

Ruedas HeIse: Familia de Mecanismos para Implementar Ruedas Híbridas de Geometría Variable

Héctor A. Moreno Avalos^{a,*}, Isela G. Carrera Calderón^a, J. Alfonso Pámanes García^b, José Baca^c

^aUniversidad Autónoma de Coahuila, Av. Barranquilla s/n Col. Guadalupe, 25750, Monclova, Coah., México.
^bInstituto Tecnológico de la Laguna, Blvd. Revolución y Clzda. Cuauhtémoc S/N, 27000, Torreón, Coah., México.
^cDepartment of Engineering, Texas A&M University Corpus Christi, 6300 Ocean Dr, Corpus Christi, TX, USA.

Resumen

En este documento se presenta una familia de mecanismos de dos grados de libertad para implementar ruedas híbridas de geometría variable. Estos mecanismos son capaces de transformar una rueda circular en una rueda híbrida con múltiples piernas desplegadas. En este trabajo se describen los principales atributos y ventajas de los mecanismos, a los cuales nombramos Ruedas HeIse. Además, se definen diversos términos y conceptos relativos al modelado matemático de dichos dispositivos. La familia de mecanismos consiste de 14 diseños originales, los cuales representan una solución sólida al problema de transformación rueda-rueda híbrida.

Palabras Clave:

Robótica Móvil, Ruedas Híbridas, Transformables, Mecanismos, Cinemática, Análisis.

HeIse Wheels: a Family of Mechanisms for Implementing Variable Geometry Hybrid Wheels

Abstract

This paper presents a family of mechanisms of two degrees of freedom for implementing variable geometry hybrid wheels. These mechanisms are capable of transforming a circular wheel into a hybrid wheel with multiple legs. In this paper we describe the main attributes and advantages of these mechanisms, which we named HeIse Wheels. In addition, various terms and concepts related to the mathematical modeling of these devices are defined. The family of mechanisms consists of 14 original designs, which represent a sound solution to the problem of wheel-hybrid wheel transformation.

Keywords:

Mobile Robotics, Hybrid wheels, Transformable, Mechanism, Kinematics, Analysis

1. Introducción

Un componente fundamental de un robot de campo o de servicio es el sistema de locomoción del mismo. A través de este sistema un robot es capaz de llegar a la ubicación donde realizará las actividades de inspección u operación. Para ambientes terrestres existen dos esquemas de locomoción convencionales: uno basado en un conjunto de ruedas y el otro basado en un conjunto piernas.

Un sistema de locomoción por ruedas es el más adecuado para superficies planas. La eficiencia de este sistema compara-

do con el de locomoción por piernas es notablemente superior cuando se atraviesa terreno plano (Siegwart et al., 2011). Por otro lado, los sistemas de locomoción basados en piernas se caracterizan por que el desplazamiento del robot se realiza a través de extremidades que modifican la posición de los puntos de apoyo sin deslizarlos sobre la superficie. La principal ventaja de este tipo de sistemas es su maniobrabilidad en terrenos no estructurados, ya que solo es necesario que existan puntos de apoyo firmes.

Recientemente se han realizado esfuerzos para desarrollar sistemas de locomoción híbridos que posean las ventajas de los

*Autor para correspondencia: h.moreno@uadec.edu.mx

sistemas basados en ruedas y en piernas. En (Lu et al., 2013) y (Qiao et al., 2016) se presentan diseños de robots que incluyen dentro de su arquitectura ruedas y piernas para emplear un método u otro dependiendo del terreno a transitar. Otro paradigma de diseño es aquel en que las ruedas del vehículo están unidas al chasis del vehículo mediante extremidades mecánicas (cadenas cinemáticas abiertas o cerradas). Estas extremidades, que pueden ser activas (accionadas con uno o mas motores) o pasivas (con muelles y amortiguadores en algunas articulaciones), permiten que la posición de las ruedas con respecto al chasis pueda cambiar, y así atravesar obstáculos logrando configuraciones que aseguren el equilibrio del vehículo (Cordes et al., 2011) (Siegwart et al., 2002). Por otra parte, se han implementado las llamadas ruedas híbridas en robots móviles. Estas ruedas consisten en un cuerpo simétrico rotatorio actuado por un motor contenido en el chasis del vehículo. Las ruedas generalmente tienen un determinado número de puntas llamadas piernas. Experimentalmente se ha demostrado la ventaja de estas ruedas para transitar por terrenos accidentados, atravesar desniveles, o subir escaleras (Yun et al., 2017). Posteriormente, se han propuesto algunos diseños de rueda híbridas que pueden cambiar de forma. De esta manera, las ruedas pueden adaptarse al terreno por el cual transitan. En el presente documento nos referimos a estos dispositivos como *Ruedas Híbridas de Geometría Variable*.

En este artículo se presentan por primera vez una serie de mecanismos de 2 grados de libertad para implementar ruedas híbridas de geometría variable, los cuales denominamos Ruedas HeIse. Dichos mecanismos pueden ser accionados por un par motores montados en el chasis del vehículo, de los cuales uno se emplea para hacer girar la rueda, y el otro para transformar la rueda en una rueda híbrida con una o múltiples piernas.

En la siguiente sección se presenta una revisión al estado del arte de las ruedas híbridas de geometría variable citando los trabajos relevantes para esta investigación. Posteriormente se presentan los diseños de las ruedas HeIse, la demostración de los grados de libertad y se discutirán las ventajas de los diseños propuestos aquí con respecto a los presentados en la literatura técnica y científica. Después se discutirán diversos conceptos relativos al análisis de estas ruedas. Finalmente se presentan las conclusiones de este trabajo.

2. Ruedas Híbridas de Geometría Variable

El primer trabajo que presenta una rueda híbrida de geometría variable es el de (Burt and Papanikolopoulos, 2005). Las piernas consisten de un mecanismo corredera-biela-manivela. La corredera se implementa mediante un motor rotacional que hace rotar un eje con roscado exterior el cual tiene contacto con un elemento cilíndrico con roscado interior en el cual están montadas articulaciones rotacionales que lo unen con la biela, (ver Fig. 1a). Mediante el método descrito previamente se mueve una biela que hace que el último eslabón, el que tiene contacto con el suelo, rote pivotándose en una articulación rotacional y con esto se abra la rueda. Este mecanismo tiene varios atributos interesantes, entre ellos que se emplea un mismo motor para extender/flexionar las piernas y para hacer girar la rueda. Sin embargo, una limitante de dicho diseño es que al rotar el

elemento final (que corresponde a una pierna de la rueda híbrida) sobre un eje perpendicular al eje de rotación de la rueda, se provoca que el extremo del elemento final se mueva también paralelamente al eje de la rueda, lo cual puede generar fuerzas de arrastre importantes durante la extensión/flexión de las piernas. Además, debido a este mismo movimiento es posible que se genere desgaste tanto en la rueda como en la superficie del suelo, lo cual es una desventaja para dispositivos empleados en ambientes domésticos o de fábrica. Este inconveniente lo presenta también el mecanismo propuesto en (Ji et al., 2012).

En (Sgherri and Spina, 2012) se presenta un dispositivo en el que un eje cónico central expulsa a un número de eslabones a través canales que tiene la rueda (ver Figura 1b). El eje motriz tiene una rosca externa y la rueda una rosca interna. Al encontrar una obstrucción el torque aplicado al eje aumenta y gira con respecto a la rueda venciendo la fuerza de un resorte lineal haciendo que se expulsan los eslabones que tienen contacto con el suelo. Esta clase de rueda puede denominarse pasiva ya que la apertura de las piernas no es generada por un motor. Otros diseños de ruedas pasivas se pueden encontrar en (Suzuki, 2011) y (Kim et al., 2014). La ventaja principal de estos mecanismos es que no requieren de un motor para extender o flexionar las piernas. Sin embargo, en estos la transformación no es controlada a voluntad por un operador o por una algoritmo en el sistema de control. Por otro lado, si el vehículo se encuentra frente a un obstáculo pero esta sobre una superficie lo suficientemente resbaladiza la rueda podría girar sin que el mecanismo de apertura de las piernas se accione.

