

# DISEÑO HIDRÁULICO DE ALIVIADEROS ESCALONADOS EN PRESAS DE HCR

António Amador<sup>1</sup>, Martí Sánchez-Juny<sup>2</sup> y Josep Dolz<sup>2</sup>

## Resumen:

En el presente artículo se presenta un conjunto de criterios para el diseño de aliviaderos escalonados con pendientes típicas de presas de hormigón compactado con rodillo. El texto se basa en información recogida en la bibliografía e incorpora los resultados del trabajo de investigación desarrollado en Amador (2005). Se aborda el diseño de la cresta, la selección del ancho del aliviadero y la geometría de los peldaños. Se proponen criterios para determinar el tipo de flujo existente sobre la estructura y, en el caso del flujo rasante, se presentan expresiones que permiten obtener las principales características del flujo a lo largo de la rápida. Con base en los resultados del análisis del campo de presiones se proponen un conjunto de ecuaciones para estimar las solicitaciones que el vertido ejerce sobre los peldaños a lo largo del aliviadero. Finalmente se hacen algunas consideraciones sobre los aspectos constructivos de los aliviaderos escalonados.

**Palabras clave:** aliviaderos escalonados; presas de HCR; flujo bifásico; disipación de energía; presiones hidrodinámicas.

## INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas los aliviaderos escalonados son cada vez más populares como solución para el paso de caudales excedentes provenientes de una avenida.

El renovado interés en la utilización de este tipo de estructuras hidráulicas se debe en gran parte al desarrollo en los años 70 de la tecnología del hormigón compactado con rodillo (HCR) aplicado a la construcción de presas (figura 1).

Desde la primera gran presa de HCR construida en el inicio de los años 80 (Willow Creek, 1982), se ha registrado una rápida expansión de esta tecnología en el mundo. Así, mientras que a finales de 1986, sólo se habían acabado 15 presas de HCR, a finales de 2002 existían 251 presas de HCR en operación y 34 presas en construcción (ICOLD/CNEGP, 2003).

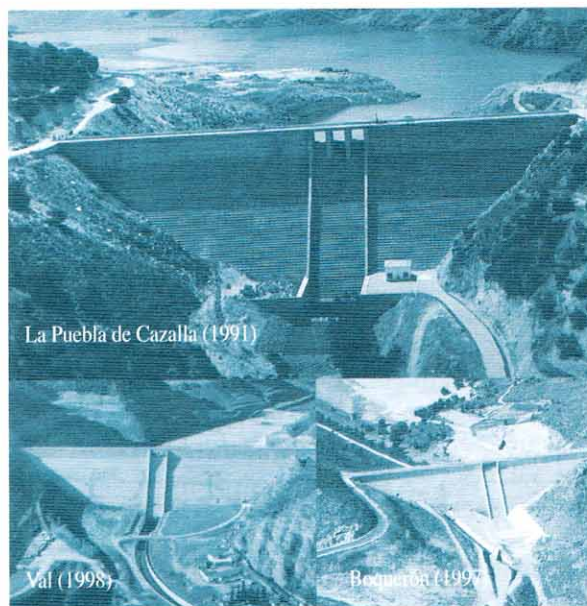


Figura 1. Ejemplos de presas de HCR en España con aliviadero escalonado.

<sup>1</sup> Escola Superior de Tecnologia do Barreiro, Instituto Politécnico de Setúbal. Rua Stinville nº 14, Parque Empresarial do Barreiro, Quimiparque. 2830-144 Barreiro Portugal. Telf: (+351) 212 064 660. e-mail: antonio.amador@estbarreiro.ips.pt

<sup>2</sup> Escola de Camins, Canals i Ports, Universitat Politècnica Catalunya. Carrer Jordi Girona nº 1, Modulo D1, 08034 Barcelona Espanha. e-mail: marti.sanchez@upc.edu, j.dolz@upc.edu

Artículo recibido el 13 de abril de 2004, recibido en forma revisada el 26 de noviembre de 2005 y aceptado para su publicación el 5 de marzo de 2006. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo siguiendo lo indicado en las "Instrucciones para autores". En el caso de ser aceptadas, éstas serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores.

Los aliviaderos escalonados son compatibles con las pendientes y métodos de colocación empleados en la construcción de presas de HCR. Además su geometría permite disipar una importante proporción de energía del agua a lo largo del aliviadero permitiendo reducir, y eventualmente eliminar, el cuenco amortiguador al pie de presa.

Asociado al impulso que ha supuesto la construcción de este tipo de aliviaderos, se han desarrollado diversos trabajos de investigación en todo el mundo. Los estudios existentes se pueden subdividir según el tipo de régimen existente en el aliviadero escalonado. Habitualmente se distinguen tres tipos de flujo: el flujo escalón a escalón que ocurre para bajos valores de caudal unitario e inclinación; el flujo rasante que se establece, fijada la pendiente, para mayores caudales, y para caudales intermedios, se identifica el flujo de transición. Así en el estudio del flujo escalón a escalón, se destacan los trabajos de: Essery y Horner (1978); Chanson y Toombes (1997); Yasuda y Ohtsu (1999); Pinheiro y Fael (2000) y El Kamash et al. (2005). Respecto al estudio del flujo rasante, el número de estudios se eleva, puesto que es el tipo de flujo más frecuente para el caudal de proyecto. Se puede nombrar entre otros los trabajos de: Essery y Horner (1978); Diez-Cascón et al. (1991); Tozzi (1992); Elviro y Mateos (1995); Chamani y Rajaratnam (1999); Matos (1999); Chanson y Toombes (2001); Sánchez-Juny (2001); Boes y Hager (2003); Ohtsu et al. (2004); Gonzalez y Chanson (2004) y Meireles (2004). El caso del flujo de transición ha sido estudiado por Chanson y Toombes (2001, 2004) y Sánchez-Juny y Dolz (2005).

El objetivo del presente artículo es mostrar un conjunto de criterios para el diseño de aliviaderos escalonados con pendientes típicas de presas de hormigón compactado. La organización del texto intenta seguir el procedimiento usual del ingeniero en el diseño de este tipo de estructuras hidráulicas.

## ANCHURA DEL ALIVIADERO Y DISEÑO DE LA CRESTA

El primer paso del diseño consiste en el estudio hidrológico de la cuenca que permita estimar las avenidas para diferentes períodos de retorno que pueden llegar al embalse.

En el caso de aliviaderos no controlados por compuertas una vez fijado el hidrograma de entrada,

el hidrograma laminado de salida será función del volumen de embalse por encima del umbral del aliviadero y del caudal desaguado por el mismo. El caudal de diseño ( $Q_{dis}$ ), corresponde al máximo del hidrograma de salida y admite una expresión de la forma:

$$Q_{dis} = C_d \cdot B \cdot \sqrt{2g} \cdot E_{max}^{1.5} \quad (1)$$

donde  $C_d$  es el coeficiente de desagüe;  $B$  el ancho del aliviadero;  $g$  la gravedad;  $E_{max}$  la altura de energía total sobre el umbral del aliviadero, que es igual a la diferencia entre las cotas máxima del embalse y la del umbral.

La elección del ancho del aliviadero tendrá en consideración la longitud de coronación de la presa, la anchura del lecho del río aguas abajo y la posible reducción de la anchura efectiva debido a la existencia de estribos y pilas (Minor y Boes, 2001). Para controlar el riesgo de cavitación en la zona no aireada del aliviadero se limita el caudal unitario ( $q_{dis}=Q_{dis}/B$ ) en la rápida. Se determinó que dicho límite, en aliviaderos escalonados con pendientes típicas de presas de HCR, está comprendido entre 11-14 m<sup>2</sup>/s (Amador, 2005). Para caudales unitarios superiores se deberá considerar la posibilidad de aireación artificial en la zona no aireada del flujo.

