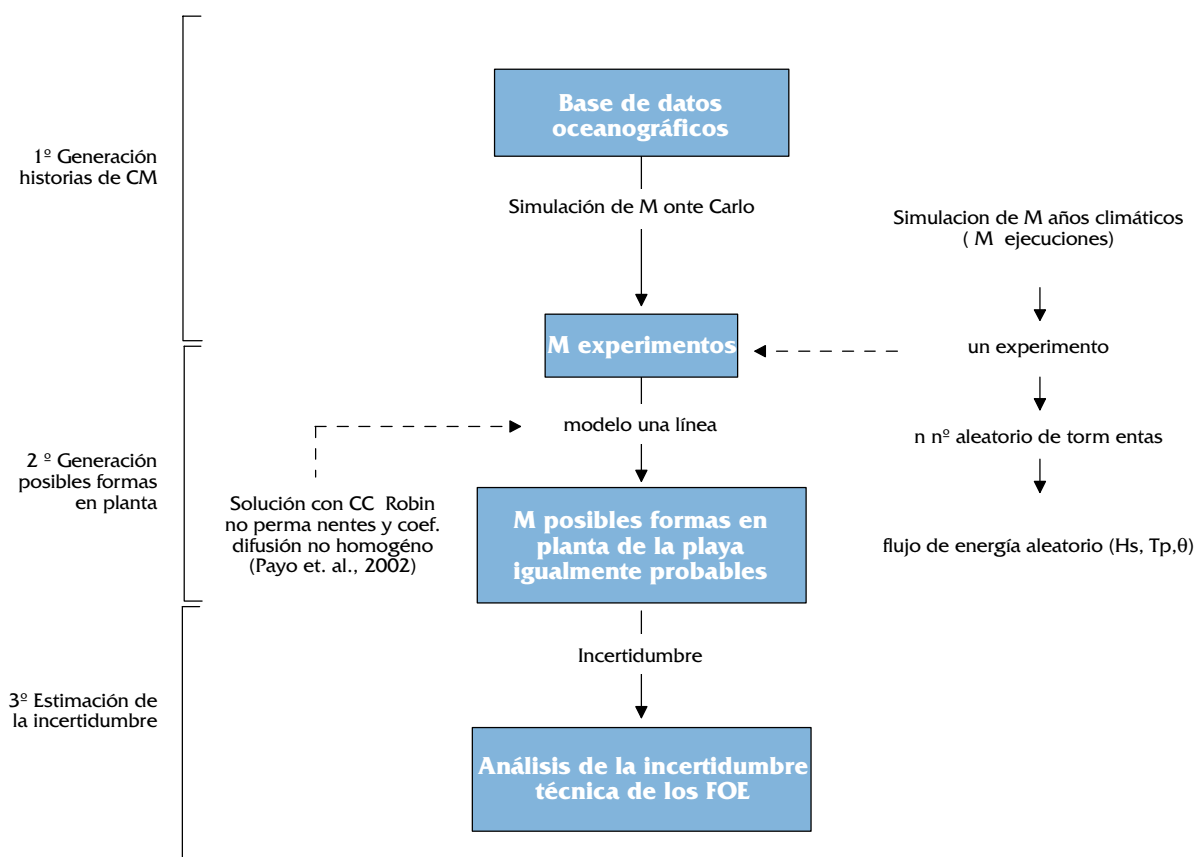


Figura 1. Esquema del procedimiento de simulación propuesto

La historia así definida es discretizada en estados de mar, caracterizando cada estado por una altura de ola, periodo y dirección de propagación. Al introducir estas secuencias de estado en el modelo de una línea (Payo et. al., 2002), se obtiene una muestra representativa de los posibles resultados del experimento.

Las posibles formas en planta del tramo de playa simuladas forman una matriz, $M_{n \times p}$, de $n \times p$ filas por p columnas. Donde p es el número de simulaciones o individuos de la población y $n \times p$ es el número de variables o puntos a lo largo de la planta de la playa en los que se ha simulado la posición de la misma. Se demuestra que la técnica de las componentes principales (o también llamadas FOE) produce de forma adecuada un conjunto más reducido de nuevas variables estadísticamente independientes, pudiendo ser calculada la probabilidad conjunta como un producto de las distribuciones marginales de cada una de estas nuevas variables evitando así la limitación asociada a la correlación entre las x variables.

MODELO DE UNA LÍNEA

Basado en la hipótesis de que el perfil de playa se mantiene constante pero puede desplazarse transversalmente, reproduciendo así los fenómenos de erosión y acreción debido a las variaciones de la corriente longitudinal, y de aplicar el principio de conservación de la masa en un volumen de control fijo se obtiene una ecuación diferencial parabólica similar a la de la difusión del calor.