En (Lin and Shen, 2012) se presenta una rueda que se puede transformar en una pierna en forma de C mediante la rotación de las dos mitades de la rueda con respecto a un eje perpendicular a su eje de giro. En la Figura 1c se presenta un vehículo que emplea estas ruedas. Este robot es capaz de subir escaleras y atravesar terrenos no estructurados. Para realizar la transformación se incluye un motor dentro del rin de la rueda (en este contexto, el termino rin hace referencia al cuerpo central de la rueda que está conectado al chasis, o al sistema de suspensión, mediante una articulación rotacional). Este hecho dificulta la implementación física del sistema debido a la manera en que se debe transmitir la energía eléctrica a dicho motor, además de ser poco eficiente al agregar la masa y el volumen del motor al cuerpo en rotación. En otro trabajo (Zhang et al., 2011) se presenta una rueda híbrida con tres piernas despegables. Mediante un motor eléctrico instalado en el rin de la rueda se hace girar un elemento triangular que hace que se extiendan/flexionen las piernas. Cada una de las piernas consiste de mecanismos de 4 barras (con articulaciones rotacionales) empotrados en el rin de la rueda. Una barra en forma de V une los mecanismos de cada pierna. Otro diseño en el que se requieren múltiples motores en el cuerpo de la rueda para extender/flexionar las piernas es el presentado en (He et al., 2010).

En (Hu, 2013) se presenta un mecanismo antideslizante para ruedas. Mediante cilindros telescópicos se extienden los elementos que tienen contacto con el suelo para proveer mayor agarre. La extensión de los cilindros se realiza mediante la introducción de aceite hidráulico. Por otro lado, en (Yun et al., 2017) se presenta el desarrollo de una rueda cuya transformación se realiza a través de motores neumáticos suaves (dispositivos compuestos por una membrana flexible que generan fuer-

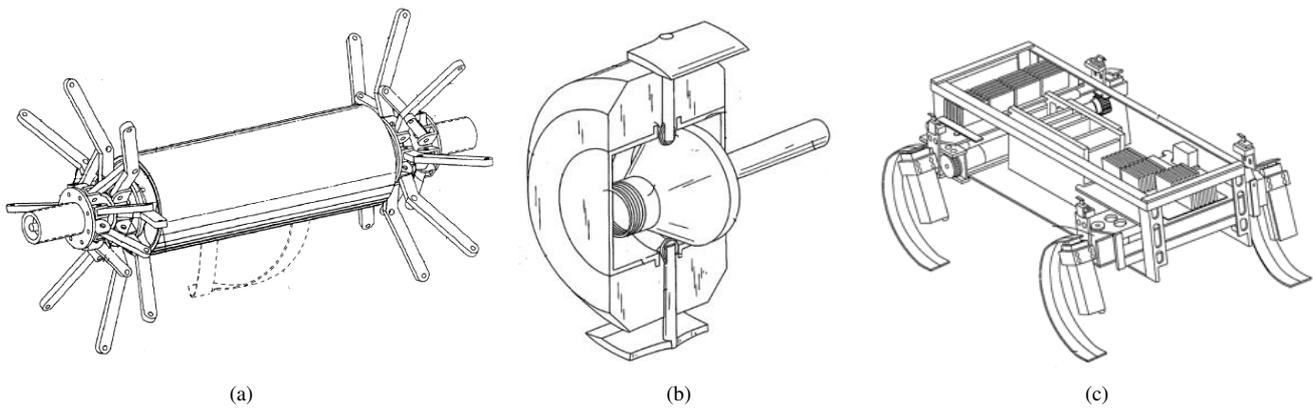


Figura 1: Ejemplos de ruedas híbridas de geometría variable propuestos por a) (Burt y Papanikolopoulos, 2005), b) (Sgherri y La Spina, 2012) y c) (Lin y Shen, 2012).

za de compresión y/o tracción al introducir aire comprimido en ellos). Las piernas están colocadas dentro de la rueda y unidas a la misma mediante una articulación prismática. Mediante bandas flexibles (ligas) las piernas se mantienen colocadas en su posición inicial dentro de la rueda. Cuando se inyecta aire a los motores neumáticos, estos vencen la fuerza de las bandas flexibles y hacen que las piernas salgan de la rueda formando una rueda híbrida. Los mecanismos citados en este párrafo requieren que la energía eléctrica sea transformada en hidráulica o neumática para poder ser accionados.

En (Nagatani et al., 2007) se presenta el desarrollo una rueda híbrida de geometría variable compuesta por 6 mecanismos de pantógrafo distribuidos uniformemente alrededor del eje de rotación de la rueda. Por otra parte (Rafique, 2013) presenta un diseño cuyas piernas están compuestas por eslabones unidos a través de articulaciones de un grado de libertad. Las piernas están compuestas de dos cadenas cinemáticas conectadas, estas corresponden a un mecanismo de línea recta (el mecanismo de Scott Russell) y un mecanismo de corredera-biela-manivela en el cual se incluye el eslabón que tiene contacto con el suelo. Este par de mecanismos proveen varias de las prestaciones de las ruedas HeIse. No obstante, en la siguiente sección se discutirán las ventajas de los diseños propuestos en ese artículo sobre dichos mecanismos.

3. Ruedas HeIse

A continuación se presentan una serie de mecanismos para implementar ruedas híbridas de geometría variable cuyas características resuelven varios de los problemas de los mecanismos anteriormente citados (Moreno and Carrera, 2016). Las características de estas ruedas son:

1. Permiten que la apertura de piernas se realice de manera independiente. Esto significa que se emplea un servomotor para hacer girar las ruedas, y otro servomotor para extender/flexionar las piernas de manera controlada. De esta forma la apertura de las piernas se puede ajustar a diferentes niveles para atravesar distinta clase de terrenos de manera conveniente.
2. Permiten que el movimiento de los eslabones que tienen contacto con el suelo se realice en un plano ortogonal al

eje de rotación de la rueda. De esta forma se evita el problema de que al extender las piernas el movimiento de estas se impida al existir obstáculos al lado de las ruedas o debido a excesivas fuerzas por el arrastre de las piernas contra la superficie

3. Permiten que los motores que accionan las ruedas estén ubicados en el chasis del vehículo y no dentro del cuerpo de dichas ruedas. Estas ruedas no contendrán la masa ni el volumen de dichos motores permitiendo que el tamaño y la inercia sean reducidos. Asimismo, esta característica permite que las ruedas puedan ser accionadas empleando distintos tipos de motores (eléctricos, neumáticos e hidráulicos) o a través de mecanismos de transmisión de potencia que conecten ambas partes.
4. Permiten que la rueda híbrida pueda tener una o cualquier otra cantidad de piernas, replicando únicamente la cadena cinemática de cada pierna desplegable.

A continuación, se presentan las cadenas cinemáticas de dichos mecanismos, la demostración del número de grados de libertad, y la descripción de características distintivas. Para explicar el concepto y diseño de las ruedas HeIse, se comienza con la descripción de la rueda HeIse USR. A partir de ahí se describe el resto de los mecanismos, que se agrupan en tres subfamilias, las cuales nombramos: subfamilia U, la subfamilia R y la subfamilia P.

3.1. Subfamilia S

La rueda USR es un mecanismo de dos grados de libertad útil para la implementación de ruedas híbridas (ver Figura 2). Este mecanismo es capaz de cambiar de forma desde una rueda circular, a una rueda híbrida, compuesta de múltiples piernas. Un grado de libertad corresponde a una articulación prismática, la cual al ser accionada por un motor lineal puede abrir o cerrar las piernas del mecanismo. El otro grado de libertad corresponde a una articulación rotacional, la cual al ser accionada por un motor rotacional hace girar a la rueda híbrida.

El mecanismo está integrado por un eje móvil (ver Figura 3), un rin central, y una serie de piernas desplegadas. La cadena cinemática de una pierna consiste de eslabones binarios unidos por la siguiente secuencia de pares cinemáticos: Universal (*U*), Esférico (*S*) y Rotacional (*R*). El eje móvil está unido

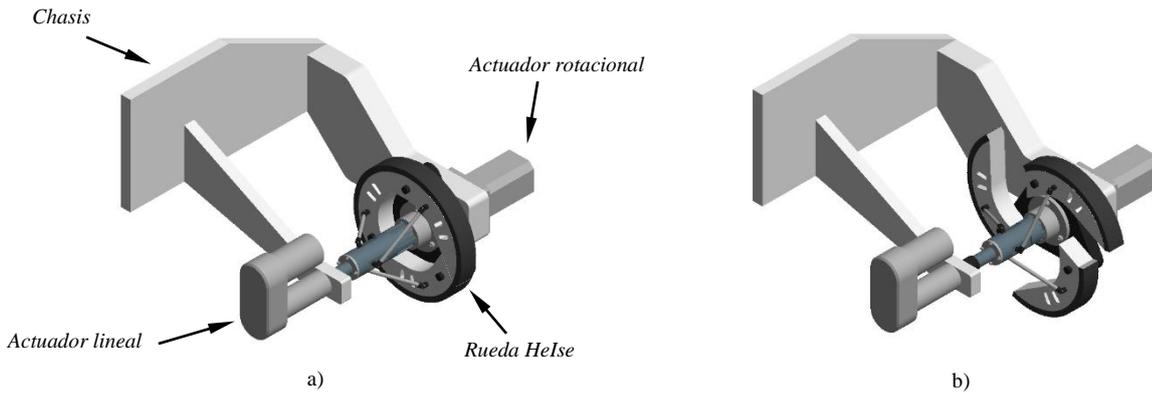


Figura 2: Rueda Helise 3USR en su posición a) cerrada (circular) y b) abierta (híbrida).

al rin central mediante una articulación prismática P_r que permite que el eje móvil pueda desplazarse axialmente sobre el rin central. Por otro lado, el eje móvil se conecta a un eslabón (que nombramos *biela* y aparece en el resto de los mecanismos) de la pierna desplegable mediante la articulación universal U . Dicha articulación universal puede ser sustituida por una articulación esférica sin que el mecanismo pierda su funcionalidad. Al emplear la articulación esférica se agrega un grado de libertad al mecanismo, el cual permite el giro libre de la biela sobre su eje axial, sin embargo este movimiento no afecta a la extensión/flexión de las piernas. El eslabón que tiene contacto con el suelo, que a partir de ahora llamaremos *eslabón de tracción*, está unido al rin central mediante una articulación rotacional R . El eslabón de tracción se conecta mediante una articulación esférica S a la biela.

Debido a la cadena cinemática que forman el eje móvil y las piernas desplegables, cuando un motor lineal mueve el eje móvil (en una dirección hacia adelante o hacia atrás sobre el rin central) causa que las piernas desplegables se extiendan o flexionen. Una cara de los eslabones de tracción tiene una forma curva, lo que permite que cuando las piernas están flexionadas se forme una superficie cilíndrica. De esta manera el mecanismo puede transformarse en una rueda circular o en una rueda híbrida según los requerimientos de la tarea a realizar. La cadena cinemática previamente citada puede replicarse cualquier cantidad de veces y de esta manera puede tenerse un dispositivo con una o más piernas.

Para lograr que el eslabón de tracción se mueva en un plano ortogonal al eje de rotación de la rueda, es necesario que el eje de la articulación R sea paralelo al eje de la articulación R_r , la cual une al rin central con el chasis del vehículo.

Para demostrar los grados de libertad de este mecanismo se emplea el criterio de Grübler-Kutzbach (Tsai, 1999), el cual está dado por la siguiente ecuación:

$$F = \lambda(n - j - 1) + \sum_i f_i \tag{1}$$

Donde F es el total de grados de libertad del mecanismo (g.d.l.), λ son los grados de libertad en el espacio en el que el mecanismo se moverá, n es el número de eslabones, j es el número de articulaciones, $\sum_i f_i$ es la sumatoria de los grados de libertad de movimiento de las articulaciones.

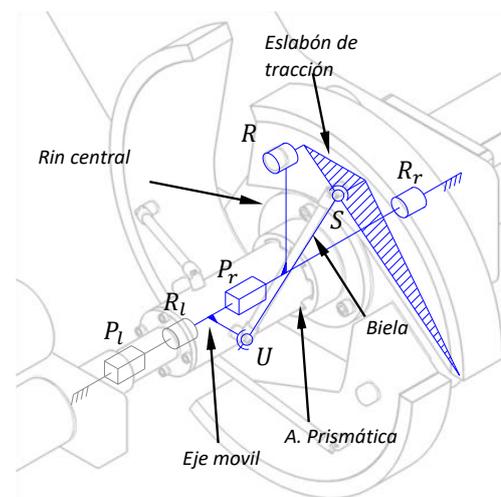


Figura 3: Esquema cinemático de la rueda USR.

Tabla 1: Parámetros del criterio Grübler-Kutzbach para las ruedas Helise USR, USP, RSG y PSG.

Grados de libertad del espacio de movimiento	λ	6
No. de eslabones	n	5
No. de pares cinemáticos	j	5
No. de pares cinemáticos de 1 g.d.l	j_1	3
No. de pares cinemáticos de 2 g.d.l.	j_2	1
No. de pares cinemáticos de 3 g.d.l	j_3	1
Sumatoria de los grados de libertad de las articulaciones	$\sum_i f_i$	8
Grados de libertad del mecanismo	F	2

La sumatoria de los grados de libertad de las articulaciones se puede calcular de la siguiente forma:

$$\sum_i f_i = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + 6a_6 \tag{2}$$

Donde a_m es el número de articulaciones con m grados de libertad de movimiento.

En este caso se analiza los grados de libertad de la cadena cinemática que forman una pierna desplegable, el eje móvil

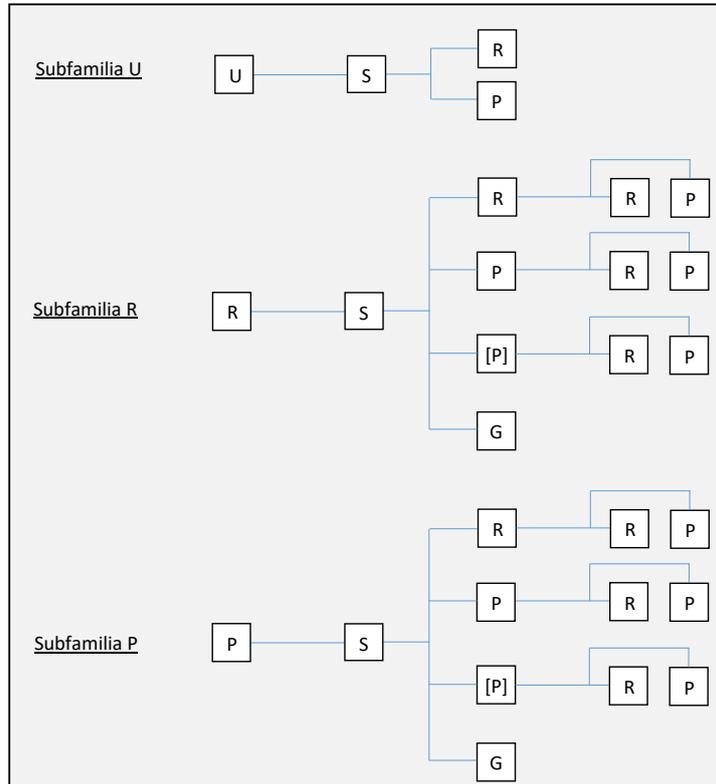


Figura 4: Topología de las cadenas cinemáticas de las piernas de la familia de las ruedas Helse.

y el rin central. En la Figura 3 se muestra de color azul la sección el esquema cinemático considerada en el análisis. La Tabla 1 muestra los valores de los parámetros del criterio de Grübler-Kutzbach. Como se indica la cadena cinemática esta compuesta por 5 eslabones (el chasis, el rin central, el eslabón de tracción, la biela y el eje móvil), 3 pares cinemáticos de 1 g.d.l. (R_r , P_r y R), 1 par cinemático de 2 g.d.l. (U), y 1 par cinemático de 3 g.d.l. (S).

El resultado del análisis señala que el mecanismo posee 2 grados de libertad, lo cual indica que se requieren solo dos movimientos de entrada para determinar la configuración de cada uno de los eslabones. Para controlar el mecanismo (incluyendo múltiples piernas desplegadas) se requieren dos motores. Dichos motores pudieran ser colocados en las articulaciones P_r y R_r . No obstante, para lograr que ningún motor se coloque dentro del rin central, se debe incluir algún método para trasladar el eje móvil, para ello la cadena cinemática de los mecanismos presentados aquí incluye las articulaciones P_l y R_l . La articulación P_l une al chasis del vehículo con un eslabón intermedio, y dicho eslabón intermedio se une con el eje móvil a través de la articulación R_l . Al colocar un motor lineal en la articulación P_l es posible controlar la apertura de las piernas.

El mecanismo presentado pertenece a la familia de mecanismos de las ruedas Helse. La familia consiste de 14 diseños. Todos los diseños comparten como característica el eje móvil, el rin central, y los pares cinemáticos P_l , R_l , P_r y R_r . Los mecanismos se distinguen por la cadena cinemática de las piernas. La Figura 4 muestra un diagrama que indica la secuencia de pares cinemáticos que definen la topología del eslabonamiento de las piernas de cada diseño. En el diagrama S indica una articula-

ción esférica, U indica una articulación universal, G indica una articulación guía-pin, P indica una articulación prismática y R indica una articulación rotacional. La primera articulación de la secuencia está conectada al eje móvil y la última articulación al rin central.

Los mecanismos se clasifican en tres subfamilias: la Subfamilia U, la Subfamilia R y la Subfamilia P. Los mecanismos de cada subfamilia comparten como característica que la articulación que une al eje móvil con la biela es del mismo tipo. El propósito de clasificar de esta forma a los mecanismos es indicar que tanto en su análisis, diseño e implementación existen similitudes. Por tanto parte del análisis de una rueda es útil para el análisis de otra rueda de la misma subfamilia. Por otro lado, es posible que parte de los hallazgos en el diseño y optimización de las ruedas de una subfamilia se compartan, quedando como variables de diseño únicamente las dimensiones del resto de los eslabones que caracterizan a cada rueda.

En este artículo, para indicar el diseño de una rueda lo hacemos mediante la siguiente notación:

$$\text{Rueda Helse } N_p A_1 A_2 A_3 A_4$$

Donde N_p es el número de piernas, y los términos A_k indican el tipo de la articulación k de la cadena cinemática de la rueda. El término N_p se puede omitir si hace referencia únicamente al diseño de la cadena cinemática y no a la implementación de una rueda en particular.

En la Figura 5 se presenta el mecanismo de la rueda Helse USP, el cual está integrado por un eje móvil, un rin central, y una serie de piernas desplegadas. La cadena cinemática de una pierna consiste de eslabones binarios y la siguiente secuencia

de pares cinemáticos: Universal (U), Esférico (S), y Prismático (P). Para lograr que el eslabón de tracción se mueva en un plano ortogonal al eje de rotación de la rueda es necesario que el eje de la articulación P sea perpendicular al eje de la articulación R_r . El ángulo φ puede tomar cualquier valor que facilite la implementación del mecanismo. En esta rueda el movimiento relativo del eslabón de tracción con respecto al rin es de traslación. La Tabla 1 muestra los valores de los parámetros para determinar los grados de libertad de este mecanismo.

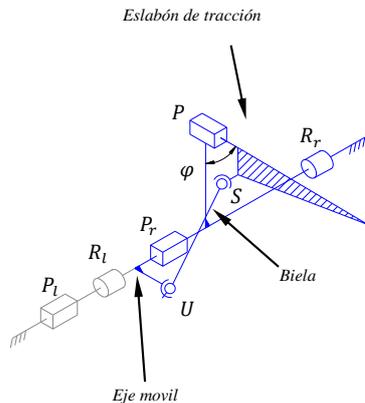


Figura 5: Esquema cinemático de la rueda USP.

En la Figura 6 se muestra un modelo CAD de una rueda USP en la cual el eje de la articulación prismática P coincide en un punto con el eje de la articulación rotacional R_r . En dicho caso, es posible sustituir las articulaciones U y S , por un par de articulaciones rotaciones cuyos ejes son perpendiculares al eje de traslación de la articulación prismática P . Sin embargo, cualquier desalineación en los ejes de estas articulaciones podría causar un bloqueo del mecanismo.

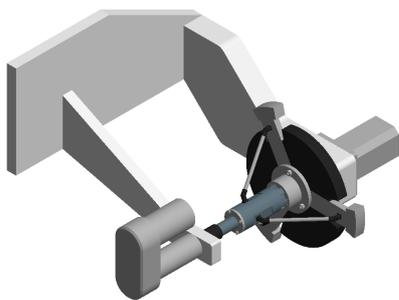


Figura 6: Modelo CAD de una rueda HeIse 3USP en su posición abierta.

3.2. Subfamilia R

La Figura 7a muestra el esquema cinemático de la rueda HeIse RSRR. El diseño de esta rueda en particular fue introducido en (Moreno et al., 2017b). La cadena cinemática de una pierna consiste de eslabones binarios y una secuencia pares cinemáticos Rotacional (R_1), Esférico (S), Rotacional (R_2) y Rotacional (R_3). La pierna consiste de tres eslabones, el primero es la biela, el segundo que es el eslabón de tracción, y el tercer eslabón que une al eslabón de tracción con el rin central, al que llamamos *eslabón proximal*. La biela del mecanismo se conecta por un extremo al eslabón de tracción mediante una articulación

esférica S , y por el otro extremo al eje móvil mediante otra articulación rotacional R_1 . El eslabón de tracción está unido al eslabón proximal mediante la articulación rotacional R_2 . Cada eslabón proximal está unido al rin mediante la articulación rotacional R_3 . Esta rueda se caracteriza por un eslabón de tracción que se traslada y rota al mismo tiempo (en las ruedas USP y RSRP solo rotan o trasladan, respectivamente). Esta característica puede ofrecer mayor flexibilidad al momento de realizar la síntesis dimensional del mecanismo. Sin embargo, este mecanismo incluye un eslabón y una articulación adicional a los casos anteriores. Para lograr que el eslabón de tracción de esta rueda se mueva en un plano perpendicular al eje de rotación de la rueda, es necesario que el eje de las articulaciones R_2 y R_3 sea paralelo al eje de la articulación R_r .

Tabla 2: Parámetros del criterio Grübler-Kutzbach para las ruedas HeIse RSRR, RSRP, RSPR, RSPP, RS[P]R, RS[P]R, PSRR, PSRP, PSPP, PSPP, PS[P]R y PS[P]R.

Grados de libertad del espacio de movimiento	λ	6
No. de eslabones	n	6
No. de pares cinemáticos	j	6
No. de pares cinemáticos de 1 g.d.l	j_1	5
No. de pares cinemáticos de 2 g.d.l	j_2	0
No. de pares cinemáticos de 3 g.d.l	j_3	1
Sumatoria de los grados de libertad de las articulaciones	$\sum_i f_i$	8
Grados de libertad del mecanismo	F	2

En la Figura 8 se muestra un modelo CAD de esta rueda. En este diseño el eje de la articulación R_1 es perpendicular al eje de la articulación R_r . En todas las ruedas de la subfamilia R, si el eslabón de tracción se mueve en un plano ortogonal al eje de rotación de la rueda, y además R_1 y R_r son perpendiculares, la articulación S puede ser sustituida por una articulación universal ya que el movimiento relativo entre la biela y el eslabón de tracción, en este caso, es de rotación en dos ejes perpendiculares. Se observa que al aplicar la ecuación (1) a dicha cadena cinemática el resultado es una excepción al criterio de Grübler-Kutzbach. Por otra parte, cabe hacer notar que en este caso si en la implementación física hay alguna desalineación entre R_1 y R_r , el mecanismo quedará bloqueado al utilizar la articulación universal.

La Tabla 2 muestra los valores de los parámetros del criterio de Grübler-Kutzbach para diversos diseños de la subfamilia R.

Los esquemas cinemáticos de la ruedas HeIse RSRP y RSPR se muestra en las Figura 7b y 7c. Estas ruedas incluyen una articulación prismática en la cadena cinemática de las piernas. Para lograr que el eslabón de tracción se mueva en un plano perpendicular al eje de rotación de la rueda es necesario que el eje de la articulación R_2 sea paralelo al eje de la articulación R_r y el eje de la articulación P sea perpendicular al eje de la misma articulación R_r .