El coeficiente de desagüe depende de la forma de la cresta. Las soluciones más comunes son los perfiles estrictos (WES, Creager, Scimemi...) similares al utilizado en un aliviadero convencional, con un escalonado de transición de tamaño creciente hasta alcanzar la altura uniforme del escalón dispuesto en la rápida. Los perfiles mencionados se basan en una forma de la cresta que coincide con la superficie inferior de un flujo aireado sobre un vertedero de cresta delgada. El coeficiente de descarga será función del cociente entre la altura total sobre la cresta ( $E$ ) y la de diseño del perfil ( $E_{dis}$ ), de la altura del vertedero ( $H$ ) y de la inclinación del paramento de aguas arriba del vertedero (Chow, 1959).

El laboratorio de Hidráulica del Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX) realizó una serie de estudios en modelos reducidos a escala 1/5 y 1/3 para tipificar la forma de la transición escalonada. Los ensayos sistemáticos conducen a una transición entre umbral y la rápida escalonada válida para diferentes tipos de perfil guía y taludes de la rápida típica de presas de HCR (Elviro y Mateos, 1996).

La presencia de los escalones afecta el campo de presiones sobre la superficie inferior de la lámina de agua, y su influencia en el coeficiente de desagüe aún no es del todo conocida. Matos (1999) comparó los coeficientes de desagüe obtenidos en una cresta del tipo WES con escalones y los resultados experimentales presentados por Abecasis (1961) para una solera del mismo tipo pero lisa. Según el autor el coeficiente de desagüe es idéntico para  $E/E_{dis} < 0.7$ , con diferencias mayores para  $E/E_{dis}$  superiores. Para  $E/E_{dis} = 1$ , Matos (1999) obtuvo un valor de  $C_d = 0.48$ , mientras que el valor propuesto por Abecasis (1961) es de 0.50.

Chanson (2001) sugiere que una solera de cresta ancha horizontal constituye una solución preferible que facilita la construcción de la presa. Esta solución permite el paso de camiones de transporte y/o colocación del hormigón y de los rodillos vibratorios utilizados en la compactación del hormigón. La capacidad de desagüe viene determinada por la formación de un régimen crítico sobre la cresta, que para una sección rectangular corresponde a un coeficiente de desagüe ( $C_d$ ) de 0.385 (Quintela, 1981). Para aumentar la capacidad de desagüe en estos casos se puede introducir una pared vertical con una cresta en laberinto (Chanson, 2001).

Los aliviaderos escalonados controlados por compuertas no son muy frecuentes dada la limitación al caudal unitario que presenta este tipo de estructuras hidráulicas. Un estudio en modelo reducido de un aliviadero controlado por una compuerta Tainter realizado en el laboratorio de Hidráulica de la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), apunta hacia la utilización de un perfil estricto con paramento convencional (liso), situándose el inicio del escalonado aguas abajo de la zona donde el flujo está influenciado por la compuerta (Amador et al., 2003). Se considera que este tema merecería una atención en el futuro, a través de la realización de más estudios sistemáticos que optimicen y tipifiquen la cresta de aliviaderos escalonados controlados por compuertas.

### **ALTURA DE LOS PELDAÑOS**

La construcción con hormigón compactado con rodillo (HCR) implica la ejecución de tongadas de poco espesor sobre superficies extensas. La mayoría de las tongadas utilizadas en presas de HCR tiene un espesor de 0.3 m. La altura de los escalones del aliviadero suele ser, por tanto,

múltiplos del espesor de la tongada, esto equivale a alturas entre 0.3 y 1.2 m. Para la selección del tamaño del peldaño dos aspectos hidráulicos se podrán tener en consideración: el riesgo de cavitación y la disipación de energía a lo largo de la rápida.

En lo que concierne al riesgo de cavitación en la estructura, el análisis de los datos experimentales de presión sobre los peldaños indican una velocidad media crítica de 15 m/s en el punto de inicio de aireación (Amador, 2005). Para velocidades superiores se considera que las fluctuaciones de presión sobre los peldaños alcanzarán valores críticos para el inicio de cavitación. El punto de inicio de aireación en la rápida depende del caudal circulante y con menor influencia del tamaño del peldaño. Así, para el mismo caudal, el inicio de aireación se sitúa más aguas arriba en rápidas con mayor altura del peldaño: el estudio del punto de inicio de aireación indica que la velocidad crítica de 15 m/s ocurre para mayores caudales unitarios en aliviaderos donde la altura del peldaño es mayor, siendo así preferibles en términos de riesgo de cavitación.

La influencia del tamaño del peldaño en la disipación de energía a lo largo de la rápida es un asunto controvertido sin existir todavía un consenso de la comunidad científica. Fijándose en el flujo rasante, Tozzi (1992) considera que el aumento de disipación de energía es despreciable para:

$$k_s \geq 0.0764 \cdot q^{2/3} \Rightarrow \frac{h}{y_c} \geq 0.3 \quad (2)$$

donde  $k_s = h \cdot \cos \alpha$  es la rugosidad de forma;  $h$  la altura de la contrahuella del escalón;  $\alpha$  es el ángulo de la rápida con la horizontal;  $q$  es el caudal unitario y  $y_c$  es el calado crítico.

Según Matos (2000) los resultados experimentales de Diez-Cascón et al. (1991) y Pegram et al. (1999) corroboran la propuesta de Tozzi.

Más recientemente Ohtsu et al. (2004), basándose en los datos experimentales de Chamani y Rajaratnam (1999), Boes (2000), Yasuda y Chanson (2003) y los suyos propios, proponen una altura relativa del peldaño ( $h/y_c$ ) para la cual el factor de fricción ( $f$ ) será máximo:

$$f_{max} \Rightarrow \frac{h}{y_c} \geq 0.5 \quad (3)$$

En la Tabla 1 se resumen las alturas del peldaño ( $h_{opt}$ ) más eficientes en términos de disipación de energía según las propuestas de Tozzi (1992) y de Ohtsu et al. (2004). Se verifica que las alturas típicas de peldaños de 0.60 y 0.90 m se aproximan a  $h_{opt}$  (según Tozzi) para caudales unitarios de 10 y 15  $m^2/s$  respectivamente. Los peldaños con altura de 0.90 m y de 1.2 m son los que más se aproximan a  $h_{opt}$  (según Ohtsu et al., 2004) para caudales unitarios de diseño entre 5 y 15  $m^2/s$ .

Tabla 1. Alturas del peldaño óptimas en términos de disipación de energía obtenidas de la relación propuesta por Tozzi (1992) y Ohtsu et al. (2004).

q ( $m^2/s$ )	$y_c$ (m)	$h_{opt}$ (m)	
		Tozzi (92)	Ohtsu et al. (04)
5	1.37	0.41	0.68
7.5	1.79	0.54	0.90
10	2.17	0.65	1.08
12.5	2.52	0.76	1.26
15	2.84	0.85	1.42

### Tipo de flujo

Dependiendo de la geometría del escalón y del caudal circulante se pueden encontrar distintos tipos de flujo sobre el aliviadero escalonado. El flujo escalón a escalón se caracteriza por una sucesión de caídas libres y ocurre para bajas pendientes y/o bajos caudales unitarios. El flujo rasante se describe por una corriente que fluye sobre los vértices de los peldaños, por encima de un flujo secundario delimitado por las aristas del escalón y es más usual para pendientes y caudales unitarios elevados. Para caudales intermedios se identifica el llamado flujo de transición con un comportamiento entre el flujo escalón a escalón y el flujo rasante.

En base a las observaciones experimentales realizadas por Ohtsu y Yasuda (1997), Chanson (2002) y Amador (2005), se realiza un ajuste de mínimos cuadrados que permite obtener las dos siguientes expresiones para el límite superior del flujo escalón a escalón y para el inicio del flujo rasante:

- límite superior del flujo escalón a escalón

$$\frac{y_c}{h} = 0.649 \cdot \left(\frac{h}{l}\right)^{-0.175} \quad (4)$$

-inicio del flujo rasante

$$\frac{y_c}{h} = 0.854 \cdot \left(\frac{h}{l}\right)^{-0.169} \quad (5)$$

donde  $y_c$  es el calado crítico;  $h$  la altura de la contrahuella del escalón;  $l$  la longitud de la huella del escalón.

Para una pendiente típica de presa de HCR (1v:0.8h), se presenta en la Tabla 2 los caudales unitarios correspondientes al límite superior del flujo escalón a escalón ( $q_{f.e.e.}$ ) y del inicio del flujo rasante ( $q_{i.f.r.}$ ). El flujo escalón a escalón se encuentra limitado a bajos caudales unitarios en aliviaderos escalonados sobre presas de HCR. Para los caudales de proyecto la situación más común será el flujo rasante en la estructura. Según Chanson (2001), se deben evitar condiciones de diseño que conduzcan al flujo de transición ( $q_{f.e.e.} < q < q_{i.f.r.}$ ), dadas las inestabilidades hidrodinámicas que en él se producen. No obstante, es inevitable la ocurrencia de dicho tipo de flujo si el aliviadero escalonado está diseñado para funcionar en flujo rasante.

Tabla 2. Caudales unitarios correspondientes al final del flujo escalón a escalón ( $q_{f.e.e.}$ ) e inicio del flujo rasante ( $q_{i.f.r.}$ ) para un aliviadero escalonado con inclinación 1v:0.8h de acuerdo con las Ecuaciones (4) y (5).

h (m)	$q_{f.e.e.}$ ( $m^2/s$ )	$q_{i.f.r.}$ ( $m^2/s$ )
0.60	0.72	1.09
0.90	1.32	1.99
1.2	2.03	3.07

## CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO A LO LARGO DE LA RÁPIDA

### Regiones del flujo rasante

El flujo rasante se puede dividir en un conjunto de regiones a lo largo de la rápida: zona no aireada; flujo rápidamente variado; gradualmente variado y uniforme (figura 2).

De acuerdo con la revisión bibliográfica realizada y los resultados de la investigación desarrollada (Amador, 2005), se proponen un conjunto de expresiones que permiten obtener en las distintas regiones de la rápida, las principales características del flujo rasante: la altura de agua equivalente ( $d$ ), la concentración media del aire ( $C_{med}$ ), la altura característica ( $Y_{90}$ ), la energía residual ( $E_r$ ) y la energía disipada ( $\Delta E$ ).

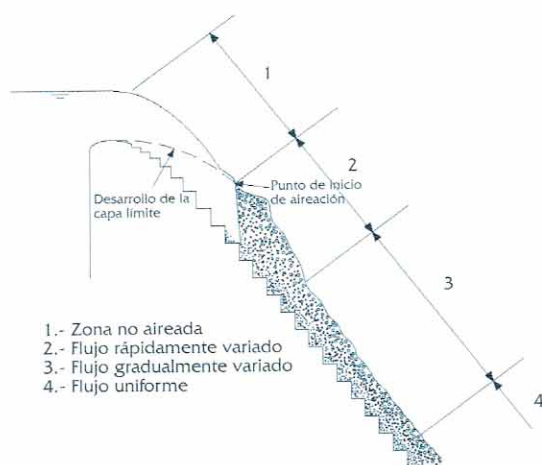


Figura 2. Regiones del flujo rasante sobre un aliviadero escalonado.

## Zona no aireada e inicio de aireación

La zona no aireada se caracteriza por el desarrollo en la dirección del flujo de la capa límite turbulenta, con un aumento continuo de su espesor ( $\delta$ ). Fuera de la capa límite el flujo se considera irrotacional. Cuando el espesor de la capa límite alcanza la superficie libre se produce el inicio de entrada de aire en el flujo.

En Amador (2005) se propone una expresión para la evolución del espesor de la capa límite ( $\delta$ ) aguas arriba del punto de inicio de aireación:

$$\frac{\delta}{L} = 0.112 \cdot \left( \frac{L}{k_s} \right)^{-0.309} \quad (6)$$

donde  $L$  es la distancia al umbral del aliviadero y  $k_s = h \cdot \cos \alpha$  es la rugosidad de forma.

La evolución de la altura de agua ( $d$ ) se determina a partir de la siguiente ecuación:

$$d = d_0 + \delta^* \quad (7)$$

donde  $d_0$  es la altura de agua correspondiente al flujo irrotacional y  $\delta^*$  es el espesor desplazamiento que se aproxima por:

$$\delta^* = 0.23 \cdot \delta \quad (8)$$

La energía específica residual ( $E_r$ ) se calcula por:

$$E_r = E_0 - \Delta E = E_0 - \frac{\delta^e \cdot U_0^3}{2 \cdot g \cdot q} \quad (9)$$

donde  $E_0$  es la energía específica correspondiente

al flujo potencial que se considera igual a:

$$E_0 = H + 1.5 \cdot y_e \quad (10)$$

donde  $H$  es el desnivel geométrico.

y  $U_0$  es la velocidad del flujo potencial que se determina según la ecuación de Bernoulli por:

$$E_0 = \frac{q}{U_0} \cdot \cos \alpha + \frac{U_0^2}{2g} \quad (11)$$

y  $\delta^e$  es el espesor de pérdida de potencia que se estima igual a:

$$\delta^e = 0.23 \cdot \delta \quad (12)$$

Las características del punto de inicio de aireación: la localización ( $L_i$ ) y la altura de agua ( $d_i$ ) se obtienen a través de las siguientes expresiones:

$$\frac{L_i}{k_s} = 5.982 \cdot Fr_*^{0.840} \quad (13)$$

$$\frac{d_i}{k_s} = 0.383 \cdot Fr_*^{0.580} \quad (14)$$

donde el  $Fr_*$  número de Froude rugoso se expresa por:

$$Fr_* = \frac{q}{\sqrt{g \cdot \sin \alpha \cdot k_s^3}} \quad (15)$$

La concentración media del aire ( $C_{medi}$ ) en el punto de inicio de aireación no es nula, según Matos (2000) será igual a:

$$C_{medi} = 0.163 \cdot Fr_*^{0.154} \quad (16)$$

## Flujo rápida y gradualmente variado

Aguas abajo del punto de inicio de aireación se observa visualmente una importante deflexión de la lámina libre, la ondulación se propaga aguas abajo influenciando las características hidráulicas del flujo. Matos (1999) comprobó experimentalmente que las líneas de corriente presentan una fuerte curvatura en esta zona, siendo inicialmente convexas lo que favorece una intensa aireación del flujo y posteriormente cóncavas sobresaliendo el movimiento ascensional de las burbujas de aire y que causa una caída localizada de la concentración media de aire.

La zona del flujo gradualmente variado se caracteriza por una variación gradual de los valores de concentración media del aire, calado, velocidad hasta alcanzarse las condiciones de equilibrio del flujo uniforme.

De acuerdo con Matos (1999), la zona del flujo rápidamente variado está comprendido entre  $0 < s' < 30$  y la zona del flujo gradualmente variado se sitúa entre  $30 < s' < 100$ , siendo  $s'$  una variable adimensional definida por:

$$s' = \frac{L - L_i}{d_i} \quad (17)$$

El modelo teórico-experimental de Matos (1999), revisado en Meireles (2004), propone las siguientes expresiones para calcular la concentración media del aire ( $C_{med}$ ) en las zonas del flujo rápida y gradualmente variado:

$$C_{med} = 0.210 + 0.291 \cdot \exp(-0.674 \cdot (\ln s' - 2.972)^2) \quad (18)$$

para  $0 \leq s' \leq 30$

$$C_{med} = \left(0.884 - \frac{1.098}{\sqrt{s'}}\right)^2 \quad \text{para } 30 < s' \leq 100 \quad (19)$$

Otros investigadores, como Boes y Hager (2003) no identifican la región de flujo rápidamente variado. Su expresión para la evolución de la concentración media del aire a lo largo de la rápida muestra un crecimiento gradual hasta alcanzar las condiciones del flujo uniforme. Sin embargo en el estudio experimental de Amador (2005), se constató también la citada ondulación de la lámina libre cerca del punto de inicio de aireación.

Para determinar la evolución de la altura de agua equivalente ( $d$ ) en la zona del flujo rápida y gradualmente variado se sugieren las expresiones del modelo teórico-experimental de Matos (1999), revisado por Meireles (2004):

$$\frac{d}{d_i} = a + b \cdot \exp(-0.067 \cdot s') \quad (20)$$

donde

$$a = -0.206 \cdot \frac{y_c}{h} + 0.827 \cdot \sqrt{\frac{y_c}{h}} - \frac{0.008}{\ln\left(\frac{y_c}{h}\right)} \quad (21)$$

$$b = 0.144 + 1.203 \cdot \exp\left(-\frac{y_c/h}{0.753}\right) \quad (22)$$

Para el diseño de la altura de los cajeros laterales es importante conocer la evolución de las alturas características ( $Y_{90}$ ) a lo largo del aliviadero:

$$Y_{90}(L) = \frac{d(L)}{1 - C_{med}(L)} \quad (23)$$

## FLUJO UNIFORME

A una distancia suficientemente alejada del umbral del aliviadero, se establecerá el equilibrio entre las fuerzas de gravedad y fricción y se alcanzará el flujo uniforme. En esa zona del aliviadero las principales características del flujo como la concentración media del aire, la velocidad media, altura de agua y energía específica residual se mantienen constantes.

Las condiciones hidráulicas para la formación del régimen uniforme son difíciles de determinar dado el carácter asintótico de las curvas de evolución de las características del flujo a lo largo de la rápida. Boes y Hager (2003) proponen una expresión para determinar la altura mínima del aliviadero ( $H_c$ ) necesaria para la formación de régimen uniforme:

$$\frac{H_c}{y_c} \approx 24 \cdot (\sin \alpha)^{2/3} \quad (24)$$

De acuerdo con la Ecuación (24), en aliviaderos escalonados con pendientes típicas de  $1v:0.8h$  ( $\alpha=51.3^\circ$ ) se requiere una altura relativa de  $H_c/y_c=20.3$  para que se alcance el régimen uniforme. Se trata de un valor inferior al propuesto por Matos (2000) que basándose en las mediciones de la concentración media del aire a lo largo del aliviadero sugiere una altura relativa mínima  $H_c/y_c \approx 30$  para que se considere el flujo uniforme sobre la rápida.

La concentración media del aire en régimen de equilibrio ( $C_{med}$ ) depende únicamente de la pendiente del aliviadero (Matos, 1999):

$$C_{med} = 0.76 \cdot (\sin \alpha)^{0.82} \quad (25)$$

Boes y Hager (2003) proponen calcular la altura de agua equivalente uniforme ( $d_e$ ) usando la siguiente expresión:

$$\frac{d_e}{y_c} = 0.215 \cdot (\sin \alpha)^{-1/3} \quad (26)$$

A partir de la Ecuación (26) se obtiene un coeficiente de fricción equivalente ( $f_{eq}$ ) de aproximadamente 0.08 (ver Ecuación (27)). Se trata de un valor similar al sugerido por Matos y Quintela (1995) de  $f_{eq} \approx 0.10$  y algo inferior a  $f_{eq} \approx 0.20$  propuesto por Chanson (2004).

$$f_{eq} = 8 \cdot \sin \alpha \cdot \left(\frac{d_e}{y_c}\right)^3 \quad (27)$$

### Ejemplo de aplicación

Como ejemplo de aplicación, se caracteriza el flujo a lo largo del aliviadero escalonado de la presa la Puebla de Cazalla (Sevilla). Se trata de una presa de HCR con altura máxima de 71 m ( $H_{presa}$ ), paramento de aguas abajo con inclinación 1v:0.8h ( $\alpha=51.3^\circ$ ), caudal específico de diseño es  $9\text{m}^2/\text{s}$  ( $q_{dis}$ ) y peldaños de altura 0.90m (h).

Para una sección rectangular la altura crítica  $y_c=(q_{dis}^2/g)^{1/3}$  es 2.02 m siendo  $y_c/h$  igual a 2.25. Así, según las Ecuaciones (4) y (5) (ver Tabla 2), se tendrá flujo rasante sobre el aliviadero para las condiciones de diseño.

El valor de  $H_{presa}/y_c \approx 35$  indica que en el pie de la presa el flujo será uniforme sobre la rápida, de acuerdo con las alturas relativas mínimas propuestas tanto por Matos (2000), como por Boes y Hager (2003).

El comienzo de aireación ocurre a una distancia ( $L_i$ ) de 18.7 m del umbral del aliviadero (ver Ecuación (13)) que resulta en una diferencia de cotas entre la coronación del aliviadero y el pseudo-fondo de  $H_i=14.6\text{m}$  (con  $H_i \approx L_i \cdot \sin \alpha$ ).

En la figura 3 se muestra la evolución de la altura de agua equivalente ( $d$ ) y característica ( $Y_{90}$ ), a lo largo del aliviadero, obtenida con las expresiones presentadas en los apartados anteriores.

Se verifica que las alturas de agua equivalente ( $d$ ) calculadas con el modelo teórico-experimental de Meireles (2004) o con la metodología de Boes y Hager (2003) dan resultados bastante

similares tanto en la zona del flujo rápidamente variado como del gradualmente variado. En relación a la zona no aireada del aliviadero se aprecian diferencias, especialmente cerca del umbral del aliviadero, entre los resultados dados por la ecuación propuesta por Boes y Hager (2003) y las de Amador (2005). La metodología presentada por Boes y Hager (2003), se basa en condiciones de flujo gradualmente variado. Esta hipótesis se considera inadecuada para determinar las características del flujo en la zona inicial del aliviadero.

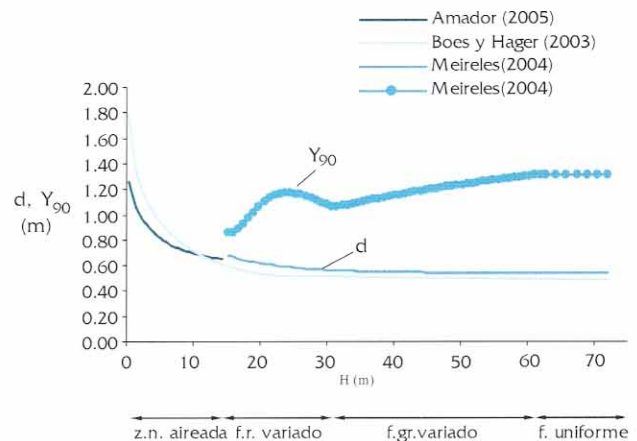


Figura 3. Evolución de la altura de agua equivalente ( $d$ ) y característica ( $Y_{90}$ ) a lo largo del aliviadero de la presa la Puebla de Cazalla ( $H \approx L_i \cdot \sin \alpha$ ).

La altura característica ( $Y_{90}$ ) es una variable importante debido al esponjamiento de la vena líquida por la presencia de aire. La altura de los cajeros laterales del aliviadero se diseña a partir de la altura característica. Boes y Hager (2003) proponen:

$$h_{cajero} = \eta \cdot Y_{90e} \quad (28)$$

donde el coeficiente de seguridad  $\eta$  es igual a 1.2 en presas de hormigón y 1.5 en el caso de presas de materiales sueltos.  $Y_{90e}$  es la altura característica del flujo uniforme. Para la presa de la Puebla de Cazalla resultaría un valor de  $h_{cajero} \approx 1.6\text{m}$ .