Con las adecuadas condiciones de contorno (desde ahora CC) y condiciones iniciales (desde ahora CI), se obtienen soluciones analíticas o numéricas que dan la evolución en el tiempo de la línea de playa. La bondad de las soluciones, depende entre otros, de (1) la caracterización del régimen de energía en la zona de rotura; altura de ola, H_s , periodo del oleaje, T , dirección θ_b respecto al eje fijo de coordenadas x y orientación de la costa y (2) la correcta formulación matemática de las condiciones de contorno.

Payo et. al. 2002 obtuvieron la solución analítica del problema contorno que gobierna la evolución de la línea de playa $y(x,t)$.

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon(x) \left(\alpha_s - \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right) \right) + w(x,t), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} C_1 y(0,t) + C_2 \frac{\partial y}{\partial x}(0,t) &= g(t) \\ C_3 y(l,t) + C_4 \frac{\partial y}{\partial x}(l,t) &= h(t) \quad t \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

En el dominio espacial $x = [0,l]$ y $t \geq 0$ con las condiciones de contorno tipo Robin no permanentes y la condición inicial

$$y(x,0) = f(x) \quad 0 \leq x \leq l \quad (3)$$

Esta formulación se obtiene de la linealización de la ecuación constitutiva que relaciona el transporte longitudinal con la orientación de la línea de costa y el oleaje incidente, siendo

$$\varepsilon(x) = \frac{2Q_0}{D}$$

el coeficiente de difusión que depende

de la profundidad de cierre, D , y de la amplitud de la tasa de transporte longitudinal de sedimentos, Q_0 , la cual depende del flujo de energía en la zona de rotura y de las propiedades del material. El coeficiente de difusión expresa la escala temporal del cambio en la orientación de la costa después de una perturbación. La linealización de la ecuación constitutiva supone una sobrestimación de la tasa de transporte, que para oleaje muy peraltado y ángulos de incidencia pequeños es poco significativa, sin embargo, para oleajes poco peraltados y/o ángulos de incidencia mayores esta sobrestimación es más importante (Falques, 2003), además la linealización no permite explicar las inestabilidades observadas por otros autores (Asthon et. al., 2001). Sin embargo el carácter no homogéneo del coeficiente de difusión y una correcta propagación del oleaje desde profundidades indefinidas reducen esta limitación.

La función $w(x,t)$ representa una fuente o sumidero de material y la función $f(x)$ la forma inicial de la playa. Al cambiar el flujo de energía el sistema costero tiende hacia una nueva posición de equilibrio. El tiempo de ajuste a estas nuevas condiciones energéticas está limitado por el tiempo de respuesta característico del sistema que refleja el intervalo de tiempo necesario para desplazar el volumen de material requerido por el nuevo estado energético. El tiempo de relajación, T_R , necesario para el cambio morfológico para que se produzca el equilibrio después de una variación en las condiciones climáticas, está relacionado con la velocidad de cambio de la línea de costa, dy/dt , a través de la ecuación de continuidad de sedimentos.

Si la duración del estado es inferior al tiempo de relajación, la forma resultante será una posición intermedia entre el estado de equilibrio hacia el que tendía y el estado de partida.

MEDIDA DE LA INCERTIDUMBRE, TÉCNICA DE LAS FOE

Las posibles formas en planta simuladas mediante la técnica de Monte-Carlo forman una matriz de datos $M_{nx,p}$, donde x es un índice que varía entre 1 y nx , el número total de puntos a lo largo del tramo playa en los que se ha simulado la posición de la playa, y el subíndice p varía entre 1 y N , siendo N el número total de simulaciones realizadas. Ya que las nx variables no son independientes estadísticamente, la probabilidad de obtener una forma en planta dada se obtendría de la distribución conjunta de las nx variables. Sin embargo cuando, como en el caso de la evolución costera, el número de variables nx es elevado surgen dos problemas; (1) el proceso de inferencia llega a ser complejo debido a la falta de información y (2) el número de datos requeridos para una estimación robusta de los parámetros que definen la función de probabilidad conjunta aumenta rápidamente con la dimensión.

Si el conjunto inicial de nx variables pudiera ser reducido a un número menor, np , de nuevas variables las cuales tuvieran la propiedad de predecir óptimamente las originales y fueran estadísticamente independientes, la probabilidad conjunta podría ser calculada como un simple producto de probabilidades marginales.

Si la relación entre las nuevas variables se obtiene como una combinación lineal de las originales, donde el peso de las variables originales es del mismo orden, el teorema central del límite indica que la distribución de las nuevas variables tiende hacia una normal. Si, además, las nuevas variables no están correlacionadas linealmente se puede asumir que las nuevas variables son estadísticamente independientes.

Las funciones empíricas ortogonales tienen una serie de propiedades que la hacen apropiadas para este propósito: (1) son un conjunto más reducido de variables las cuales son los predictores óptimos de las variables originales en el sentido de los mínimos cuadrados y (2) las nuevas variables se obtienen como combinación original de las anteriores y no están correlacionadas (Peña, 2002).

