

Identificación de sistemas de primer y segundo orden mediante control basado en reset

Zaragoza, S.^{a,*}, Sánchez, J.^a, Baños, A.^b

^a Departamento de Informática y Automática, E.T.S.I. Informática, UNED, C/ Juan del Rosal 16, 28040 Madrid, España

^b Departamento de Informática y Sistemas, Facultad Informática, UMU, Campus de Espinardo (Murcia) 30100 Murcia, España

To cite this article: Zaragoza, S., Sánchez, J., Baños, A., 2020. Identification of first and second order systems by reset control. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 17, 116-129. <https://doi.org/10.4995/riai.2020.11598>

Resumen

El artículo presenta un método para la identificación de plantas de primer y segundo orden con retardo usando controladores reseteados en ausencia de perturbaciones. El método se basa en el cumplimiento del principio de equilibrio armónico, lo que implica el uso de una aproximación del controlador reseteado mediante su función descriptiva. Para la realización de este trabajo se ha elegido el controlador FORE (*First Order Reset Element*) con banda de reset porque es el controlador reseteado que posee todas las características intrínsecas de este tipo de controladores y presenta una función descriptiva que depende de la amplitud y frecuencia de la señal sinusoidal de su entrada. Por otro lado, el que el comportamiento de este controlador dependa de la anchura de la banda de reset que se haya fijado permite estudiar el impacto de este parámetro en el proceso de identificación y en su precisión.

Palabras Clave: Sistemas de control no lineal, control basado en reset, identificación de sistemas y estimación de parámetros, identificación en bucle cerrado.

Identification of first and second order systems by reset control

Abstract

The article presents a method for the identification of first and second order processes with time delay using reset controllers in the absence of disturbances. The method is based on compliance with the method of harmonic balance, which implies the use of an approximation of the control reset by its describing function. The FORE controller (*First Order Reset Element*) with fixed bandwidth has been chosen because it is the easiest reset driver that possesses all the inherent characteristics in this type of drivers and its descriptive function depends on the amplitude and frequency of its sinusoidal signal input. On the other hand, the fact that the behavior of this reset driver depends on of its reset band allows studying the impact of this parameter in the identification process and in its accuracy.

Keywords: Non-linear control systems, reset control, system identification and parameters estimation, closed-loop identification.

1. Introducción

En control de procesos, los métodos de identificación más utilizados para la estimación de parámetros de modelos de primer y segundo orden con retardo son los tests en los que la planta, o bien es excitada con una señal escalón a través de un controlador, o bien se utiliza un elemento no lineal en lazo

cerrado como, por ejemplo, un relé. En (Liu *et al.*, 2013) se ofrece una amplia documentación sobre estos métodos así como una clasificación de los mismos.

Dentro de los métodos de identificación que utilizan un relé se encuentran los basados en el uso de la función descriptiva (DF). Estos métodos de identificación basados en la DF son ampliamente utilizados en muchas estrategias de

*Autor para la correspondencia: szaragoza1@alumno.uned.es

Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

control (Luyben *et al.*, 1987), (Li *et al.*, 1987), (Shen *et al.*, 1996) (Scali *et al.*, 1999), (Wang *et al.*, 2007), (Barangbali y Mahji, 2017), e incluso recientemente se han utilizado en control basado en eventos utilizando muestreadores del tipo *Send-On-Delta* (SOD) (Beschi *et al.*, 2014), (Beschi *et al.*, 2015a), (Beschi *et al.*, 2015b), (Sánchez *et al.*, 2018a, b). En estos trabajos, el controlador utilizado es un PI en el que la señal de error es cuantificada mediante una variante del muestreo SOD, denominada SSOD (*Symmetric-Send-On-Delta*). Formalmente, un muestreador SOD puede visualizarse como un bloque que recibe una señal continua $e(t)$ como entrada y genera una señal muestreada $e^*(t)$ como salida, la cual es una señal constante a trozos donde $e^*(t) = e(t_k), \forall t \in [t_k, t_{k+1})$. Cada t_k se define como el instante en que sucede el evento, donde $t_{k+1} = \inf\{t | t > t_k \wedge |e(t) - e(t_k)| \geq \delta\}$, donde $\delta > 0$ es el umbral de muestreo, es decir, el mínimo cambio que debe suceder para provocar la adquisición de una nueva muestra. Cuando la relación entre las señales de entrada y salida del muestreador SOD es simétrica con respecto al origen, el muestreador pasa a denominarse SSOD (es capaz de producir cero como salida). De esta forma, el muestreo SSOD produce una señal oscilatoria similar a la generada por un relé con histéresis con infinitos umbrales δ (es decir, $\pm\delta, \pm 2\delta, \pm 3\delta, \dots, \pm n\delta$).