El esquema cinemático de rueda HeIse RSPP se muestra en la Figura 7d. En este mecanismo es necesario que los ejes de las articulaciones prismáticas P_1 y P_2 no sean paralelos entre sí. Para lograr que el eslabón de tracción se mueva en un plano perpendicular al eje de rotación de la rueda, es necesario que

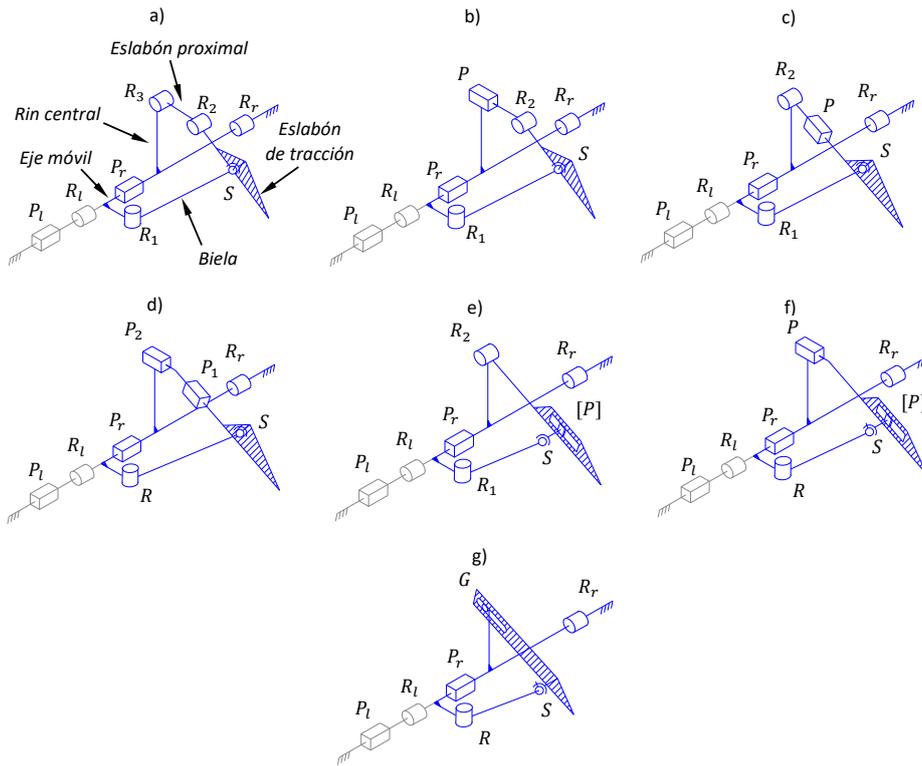


Figura 7: Esquemas cinemáticos de las ruedas de la subfamilia R: a) RSRR b) RSRP c) RSPR d) RSPP e)RS[P]R f)RS[P]P g)RSG.

los ejes de las articulaciones prismáticas P_1 y P_2 sean perpendiculares al eje de la articulación R_r .

En la Figura 7e se muestra la cadena cinemática de la pierna de una rueda que denominamos HeIse RS[P]R. Esta rueda tiene la misma secuencia de articulaciones que el mecanismo de la rueda RSPR, sin embargo, en este caso la articulación prismática se coloca dentro del eslabón de tracción (indicándose a través de [P]) y el eslabón de tracción se conecta al rin central mediante la articulación R_2 . A diferencia de la rueda RSPR en la que el eslabón de tracción se traslada y rota durante la extensión/flexión de las ruedas, en este caso dicho eslabón solo rota. Cabe mencionar que la combinación de las articulaciones S y [P], puede ser sustituida por una combinación de articulaciones Universal y Pin-Guía (debido a que son cinemáticamente equivalentes), dando como resultado una rueda con piernas RUGR, en tal caso el movimiento del eslabón de tracción es el mismo de la rueda descrita anteriormente. Por otra parte, en la figura 7f se muestra la cadena cinemática de la pierna de una rueda HeIse RS[P]P. A diferencia de la rueda RSPP en la cual el eslabón de tracción se traslada en dos ejes, en este caso el eslabón solo se traslada en el eje de la articulación P . Como se explicó anteriormente, es posible obtener también una rueda RUGP cuyo movimiento es equivalente al de la rueda RS[P]P.

La Figura 7g muestra el esquema cinemático de rueda HeIse RSG. La cadena cinemática de una pierna consiste de eslabones binarios conectados por la siguiente secuencia de articulaciones: Rotacional (R_1), Esférica (S) y Pin-guía (G). El eslabón de tracción está unido al rin central mediante la articulación G . El movimiento del eslabón de tracción en este caso es equiva-

lente al de la rueda RSPR, la distinción está en la constitución del eslabón de tracción. La Tabla 1 muestra los valores de los parámetros del criterio de Grübler-Kutzbach para este mecanismo.

3.3. Subfamilia P

Los mecanismos de la subfamilia P se caracterizan por que la articulación que une el eje móvil con la biela es una articulación prismática. En la Figura 9 se muestra el esquema cinemático de una pierna de una rueda PSRR. En este caso, el eje de la articulación prismática P no debe ser paralelo al eje de la articulación prismática P_r , ya que el mecanismo sería incapaz de generar cualquier movimiento en el eslabón de tracción. Esta restricción se debe cumplir para todos los mecanismos de la subfamilia P.

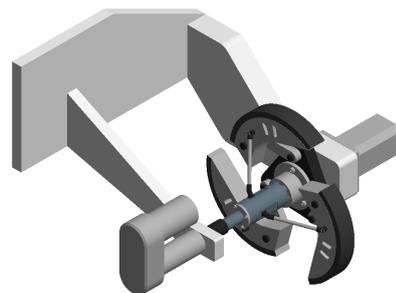


Figura 8: Modelo CAD de una rueda HeIse 3RSRR en su posición abierta.

Para las ruedas HeIse, las variables articulares quedan definidas por el vector $\mathbf{q} = [q_r \ q_p]^T$, donde q_r es la variable articular asociada al motor rotacional y q_p es la variable articular asociada al motor lineal. En el caso de las variables operacionales, su definición dependerá de la geometría del mecanismo, es decir si el movimiento de las piernas se realiza en un plano o en el espacio tridimensional. Además, al ser múltiples piernas en una rueda, su definición dependerá de la pierna seleccionada a controlar. Finalmente, las variables operacionales pudieran definirse en términos de las coordenadas (cartesianas, polares, cilíndricas o esféricas) de un punto del eslabón de tracción de una pierna, o de otras variables geométricas de acuerdo al estudio de interés, e.g., el punto y ángulo de ataque de una pierna contra la superficie. En este trabajo definimos las variables operacionales mediante el vector $\mathbf{t}_i = [t_{xi} \ t_{yi}]^T$, donde t_{xi} y t_{yi} son las coordenada en el eje x e y del extremo de eslabón de tracción con respecto a un marco de referencia ubicado en el chasis del vehículo, cuando el eslabón de tracción se mueve en un plano ortogonal el eje de giro de la rueda. Dicho lo anterior, se pueden definir ahora los siguientes modelados para las ruedas HeIse:

- **Modelado Cinemático Directo.** Consiste de las expresiones matemáticas o métodos que permiten determinar el movimiento de una de las piernas (expresado a través de la posición \mathbf{t}_i , velocidad $\dot{\mathbf{t}}_i = \frac{d\mathbf{t}_i}{dt}$ y aceleración $\ddot{\mathbf{t}}_i = \frac{d^2\mathbf{t}_i}{dt^2}$ de las variables operacionales) dado el movimiento de entrada de los motores (expresado a través posición \mathbf{q} , velocidad $\dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{dt}$, y aceleración $\ddot{\mathbf{q}} = \frac{d^2\mathbf{q}}{dt^2}$ de las variables articulares).
- **Modelado Cinemático Inverso.** Consiste de las expresiones matemáticas o métodos que permiten determinar el movimiento de entrada de los motores (\mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$ y $\ddot{\mathbf{q}}$) dado movimiento deseado de una de las piernas (\mathbf{t}_i , $\dot{\mathbf{t}}_i$ y $\ddot{\mathbf{t}}_i$).
- **Modelado Dinámico Inverso.** Consiste de las expresiones matemáticas o métodos que permiten determinar las fuerzas necesarias en los motores (en este caso la fuerza del motor lineal f_p , y el torque del motor rotacional τ_r) dado el movimiento deseado del mecanismo (\mathbf{t}_i , $\dot{\mathbf{t}}_i$ y $\ddot{\mathbf{t}}_i$).

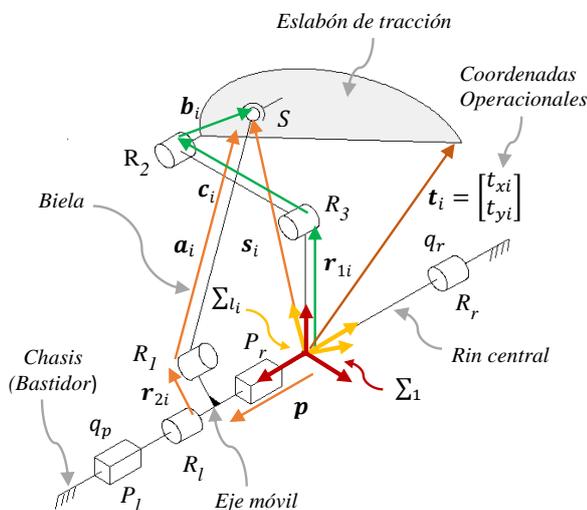


Figura 10: Esquema cinemático de la i -ésima pierna de una rueda HeIse RSRR.

4.1. Ejemplo: Modelado Cinemático Directo de Posición de una rueda HeIse 3RSRR

4.1.1. Análisis de Posición

En la Figura 10 se presenta un esquema cinemático y los vectores asociados para el análisis de una pierna de una rueda HeIse RSRR. El análisis que se presentará a continuación se realizará para la i -ésima pierna, y permite obtener el movimiento de las todas las piernas sustituyendo el valor del ángulo γ_1 el cual define la ubicación de cada pierna alrededor del eje móvil. Se considera que todas las piernas tienen la misma geometría en sus eslabones.

Para realizar el análisis de este mecanismo tridimensional, se observa que el mecanismo puede ser separado en dos partes, y cada una de estas partes puede ser analizada mediante las técnicas de análisis de mecanismos en el plano. Para ello se definen dos marcos de referencia. El marco de referencia base para el análisis es Σ_1 . Dicho marco es solidario al chasis del vehículo que aquí se considera como el bastidor y su origen está colocado en el eje de la rueda. Su plano x_1 - y_1 contiene el movimiento del eslabón de tracción. Cabe indicar que el marco de referencia Σ_1 no girará con la rueda por efecto de un cambio en la variable q_r . Por otro lado, el marco de referencia Σ_i está unido al rin de la rueda y orientado de tal manera que el movimiento de la biela está contenido en su plano x_i - y_i , siendo el eje x_i paralelo al eje z_1 del marco Σ_1 pero con dirección contraria.

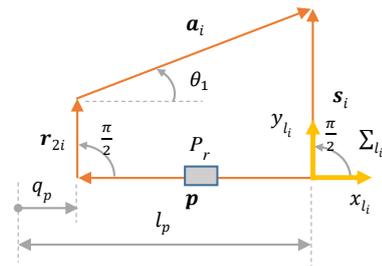


Figura 11: Lazo cerrado de vectores para la primera parte del análisis en el plano x_i - y_i .

Para la primera parte considere la Fig. 11. De esta figura es posible obtener la siguiente ecuación de lazo vectorial cerrado:

$${}^iL_1 \mathbf{a}_i + {}^iL_2 \mathbf{r}_{2i} + {}^iL_3 \mathbf{p} = {}^iL_4 \mathbf{s}_i \quad (3)$$

Los vector están dados por ${}^iL_1 \mathbf{a}_i = [L_1 \cos \theta_1 \ L_1 \sin \theta_1]^T$, ${}^iL_2 \mathbf{r}_{2i} = [0 \ R_{c2}]^T$, ${}^iL_3 \mathbf{p} = [(q_p - l_p) \ 0]^T$ y ${}^iL_4 \mathbf{s}_i = [0 \ S_p]$. Donde L_1 es la longitud de la biela, θ_1 es el ángulo entre la biela y el eje de la rueda, R_{c2} es la distancia del eje de la rueda a la posición de la articulación R_1 , l_p es la distancia de plano x_1 - y_1 al punto de referencia a partir del cual se mide el valor de la variable q_p , y S_p es la distancia del eje de rotación de rueda a la posición de la articulación esférica S del eslabón de tracción.

La ecuación (3) tiene como incógnitas el ángulo θ_1 y la distancia S_p . Las soluciones de dichas variables son las siguientes:

$$S_p = R_{c2} \pm \sqrt{L_1^2 - (l_p - q_p)^2} \quad (4)$$

y

$$\theta_1 = \arctan \left(\pm \sqrt{\left(\frac{L_1}{l_p - q_p}\right)^2 - 1} \right) \quad (5)$$

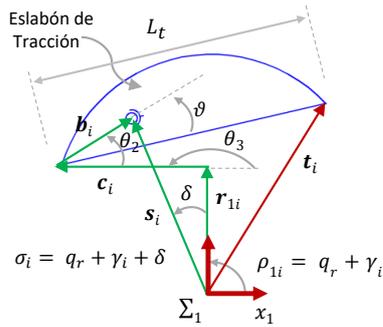


Figura 12: Lazo cerrado de vectores para la segunda parte del análisis en el plano x_1 - y_1 .

Para la segunda parte del mecanismo considere la Figura 12. La ecuación de lazo vectorial cerrado es la siguiente:

$${}^1\mathbf{b}_i + {}^1\mathbf{c}_i + {}^1\mathbf{r}_{1i} = {}^1\mathbf{s}_i \quad (6)$$

Cuyos vectores están dados por ${}^1\mathbf{b}_i = [L_2 \cos \theta_2 \quad L_2 \sin \theta_2]^T$, ${}^1\mathbf{c}_i = [L_3 \cos \theta_3 \quad L_3 \sin \theta_3]^T$, ${}^1\mathbf{r}_{1i} = [R_{c1} \cos \rho_{1i} \quad R_{c1} \sin \rho_{1i}]^T$ y ${}^1\mathbf{s}_i = [S_p \cos \sigma_i \quad S_p \sin \sigma_i]^T$. Donde L_2 es la distancia de la articulación a la articulación, L_3 es la distancia de la articulación R_2 a la articulación R_3 , R_{c1} es la distancia del eje de la rueda a la articulación R_3 . Los ángulos θ_2 , θ_3 , $\rho_{1i} = q_r + \gamma_i$ y $\sigma_i = q_r + \gamma_i + \delta$, indican la orientación de los vectores correspondientes y están medidos a partir del eje x_1 del marco Σ_1 como se muestra en la Figura 13. δ es el ángulo que existe entre los vectores r_{1i} y r_{2i} medido en el plano x_1 - y_1 .

El ángulo γ_i es un parámetro define la orientación del vector r_{1i} para cada pierna. Definimos un vector $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1 \quad \dots \quad \gamma_{N_p}]^T$ para que contenga la orientación de cada pierna.

La solución a la ecuación (6) es la siguiente:

$$\theta_2 = 2 \arctan \left(\frac{K_2 \pm \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - Q_1^2}}{Q_1 + K_1} \right) \quad (7)$$

y

$$\theta_3 = 2 \arctan \left(\frac{K_2 \pm \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - Q_2^2}}{Q_2 + K_1} \right) \quad (8)$$

Donde $K_1 = S_p \cos \sigma_i - R_{c1} \cos \rho_{1i}$, $K_2 = S_p \sin \sigma_i - R_{c1} \sin \rho_{1i}$, $Q_1 = (S_p^2 + R_{c1}^2 - 2S_p R_{c1} \cos(\sigma_i - \rho_{1i}) + L_2^2 - L_3^2)/2L_2$ y $Q_2 = (S_p^2 + R_{c1}^2 - 2S_p R_{c1} \cos(\sigma_i - \rho_{1i}) + L_3^2 - L_3^2)/2L_3$. Finalmente la posición del extremo de la i -ésima pierna, se obtiene con:

$$\mathbf{t}_i = \begin{bmatrix} t_{xi} \\ t_{yi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_t \cos(\theta_2 - \vartheta) + L_3 \cos \theta_3 + R_{c1} \cos \rho_{1i} \\ L_t \sin(\theta_2 - \vartheta) + L_3 \sin \theta_3 + R_{c1} \sin \rho_{1i} \end{bmatrix} \quad (9)$$

donde L_t es la longitud del eslabón de tracción, y el ángulo ϑ define la ubicación de la articulación S en el eslabón de tracción como se observa en la fig. 12.

4.1.2. Análisis de Velocidad

Para resolver el modelado directo de velocidad se deriva la ecuación (3) y se obtiene:

$${}^i\dot{\mathbf{a}}_i + {}^i\dot{\mathbf{p}} = {}^i\dot{\mathbf{s}}_i \quad (10)$$

Las derivadas de estos vectores son ${}^i\dot{\mathbf{a}}_i = [-L_1 \sin \theta_1 \omega_1 \quad L_1 \cos \theta_1 \omega_1]^T$, ${}^i\dot{\mathbf{p}} = [\dot{q}_p \quad 0]^T$ y ${}^i\dot{\mathbf{s}}_i = [0 \quad \dot{S}_p]^T$. Donde ω_1 es la velocidad de la biela medida en el marco de referencia Σ_i , \dot{S}_p y \dot{q}_p son las derivadas temporales de S_p y q_p , respectivamente.

La solución de las variables incógnita de la ecuación (10) está dada por las siguientes expresiones:

$$\dot{S}_p = \frac{\dot{q}_p}{\tan \theta_1} \quad (11)$$

y

$$\omega_1 = \frac{\dot{q}_p}{L_1 \sin \theta_1} \quad (12)$$

Por otro lado, derivando la ecuación (6) se obtiene:

$${}^1\dot{\mathbf{b}}_i + {}^1\dot{\mathbf{c}}_i + {}^1\dot{\mathbf{r}}_{1i} = {}^1\dot{\mathbf{s}}_i \quad (13)$$

Cuyos vectores están dados por:

$${}^1\dot{\mathbf{b}}_i = [-L_2 \sin \theta_2 \omega_2 \quad L_2 \cos \theta_2 \omega_2]^T,$$

$${}^1\dot{\mathbf{c}}_i = [-L_3 \sin \theta_3 \omega_3 \quad L_3 \cos \theta_3 \omega_3]^T,$$

$${}^1\dot{\mathbf{r}}_{1i} = [-R_{c1} \sin \rho_{1i} \dot{q}_r \quad R_{c1} \cos \rho_{1i} \dot{q}_r]^T \text{ y}$$

$${}^1\dot{\mathbf{s}}_i = [\dot{S}_p \cos \sigma_i - S_p \sin \sigma_i \dot{q}_r \quad \dot{S}_p \sin \sigma_i - S_p \cos \sigma_i \dot{q}_r]^T.$$

Donde ω_2 , ω_3 y \dot{q}_r son las derivadas temporales de θ_2 , θ_3 y q_r , respectivamente.

La solución de la ecuación (13) está dada por las siguientes expresiones:

$$\omega_2 = \frac{V_1 \cos \theta_3 - V_2 \sin \theta_3}{L_2 \sin(\theta_2 - \theta_3)} \quad (14)$$

y

$$\omega_3 = \frac{V_1 \cos \theta_2 - V_2 \sin \theta_2}{L_3 \sin(\theta_3 - \theta_2)} \quad (15)$$

donde $V_1 = S_p \sin \sigma_i \dot{q}_r - \dot{S}_p \cos \sigma_i - R_{c1} \sin \rho_{1i} \dot{q}_r$ y $V_2 = S_p \cos \sigma_i \dot{q}_r + \dot{S}_p \sin \sigma_i - R_{c1} \cos \rho_{1i} \dot{q}_r$. Finalmente, la solución de la cinemática directa de velocidad está dada por la siguiente ecuación:

$$\dot{\mathbf{t}}_i = \begin{bmatrix} \dot{t}_{xi} \\ \dot{t}_{yi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_t \sin(\theta_2 - \vartheta) \omega_2 - L_3 \sin \theta_3 \omega_3 + R_{c1} \sin \rho_{1i} \dot{q}_r \\ L_t \cos(\theta_2 - \vartheta) \omega_2 + L_3 \cos \theta_3 \omega_3 + R_{c1} \cos \rho_{1i} \dot{q}_r \end{bmatrix} \quad (16)$$

En (Moreno et al., 2017a) se presenta el procedimiento algebraico detallado para encontrar las expresiones del modelado cinemático de este mecanismo. A continuación se presentan los resultados de una simulación empleando el análisis realizado en este apartado.

4.2. Simulación

En este apartado se presentan los resultados de una simulación de una rueda HeIse 3RSRR. Los parámetros geométricos de la rueda se presentan en la Tabla 4. Las dimensiones corresponden a una rueda de 20 cm de radio con piernas desplegadas cuya extensión máxima es aproximadamente de 60 cm. Por otro lado, los perfiles de movimiento para los motores rotacional y prismático están dados a partir de la siguiente función cicloidal:

$$f_{cic}(t) = \frac{t}{T} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (17)$$

Tabla 4: Parámetros geométricos de la rueda Helise 3RSRR

R_{c1}	0.1000 m
R_{c2}	0.0500 m
L_1	0.3071 m
L_2	0.1155 m
L_3	0.1732 m
L_T	0.3464 m
l_p	0.3000 m
γ	$[0 \quad 2\pi/3 \quad 4\pi/3]^T$ rad
δ	$\pi/6$ rad
ϑ	0.0 rad

Donde t representa el tiempo, y T el periodo de tiempo en el que se realiza el movimiento. Las funciones cicloidales se caracterizan por generar desplazamientos suaves, ya que las velocidades y aceleraciones son iguales a cero al inicio y final del movimiento. La derivada de la función cicloidal es $\dot{f}_{cic}(t) = \frac{1}{T} - \frac{1}{T} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$. Se definen los perfiles de movimiento de los motores rotacional y lineal de la siguiente manera:

$$q_r(t) = \Delta q_r f_{cic}(t) + q_{rini} \tag{18}$$

y

$$q_p(t) = \Delta q_p f_{cic}(t) + q_{pini} \tag{19}$$

donde Δq_r es el desplazamiento angular total del motor rotacional y q_{rini} es la posición inicial de dicho motor. De la misma manera se definen Δq_p y q_{pini} para el movimiento del motor prismático. Naturalmente, las velocidades del motor rotacional y prismático quedarían definidas por las funciones $\dot{q}_r(t) = \Delta q_r \dot{f}_{cic}(t)$ y $\dot{q}_p(t) = \Delta q_p \dot{f}_{cic}(t)$, respectivamente.

Para la simulación se tiene que $T = 1.0$ s, $\Delta q_r = \pi/4$ rad, $q_{rini} = \pi/2$ rad, $\Delta q_p = 0.3$ m, y $q_{pini} = 0.0$ m. En la Figura 13 se muestra la trayectoria que dibuja el extremo de la primera pierna, y las configuraciones de los eslabones del mecanismo en 6 posiciones. La Figura 14 muestra los resultados de la simulación. Se exhiben los valores de las variables involucradas en los análisis de posición y velocidad y la solución del modelo cinemático directo para la primera pierna. La simulación fue realizada en Matlab®.

De la simulación presentada se observa que aunque los perfiles de movimiento cicloidales generan movimientos suaves al principio al final (velocidades igual a cero) las velocidades de los eslabones son mayores al principio de la trayectoria, lo cual se debe a que al final de la extensión de la pierna la primera parte del mecanismo llega a su configuración límite.

El análisis de posición fue validado a través del modelo CAD del mecanismo y gráficamente como se observa en la Figura 13. Los valores de las velocidades de las variables involucradas fueron validados realizando las derivadas numéricas de dichas variables y comparándolas con los resultados de las expresiones analíticas.

5. Conclusiones

En este trabajo se presentó por primera vez una familia de mecanismos útiles para implementar ruedas híbridas de geometría variable cuyas características resuelven varios problemas de los mecanismos anteriormente propuestos en la literatura técnica y científica.

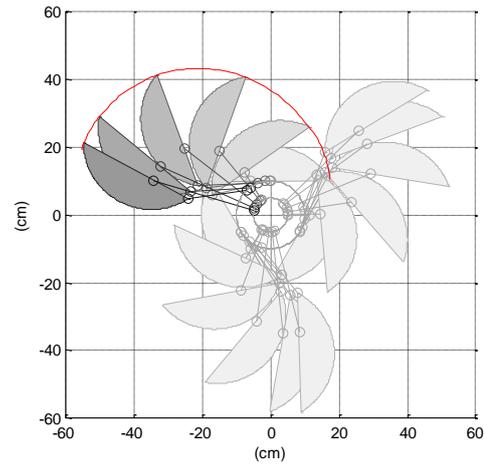


Figura 13: Trayectoria del extremo de la primera pierna en el plano x_1 - y_1 .

Los mecanismos mostrados aquí permiten que la apertura de las piernas desplegadas sea controlada independientemente mediante un servomotor. Por otro lado, los mecanismos permiten que los movimientos de los eslabones de tracción se muevan en un plano ortogonal al eje de rotación de la rueda, de esta manera se evita el problema de que al extender las piernas el movimiento de estas se impida si existen obstáculos al lado de las ruedas o debido a excesivas fuerzas por el arrastre de las piernas contra la superficie. Otra ventaja importante es que estos mecanismos permiten que los motores que accionan las ruedas estén ubicados en el chasis del vehículo y no dentro del cuerpo de dichas ruedas, de esta manera dichas ruedas no contendrán la masa ni el volumen de dichos motores permitiendo que el tamaño y la inercia de dichas ruedas sean reducidos. Finalmente, los mecanismos permiten que la rueda híbrida pueda tener una o cualquier otra cantidad de piernas, replicando únicamente la cadena cinemática de cada pierna desplegable.

Mediante el criterio Grübler-Kutzbach se demostró que los mecanismos poseen 2 grados de libertad. De igual manera, los modelos CAD en Inventor® de las ruedas 3USR, 3USP y 3USRR, permitieron validar el funcionamiento esperado de las cadenas cinemáticas correspondientes. Posteriormente, se definieron diversos conceptos y términos relativos al modelado de estos dispositivos y se presentó la solución de la cinemática directa de posición y velocidad del mecanismo 3USRR.

Se discutieron las ventajas de los diseños presentados aquí de acuerdo a una serie de atributos deseables. Las ruedas Helise ofrecen diversas oportunidades de investigación, como lo son el modelado matemático, la síntesis dimensional y optimización, el estudio experimental de su desempeño, y su aplicación en plataformas para robots de servicio y campo. Actualmente en la Universidad Autónoma de Coahuila (México), se desarrolla una plataforma experimental para evaluar el desempeño de las ruedas presentadas en este trabajo.

Agradecimientos

El primer autor desea agradecer a PRODEP México por el financiamiento para esta investigación. También el apoyo del Dr. E. Camporredondo y la asistencia de los estudiantes O. Zendejo y M. Saucedo.

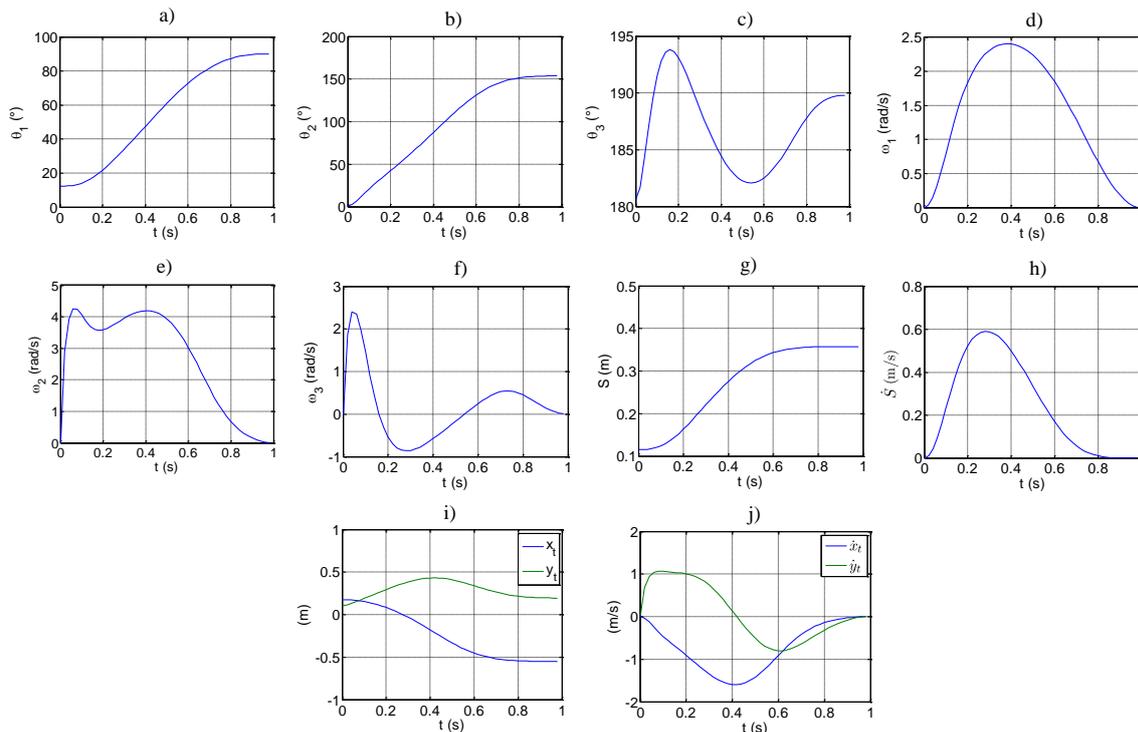


Figura 14: Resultados de la simulación de la cinemática directa de la pierna 1 de una rueda HeIse 3RSRR: a) Orientación de la biela θ_1 ; b) Orientación del eslabón proximal θ_2 ; c) Orientación del eslabón de tracción θ_3 ; d) Velocidad angular de la biela ω_1 ; e) Velocidad angular del eslabón proximal ω_2 ; f) Velocidad angular del eslabón de tracción ω_3 ; g) Valores de la magnitud S ; h) Velocidad \dot{S} ; i) Solución de la cinemática directa, coordenadas extremo del eslabón de tracción de la primera pierna (x_p, y_p) ; j) Velocidad del extremo del eslabón de tracción de la primera pierna (\dot{x}_p, \dot{y}_p) .

Referencias

- Burt, I. T., Papanikolopoulos, N. P., 2005. Adjustable diameter wheel assembly, and methods and vehicles using same. US Patent 6,860,346.
- Cordes, F., Dettmann, A., Kirchner, F., 2011. Locomotion modes for a hybrid wheeled-leg planetary rover. In: IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). pp. 2586–2592.
- DeLeon, V. S., J. A., J. A. P., Santibanez, V., 2015. Experimental evaluation of the real-time walking of a 5 dof biped robot with a gait based on cycloidal motions. *Revista Iberoamericana de Automatica de Automatica e Informatica Industrial* 12, 408–418.
- He, J., Liu, R., Wang, K., Zhao, X., 2010. Variable-diameter wheel leg combined wheel structure. CN 101844483 A.
- Hu, Y., 2013. Automotive cat-claw-shaped telescopic antiskid wheel. CN 202716669 U.
- Ji, J., Li, Y., Du, X., He, Z., Zheng, Z., Gao, K., 2012. Traveling mechanism of wheel and jaw combined type robot. CN 202357792 U.
- Kim, Y. S., Jung, G. P., Kim, H., Cho, K. J., Chu, C. N., 2014. Wheel transformer: A wheel-leg hybrid robot with passive transformable wheels. *IEEE Transactions on Robotics* 30, 1487–1498.
- Lin, P., Shen, S., 2012. Mobile platform. US 8307923 B2.
- Lu, D., Dong, E., Liu, C., Xu, M., Yang, J., 2013. Design and development of a leg-wheel hybrid robot hydro-i. In: IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). pp. 6031–6036.
- Moreno, H., Carrera, I., Zendejo, O., Esquivel, J., 2017a. Analisis de la cinemática directa de una rueda heise rsrr. In: *Memorias del XII Congreso Internacional Electronica y Tecnologías de Avanzada*, Pamplona, Colombia, ISBN: 978-958-96873-3-8. pp. 1–6.
- Moreno, H. A., Carrera, I. G., 2016. Mecanismo de 2 grados de libertad para implementar una rueda hibrida de geometria variable. Patent application MX/a/2016/013175.
- Moreno, H. A., Carrera, I. G., Pamanes, J. A., Camporredondo, E., 2017b. 2 dof mechanism for a variable geometry hybrid wheel. In: *Advances in Automation and Robotics Research in Latin America*. Springer. ISBN 978-3-319-54376-5. pp. 6031–6036.
- Nagatani, K., Kuze, M., Yoshida, K., 2007. Development of transformable mobile robot with mechanism of variable wheel diameter. *J. Robot. Mechatron.* 19, 252–253.
- Qiao, G., Song, G., Zhang, Y., Zhang, J., Li, Z., 2016. A wheel-legged robot with active waist joint: Design, analysis, and experimental result. *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 83, 485–502.
- Rafique, R., 2013. Reconfigurable mechanism for mobile robotic platform. In: *Proceedings of the National Conference on Machines and Mechanisms (iNaCoMM2013)*, IIT Roorkee, India. pp. 714–721.
- Sgherri, G., Spina, G. L., 2012. Variable-diameter wheel. US 20120104834 A1.
- Siegwart, R., Lamon, P., Estier, T., Lauria, L., Pignet, R., 2002. Innovative design for wheeled locomotion in rough terrain. *Robotics and Autonomous Systems*. ISSN 0921-8890 40, 151–162.
- Siegwart, R., Nourbakhsh, I., Scaramuzza, D., 2011. *Introduction to Autonomous Mobile Robots 2nd Edition*.
- Suzuki, M., 2011. Toy model with transforming tire mechanism. US 20110021112 A1.
- Tsai, L. W., 1999. *Robot Analysis*.
- Yun, S. S., Lee, J. Y., Jung, G. P., Cho, K. J., 2017. Development of a transformable wheel actuated by soft pneumatic actuators. *International Journal of Control, Automation and Systems* 15, 36–44.
- Zhang, J., Zhang, J., Zhang, P., Zhang, L., Hu, Y., Zheng, L., 2011. Folding combined obstacle detouring wheel. CN 102350917 A.