Se trabaja con la matriz de datos original, sin estandarizar, por que se considera que la varianza de las variables es informativa y ha de ser tenida en cuenta en el análisis. Esta consideración descansa en la idea de que a lo largo del tramo de playa es de esperar zonas de mayor variabilidad frente a otras.

GENERACIÓN DE LAS HISTORIAS DE CLIMA MARÍTIMO

La forma final del tramo de playa dependerá no sólo del flujo de energía y número de temporales, sino también, debido a la propiedad acumulativa de los procesos costeros, de la secuencia en el tiempo de los mismos. Se define historia de clima marítimo como la secuencia de temporales y calmas a la que es forzado el sistema costero por parte del agente oleaje durante un periodo de tiempo dado. El problema que se plantea es que a priori no se conoce la historia de clima marítimo a la que estará sometido el sistema.

Esta sección se organiza en cinco apartados. En los dos primeros se propone una posible parametrización de la historia de clima marítimo. En el tercero y cuarto, asumiendo que los distintos parámetros propuestos en ésta son considerados como variables aleatorias, se describe cómo pueden ser simuladas empleando la técnica numérica de Monte-Carlo. Finalmente, se resume el procedimiento completo.

Parametrización de la secuencia de temporales

La secuencia de periodos de temporal y no temporal puede ser caracterizada de diversas maneras. A continuación se propone una posible parametrización en estados de temporal y de no temporal de esta secuencia, siendo el estado la unidad de tiempo mínima durante la cual se suponen estadísticamente estacionarias las variables que definen el flujo de energía.

La historia de clima marítimo está formada por una secuencia de años, donde cada año está a su vez formado por una secuencia de eventos de temporal y de no temporal. Cada evento de temporal está formado por una secuencia de estados de temporal, siendo caracterizado el flujo de energía en cada estado en función de la curva de crecimiento del temporal. Cada evento de no temporal está formado por un sólo estado de no temporal, siendo caracterizado por un flujo medio de energía de no temporal.

El estado es un artificio matemático que nos permite definir un proceso continuo en el tiempo como una secuencia de pasos discretos. La duración de un estado es función no sólo del flujo de energía incidente, sino también del tiempo de respuesta del sistema costero. Menores tiempos de respuesta requieren definir estados más cortos, mientras que mayores tiempos de respuesta pueden ser caracterizados por estados más largos.

En cada estado, ya sea de temporal o de no temporal, el flujo de energía viene parametrizado por la altura de ola significativa (H_s), periodo (T) y dirección de propagación del oleaje respecto al eje fijo x , fuera de la zona de rotura (θ_0).

Cada temporal viene representado por tres curvas de crecimiento, una para cada variable de las que define el estado de mar ($H_s(t)$, $T(t)$, $\theta_0(t)$) siendo $0 \leq t \leq Dt$ siendo Dt la duración del temporal (p.e. ver Figura 2).

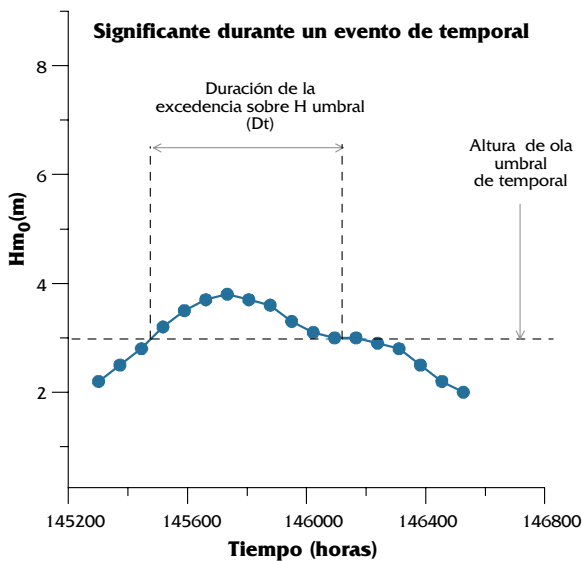


Figura 2. Ejemplo de evolución en el tiempo de la altura de ola durante un evento de temporal.

La secuencia de eventos de temporal y de no temporal viene caracterizada por el número de temporales (nt) y el tiempo que transcurre entre temporales o duración del estado de no temporal (Dc), (ver Figura 3).

En resumen, la historia de clima marítimo quedaría parametrizada por el número de temporales por año (nt), tiempo entre temporales (Dc) y evolución en el tiempo durante el evento de temporal de la altura de ola significativa ($H_s(t)$), el periodo de pico ($T(t)$) y la dirección de propagación ($\theta_0(t)$).

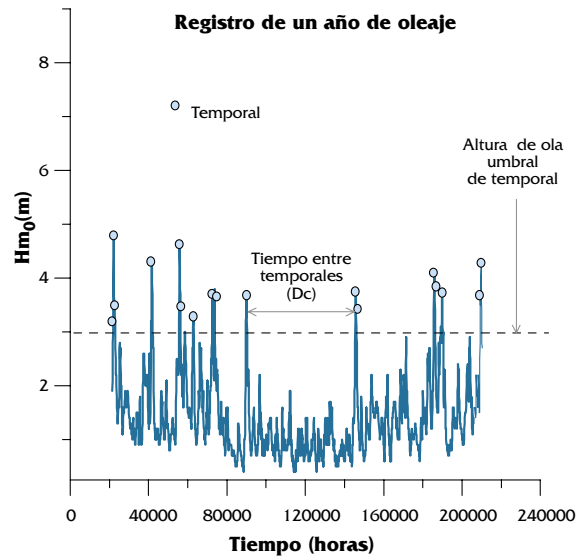


Figura 3. Registro de un año de oleaje. El número de temporales y el tiempo entre temporales definen la historia de clima marítimo

En el apartado siguiente se muestra cómo a partir de una base de datos oceanográficos y empleando la técnica de las componentes principales se obtiene una sencilla parametrización de la tendencia de evolución del temporal.

La duración entre temporales no es uniforme a lo largo del tiempo habiendo meses más energéticos que otros. Esto puede ser introducido en la simulación de diversas maneras. Una de ellas, sería introducir una nueva variable aleatoria que divida el año en estaciones, y condicionar el tiempo y número de temporales a la estación. Por simplicidad en la explicación, en este trabajo se supone que la ocurrencia de temporales es uniforme en el tiempo, no siendo necesario diferenciar entre estaciones.

Parametrización de la evolución en el tiempo

El temporal se caracteriza porque en un intervalo de tiempo muy corto se produce un gran transporte de sedimentos. Por este motivo, es necesario simular adecuadamente la evolución en el tiempo de los distintos parámetros que definen el flujo de energía y la dirección de propagación del temporal. Siendo, la evolución de la línea de playa especialmente sensible a la dirección de propagación. Simular adecuadamente estos parámetros para su uso como entrada a un modelo morfodinámico supone caracterizar la tendencia de evolución. El sistema costero funciona como un filtro de energía donde las variaciones en el tiempo rápidas de estos parámetros son despreciables a largo plazo.

Por tanto, simular adecuadamente estos parámetros implica simular correctamente la tendencia de evolución de estos parámetros en el tiempo. En este apartado veremos cómo la primera componente principal puede ser empleada para tal fin. La correcta simulación de los temporales depende de la información disponible de partida.

A partir de la base de datos de oleaje disponible y una vez identificado, todos los temporales, se forma una matriz $M_{nx,p}$ siendo p el número de temporales o número de individuos de la muestra y nx el número de variables o pasos de tiempo en los que ha sido discretizado el temporal. Para generar esta matriz cada uno de los temporales ha sido adimensionalizado por su persistencia. El número de pasos de tiempo en los que ha sido discretizado se toman de forma que el ratio entre el número de temporales y el número de pasos de tiempo o número de variables, sea igual o superior a 30. Es decir, para un registro formado por 300 temporales, se toman 10 pasos de tiempo. Ésta es una condición recomendada para garantizar la robustez de los resultados del análisis de FOE.

A modo de ejemplo se empleó un registro de la altura de ola de 336 temporales ($Hs_{umbral} = 3.0$ m, $Dt_{min} = 12$ h), frente al tiempo adimensionalizado por la persistencia de cada uno, obtenidos de los datos WASA14718 (facilitados por el Ente Público Puertos del Estado).

La primera componente principal, obtenida de aplicar la técnica FOE sobre la matriz de varianzas covarianzas representa la tendencia en promedio de todos los temporales observados. Esta primera componente, está formada por una combinación lineal de las variables originales o pasos de tiempo.

Con la puntuación sobre la primera componente del temporal i -ésimo, (Z_{Hs}^i), y los coeficientes de carga de cada variable original se puede reconstruir la tendencia de cada temporal. En la Figura 4 se muestra la evolución de tres temporales originales y la reconstrucción a partir de sus puntuaciones en la primera componente.

Se observa cómo la tendencia de evolución de la altura de ola de los tres temporales queda recogida por la primera componente, siendo por tanto una parametrización adecuada para la simulación a largo plazo de la línea de playa. La validez de esta parametrización depende, entre otros, del tiempo de respuesta de la playa. Para validar,

por tanto, esta simplificación se debe comparar la respuesta del sistema costero cuando es forzado por los datos originales y cuando es forzado por las distintas aproximaciones empleando uno, dos, tres... funciones empíricas ortogonales.

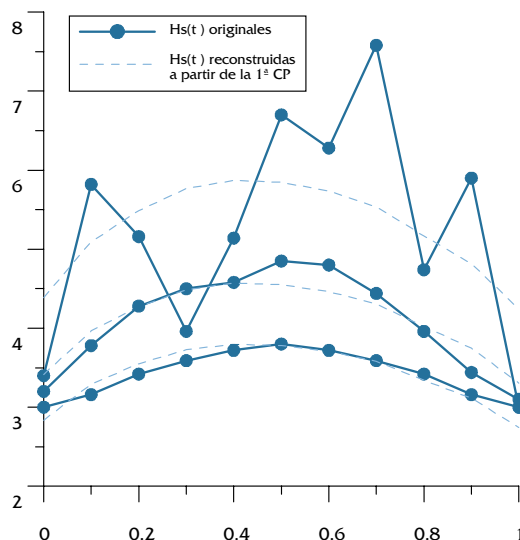


Figura 4. Reconstrucción de la evolución en el tiempo de tres temporales elegidos al azar. Se observa cómo, empleando únicamente la primera componente, se reproduce correctamente la tendencia de evolución del temporal en el tiempo.

El procedimiento se repite para la evolución en el tiempo del periodo medio (Z_T) y de la dirección de propagación del oleaje (Z_θ), quedando así completamente definido el flujo de energía y su evolución en el tiempo.

Aplicación de la técnica de Monte-Carlo

Las variables nt , Dc , Dt , Z_{Hs} , Z_T , Z_θ , que definen la historia del clima marítimo son variables aleatorias. Siendo nt una variable discreta y el resto son variables aleatorias continuas. Por sencillez en la notación cambiamos la notación anterior por $X_1 = nt$, $X_2 = Dc$, $X_3 = Dt$, $X_4 = Z_{Hs}$, $X_5 = Z_T$ y $X_6 = Z_\theta$.

El método de Monte-Carlo es una técnica numérica que permite aproximar la función de probabilidad derivada. En este apartado se verá cómo emplear esta técnica para simular las posibles historias de clima marítimo a las que estará sometido el sistema costero.

Conocidas las funciones de distribución de las variables aleatorias de entrada, y a través de un generador de números aleatorios (Hahn & Shapiro, 1967) se obtienen una muestra de los posibles valores de las distintas variables que definen el clima marítimo.

Estos valores son introducidos en el modelo de una línea obteniendo así una forma en planta. Este procedimiento es repetido hasta que se obtiene una muestra representativa de las posibles formas en planta.

La forma de la función de probabilidad final dependerá tanto de la forma de las funciones de probabilidad de las variables aleatorias de entrada como de la función de transferencia (ecuación de una línea) (p.e. Vrijling & Meijer, 1992).

Pese a que el número de realizaciones necesarias depende de cada problema concreto, está comúnmente aceptado llevar a cabo un número de entre 1000 a 25000 simulaciones (p.e. Mooney, C., 1997). Que no supone una limitación gracias a la capacidad de cálculo actual.

A partir de un generador de números aleatorios existen tres formas de asignar valores a las distintas variables que definen el clima marítimo, estos son (p.e., Mooney, C., 1997);

- el método de la transformada inversa,
- el método compuesto,
- el método de la aceptación-rechazo.

El método elegido depende del conocimiento y tipo de función de distribución de las variables aleatorias. En el siguiente apartado se explica cómo empleando el método de la transformada inversa y a partir de las funciones de distribución de las distintas variables, se puede simular el vector de variables aleatorias que definen la historia de clima marítimo.

Simulación de variables correlacionadas

En este apartado se describe de forma general cómo se aplica la técnica de Monte-Carlo cuando se tienen varias variables aleatorias correlacionadas como es el caso de la simulación de clima marítimo.

En el caso de cinco variables correlacionadas la función de distribución conjunta se puede expresar en función de las distribuciones condicionadas como sigue:

$$f_{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = f_1(x_1) f_2(x_2 | x_1) \dots f_5(x_5 | x_1, \dots, x_4) \tag{4}$$

Donde $f_1(X_1)$ es la función de distribución marginal de X_1 y $f_k(X_k | X_1, \dots, X_{k-1})$ es la función condicional de X_k dado $X_1 = x_1, X_2 = x_2, X_3 = x_3, \dots, X_{k-1} = x_{k-1}$.

Sea U_1, U_2, \dots, U_5 variables aleatorias distribuidas uniformemente, que pueden tomar valores comprendidos entre 0 y 1. El vector $X = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$, se obtiene de resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} F_1(X_1) &= U_1 \\ F_2(X_2 | X_1) &= U_2 \\ F_3(X_3 | X_1, X_2) &= U_3 \\ F_4(X_4 | X_1, X_2, X_3) &= U_4 \\ F_5(X_5 | X_1, X_2, X_3, X_4) &= U_5 \end{aligned} \tag{5}$$

El problema de generar el vector de variables aleatorias a partir de la ecuación anterior se resuelve en dos pasos:

1. Generar $n = 5$ números aleatorios uniformemente distribuidos en el intervalo [0,1]
2. Resolver el sistema de ecuaciones con respecto las variables $X = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$

Al trabajar con las curvas de distribución sin ajustar a ninguna función implica calcular las funciones de distribución condicionadas de forma numérica (referencias en Rubinstein, 1981).