En este artículo se analiza y presenta un método de identificación en lazo cerrado basado en la DF del controlador reseteado, utilizando la capacidad del controlador para la generación de un ciclo límite. El principal elemento diferenciador con respecto a los trabajos basados en el uso de un relé y su DF, es que el proceso de identificación se realiza utilizando un elemento específico del sistema de control, esto es, el propio controlador, sin necesidad de incorporar un elemento adicional, como es el relé. En este sentido, los trabajos de identificación por eventos citados previamente guardan similitudes con este trabajo en el sentido de que no necesitan de un nuevo elemento para realizar la identificación ya que utilizan la capacidad del muestreador SSOD para comportarse como un relé multinivel y, por lo tanto, provocar oscilaciones y hacer uso de su DF para identificar.

Los sistemas de control reseteados (véase por ejemplo la monografía (Baños y Barreiro, 2012a) o el tutorial (Barreiro y Baños, 2012b)) son sistemas híbridos impulsivos que a partir de un sistema continuo base, utilizan un mecanismo (por ejemplo, el cruce por cero de la señal de error) para realizar un cambio brusco o reseteo de la señal de control. Los primeros controladores reseteados que se idearon fueron el integrador de Clegg - CI (Clegg, 1958), y el elemento de reset de primer orden - FORE (Horowitz, 1975).

En este trabajo se utiliza un FORE para provocar un ciclo límite en sistemas de control con plantas de primer y segundo orden. El método se plantea para la estimación de los parámetros de las funciones de transferencia de sistemas de primer orden con retardo (FOPTD - *First Order Process plus Time Delay*), sistemas de segundo orden con retardo (SOPTD - *Second Order Process plus Time Delay*) y sistemas de primer orden con integración y retardo (IFOPTD - *Integrating First Order Process plus Time Delay*).

El artículo se estructura de la siguiente forma. En la Sección 2 se presentan los elementos básicos en los que se apoya el método de identificación: la función descriptiva, el

principio de equilibrio armónico y el control reseteado. En la Sección 3 se expone la base teórica en la que descansa el método de identificación y los resultados obtenidos de las simulaciones que han servido para realizar un análisis de la viabilidad del método. El procedimiento de identificación se resume en la Sección 4. En la Sección 5 se realiza un análisis cuantitativo y cualitativo del nuevo método y se muestra su aplicación a una planta del tipo FOPTD, presentando los resultados en el Apéndice A. Por último, se citan las conclusiones y algunas de las posibles líneas de investigación y trabajos futuros. Los resultados experimentales de la aplicación de este procedimiento y su comparación con otros métodos de identificación basados en la DF de un relé y de un controlador por eventos se presentan en el Apéndice B.

2. Fundamentos Teóricos

2.1. La Función Descriptiva

La DF es una técnica ampliamente conocida y utilizada (véase, por ejemplo, (Khalil, 2002)) para analizar sistemas no lineales (SNL) mediante su aproximación por un sistema lineal e invariante en el tiempo (SLIT) que, en general, depende de la amplitud de su entrada. En este sentido, se puede considerar una extensión del análisis de la respuesta en frecuencia de los SLIT. Como es bien conocido, la respuesta de los SLIT a una señal sinusoidal con amplitud y frecuencia determinadas viene dada por la función respuesta en frecuencia, que sólo depende de la frecuencia de la entrada. Sin embargo, esto no es cierto en general para los SNL, ya que el método DF está basado en la aproximación de su respuesta ante una señal sinusoidal por su componente fundamental.

Un esquema típico de control realimentado es el mostrado en la Figura 1. En este sistema de control, la utilización de DF para aproximar el SNL (Figura 2) conlleva asumir un error en los resultados ya que sólo se considera en el análisis la frecuencia fundamental de la respuesta del SNL. Por ello, los resultados serán más precisos si la planta P atenúa las frecuencias altas, es decir, si posee características de filtro paso bajo. No obstante, es importante no olvidar que el análisis que se realiza usando la DF siempre es aproximado y, por consiguiente, no proporciona el comportamiento real del SNL.



Figura 1: Sistema no lineal

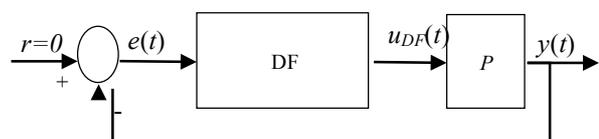


Figura 2: Sistema lineal equivalente basado en la DF.

La DF relaciona la componente fundamental de la respuesta con la señal sinusoidal de entrada. Esta relación consiste en una función compleja cuyo módulo y argumento proporcionan la amplificación y el desfase del primer armónico de la señal de salida del SNL cuando la entrada es una señal sinusoidal.

Si la no linealidad del sistema de la Figura 1 es impar se observa que, al excitarla con una señal sinusoidal $e(t) = E \sin(\omega t)$ con $\omega = 2\pi/T$, su salida $u(t)$ es una señal periódica con periodo fundamental T que se puede expresar en series de Fourier en función de su frecuencia fundamental y de sus armónicos, los cuales son realimentados a través del lazo a menos que la planta actúe como un filtro paso bajo. Se tiene así que

$$u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2n\pi}{T}t\right) + b_n \sin\left(\frac{2n\pi}{T}t\right) \quad (1)$$

donde

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \cos\left(\frac{2n\pi}{T}t\right) dt \quad (2)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \sin\left(\frac{2n\pi}{T}t\right) dt \quad (3)$$

Si se linealiza el sistema de la Figura 1 sustituyendo el bloque no lineal por su DF (Figura 2), la respuesta de la DF a la entrada sinusoidal es

$$u_{DF}(t) = M(E, \omega) \cdot \sin(\omega t + \phi(E, \omega)) \quad (4)$$

donde

$$M = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad y \quad \phi = \text{atan2}\left(\frac{a_1}{b_1}\right) \quad (5)$$

Por lo tanto, la expresión de la DF es

$$DF(E, \omega) = \frac{M(E, \omega)}{E} e^{j\phi(E, \omega)} \quad (6)$$

2.2. Ciclos Límite y el Principio del Equilibrio Armónico

Para el sistema de control de la Figura 1 con $r = 0$, un ciclo límite es una solución periódica aislada (véase (Khalil, 2002) para una descripción detallada). Cuando se produce una solución con una señal de error periódica con periodo T , que denominaremos e_T , se cumple

$$(1 + P \cdot SNL)e_T = 0 \quad (7)$$

Por lo tanto, el problema de encontrar una solución periódica e_T se reduce a resolver (7). Una forma de simplificar el problema es suponer $e_T(t) = E_{osc} \sin(\omega_{osc} t)$, con $\omega_{osc} = 2\pi/T$ y aproximar el SNL mediante su DF. El problema resultante consiste en encontrar E_{osc} y ω_{osc} tales que

$$1 + P(j\omega_{osc}) \cdot DF(E_{osc}, \omega_{osc}) = 0 \quad (8)$$

Si existe una solución para (8) y P cumple la condición de filtro paso-bajo, entonces se suele concluir informalmente que existe una solución periódica para (7) que es cercana a $e_T(t) = E_{osc} \sin(\omega_{osc} t)$. Esto es lo que se conoce como el principio del equilibrio armónico. La aplicación de este principio permite determinar la frecuencia ω_{osc} y amplitud E_{osc} de los ciclos límite del sistema de la Figura 1 en función de los parámetros de la planta P y de la DF.

Y a la inversa, el objetivo será obtener los parámetros de la planta a partir de la DF, ω_{osc} y E_{osc} . Para ello, directamente de (7) se obtienen las dos relaciones siguientes para una frecuencia ω_{osc} y amplitud E_{osc} ,

$$|P(j\omega_{osc})| = \left| \frac{-1}{DF(E_{osc}, \omega_{osc})} \right| \quad (9)$$

$$\angle P(j\omega_{osc}) = \angle \left(\frac{-1}{DF(E_{osc}, \omega_{osc})} \right) \quad (10)$$

2.2. El Control Reseteado

El control reseteado es una estrategia de control no lineal que surge a mediados del siglo XX y consiste en añadir a un controlador lineal un mecanismo de puesta a cero, total o parcial, de los estados del controlador cuando se cumpla una condición (Baños and Barreiro, 2012a). Esta idea se aplica por primera vez a un integrador, conocido como integrador de Clegg (CI), cuyo estado se anula si su entrada es cero (Figura 3) donde $e(t)$, la entrada del controlador, es la señal que dispara el reinicio del controlador cuando ésta se hace cero (Clegg, 1958). El funcionamiento de este controlador se define por las siguientes ecuaciones

$$\begin{cases} \dot{u}(t) = e(t) & \text{si } e(t) \neq 0 \\ u(t^+) = 0 & \text{si } e(t) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

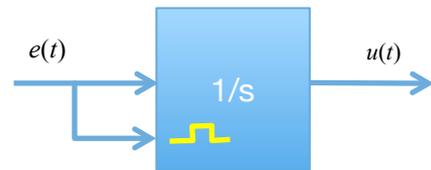


Figura 3: Diagrama de bloques de un integrador de Clegg.

La característica más relevante de este tipo de controladores es que disminuyen el sobreimpulso de los integradores tradicionales gracias a un adelanto de fase de 52° con respecto a un integrador convencional a costa de un pequeño aumento de la ganancia, tal y como muestra su función descriptiva

$$DF_{CI}(j\omega) = \frac{1,62}{\omega} e^{-j38^\circ} \quad (12)$$

Basándose en este controlador se han desarrollado controladores reseteados más sofisticados como, por ejemplo, el FORE (Horowitz and Rosembaum, 1975) y el PI+CI (Baños and Vidal, 2012) con condiciones de reseteo más complejas en las que el reseteo total o parcial de los estados del controlador se produce cuando, además de alcanzar un valor la señal entrada, su pendiente cumple unos

requisitos (controladores con banda de reset fija o variable) (Baños and Barreiro, 2012a), (Davo, 2015).

El controlador FORE

Basado en el integrador de Clegg, en (Horowitz and Rosebaum, 1975) se presenta el controlador denominado FORE. Se trata de un controlador reseteado muy simple y de bajo orden basado en el sistema LIT

$$F(s) = \frac{K_c}{s+a_c} \tag{13}$$

donde $K_c = k_c/\tau_c$ y $a_c = 1/\tau_c$, siendo k_c la ganancia estática y τ_c la constante de tiempo. La representación del controlador FORE (Figura 4) en el espacio de estados es

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = -a_c x_r(t) + K_c e(t) & \text{si } e(t) \neq 0 \\ x_r(t^+) = 0 & \text{si } e(t) = 0 \\ u(t) = x_r(t) \end{cases} \tag{14}$$

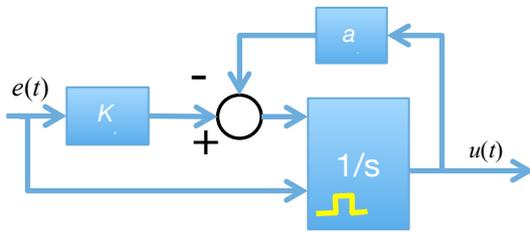


Figura 4: Diagrama de bloques de un controlador FORE.

Una variación es el denominado controlador FORE de banda fija (Baños y Barreiro, 2012; Baños et al., 2011) (Figura 5). Se caracteriza porque la condición de reset se produce cuando la señal de entrada penetra en una región o banda determinada del espacio de estados.

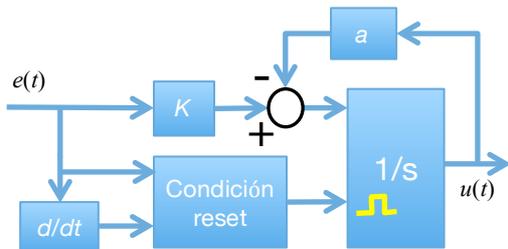


Figura 5: Diagrama de bloques de un controlador FORE con banda de reset.

Las expresiones del controlador FORE F_δ con banda de reset son iguales a (14) salvo por las condiciones de reset que dependen de que la señal de entrada adquiera un determinado valor y que su derivada sea del signo adecuado,

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = -a_c x_r(t) + K_c e(t) & \text{si } (e(t), \dot{e}(t)) \notin B_\delta \\ x_r(t^+) = 0 & \text{si } (e(t), \dot{e}(t)) \in B_\delta \\ u(t) = x_r(t) \end{cases} \tag{15}$$

siendo $B_\delta = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: (x = -\delta \wedge y > 0) \vee (x = \delta \wedge y < 0)\}$ y δ la anchura de la banda de reset. La función descriptiva del controlador F_δ está dada por (Baños et al., 2011):

$$DF_\delta(E, \omega) = \frac{K_c}{j\omega+a_c} \left[1 + j \frac{2\omega(1+e^{-a_c \frac{\pi}{\omega}})}{\pi(a_c^2+\omega^2)} \left(\omega \sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{E}\right)^2} + a_c \frac{\delta}{E} \right) e^{j \sin^{-1}\left(\frac{\delta}{E}\right)} \right] \tag{16}$$

donde δ aparece explícitamente como un parámetro de la función descriptiva. Tras varias manipulaciones, (16) se puede expresar de la siguiente forma

$$DF_\delta(E, \omega) = \frac{K_c}{(a_c^2+\omega^2)} [a_c B + \omega D + j(a_c D - \omega B)] \tag{17}$$

donde

$$B(E, \omega) = \left(1 - \frac{A(E, \omega)\delta}{E} \right) \tag{18}$$

$$D(E, \omega) = A(E, \omega) \sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{E}\right)^2} \tag{19}$$

$$A(E, \omega) = \frac{2\omega(1+e^{-a_c \frac{\pi}{\omega}})}{\pi(a_c^2+\omega^2)} \left(\omega \sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{E}\right)^2} + a_c \frac{\delta}{E} \right) \tag{20}$$

Como puede observarse, DF_δ es una expresión no lineal compleja que depende de los parámetros de sintonía del controlador (K_c y a_c), de la anchura de la banda de reset (δ) y de las características de la señal sinusoidal de entrada (E y ω).

3. