

# EVALUACIÓN DE CORRIENTES LITORALES Y FRENTE DE MAREA MEDIANTE MODELIZACIÓN BIDIMENSIONAL EN RÍAS Y DESEMBOCADURAS DE RÍOS

**Luis Cea, Jerónimo Puertas**

Grupo de Enxeñaría da Auga e do Medioambiente GEAMA  
E.T.S. Ingenieros de Caminos Canales y Puertos  
Universidad de A Coruña  
15071 A Coruña (España)  
lcea@udc.es

**María-Elena Vázquez-Cendón**

Departamento de Matemática Aplicada  
Facultad de Matemáticas  
Universidad de Santiago de Compostela

**Resumen:** Los modelos numéricos son una herramienta ampliamente utilizada en la actualidad para el estudio hidrodinámico de las desembocaduras de ríos y estuarios. Para este tipo de problemas el coste computacional de un modelo tridimensional es en general excesivo. Por otro lado, los modelos unidimensionales, tradicionalmente utilizados en hidráulica fluvial, no son adecuados debido a la compleja geometría de las regiones costeras, siendo deseable y necesario en numerosas ocasiones recurrir a modelos bidimensionales de aguas poco profundas. En este artículo se presenta la aplicación de un modelo de aguas someras bidimensional para el estudio de la hidrodinámica y para la evaluación de zonas inundables en desembocaduras de ríos y en regiones litorales. Se consideran y analizan los efectos de la turbulencia y de los frentes seco-mojado. Se presentan las principales ventajas, inconvenientes y limitaciones del modelo para este tipo de aplicaciones, y se comparan algunos resultados numérico-experimentales.

## INTRODUCCIÓN

El estudio de la hidrodinámica de ríos y estuarios es de gran importancia para entender, predecir y controlar los procesos físicos que tienen lugar en ellos, además de servir como base para estudios de transporte de contaminantes y de procesos de erosión, por citar sólo algunos ejemplos. La dificultad de realizar ensayos de laboratorio, así como el coste económico de llevar a cabo mediciones experimentales en campo, hacen de los modelos numéricos una herramienta muy útil para el estudio de este tipo de problemas. La modelización numérica presenta además la ventaja de poder estudiar las afecciones e impacto que puede provocar una futura actuación ingenieril, permitiendo la evaluación de diferentes escenarios hipotéticos. Todo ello a un coste temporal y económico relativamente bajo.

Las ecuaciones de aguas someras promediadas en profundidad, también conocidas como ecuaciones de St. Venant bidimensionales asumen una

escala espacial vertical mucho más pequeña que la escala horizontal, lo cual permite asumir una distribución de presión hidrostática. Al mismo tiempo se asume un campo de velocidad relativamente homogéneo en profundidad. Ambas hipótesis se cumplen de manera razonable tanto en ríos como en zonas litorales, haciendo posible la utilización de modelos de aguas someras para su estudio. Evidentemente un modelo tridimensional proporcionaría unos resultados más precisos, pero a un coste computacional mucho más elevado, lo cual impide que en la actualidad se utilicen modelos tridimensionales de forma sistemática en ingeniería fluvial y costera.

En este trabajo se presentan diversas aplicaciones de un modelo numérico en volúmenes finitos que resuelve las ecuaciones de aguas someras promediadas en profundidad, considerando tanto los esfuerzos turbulentos como los frentes seco-mojado. Se presentan los siguientes casos

prácticos: el estuario Crouch (Reino Unido), la ría de O Barqueiro (Galicia) y la desembocadura del río Lérez en la ría de Pontevedra (Galicia). En los casos en los que se dispone de medidas experimentales de velocidad y calado, se realiza la validación numérico-experimental de los resultados del modelo numérico.

## MODELO NUMÉRICO

### Las ecuaciones de aguas someras promediadas en profundidad

Las ecuaciones de aguas someras bidimensionales se obtienen promediando en profundidad las ecuaciones de Reynolds tridimensionales. En su derivación matemática se asume una distribución de presión hidrostática (se desprecia la presión dinámica debido al movimiento del fluido) y un campo de velocidad relativamente uniforme en profundidad. La hipótesis de presión hidrostática equivale a despreciar las aceleraciones verticales del fluido, cumpliéndose de manera razonable en flujos con una extensión horizontal mucho mayor que su profundidad, lo cual es habitual tanto en hidráulica fluvial como en regiones costeras. La homogeneidad en profundidad del campo de velocidad depende de las condiciones locales de flujo. Algunas causas comunes que invalidan esta hipótesis son la presencia de obstáculos abruptos en el fondo o la curvatura excesiva de las líneas de corriente. Aún en estos casos las ecuaciones de aguas someras pueden utilizarse, teniendo siempre en cuenta a la hora de analizar los resultados que en las zonas en las que se rompen las hipótesis de partida se esta introduciendo un error de modelización.

Las ecuaciones de aguas someras forman un sistema hiperbólico de 3 ecuaciones diferenciales de transporte con 3 incógnitas, estando definidas sobre un dominio espacial bidimensional. Las ecuaciones se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h U_x}{\partial x} + \frac{\partial h U_y}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial h U_x}{\partial t} + \frac{\partial h U_x^2}{\partial x} + \frac{\partial h U_x U_y}{\partial y} &= -gh \frac{\partial h z_b}{\partial x} - \\ &- gh \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\tau_{s,x}}{\rho} - \frac{\tau_{b,x}}{\rho} + 2\Omega \sin \lambda U_y + \\ &+ \frac{\partial h \tau_{xx}^e}{\partial x} + \frac{\partial h \tau_{xy}^e}{\partial y} \\ \frac{\partial h U_y}{\partial t} + \frac{\partial h U_x U_y}{\partial x} + \frac{\partial h U_y^2}{\partial y} &= -gh \frac{\partial h z_b}{\partial y} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -gh \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\tau_{s,y}}{\rho} - \frac{t_{b,y}}{\rho} + 2\Omega \sin \lambda U_x + \\ + \frac{\partial h \tau_{xy}^e}{\partial x} + \frac{\partial h \tau_{yy}^e}{\partial y} \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $U_x$ ,  $U_y$  son las dos componentes horizontales de la velocidad promediada en profundidad,  $h$  es el calado,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $z_b$  es la elevación del fondo,  $\rho$  es la densidad del agua,  $\tau_{b,x}$ ,  $\tau_{b,y}$  son las dos componentes horizontales de la fricción del fondo,  $\tau_{s,x}$ ,  $\tau_{s,y}$  son las dos componentes de la fricción ejercida por el viento sobre la superficie libre,  $\Omega$  es la velocidad angular de rotación de la tierra,  $\lambda$  es la latitud de la zona de estudio, y  $\tau_{xx}^e$ ,  $\tau_{xy}^e$ ,  $\tau_{yy}^e$  son las tensiones efectivas horizontales promediadas en profundidad. La fuerza de Coriolis suele ser despreciable excepto en problemas de una gran extensión espacial con velocidades muy pequeñas. La fricción del fondo se modela habitualmente mediante la fórmula de Manning para lechos rugosos:

$$\frac{\tau_{b,x}}{\rho} = gh \frac{n^2 |U| U_x}{h^{4/3}}, \quad \frac{\tau_{b,y}}{\rho} = gh \frac{n^2 |U| U_y}{h^{4/3}} \quad (2)$$

donde  $n$  es el coeficiente de Manning y  $|U|$  es el módulo de la velocidad horizontal promediada en profundidad. La fricción ejercida por el viento sobre la superficie libre se puede calcular a partir de la velocidad del viento a una determinada altura y un coeficiente de arrastre asociado a dicha altura y al tipo de superficie. Habitualmente se utiliza la velocidad del viento a 10 metros de altura, expresándose la fricción del viento como:

$$\frac{\tau_{s,x}}{\rho_a} = C_{10} |V_{10}| V_{10,x}, \quad \frac{\tau_{s,y}}{\rho_a} = C_{10} |V_{10}| V_{10,y} \quad (3)$$

siendo  $\rho_a$  la densidad del aire,  $C_{10}$  el coeficiente de arrastre, y  $V_{10}$  la velocidad del viento a 10 metros de altura.

Las tensiones efectivas que aparecen en la ec.(1) incluyen los efectos de las tensiones viscosas, de las tensiones turbulentas y de los términos de dispersión lateral debido a la no homogeneidad en profundidad del perfil de velocidad (Rastogi,1978):

$$\tau_{ij}^e = \tau_{ij}^v - \overline{u'_i u'_j} + D_{ij}$$

en donde  $\tau_{ij}^v$  son las tensiones viscosas,  $\overline{u'_i u'_j}$  son las tensiones turbulentas (también llamadas tensiones de Reynolds), y  $D_{ij}$  son los términos de dispersión lateral. Como se ha comentado anteriormente, la hipótesis de velocidad homogénea en profundidad equivale a despreciar los términos

de dispersión lateral, debido a la imposibilidad de calcularlos de forma general. Su importancia será mayor cuanto menos uniforme sea el perfil de velocidad en profundidad.

Las tensiones viscosas se calculan a partir de la viscosidad cinemática del fluido ( $\nu$ ) como:

$$\frac{\tau_{ij}^v}{\rho} = \nu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

En problemas de flujo en ríos y en regiones costeras, el orden de magnitud de las tensiones viscosas es mucho menor que el del resto de los términos que aparecen en las ecuaciones de St. Venant, y por lo tanto su efecto puede despreciarse.

Las tensiones de Reynolds reflejan el efecto de la turbulencia sobre la velocidad media del fluido y en flujo turbulento toman valores mucho mayores que las tensiones viscosas. El efecto de las tensiones turbulentas es especialmente importante en zonas de recirculación, en donde la producción de turbulencia es elevada. Para calcularlas es necesario recurrir a un modelo de turbulencia.

### Modelos de turbulencia

Existen diferentes modelos de turbulencia específicos para las ecuaciones de aguas someras promediadas en profundidad (Cea *et al.* 2007). Entre los más utilizados se encuentran el modelo de longitud de mezcla y el modelo  $k - \varepsilon$  de Rastogi y Rodi (Rastogi y Rodi, 1978). Ambos modelos de turbulencia están incorporados en el modelo numérico utilizado en este artículo.

En todos los casos presentados se ha realizado un análisis de sensibilidad de los resultados a la modelización de la turbulencia. Como suele ocurrir en la modelización del flujo en ríos y en zonas costeras, la influencia del modelo de turbulencia en los resultados de calado y velocidad es muy pequeña, en general inapreciable, debido a que los esfuerzos convectivos son varios órdenes de magnitud superiores a las tensiones turbulentas. Esto suele ocurrir en flujos en los que la geometría es lo suficientemente suave como para que no se produzcan zonas de recirculación en planta. A pesar de ello, incluso en este tipo de situaciones es importante realizar una correcta modelización de la turbulencia, ya que esta juega un papel fundamental en los procesos de transporte y mezcla de contaminantes y sedimentos. La difusión de calor, de un soluto, o de un sedimento en suspensión se produce básicamente por turbulencia, siendo el coeficiente de

difusión turbulenta varios órdenes de magnitud superior al coeficiente de difusión molecular.

El objetivo de los modelos de turbulencia es calcular las tensiones de Reynolds. En los modelos basados en la hipótesis de Boussinesq las tensiones de Reynolds se evalúan a partir de la expresión:

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (5)$$

en donde  $\nu_t$  es la viscosidad turbulenta y  $k$  es la energía cinética turbulenta. El modelo de turbulencia proporciona la viscosidad turbulenta para utilizarla en la expresión anterior.

### Modelo de longitud de mezcla promediado en profundidad

En la versión del modelo de longitud de mezcla para aguas someras, la viscosidad turbulenta se calcula a partir de las características locales del flujo mediante la siguiente expresión:

$$\nu_t = l_s^2 \sqrt{2S_{ij}S_{ij} + \left(2.34 \frac{u_f}{\kappa h}\right)^2} \quad (6)$$

$$l_s = \min(0.267 \kappa h, \kappa d_{\text{wall}})$$

en donde  $\kappa=0.41$  es la constante de von Karman,  $d_{\text{wall}}$  es la distancia a la pared más cercana,  $u_f$  es la velocidad de fricción del fondo, y  $S_{ij}$  es el tensor de deformación horizontal:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

Es un modelo algebraico sencillo que permite obtener resultados relativamente buenos en flujos en los que la turbulencia está generada localmente y principalmente por el rozamiento del fondo. Tiene en cuenta la producción de turbulencia debido a gradientes horizontales de velocidad, pero no considera el transporte convectivo ni la disipación de turbulencia. En flujos con zonas de recirculación fuertes los resultados obtenidos con el modelo de longitud de mezcla empeoran, especialmente si el nivel de turbulencia es elevado.

### Modelo $k - \varepsilon$ promediado en profundidad

Es la versión para aguas someras del modelo  $k - \varepsilon$  estándar. La viscosidad turbulenta se calcula como:

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (7)$$

en donde  $k$  es la energía cinética turbulenta,  $\varepsilon$  es la tasa de disipación de turbulencia, y  $c_\mu$  es una constante con valor  $C_\mu=0.09$ . El modelo resuelve una ecuación de transporte para cada una de

las variables  $k$  y  $\varepsilon$ , en donde se tiene en cuenta la producción debido al rozamiento del fondo, la producción por gradientes de velocidad, la disipación y el transporte convectivo:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial U_x k}{\partial x} + \frac{\partial U_y k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + 2\nu_t S_{ij} S_{ij} + c_k \frac{u_f^3}{h} - \varepsilon \quad (8)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial U_x \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial U_y \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\nu_t S_{ij} S_{ij} + c_\varepsilon \frac{u_f^4}{h^2} - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (9)$$

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad c_k = c_f^{-1/2}$$

$$c_\varepsilon = 3.6 c_k^{3/2} c_{\varepsilon 2} c_\mu^{-1/2}, \quad c_f = \frac{\tau_b}{\rho} \frac{1}{|U|^2}$$

con las constantes:

$$c_\mu = 0.09; c_{1\varepsilon} = 1.44; c_{\varepsilon 2} = 1.92; \sigma_k = 1.0; \sigma_\varepsilon = 1.31.$$

El modelo  $k-\varepsilon$  es un modelo relativamente sofisticado. En flujos turbulentos poco-profundos proporciona resultados relativamente buenos, siendo uno de los modelos más utilizados en dicho ámbito cuando el nivel de turbulencia es importante. No obstante, su grado de complejidad no garantiza resultados correctos en cualquier tipo de flujo. Al igual que cualquier modelo de turbulencia, los resultados obtenidos con el modelo  $k-\varepsilon$  deben de analizarse y valorarse de forma crítica.

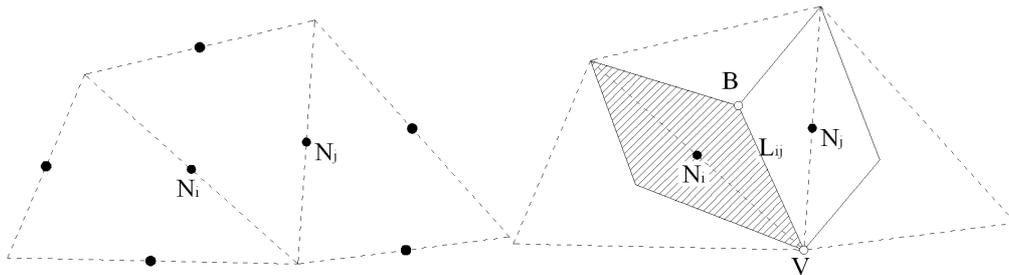
### Esquema numérico

Para realizar las modelizaciones presentadas en este artículo se ha utilizado el código *Turbillon*, desarrollado en el Grupo de Ingeniería del Agua y del Medio Ambiente (GEAMA) de la Universidad de A Coruña en colaboración con la coautora de la Universidad de Santiago de Compostela. El código resuelve las ecuaciones de aguas someras mediante un esquema numérico

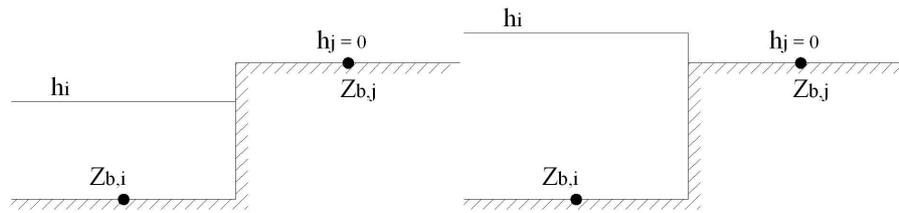
en volúmenes finitos para mallas bidimensionales no estructuradas. Queda fuera de los objetivos de este artículo el realizar una descripción detallada de los métodos numéricos utilizados para resolver las ecuaciones de aguas someras bidimensionales. A pesar de ello, a continuación se realiza una descripción breve de los esquemas numéricos utilizados en *Turbillon*, pudiéndose encontrar una descripción más detallada de los mismos en (Cea *et al.*, 2006).

La discretización del dominio espacial se realiza con volúmenes finitos no estructurados tipo arista. Bermúdez *et al.* (1998) proporciona una descripción detallada de este tipo de volúmenes. Los volúmenes de control se generan a partir de una triangulación previa del dominio espacial, situando los nodos en el punto medio de las aristas de los triángulos (Figura 1). Las celdas construidas de tal manera tienen cuatro aristas excepto en los contornos, en donde sólo tienen 3 aristas. Este tipo de volúmenes permite una definición simple del vector normal en las aristas del contorno, evitando la indeterminación en la definición del vector normal que aparece cuando se utilizan volúmenes tipo vértice en problemas con una geometría irregular (Dervieux, 1992).

Para la discretización del flujo convectivo se utiliza una extensión de orden 2 del esquema descentrado de Roe (1986), con un limitador de pendiente (Superbee o Minmod) para evitar oscilaciones en regiones con máximos o mínimos locales. Si se utiliza el esquema descentrado de Roe con una discretización centrada del término fuente pendiente del fondo, en problemas con batimetría irregular se generan oscilaciones no físicas en la superficie libre del agua, incluso en condiciones hidrostáticas (Bermúdez y Vázquez-Cendón, 1994). Para evitar estas oscilaciones debe utilizarse una discretización descentrada de la pendiente del fondo. Bermúdez y Vázquez-Cendón (1994) proponen una discretización descentrada de la pendiente del fondo que proporciona un balance exacto de las ecuaciones



**Figura 1.** Definición de los volúmenes finitos tipo arista (área rallada) a partir de una malla triangular no estructurada



**Figura 2.** Frentes seco-mojado. Redefinición del fondo y condición de reflexión únicamente en el caso de la izquierda

de flujo en el caso hidrostático cuando se utiliza con el esquema descentrado de Roe de primer orden. Sin embargo, cuando se utiliza la extensión de orden 2 del esquema de Roe, se generan oscilaciones de la superficie libre aunque se utilice la discretización del término fuente propuesta por Bermúdez y Vázquez-Cendón (1994). Como posible solución, Cea *et al.* (2006) proponen utilizar la extensión de orden 2 únicamente para las dos componentes del caudal unitario ( $q_x$ ,  $q_y$ ), conservando una discretización de primer orden para el calado y la pendiente del fondo. Como resultado se obtiene un esquema híbrido de segundo orden en  $q_x$  y  $q_y$ , y de primer orden en  $h$  y  $z_b$ . De esta forma se elimina una gran parte de la difusión numérica, y se mantiene en gran medida la estabilidad del esquema.

Para el tratamiento del frente de marea se define una tolerancia seco-mojado  $\varepsilon_{wd}$ , de forma que si el calado en una celda es menor a  $\varepsilon_{wd}$ , la celda se considera seca y no se incluye en el cálculo. La altura de agua nunca se fuerza a cero, con el fin de evitar pérdidas de masa en el interior del dominio de cálculo. El esquema descentrado de Roe genera oscilaciones espurias en la superficie libre del agua si se aplica directamente en un frente seco-mojado. Brufau (2000) atribuye estas oscilaciones a la diferencia entre los gradientes del fondo y del calado, y propone redefinir la elevación del fondo en el frente seco-mojado (Figura 2). En las simulaciones presentadas en este trabajo se ha redefinido el fondo tal como proponen Brufau *et al.* (2002), y se ha impuesto una condición de reflexión (flujo normal cero) en las aristas que definen el frente seco-mojado. Este tipo de tratamiento fue utilizado por Cea *et al.* (2004) para simular la llegada de oleaje de onda larga a muros con pendiente elevada, proporcionando resultados aceptables, estables y con un frente no difusivo.

## APLICACIONES

### El estuario Crouch

El estuario Crouch (Reino Unido) se caracte-

riza por tener una forma relativamente estrecha y alargada, con una extensión longitudinal de aproximadamente 25 km y una anchura de aproximadamente 1 km en la desembocadura (Figura 3). Existen numerosas zonas inundables que se anegan y drenan con cada ciclo de marea. Debido a su topografía relativamente plana e irregular el proceso de drenaje es lento, generándose en bajamar bolsas de agua atrapada en ciertas depresiones del terreno. Este tipo de topografía puede provocar oscilaciones en la solución, produciendo inestabilidades numéricas si el tratamiento de los términos fuente y del frente seco-mojado no es correcto.

La malla no estructurada utilizada en el modelo numérico del Crouch consta de 48995 volúmenes finitos tipo arista, cubriendo una extensión espacial de aproximadamente 27.65 km<sup>2</sup> con un tamaño medio de celda de 570 m<sup>2</sup>. El tamaño de las celdas varía aproximadamente entre 500 m<sup>2</sup> en el cauce principal y 2000 m<sup>2</sup> en las zonas más elevadas del estuario. La altura del fondo, relativa al nivel medio del mar en la desembocadura, varía entre -15 m en las zonas más profundas de la desembocadura, y +3 m en las zonas más elevadas.

Las aportaciones externas de agua dulce en todo el estuario son muy escasas, especialmente en comparación con el flujo de marea, por lo que no es necesario considerarlas en las simulaciones numéricas. La única condición de contorno abierto a imponer es el nivel de marea en la desembocadura, cuyo rango varía entre 3 m con mareas muertas y 5 m con mareas vivas. La variación temporal del nivel de marea impuesto como condición de contorno no estacionaria se ha obtenido directamente de una sonda de calado situada en la orilla norte de la desembocadura.

Debido a la extensión espacial del estuario, el tamaño de malla en los contornos es relativamente grueso, por lo cual se utiliza una condición de deslizamiento libre. En todo caso, durante la mayor parte del tiempo los contornos de la malla están secos, y por lo tanto no intervienen en la

solución. Debido a ello se incrementa la importancia del frente seco-mojado, el cual define el avance de los contornos del fluido, así como su extensión.

En general las velocidades inducidas por la marea en el estuario son relativamente elevadas, con valores superiores a 0.8m/s en una gran parte del estuario en media marea entrante/saliente. Las velocidades máximas se producen cerca de la desembocadura (Figura 4), con valores ligeramente superiores a 1.5 m/s. Comparando la Figura 3 y la Figura 4 se observa claramente que el campo de velocidades está muy condicionado por la batimetría, siendo la velocidad mayor en las regiones más profundas.

En este caso se dispone de medidas experi-

mentales de calado y velocidad en 5 puntos del estuario cuya localización se muestra en la Figura 3. La comparación entre resultados numéricos y experimentales se muestra en la Figura 5 y Figura 6. En general la predicción del calado es bastante buena en todos los puntos. Las predicciones de velocidad son también bastante satisfactorias, especialmente en Wallasea, Holliwell y Fambridge. En Paglesham y Creeksea el modelo sobreestima ligeramente la velocidad máxima experimental. Probablemente las diferencias entre los resultados experimentales y numéricos se deban a errores en la batimetría local del modelo numérico o a la presencia de patrones de flujo locales que necesiten una malla de cálculo tridimensional a nivel local.

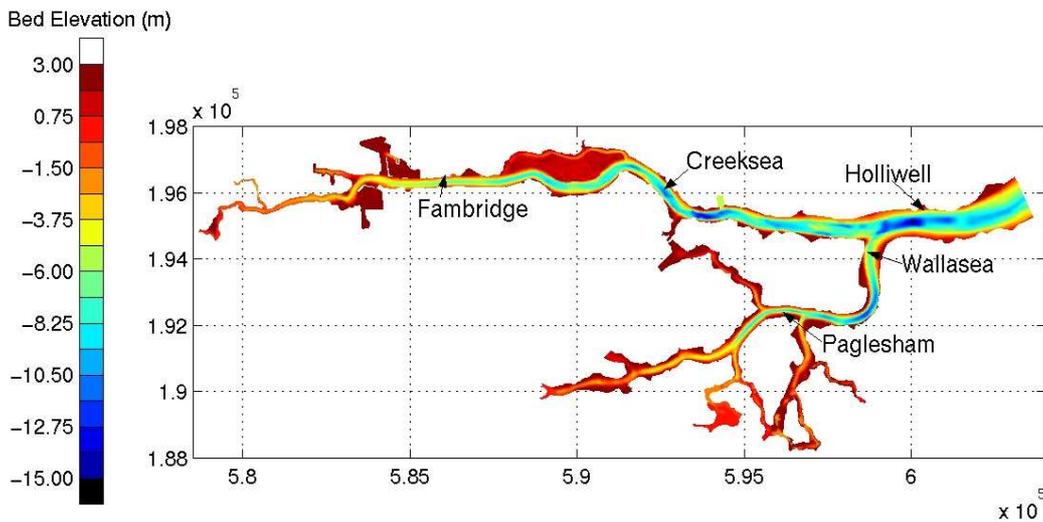


Figura 3. Batimetría del estuario Crouch

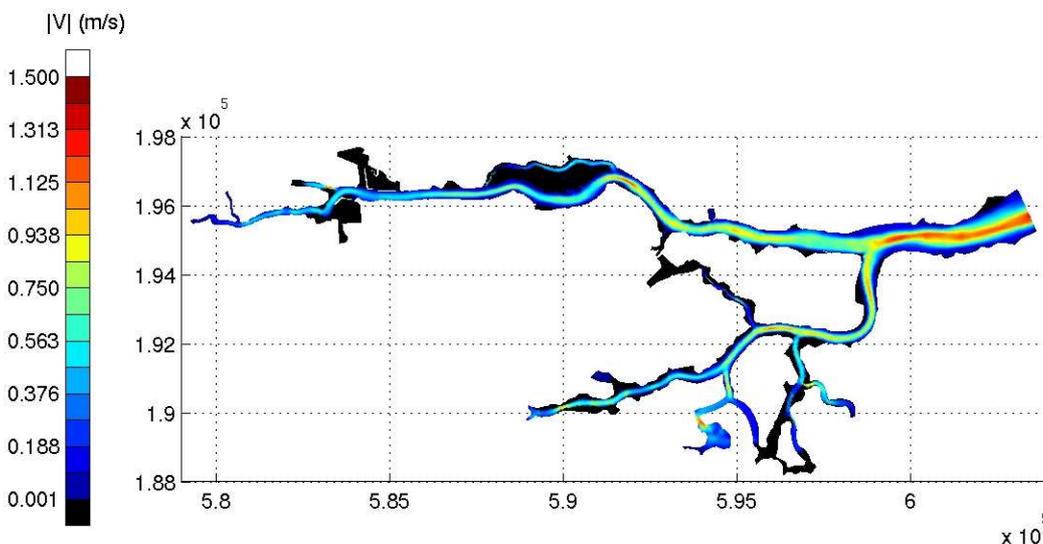
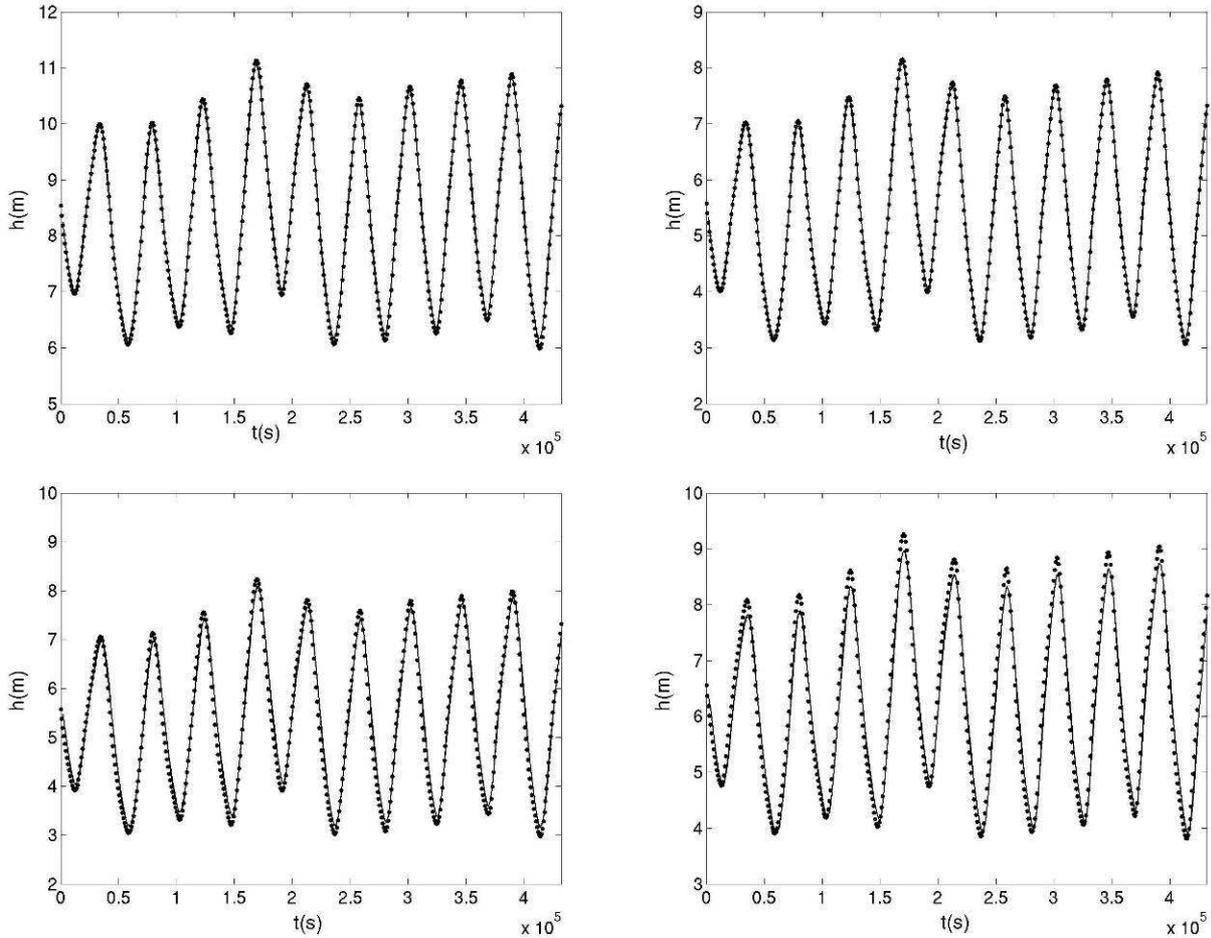


Figura 4. Campo de velocidad en el estuario Crouch. Marea entrante



**Figura 5.** Series temporales de calado en Holliswell (arriba-izquierda), Wallsea (arriba-derecha), Paglesham (abajo-izquierda) y Fambridge (abajo-derecha)

Teniendo en cuenta que la turbulencia en el estuario está fundamentalmente generada por la fricción del fondo, se puede realizar una estimación de la viscosidad turbulenta a partir del modelo de longitud de mezcla (ec.(6)), despreciando la generación por gradientes, como:

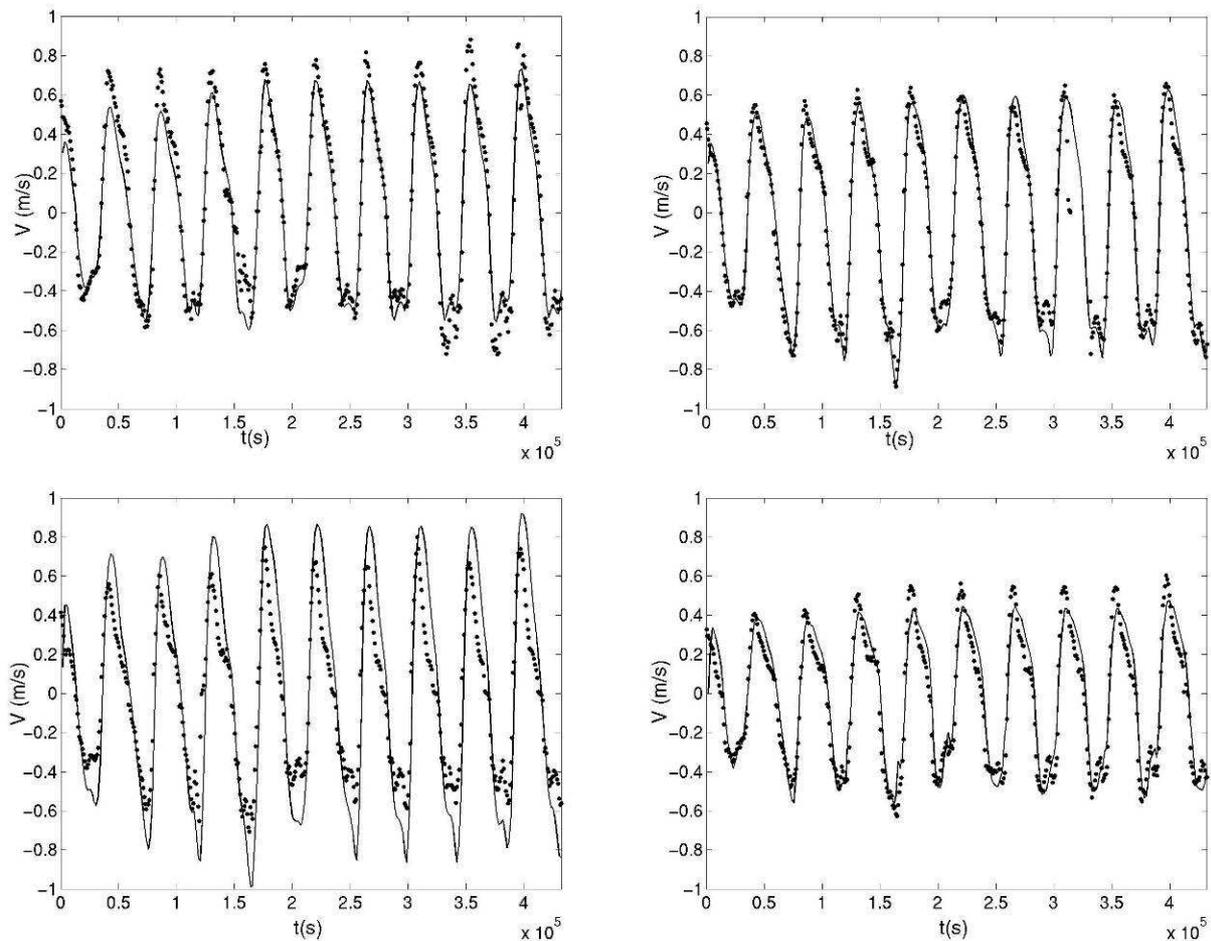
$$\nu_t \approx \frac{1}{6} \kappa u_f h \approx \frac{1}{6} \kappa \sqrt{g n h^5} U \approx 0.21 n h^{5/6} U \quad (10)$$

en donde se ha utilizado la fórmula de Manning para estimar la velocidad de fricción del fondo  $u_f$ . Asumiendo un calado de 10 m, un coeficiente de Manning de 0.02, y una velocidad media de 1.5 m/s, se obtiene una viscosidad turbulenta aproximada de 0.04 m<sup>2</sup>/s. Con esta estimación, y asumiendo una escala espacial de 1000 m (que es aproximadamente la anchura del estuario en la desembocadura), se puede definir un número de Reynolds turbulento como:

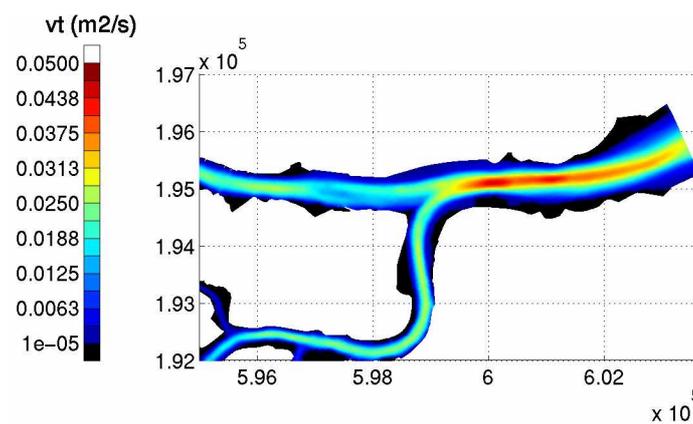
$$R_t = \frac{UL}{\nu_t} \approx 37000 \quad (11)$$

Este valor es bastante elevado, lo que significa que el efecto de la difusión turbulenta sobre el flujo medio es pequeño en comparación con el efecto de las fuerzas convectivas (fuerzas de inercia). Debido a ello, la influencia del modelo de turbulencia en el campo de velocidad es pequeña. La estimación de la viscosidad turbulenta dada por la ec.(10) es del mismo orden de magnitud que los valores máximos de viscosidad turbulenta obtenidos con el modelo  $k - \epsilon$  (Figura 7), lo cual confirma que la turbulencia está fundamentalmente generada por la fricción de fondo.

Los valores mayores de energía cinética turbulenta aparecen en la desembocadura del estuario (Figura 8). Se genera asimismo una zona de alta turbulencia en la entrada del Río Roach. De todas formas, incluso en esas zonas la energía turbulenta no es excesivamente elevada, tomando valores del orden de 0.015 m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>, lo cual equivale a una intensidad turbulenta del orden de 0.10.



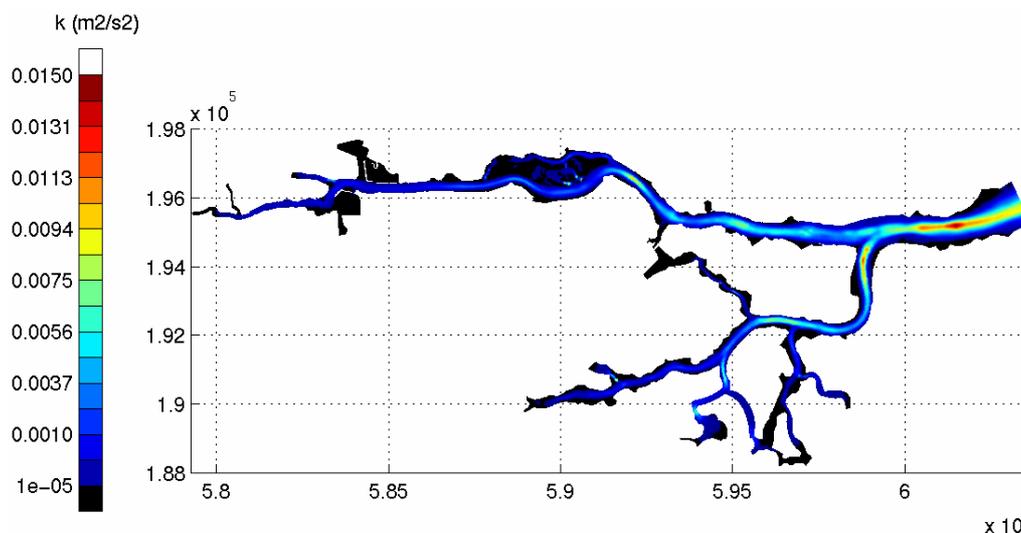
**Figura 6.** Series temporales de calado en Holliwell (arriba-izquierda), Wallasea (arriba-derecha), Paglesham (abajo-izquierda) y Fambridge (abajo-derecha)



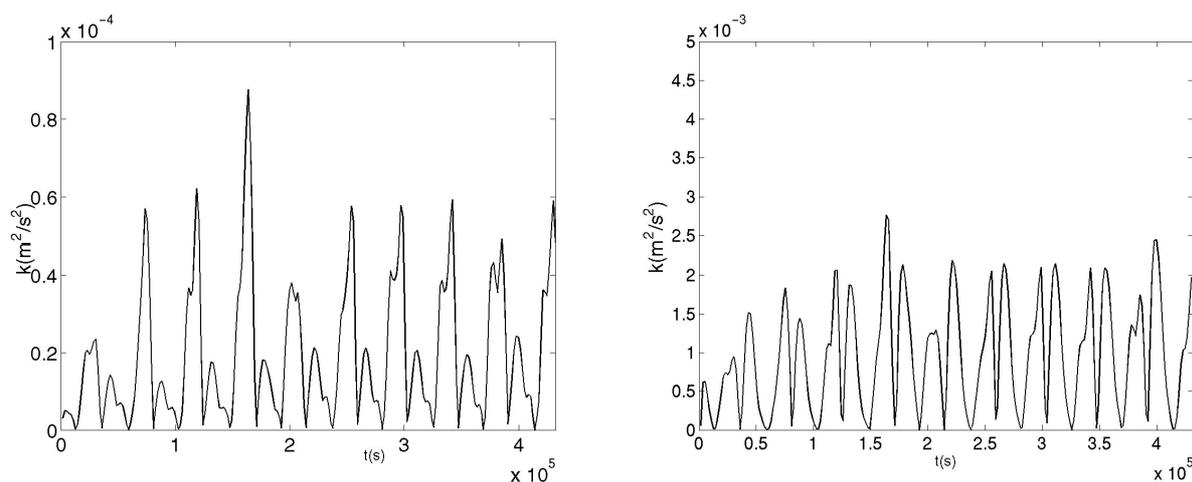
**Figura 7.** Campo de viscosidad turbulenta en la desembocadura del estuario Crouch. Marea entrante

La Figura 9 muestra la evolución temporal de la energía cinética turbulenta proporcionada por el modelo numérico en diferentes puntos del estuario. Es interesante observar la marcada asimetría en el nivel de turbulencia en Holliwell y en Wallasea durante los ciclos de marea entrante

te y marea saliente, especialmente en Wallasea, en donde la energía turbulenta es 3 veces mayor durante la marea entrante que durante la marea saliente. En otros puntos del estuario, como Paglesham, los niveles de turbulencia en marea entrante y saliente son similares.



**Figura 8.** Campo de energía cinética turbulenta en el estuario Crouch. Marea entrante



**Figura 9.** Series temporales de energía cinética turbulenta en Wallasea (izquierda) y Paglesham (derecha)

### La ría de O Barqueiro

La forma de la ría de O Barqueiro es muy diferente a la del estuario Crouch. La ría tiene una longitud de aproximadamente 5 km con una anchura a la entrada de casi 3 km. El flujo por lo tanto es mucho más bidimensional, produciéndose zonas de recirculación en el interior del estuario. Al igual que en el Crouch, el caudal medio aportado a la ría por el río Sor ( $5.9 \text{ m}^3/\text{s}$ ) es varios órdenes de magnitud inferior al caudal de marea (aproximadamente  $30000 \text{ m}^3/\text{s}$ ), y por lo tanto los efectos de la cuña salina a nivel global son despreciables, pudiéndose considerar que toda el agua en la ría es agua salada.

La modelización numérica de la ría se ha rea-

lizado sobre una malla no estructurada formada aproximadamente por 19000 volúmenes finitos tipo arista, la cual cubre una superficie de  $24.7 \text{ km}^2$ . La malla comprende todo el interior de la ría, extendiéndose exteriormente a la ría en forma de semicircunferencia (Figura 10). Con ello se pretende disminuir la influencia de la forma del contorno de mar abierto en las corrientes generadas en el interior de la ría. La parte interior de la ría, con una extensión de  $11.3 \text{ km}^2$ , comprende aproximadamente 14500 volúmenes finitos con un tamaño medio de  $780 \text{ m}^2$ . En la semicircunferencia exterior ( $13.4 \text{ km}^2$ ) es suficiente con utilizar un tamaño de malla superior (4500 volúmenes con un tamaño medio de  $3000 \text{ m}^2$ ).

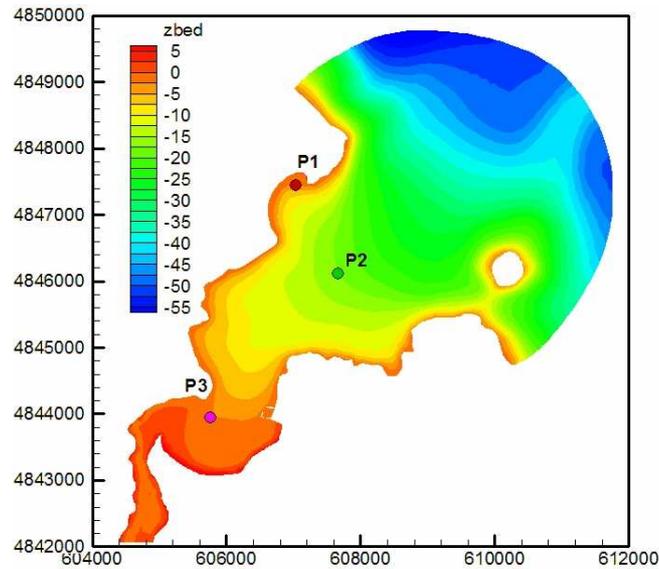


Figura 10. Batimetría de la ría de O Barqueiro

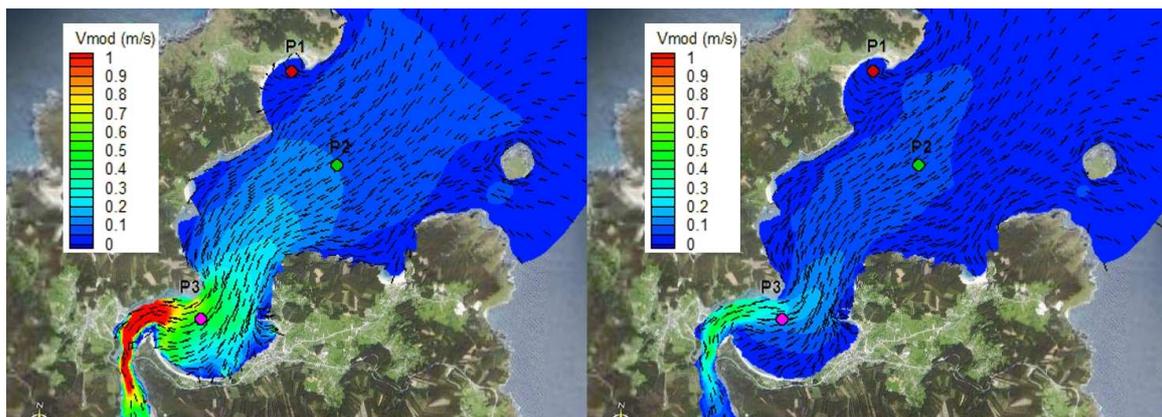


Figura 11. Campo de velocidad en la ría de O Barqueiro. Marea entrante (izquierda). Marea saliente (derecha)

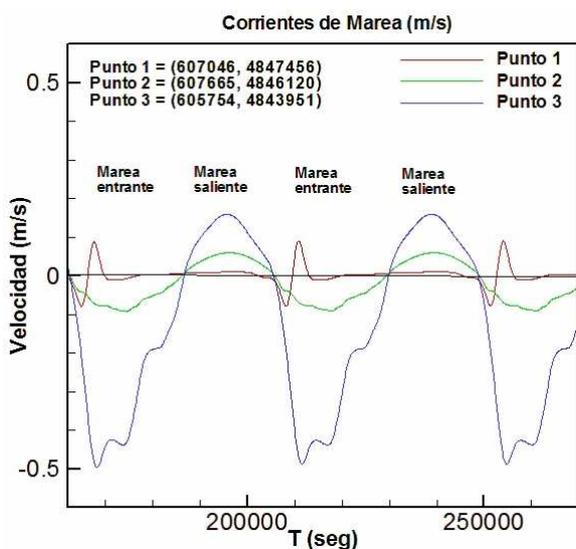
Como condición de contorno en mar abierto se impone el nivel de marea, asumiéndolo constante en todo el contorno. Se toma un rango de marea de 4m con un período de 12 horas (marea semidiurna). En el río Sor, se impone un caudal constante de  $5.9 \text{ m}^3/\text{s}$ , aunque como se ha comentado anteriormente su influencia a nivel global es despreciable. Al igual que en el estuario Crouch, se utiliza una condición de deslizamiento libre en los contornos cerrados de la malla y un coeficiente de Manning de 0.02 para evaluar el rozamiento del fondo.

En lo que respecta a la turbulencia, utilizando la estimación dada por la ec.(10) (turbulencia generada por rozamiento del fondo), se obtiene un orden de magnitud de la viscosidad turbulen-

ta de aproximadamente  $0.01 \text{ m}^2/\text{s}$ , tanto en la zona central del estuario (20 metros de calado y velocidades máximas de 20 cm/s) como cerca de la desembocadura del río Sor (3 metros de calado y velocidades máximas de 1 m/s). Asumiendo una escala espacial horizontal de 500 m cerca de la desembocadura del Sor y de 2000 m en el interior de la ría se obtienen respectivamente sendos números de Reynolds horizontales turbulentos de 40000 y 50000, suficientemente elevados como para asumir que el papel de la difusión turbulenta en el flujo medio es pequeño en comparación con el efecto de las fuerzas convectivas.

Las velocidades inducidas por la marea (Figura 11) son mucho menores que en el estuario

Crouch, manteniéndose con valores inferiores a 0.2m/s en casi toda la ría excepto en la parte más interior, cerca de la desembocadura del río Sor, en donde existe una zona de bajos formada por la acumulación de arena, lo que provoca que se lleguen a alcanzar valores de velocidad superiores a 1m/s con marea entrante. En esa zona existe una gran asimetría de velocidades entre marea entrante y marea saliente, produciéndose corrientes mucho más fuertes cuando sube la marea. Esto se debe a la existencia de los mencionados bajos de arena en la desembocadura del Sor, y contribuye asimismo a la acumulación de arena en dicha zona, produciéndose un efecto de retroalimentación. Aunque no se dispone de medidas experimentales de velocidad, estos resultados concuerdan con observaciones visuales en la zona. Las series temporales de las velocidades en los tres puntos identificados en la Figura 11 se representan conjuntamente en la Figura 12.



**Figura 12.** Campo de velocidad en la ría de O Barqueiro. Marea entrante (izquierda). Marea saliente (derecha)

### Desembocadura del río Lérez

El río Lérez desemboca en la ría de Pontevedra. A su paso por la ciudad de Pontevedra el calado y las velocidades se encuentran condicionados por el nivel de marea en la ría de Pontevedra. Con el fin de estimar la capacidad de arrastre de sedimentos del río en condiciones de avenida, se ha modelado el flujo en un tramo de aproximadamente 1 km de longitud, a su paso por Pontevedra. La sección transversal del río en dicho tramo es variable, con anchuras del cauce comprendidas entre 65 m y 125 m. La profundi-

dad alcanza valores del orden de 11m de calado en las zonas más profundas con mareas vivas.

Desde el punto de vista hidrodinámico, la principal diferencia con los 2 casos anteriores (Crouch y O Barqueiro) es que en este caso para caudales medios y elevados predomina el caudal del río sobre el caudal de marea. Aunque el nivel de la lámina libre sigue estando condicionado por la marea, la velocidad de la corriente está dirigida hacia aguas abajo durante todo el ciclo de marea, pudiéndose considerar que el agua es dulce en todo el tramo, i.e. no existe cuña salina en la zona estudiada.

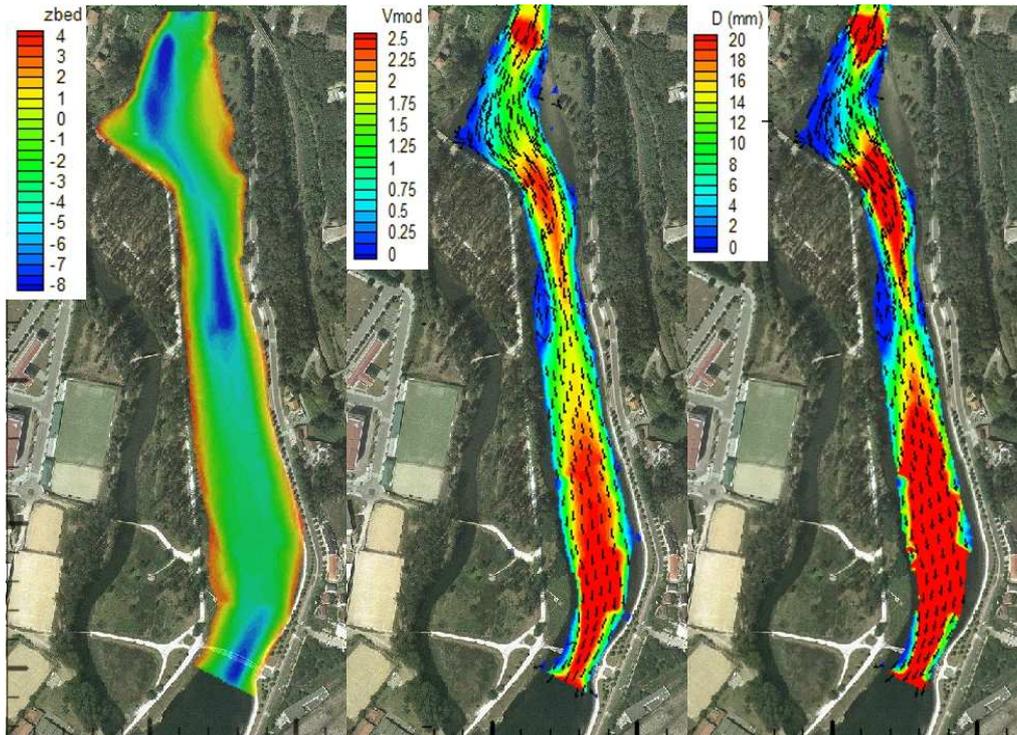
La discretización espacial se realiza mediante una malla no estructurada de volúmenes finitos tipo arista compuesta por 12827 nodos de cálculo, cubriendo una superficie total de 105727.7 m<sup>2</sup>. La Figura 13 muestra la batimetría utilizada en el modelo numérico.

En el contorno aguas arriba se impone el caudal total que entra en el tramo proveniente del río Lérez, estudiándose las condiciones de flujo correspondientes a la avenida máxima anual media ( $Q_{\max, \text{medio}} = 354.3 \text{ m}^3/\text{s}$ ). Dicho caudal se distribuye en toda la sección de entrada de manera proporcional a la profundidad en cada punto del contorno, imponiendo un mayor caudal unitario en las zonas más profundas. Se impone además la condición de velocidad de entrada perpendicular al contorno de entrada. El caudal total se distribuye a lo largo de la sección de entrada según la siguiente expresión:

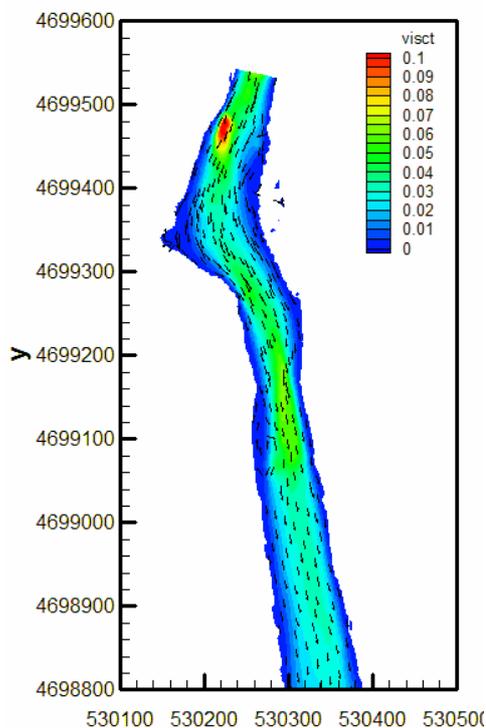
$$q_n = hU_n = Kte \frac{h^{5/3}}{n} \quad (12)$$

siendo  $q_n$  el caudal unitario de entrada en cada punto normal al contorno,  $h$  el calado en dicho punto,  $U_n$  la velocidad normal al contorno promediada en profundidad, y  $n$  el coeficiente de Manning. La constante  $Kte$  se fija estableciendo el valor del caudal total a través de la sección de entrada, en este caso 354.3 m<sup>3</sup>/s. Se ha considerado un coeficiente de Manning  $n = 0.025$ , constante en todo el tramo estudiado.

En la sección de salida se impone la elevación de la superficie libre constante en todo el contorno, la cual viene dada por el nivel de marea. A falta de datos más precisos, se ha tomado un período de marea de 12 horas (la marea en la ría de Pontevedra es fundamentalmente semidiurna) con una carrera de marea igual a la máxima observada (4.23 m). Se toma como elevación mínima la suma del nivel mínimo astronómico registrado (0.07 m) más el residuo meteorológico mínimo para un período de retorno de 20 años (-0.60 m), obteniéndose un nivel mínimo de marea de -0.53 m.



**Figura 13.** Río Lézor. Batimetría  $z_b(m)$  (izquierda). Velocidad en bajamar  $V_{mod}(m/s)$  (centro). Diámetro crítico de arrastre  $D_{50}(mm)$  (derecha)



**Figura 14.** Campo de viscosidad turbulenta ( $m^2/s$ ) en bajamar en el río Lézor

En este caso la estimación dada por la ec.(10),

proporciona valores máximos de viscosidad turbulenta en torno a  $0.06 m^2/s$  en bajamar (velocidades de  $2 m/s$  y calados de  $7 m$ ), y de  $0.04 m^2/s$  en pleamar (velocidades de  $1 m/s$  y calados de  $10 m$ ). Asumiendo una escala espacial de  $50m$  (anchura mínima de sección en bajamar) se obtiene un número de Reynolds horizontal turbulento de en torno a  $2000$  (ec.(11)). Este valor es un orden de magnitud más bajo al obtenido en el estuario Crouch y en la ría de O Barqueiro, por lo que a priori las tensiones turbulentas podrían jugar un papel más importante en el desarrollo del flujo. Para analizar la influencia de las tensiones turbulentas, se realizó una modelización utilizando el modelo de longitud de mezcla (Figura 14), el cual proporciona valores adecuados de la viscosidad turbulenta en casos como este, en los que la turbulencia está generada principalmente por rozamiento de fondo. Los campos de velocidad y calado obtenidos son a efectos prácticos iguales a los obtenidos sin utilizar ningún modelo de turbulencia.

En la Figura 13 se muestran los campos de velocidad en condiciones de bajamar para el caudal de cálculo. Al contrario que en el estuario Crouch y en la ría de O Barqueiro, donde las corrientes máximas se producen en media marea entrante/saliente, en este caso las máximas

velocidades se producen en bajamar, cuando los calados y la sección mojada del río son mínimos. En pleamar el calado aumenta, disminuyendo la velocidad necesaria para desaguar el caudal del río.

A partir del campo de velocidades se han calculado las tensiones de fondo mediante la fórmula de Manning. A partir de dichas tensiones en cada punto del modelo, se evalúa el diámetro de sedimento no cohesivo que es capaz de soportar dicha tensión sin que se produzca transporte de fondo, utilizando para ello el ábaco de Shields. Asumiendo régimen turbulento rugoso, se calcula el diámetro crítico como:

$$D_{50} = \frac{\tau_b}{\Psi_c \cdot (\rho_s - \rho) \cdot g} \quad (13)$$

donde  $D_{50}$  es el diámetro crítico capaz de soportar la tensión de fondo  $\tau_b$  sin que se produzca arrastre de sedimentos,  $\Psi_c$  es la tensión crítica de Shields adimensional,  $\rho_s$  es la densidad del sedimento,  $\rho$  es la densidad del agua, y  $g$  es la aceleración de la gravedad.

En la Figura 13 se muestra, para condiciones de bajamar, el diámetro crítico calculado a partir de la ec.(13). Como puede apreciarse, para avenidas medias existen zonas del tramo en las que se producirá transporte de sólidos incluso superiores a 20mm, mientras que en otras zonas donde la sección es más ancha el sólido estable es encuentra en torno a los 2mm.

## CONCLUSIONES

Se han presentado diferentes aplicaciones de simulación numérica del flujo en rías por medio de un modelo de volúmenes finitos que resuelve las ecuaciones de aguas someras bidimensionales.

A pesar de que en este artículo no se ha incidido en la modelización de la turbulencia, en todos los casos presentados se ha realizado un análisis de sensibilidad de los resultados numéricos al modelo de turbulencia utilizado. Como suele ocurrir en la modelización del flujo en ríos y en zonas costeras, la influencia del modelo de turbulencia en los resultados de calado y velocidad es muy pequeña, en general inapreciable, debido a que las fuerzas de inercia son varios ordenes de magnitud superiores a las tensiones turbulentas. A pesar de ello, es necesario remarcar que la turbulencia juega un papel fundamental en el transporte de sustancias solubles, y por lo tanto su correcta modelización es muy importante para el estudio de procesos de transporte y mezcla.

Cuando se modelan corrientes de marea es necesario realizar un *calentamiento* previo del modelo numérico, de forma que la masa de agua adquiera cierta inercia. En general suele ser suficiente un *calentamiento* del modelo consistente en 2 ciclos de marea, realizando el análisis de resultados a partir del tercer ciclo.

En todos los casos estudiados se puede considerar flujo monofásico, ya sea de agua dulce (caso de la desembocadura del río Lézé) o de agua salada (caso del estuario Crouch y de la ría de O Barqueiro). En otras situaciones puede ser necesario tener en cuenta en la modelización la existencia de una cuña salina mediante un modelo de flujo bicapa. La existencia, tamaño y forma de la cuña salina depende de la geometría del estuario, así como de la relación entre el caudal de marea y el caudal del río.

En los casos en los que se dispone de medidas de campo, el ajuste numérico-experimental de velocidades y calados es muy satisfactorio, confirmando la capacidad de los modelos de aguas someras bidimensionales de modelar los procesos de inundación y drenaje generados por el flujo de marea en estuarios con geometría y topografía complejas.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores de este artículo agradecen a Jon French y Helene Burningham del grupo CERU (University College London) el haber proporcionado los datos experimentales de velocidad y calado obtenidos en el estuario Crouch. Así mismo agradecen al profesor Juan Acinas de la Universidad de A Coruña y a la empresa Eyser, el haber proporcionado las batimetrías correspondientes a la ría de O Barqueiro y a la desembocadura del río Lézé.

## REFERENCIAS

- A. Bermúdez y M.E. Vázquez-Cendón, (1994). Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms. *Comput. Fluids*, 23(8), 1049.
- A. Bermúdez, A. Dervieux, J.A. Desideri y M.E. Vázquez-Cendón, (1998). Upwind schemes for the two-dimensional shallow water equations with variable depth using unstructured meshes. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 155, 49–72.
- P. Brufau, (2000). Simulación bidimensional de flujos hidrodinámicos transitorios en geometrías irregulares. Tesis doctoral, Área de

- Mecánica de Fluidos, Universidad de Zaragoza.
- P. Brufau, M.E. Vázquez-Cendón y P. García-Navarro, (2002). A numerical model for the flooding and drying of irregular domains. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 39(3), 247–275.
- L. Cea, A. Ferreiro, M.E. Vázquez-Cendón y J. Puertas, (2004). Experimental and numerical analysis of solitary waves generated by bed and boundary movements. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 46(8), 793–813.
- L. Cea, J. French y M.E. Vázquez-Cendón, (2006). Numerical modelling of tidal flows in complex estuaries including turbulence: an unstructured finite volume solver and experimental validation. *Int. J. Numer. Meth. Engineering*, 67(13), 1909–1932.
- L. Cea, J. Puertas y M.E. Vázquez-Cendón, (2007). Depth averaged modelling of turbulent shallow water flow with wet-dry fronts. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 14(3), 303–341.
- A. Dervieux y J.A. Desideri, (1992). Compressible flow solvers using unstructured grids. *Rapports de Recherche*, 1732, INRIA.
- A.K. Rastogi y W. Rodi, (1978). Predictions of heat and mass transfer in open channels. *Journal of the Hydraulics Division HY3*, 379–420.
- P.L. Roe, (1986). Discrete models for the numerical analysis of time-dependent multidimensional gas dynamics. *J. Comput. Phys.*, 63, 458–476.