La altura característica se utiliza usualmente como definidor de la superficie libre del flujo aire-agua. De la figura 3 se observa la ondulación en la zona del flujo rápidamente variado. Aguas abajo de esa zona existe un progresivo incremento de la altura característica causada por el aumento de la concentración media del aire a lo largo del aliviadero ( $C_{med}$ ).

En la figura 4 se expone la evolución de la energía residual relativa ( $E_r/E_0$ ) a lo largo del aliviadero de la presa de Puebla de Cazalla. La energía del flujo potencial ( $E_0$ ) se considera igual a Ecuación (10).

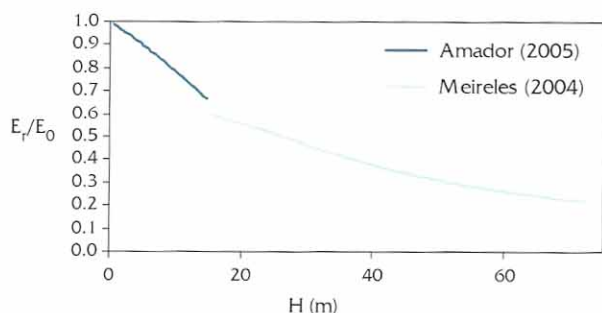


Figura 4. Evolución de la energía residual relativa ( $E_r/E_0$ ) a lo largo del aliviadero de la presa la Puebla de Cazalla ( $H \approx L \cdot \sin \alpha$ ).

Se observa que al final de la rápida la energía disipada ( $1-E_r/E_0$ ) a lo largo del aliviadero está alrededor del 78% de la energía máxima disponible. Cabe destacar la importancia de prever una altura relativa  $H_{\text{presa}}/y_c$  suficientemente alta para una eficiente disipación de energía a lo largo de la rápida escalonada.

En el caso que se tratara de una rápida lisa ( $f_{eq}=0.02$ ) la energía disipada a lo largo del aliviadero se estima alrededor del 27% de  $E_0$ .

### Acciones del vertido sobre los peldaños

Las solicitaciones que el vertido ejerce sobre los peldaños serán función de las características del flujo a lo largo del aliviadero. En este apartado se presentan algunas expresiones que permiten obtener un orden de magnitud de las presiones medias y fluctuaciones de presión sobre las huellas y contrahuellas de los peldaños.

### Huellas

En las huellas del escalón se distinguen dos regiones: la zona exterior de impacto del flujo superior y la zona interior afectada por la presencia del flujo recirculatorio en la cavidad. Las presiones medias y fluctuaciones de presión son máximas en la zona exterior de la huella con una gradual reducción hacia el interior del peldaño.

La evolución a lo largo del aliviadero de los coeficientes de presión media ( $C_p$ ) y fluctuante ( $C_p'$ ) en la zona exterior de la huella se aproximan

por las siguientes expresiones, obtenidas en base a registros de presión en esa zona (Amador, 2005):

$$(C_p)_{\text{exteriorhuella}} = \frac{0.153}{(1 - 0.471 \cdot \exp(-0.061 \cdot s'))} \quad (29)$$

para  $s' \geq 0$

$$(C_p')$$

para  $s' \geq 0$

con  $s'$  dado por la Ecuación (17). Una estimación conservadora de  $C_p$  y  $C_p'$  para  $s' < 0$ , será considerar en las Ecuaciones (29) y (30)  $s' = 0$ .

Para el interior de la huella se proponen otras dos expresiones, igualmente basadas en resultados experimentales (Amador, 2005):

$$(C_p)_{\text{interiorhuella}} = \frac{0.028}{(1 - 0.792 \cdot \exp(-0.039 \cdot s'))} \quad (31)$$

para  $s' \geq 0$

$$(C_p')$$

para  $s' \geq 0$

De nuevo una estimación conservadora de  $C_p$  y  $C_p'$  para  $s' < 0$ , será considerar en las Ecuaciones (31) y (32)  $s' = 0$ .

Conocida la evolución de la velocidad media ( $U=q/d$ ) a lo largo del aliviadero será posible determinar la presión media relativa ( $p_m$ ) en cada peldaño:

$$p_m = C_p \cdot \rho \cdot \frac{U^2}{2} \quad (33)$$

Las fluctuaciones de presión tienen valores no despreciables superando, ampliamente en algunos instantes de tiempo, los valores medios. Para una distribución normal de las presiones, la magnitud de las fluctuaciones de presión excede 3 veces la desviación típica el 0.14% del tiempo (Naudascher, 1991).

De cualquier modo, los registros de presión en la zona exterior de la huella presentan una asimetría positiva siendo así incorrecto considerar la distribución normal para los máximos de presión. Se proponen las siguientes expresiones para estimar el valor máximo ( $p_{\text{max}}$ ) y mínimo ( $p_{\text{min}}$ ) de la presión sobre la zona exterior de la huella:



$$(p_{\max})_{\text{exteriorhuella}} = \left( (C_p)_{\text{exteriorhuella}} + 6 \cdot (C_p')_{\text{exteriorhuella}} \right) \rho \cdot \frac{U^2}{2} \quad (34)$$

$$(p_{\min})_{\text{exteriorhuella}} = \left( (C_p)_{\text{exteriorhuella}} - 3 \cdot (C_p')_{\text{exteriorhuella}} \right) \rho \cdot \frac{U^2}{2} \quad (35)$$

En cambio en el interior de la huella se admite una distribución normal del registro de presiones (Amador, 2005), así los máximos y mínimos instantáneos se aproximan a:

$$(p_{\max})_{\text{int.eriorhuella}} = \left( (C_p)_{\text{int.eriorhuella}} + 3 \cdot (C_p')_{\text{int.eriorhuella}} \right) \rho \cdot \frac{U^2}{2} \quad (36)$$

$$(p_{\min})_{\text{int.eriorhuella}} = \left( (C_p)_{\text{int.eriorhuella}} - 3 \cdot (C_p')_{\text{int.eriorhuella}} \right) \rho \cdot \frac{U^2}{2} \quad (37)$$

Como se deduce de las ecuaciones mostradas, las huellas estarán sujetas a solicitaciones del vertido con un rango de amplitud que varía desde presiones por debajo de la presión atmosférica (negativas) hasta valores significativamente superiores a la presión hidrostática.

### Contrahuellas

Las presiones en las contrahuellas son influenciadas por la separación del flujo superior y la recirculación en la cavidad. En la mitad superior las presiones medias son cercanas a cero (presión atmosférica), e incluso se llega a tener valores medios negativos (succión). En la zona más cercana a la huella las presiones se incrementan y se asemejan a las presiones medidas sobre la zona interior de la huella.

En el extremo exterior ocurren las mayores fluctuaciones de presión, alcanzándose valores negativos de magnitud significativa. El coeficiente de presión fluctuante ( $C_p'$ ) se expresa por la siguiente ecuación, obtenida de los registros de presión medidos (Amador, 2005):

$$(C_p')_{\text{exteriorcontrahuella}} = \frac{0.039}{(1 - 0.598 \cdot \exp(-0.046 \cdot s'))} \quad (38)$$

para  $s' \geq 0$

También en este caso, se aconseja estimar el valor  $C_p'$  para  $s' < 0$ , con la Ecuación (38) y  $s' = 0$ .

Los registros de presión en la zona exterior presentan una asimetría negativa. Se desarrolló un modelo probabilístico para los extremos mínimos de presión basado en la distribución de Weibull. Se presentan a continuación las expresiones que permiten determinar la presión con 0.1% de probabilidad de ocurrencia de valores menores:

$$(C_p)_{p0.1\% \text{ exteriorcontrahuella}} = \frac{0.358}{(1 - 0.543 \cdot \exp(-0.062 \cdot s'))} \quad (39)$$

para  $s' \geq 0$

$$(p_{\min})_{\text{exteriorcontrahuella}} = -C_{p0.1\%} \cdot \rho \cdot \frac{U^2}{2} \quad (40)$$

Se considera que existirá riesgo de cavitación para velocidades medias del flujo superiores a 15 m/s en el punto de inicio de aireación ( $s' = 0$ ). Para esas condiciones las fluctuaciones de presión sobre el extremo exterior de la contrahuella podrán alcanzar presiones instantáneas suficientemente bajas, aún siendo los valores medios temporales superiores a la tensión de vapor de agua.

Es interesante, también, resaltar que la comparación de las fluctuaciones de presión entre distintos modelos físicos en la zona aireada revela que las fluctuaciones de presión previstas para prototipo serán de menor magnitud que las medidas en modelo (Amador, 2005). Así las expresiones presentadas anteriormente basadas en medidas realizadas en modelo reducido, tenderán a sobreestimar las fluctuaciones de presión sobre los peldaños en la zona aireada del aliviadero. Por tanto, desde el punto de vista del diseño las ecuaciones propuestas se encuentran del lado de la seguridad.

### Ejemplo de aplicación

Se han aplicado las expresiones anteriores para estimar, para un caudal específico de diseño de 9 m<sup>2</sup>/s, las acciones del vertido sobre los escalones del aliviadero de la presa la Puebla de Cazalla.

En las figuras 5, 6 y 7 se presentan las presiones medias, máximas y mínimas sobre el exterior e interior de la huella a lo largo del aliviadero.

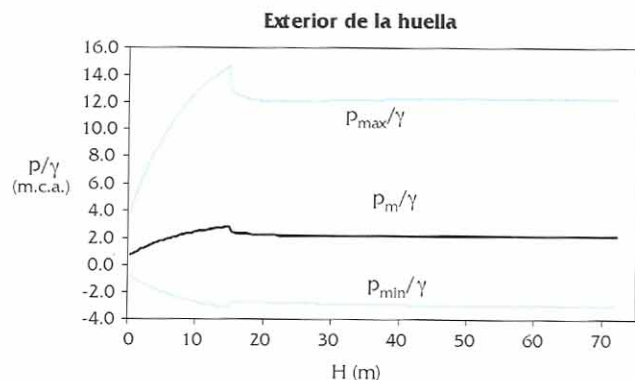


Figura 5. Evolución de las presiones medias ( $p_m/\gamma$ ), máximas ( $p_{max}/\gamma$ ) y mínimas ( $p_{min}/\gamma$ ) sobre el exterior de las huellas a lo largo del aliviadero de la presa la Puebla de Cazalla ( $H \approx L \cdot \sin \alpha$ ).

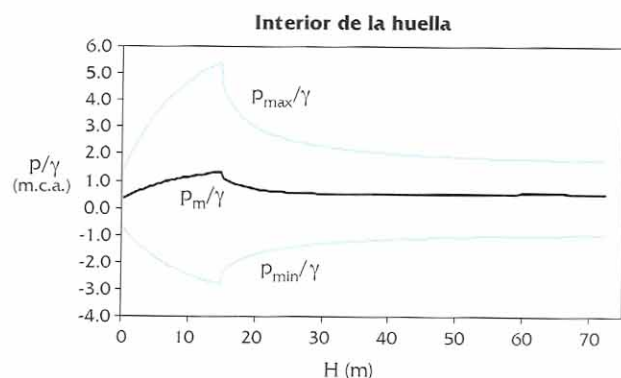


Figura 6. Evolución de las presiones medias ( $p_m/\gamma$ ), máximas ( $p_{max}/\gamma$ ) y mínimas ( $p_{min}/\gamma$ ) sobre el interior de las huellas a lo largo del aliviadero de la presa la Puebla de Cazalla ( $H \approx L \cdot \sin \alpha$ ).

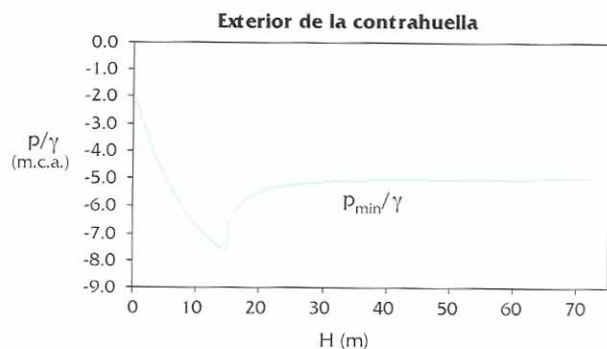


Figura 7. Evolución de las mínimas ( $p_{min}/\gamma$ ) sobre el exterior de las contrahuellas a lo largo del aliviadero de la presa la Puebla de Cazalla ( $H \approx L \cdot \sin \alpha$ ).

### ASPECTOS CONSTRUCTIVOS

La durabilidad es la especificación más importante que debe cumplir el paramento del aliviadero. El material que constituye los escalones del

aliviadero estará sujeto al deterioro provocado por los agentes meteorológicos y a las solicitaciones hidrodinámicas del vertido por coronación. Las propiedades del material que más directamente están relacionadas con la durabilidad son el peso específico, resistencia a compresión y, en climas fríos, resistencia al hielo-deshielo (Ditchey y Campbell, 2000). El peso específico del hormigón compactado con rodillo (HCR) es alrededor de  $24 \text{ KN/m}^3$  igual que en un hormigón convencional. La resistencia a compresión depende del contenido de conglomerante (cemento+adiciones minerales), con un rango comprendido entre 5 y 15 MPa para un HCR con bajo contenido de conglomerante y de 15 a 30 MPa en el caso de HCR con alto contenido de conglomerante (ICOLD/CNEGP, 2003).

La excesiva percolación a través de las juntas horizontales entre tongadas del HCR y la fisuración son dos problemas que pueden darse en algunas presas de HCR construidas y que pueden afectar el funcionamiento del aliviadero (Chanson, 2001).

En especial para las presas de HCR con bajo contenido de conglomerante ( $< 100 \text{ kg/m}^3$ ) las juntas horizontales entre tongadas son bastante permeables. Si la zona impermeable del paramento de aguas arriba no es efectiva, las juntas horizontales constituirán caminos preferenciales para la transmisión de subpresiones al paramento de aguas abajo. En estos casos el proyectista deberá prever sistemas de drenaje que recojan dichas filtraciones y las conduzcan hacia fuera de la presa antes que alcancen el paramento de aguas abajo (Ditchey y Campbell, 2000).

Las solicitaciones hidrodinámicas del flujo sobre posibles fisuras existentes en los peldaños pueden crear un sistema de resonancia: las fluctuaciones de presión proporcionan la excitación necesaria, mientras que la fisura el volumen de resonancia. Las frecuencias fundamentales de resonancia del sistema son  $f_{res} = c/(4 \cdot L_f)$  para una fisura con final cerrado y  $f_{res} = c/(2 \cdot L_f)$  para una fisura con final abierto, donde  $c$  es la celeridad de propagación de las ondas de presión y  $L_f$  la longitud de la fisura (Bollaert y Schleiss, 2003). Si el espectro de las presiones del vertido tiene suficiente energía en el rango de dichas frecuencias estimulará el sistema hasta resonancia y ocurrirá una amplificación indeseable de las presiones hidrodinámicas en el interior de las fisuras. También en sitios donde existen grandes amplitudes térmi-

cas hay que tener en cuenta la resistencia a heladas de la agua de lluvia o del vertido que se acumule en las fisuras. Por estas razones es importante controlar el agrietamiento a través de una adecuada localización y sellado de juntas de retracción y del control de temperatura durante la construcción de la presa.

En la figura 8 se muestran diversos métodos constructivos que han sido utilizados para la formación del aliviadero en presas de HCR.

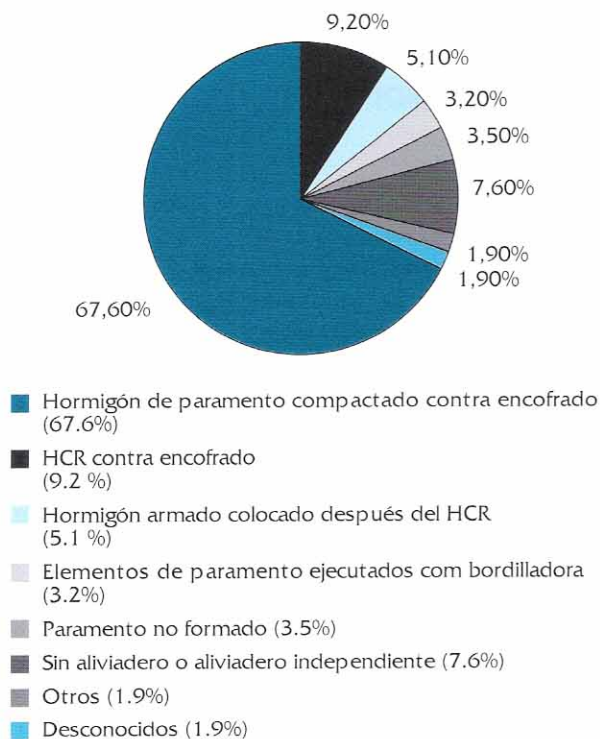


Figura 8. Métodos utilizados para construcción del aliviadero en presas de HCR (adaptado de ICOLD/CNEGP, 2003).

El hormigón de paramento contra encofrado es con diferencia el método más utilizado para formación del aliviadero (67.6% de las presas). Este método proporciona un comportamiento satisfactorio en términos de durabilidad y una buena presentación estética de los peldaños (Ditchey y Campbell, 2000).

La colocación del hormigón de paramento se puede realizar en paralelo con la colocación del HCR o como una operación separada después que la mayor parte del HCR haya sido colocado. La primera opción es la que proporciona una mejor adherencia entre los dos hormigones y consiste en colocar primero el hormigón de paramento (sin consolidación), luego colocar el HCR (sin

compactación del rodillo), vibrar el hormigón de paramento (que está confinado entre encofrado y el HCR) y por fin compactar con rodillo el HCR, incluyendo la interfase entre el HCR y el hormigón de paramento. La desventaja de este método de ejecución es que la manipulación y elevación del encofrado pueden ser factores limitantes en el ritmo de colocación del HCR (ICOLD/CNEGP, 2003). Muchos proyectistas consideran la colocación de armaduras para garantizar una mejor unión entre ambos hormigones.

El uso de una bordilladora para ejecutar los elementos del paramento mediante bordillos deslizados tiene las ventajas de eliminar la necesidad del encofrado y de separar la formación del paramento de la colocación del HCR (ICOLD/CNEGP, 2003). Este método fue utilizado por primera vez en la construcción de la presa de Upper Stillwater en los EE.UU.

La colocación del HCR directamente contra el encofrado se utilizó en un 9.2% de las presas como método para formar el aliviadero. El acabado de la estructura es tanto mejor cuanto más manejable sea el HCR y que éste tenga pasta suficiente. Es un método popular en España donde es habitual un HCR manejable con contenido alto de conglomerante (ICOLD/CNEGP, 2003).

Una alternativa que permite acompañar el ritmo de colocación del HCR es la utilización de bloques prefabricados de hormigón. Éstos sirven de encofrado para el HCR y proveen una superficie exterior durable. Los bloques prefabricados se unen mecánicamente al HCR por medio de anclajes. El trabamiento entre bloques sirve de soporte para los nuevos bloques a partir de los ya colocados previamente. Este es un método muy popular en China (ICOLD/CNEGP, 2003).

Algunas presas de HCR presentan un aliviadero realizado con HCR sin formar (3.5% de los casos). Se coloca el HCR formando su ángulo natural de reposo, que está entre 0.8:1 y 1:1 (h:v). Una de las desventajas de este método es que los operadores de los rodillos no aceptan fácilmente compactar cerca del borde del paramento de aguas abajo. Así, con una menor compactación en la zona exterior resulta en una menor durabilidad lo que no es aceptable en peldaños sometidos a las acciones de la climatología y del vertido. Este método ha sido abandonado recientemente (ICOLD/CNEGP, 2003).

## CONCLUSIONES

De la revisión bibliográfica realizada y del estudio experimental desarrollado en Amador (2005), se concluye que:

- El diseño de la cresta admite distintas soluciones, mostrándose la forma de la transición escalonada propuesta por Elviro y Mateos (1995) para aliviaderos escalonados no controlados por compuertas. En el caso de aliviaderos escalonados controlados por compuertas se sugiere el perfil estricto convencional (liso) situándose el inicio del escalonado aguas abajo de la zona donde el flujo está influenciado por la compuerta (Amador et al., 2003);
- El final del flujo escalón a escalón y el inicio del flujo rasante se expresan por el cociente entre calado crítico y altura del peldaño y son función del cociente entre la altura y longitud del peldaño, como se describe en las Ecuaciones (4) y (5);
- En aliviaderos escalonados sobre presas de HCR, la situación más común para el caudal de diseño será el flujo rasante en la estructura. Se presentan un conjunto de expresiones que permiten estimar las características del flujo rasante en las diversas regiones a lo largo del aliviadero;
- En base al estudio experimental del campo de presiones sobre los peldaños de Amador (2005), se proponen una serie de ecuaciones que permiten obtener la magnitud de las presiones medias y fluctuantes de presión sobre las huellas y contrahuellas del escalón;
- En el extremo exterior de la contrahuella ocurren las mayores fluctuaciones de presión, alcanzándose valores negativos de magnitud significativa. Del análisis de los extremos mínimos se concluyó que existirá riesgo de cavitación para velocidades medias del flujo superiores a 15 m/s en el punto de inicio de aireación ( $s'=0$ ). Para esas condiciones las fluctuaciones de presión sobre el extremo exterior de la contrahuella podrán alcanzarse presiones instantáneas suficientemente bajas, aún siendo los valores medios temporales superiores a la tensión de vapor de agua.

Se considera que el conjunto de expresiones

propuestas conjuntamente con las conclusiones realizadas constituyen una contribución para el diseño hidráulico de aliviaderos escalonados sobre presas de HCR.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la beca de doctorado (BD/3056/2000) de la Fundação para a Ciência e Tecnologia do Ministerio da Ciencia e Tecnologia de Portugal.

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Latinas minúsculas:

$c$	celeridad de propagación de las ondas de presión;
$d$	altura de agua equivalente;
$d_0$	calado de agua correspondiente al flujo potencial;
$d_e$	altura de agua equivalente uniforme;
$d_i$	calado de agua en el punto inicio aireación;
$f_{eq}$	coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach de la mezcla aire-agua;
$f_{res}$	frecuencia fundamental de resonancia del sistema;
$g$	aceleración de la gravedad;
$h$	altura de la contrahuella de un escalón;
$h_{cajero}$	altura de los cajeros laterales del aliviadero;
$k_s$	rugosidad de forma, que corresponde a $k_s=h \cdot \cos\alpha$ ;
$l$	longitud de la huella de un escalón;
$p$	presión;
$p_m$	presión media;
$p_{max}$	presión máxima;
$p_{min}$	presión mínima;
$q$	caudal específico.
$s'$	coordenada adimensional definida por:

$$s' = \frac{L - L_i}{d_i}$$

### Latinas mayúsculas:

$B$	ancho de la rápida;
$C_d$	coeficiente de desagüe;
$C_{med}$	concentración media de aire en todo el flujo;
$C_{medi}$	concentración media de aire en el punto de inicio de aireación;
$C_p$	coeficiente de presión media, que se define por:

$$C_p = \frac{P_m}{\rho \cdot U^2 / 2};$$

$C_p$  coeficiente de la desviación típica de las presiones, que se define por:

$$C_p = \frac{\sigma_p}{\rho \cdot U^2 / 2};$$

$C_{p_{\min 0.1\%}}$  coeficiente de presión mínima con 0.1% de probabilidad de ocurrencia de valores menores, que se define por:

$$C_{p_{\min 0.1\%}} = \frac{P_{\min 0.1\%}}{\rho \cdot U^2 / 2};$$

E energía específica por unidad de peso a una cierta altura por debajo del umbral del aliviadero escalonado;

$E_0$  energía máxima disponible por unidad de peso correspondiente al flujo potencial;

$E_r$  energía específica por unidad peso residual;

$Fr_*$  número de Froude rugoso, que se define por:

$$Fr_* = \frac{q}{\sqrt{g \cdot \sin \alpha \cdot k_s^3}};$$

H desnivel geométrico;

L distancia desde la cresta a lo largo del perfil del aliviadero;

$L_i$  distancia desde la cresta al punto de inicio de aireación;

$L_f$  longitud de la fisura;

Q caudal de agua;

U velocidad media del flujo;

$Y_{90}$  altura de agua en la que se presenta una concentración de aire del 90%;

*Griegas minúsculas:*

$\alpha$  ángulo con la horizontal de la rápida;

$\delta$  espesor de la capa límite;

$\delta^*$  espesor de desplazamiento;

$\delta^e$  espesor de pérdida de potencia;

$\gamma$  peso específico del agua;

$\eta$  coeficiente de seguridad;

$\rho$  densidad del agua;

$\sigma_p$  desviación típica del registro de presiones;

*Griegas mayúsculas:*

$\Delta E$  pérdida de energía por unidad de peso;

## REFERENCIAS

Abecasis, F. (1961) – “Memoria n° 175 - Soleiras descarregadoras. Alguns problemas especiais”. Editorial LNEC.

Amador, A.; Sanchez-Juny, M; Pomares, J.; DOLZ, J. (2003) – “Feasibility study of stepped spillways in RCC dams controlled by tainter gate” en 4<sup>th</sup> International Symposium on Roller Compacted Concrete Dams, Madrid (Espanha).

Amador, A. (2005) – “Comportamiento hidráulico de los aliviaderos escalonados en presas de hormigón compactado.” Tesis doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya.

Boes, R.; Hager, W. (2003) – “Two Phase Flow Characteristics of stepped spillways”. *Journal of Hydraulic Engineering*, 129 (9), 661-670.

Bollaert, E.; Schleiss A. (2003) – “Scour of rock due to the impact of plunging high velocity jets. Part II- Experimental results of dynamic pressures at pool bottoms and in one and two dimensional closed end rock joints”. *Journal of Hydraulic Research*, 41(5), 465-480.

Chamani, M.; Rajaratnam, N. (1999) – “Characteristics of skimming flow over stepped spillways”. *Journal of Hydraulic Engineering*, 125 (4), 361-368.

Chanson, H. (2001) – “The hydraulics of stepped chutes and spillways”, editorial Balkema.

Chanson, H. (2004) – “Drag reduction in skimming flow on stepped spillways by aeration”. *Journal of Hydraulic Research*, 42 (3), 316-322.

Chanson, H.; Toombes, L. (1997) – “Flow aeration at stepped cascades”. Report n° 155, Departamento de Ingeniería Civil da Universidad de Queensland.

Chanson, H.; Toombes, L. (2001) – “Experimental investigation of air entrainment in transition and skimming flows down stepped chute”. Report n° 158, Departamento de Ingeniería Civil da Universidad de Queensland.

Chanson, H.; Toombes, L. (2004) – “Hydraulics of stepped chutes: The transition flow”. *Journal of Hydraulic Research*, 42 (1), 43-54.

Chow, V. (1959) - “Open-Channel Hydraulics”. Editorial McGraw-Hill.

Diez-cascon, J; Blanco, J., Revilla, J. E Garcia, J. (1991)– “Studies on the hydraulic behaviour of stepped spillways”. *Water Power and Dam Construction*, 22-26.

Ditchey, E.; Campbell, D. – “Roller Compacted concrete and stepped spillways” en *Int. Workshop of Hydraulics of Stepped Spillways*, Zurich (Suiza), 171-178.

El-kamash, M.; Lowen, M.; Rajaratnam, N. (2005) – “An experimental investigation of jet flow on a stepped chute”. *Journal of Hydraulic Research*, 43 (1), 31-43.

Elviro, V.; Mateos, C. (1995)– “Disipación de energía en aliviaderos escalonados” *Ingeniería Civil*, 15-19.

Essery, I; Horner, M. (1978) – “The hydraulic design of stepped spillways”. Report 33, CIRIA.

ICOLD/CNEGP (2003) – “Monografía n° 27- Estado del arte de las presas de hormigón compactado con rodillo”. Editorial Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

Gonzalez, C.; Chanson, H. (2004) – “Interactions between

- cavity flow and main stream skimming flows: an experimental study" Canadian Journal of Civil Engineering, 31, 33-44.
- Matos, J. (1999) – "Emulsioneamento de ar e dissipação de energia do escoamento em descarregadores em degraus". Tesis doctoral, Instituto Superior Técnico.
- Matos, J. (2000) – "Hydraulics of skimming flow on modelled stepped spillways – Discussion" Journal of Hydraulic Engineering, 126 (12) 948-950.
- Matos, J.; Quintela, A. (1995) – "Energy dissipation in skimming flow over stepped spillways. A comparative analysis". en 26<sup>th</sup> IAHR Biennial Congress, Londres (Reino Unido), 370-372.
- Meireles, I. (2004)– "Caracterização do escoamento deslizante sobre turbilhões e energia específica residual em descarregadores de cheias em degraus". Tesis de master, Instituto Superior Técnico.
- Minor, H.; BOES, R. (2001) – "Hydraulic design of stepped spillways" en 29<sup>th</sup> IAHR Biennial Congress, Beijing (Xina).
- Naudascher, E. (1991) – "Hydrodynamic Forces". *IAHR Monograph series*, Editorial Balkema.
- Ohtsu, I.; Yasuda Y.; Takahashi, M. (2004) – "Flow characteristic of skimming flows in stepped channels". Journal of Hydraulic Engineering, 130 (9), 860-869.
- Pegram, G.; Officer, A.; Mottram, S. (1999)– "Hydraulics of skimming flow on modelled stepped spillways" Journal of Hydraulic Engineering, 125 (5), 500-510.
- Pinheiro, A.; Fael, C (2000) – "Nappe flow in stepped channels" en *Int. Workshop of Hydraulics of Stepped Spillways*, Zurich (Suiza), 119-126.
- Quintela, A. (1981) – "Hidraulica". Editorial Fundação Calouste Gulbenkian.
- Sánchez-juny, M. (2001) – "Comportamiento hidráulico de los aliviaderos escalonados en presas de hormigón compactado. Análisis del campo de presiones". Tesis doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya.
- Sánchez-juny, M.; Dolz, J. (2005) – "Experimental study of transition and skimming flow on stepped spillways in RCC dams: qualitative analysis and pressure measurements" Journal of Hydraulic Research, 43 (5) 540-548.
- Tozzi, M.j. (1992)- "Caracterização/ comportamento de escoamentos em vertedouros com paramento em degraus". Tesis doctoral, Universidade de São Paulo.
- Yasuda, Y; Ohtsu, I. (1999) – "Flow resistance of skimming flows in stepped channels". en 28<sup>th</sup> IAHR Biennial Congress, Graz (Austria).