Procedimiento de simulación

Se considera el año climático como un experimento. El procedimiento de simulación del clima marítimo por estados se lleva a cabo en dos pasos sucesivos en el tiempo (ver Figura 5).

En el primer paso, se generan mediante el método Monte-Carlo las distintas variables que definen la historia de clima marítimo para cada año. Es decir, para cada año se simula el número de temporales, el tiempo entre temporales, la duración de cada temporal y las puntuaciones sobre la primera componente principal de las variables que definen el flujo de energía en el estado (Z_{Hs}, Z_T, Z_θ). En un segundo paso, para cada temporal, se reconstruye la evolución en el tiempo de las variables de estado. Para llevar a cabo esta reconstrucción se necesita la puntuación sobre la primera componente principal de las variables de estado, la duración del temporal y los vectores de los coeficientes de carga para cada una de las variables de estado. Una vez reconstruidos, se divide el temporal por estados y se estima el valor de las variables en cada uno de ellos.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

En esta sección se trata el problema de conocer la evolución de un tramo de playa donde las variables que definen el clima marítimo son variables aleatorias. Para analizar el problema se emplea el procedimiento propuesto en este trabajo. Se hace especial hincapié en la información que es posible extraer y el tipo de preguntas que se pueden resolver empleando este análisis.

La sección se estructura en cinco apartados. En el primer apartado se plantea formalmente el problema que se desea resolver. En el segundo, se describe el clima marítimo. En el tercero se definen los distintos parámetros que intervienen en el modelo. En el cuarto, se muestran las soluciones obtenidas. En el apartado quinto se lleva a cabo el análisis de la incertidumbre.

Planteamiento del problema

Se desea conocer la superficie de playa seca disponible al cabo de un año de solicitación de clima marítimo ($N=1$ año) de un tramo de playa inicialmente rectilíneo de 4000 m de longitud ($l=4000$ m). Sobre la playa se realiza en el instante inicial una regeneración de forma trapezoidal, que queda definida por los parámetros $a1=500$ m, $a2=200$ m e $y_0=8000$ m que se representan junto al sistema de referencias en la Figura 6. En el origen de coordenadas se construye un espigón perpendicular a la línea de costa de 3000 metros de longitud ($w = 3000$ m).

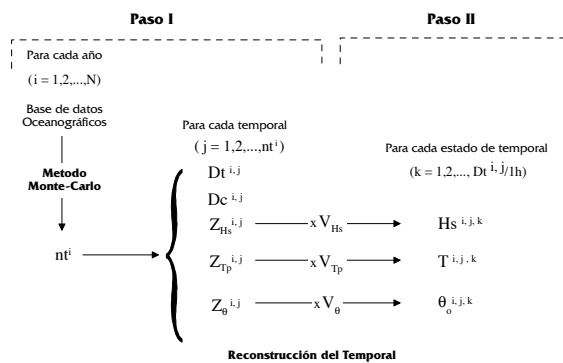


Figura 5.- Esquema del procedimiento para la simulación del clima marítimo a partir de una base de datos oceanográficos empleando el método Monte-Carlo.

Tanto la playa original como la regeneración están formadas por arena de tamaño de grano uniforme ($D_{50} = 0.5$ mm) y densidad uniforme ($\rho_s=2650$ kg/m³) de 40% de porosidad ($n = 0.4$).

La pendiente media del perfil de playa en equilibrio es de 1/100. La densidad del agua de mar es de $\rho_s=1024$ kg/m³. La aceleración de la gravedad se toma como $g=9.81$ m/s². El régimen de marea es despreciable. No existen fuentes o sumideros de material en el tramo a estudio y el nivel medio del mar permanece constante durante el período simulado. La playa en su extremo $x = b$, no tiene ningún obstáculo al transporte de sedimentos.

Forma en planta del tramo de playa en $t=0$

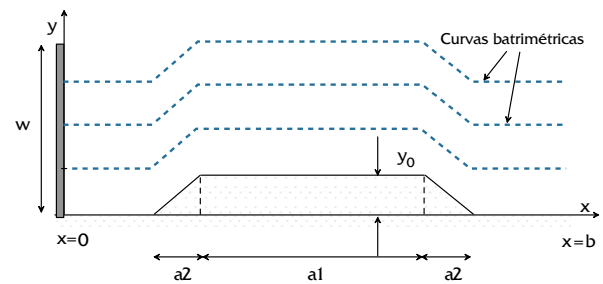


Figura 6. Forma en planta inicial del tramo costero a estudio

Simulación del clima marítimo

A partir de una base de datos representativa del clima marítimo de la zona a estudio se puede obtener, siguiendo el procedimiento de simulación explicado en la sección anterior, una base de datos de las posibles secuencias de temporales a la que podrá estar forzado el sistema costero.

Para este ejemplo, se define evento extremal como aquel estado de mar cuya altura de ola significativa sea superior a la altura umbral de 5.0 m. Se van a emplear 24 años de datos de clima marítimo obtenidos del modelo WASA en un punto en las proximidades de la Bahía de Cádiz, situado a una profundidad de 400 m (estos datos han sido facilitados por el Ente Público Puertos del Estado).

A partir de esta base de datos se generan las simulaciones del clima marítimo que posteriormente serán propagadas hasta la línea de rotura para servir de entrada al modelo de una línea.

Se obtiene que el régimen de oleaje más frecuente de no temporal tiene una altura de ola de $H_{m0} = 0.88$ m. El periodo y dirección más frecuentes asociados a esta altura es igual a $Tp = 8.92$ s y $Dir = 304^\circ$, siendo Dir el ángulo que forma la dirección de propagación del oleaje respecto al norte geográfico medidas en el sentido de las agujas del reloj. Se han generado 70 historias de posibles secuencias de eventos de temporal y de no temporal durante un año climático.

Parámetros empíricos del modelo

Por simplicidad, se asume que la altura de la berma es despreciable frente a la profundidad de cierre. La profundidad de cierre se calcula según Hallemeier (1981). A partir de la ecuación de conservación de la energía y la ley de Snell se obtienen la altura de ola, ángulo de incidencia y profundidad de la rotura. La variación de la altura de ola debida a la difracción en el espigón así como las variaciones de la altura de ola debida a que las curvas batimétricas presentan irregularidades puede ser incluida en el modelo, en cuyo caso en lugar de la ley de Snell, se debe emplear la irrotacionalidad del número de onda. Se emplea la ecuación del CERC para estimar el transporte longitudinal de sedimentos.

Condiciones de contorno

Se empleará, para todo instante de tiempo, la condición de contorno de no transporte en el extremo $x = 0$ y la condición de libre transporte del tipo Dirichlet permanente en el extremo $x = l$.

Análisis de la incertidumbre

A partir de la base de datos de clima marítimo descrita anteriormente se ha generado una base de datos de las posibles formas en planta mediante la técnica de Monte-Carlo, formada por 70 simulaciones ($np=70$) a lo largo de 100 puntos igualmente espaciados a lo largo del tramo de playa ($nx=100$). Cada simulación es la forma en planta de la playa tras un año de sollicitación de clima marítimo.

Tras realizar el análisis de componentes principales se encontró que la primera componente principal explica el 98.40 % de la variabilidad total de los datos, la segunda un 1,54 % y la tercera un 0.03 %. Los pesos de las nx variables son todos del mismo orden de magnitud. Todos los pesos de la primera componente aparecen como positivos, lo que permite interpretar la primera componente como un promedio ponderado de las nx variables originales. La segunda y tercera componentes representan el momento de segundo y tercer orden de los datos.

Con esta información es posible responder formalmente a preguntas del tipo; ¿Cuál es la probabilidad de que la playa mantenga su forma inicial al final del periodo simulado?, o de forma más general, ¿Cuál es la probabilidad de que se dé una forma en planta cualquiera?.

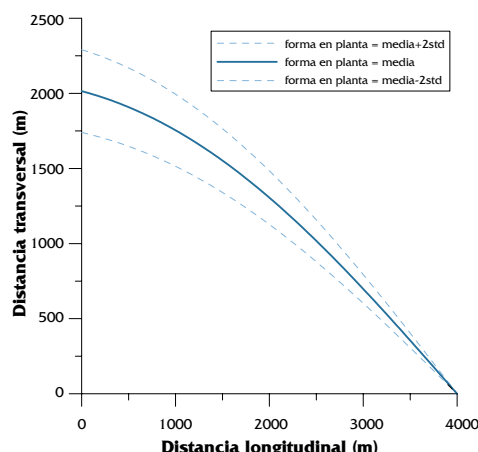


Figura 7.- Formas en planta reconstruidas a partir de la puntuación sobre la primera componente principal.

Para responder a estas preguntas se calcula el valor de la primera componente para las formas en planta cuya probabilidad de ocurrencia quiere ser estimada. Conocida la puntuación en la primera componente, sabiendo que ésta se distribuye según una normal de media y desviación típica conocidas las probabilidades se obtienen de forma directa.

Tanto la probabilidad de ocurrencia como la desviación típica son informativas sobre la variabilidad del sistema. En la Figura 7, se muestra la forma en planta reconstruida a partir del valor medio es decir la forma más probable frente a las reconstrucciones de la forma en planta a partir del valor medio, trasladado dos veces la desviación típica. Observándose que la mayor incertidumbre se centra, como era de esperar, en las proximidades del dique y la mínima en el extremo opuesto.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha desarrollado un procedimiento para la estimación cuantitativa de la incertidumbre y se ha aplicado a la variable línea de playa. El empleo de las FOE permite conocer la probabilidad de ocurrencia de las posibles formas en planta de forma conjunta evitando así la limitación de los distintos procedimientos existentes, que sólo permiten calcular la probabilidad de ocurrencia de una determinada anchura de playa, en distintas secciones. La generalidad de este procedimiento permite emplear distintos modelos morfodinámicos. El empleo de esta técnica en la toma de decisiones relacionada con la gestión costera, permite evaluar el riesgo de las distintas actuaciones a priori de forma rápida y económica.

LISTA DE SÍMBOLOS

C_1, C_2, C_3, C_4	constantes adimensionales que definen las condiciones de contorno
D	profundidad de cierre
Dc	variable aleatoria, duración entre temporales
Dir	ángulo que forma la dirección de propagación del oleaje respecto al norte geográfico
Dt	variable aleatoria duración del temporal
D_{50}	tamaño medio de grano en mm
Hs	altura de ola
$M_{n \times p}$	Matriz de datos de $n \times$ filas por p columnas
Q_0	amplitud de la tasa de transporte longitudinal de sedimentos
T	periodo de oleaje
$U_{1, \dots, 5}$	números entre 0 y 1 generados aleatoriamente
$V_{HS}, V_T, V_{\theta_0}$	vectores de coeficientes de carga de las variables Hs, T y θ_0
Z_{HS}	variable que representa la variación temporal de Hs obtenida del análisis de FOE
Z_T	variable que representa la variación temporal de T obtenida del análisis de FOE
Z_{θ_0}	variable que representa la variación temporal de θ_0 obtenida del análisis de FOE
ρ_s	densidad representativa del sedimento
θ_0	dirección de propagación del oleaje respecto al eje x evaluado en aguas profundas
θ_b	dirección de propagación del oleaje respecto al eje x evaluado en la zona de rotura
$f(x)$	función que representa la forma en planta inicial del tramo costero
g	aceleración de la gravedad
l	longitud del tramo costero
n	porosidad del sedimento en tantos por uno
nt	variable aleatoria número de temporales por año
nx	escalar número de puntos a lo largo del tramo costero
p	escalar número de individuos (ya sean número de temporales o de formas en planta)
t	variable independiente tiempo
$w(x,t)$	función que representa la presencia de una fuente o sumidero de sedimentos
x	coordenada longitudinal
y	coordenada transversal o anchura de playa

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo forma parte del proyecto europeo HUMOR, financiado por la Comisión bajo el nº de contrato EVK3-2000-22014-HUMOR. El autor principal agradece la financiación del programa de becas predoctorales I3P del CSIC.

REFERENCIAS

- Ashton, A., A. B. Murray, & O. Arnault, 2001. Formation of coastline features by large-scale instabilities induced by high angle waves, *Nature*, 414, 296-300, 2001.
- De Vriend, H.J., 1991. Mathematical modelling and large scale coastal behaviour. *J. Hydraul. Res.*, Vol. 29(6), 727-753 pp.
- Falqués A., 2003. On the diffusivity in coastline dynamics. *Geophysical Research Letters*, vol. 30, No. 21, 2119.
- Hahn, G. J. & Shapiro, S. S., 1967. Statistical Models in Engineering. Wiley, New York, 236 pp.
- Hallermeier, R. J. (1978), A Profile Zonation for Seasonal Sand Beaches from Wave Climate, *Coastal Engineering* 4(3), pp. 253-277.
- Hanson, H. and Kraus, N.C., 1989. GENESIS: A generalized Shoreline Change Numerical Model. Vol. 1: Reference Manual and users guide. US Army Engineer Waterways Experiment Station, Coastal Engineering Research Center. Technical Report CERC-89-19.
- Mooney, C. Z., 1997. Monte Carlo Simulation. Sage University Paper series on Quantitative Applications in the Social Sciences, 07-116. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Payo A., Baquerizo A. & Losada, M.A. 2002. One-line model with time dependent boundary conditions. *Proceedings 28th Coastal Engineering Conf. ASCE, World Scientific*, Vol. 3, pp 3046-3052.
- Peña, D. 2002. *Análisis de datos multivariantes*. Mc Graw Hill, Madrid.
- Rodríguez-Ramírez, A., Ruiz, F., Cáceres, L. M., Rodríguez Vidal, J., Pino, R. & Muñoz, J. M., 2003. Analysis of the recent storm record in the southwestern Spanish coast: implications for littoral management. *The Science of the Total Environment* 303, pp 189-201.
- Rubinstein, Reuven Y., 1981. *Simulation and the Monte Carlo Method*. John Wiley & Sons, pp 39-70.
- Vrijling, J.K. and Meijer, G.J., 1992. Probabilistic coastline position computations. *Coastal Engineering*, Vol. 17, 1-23.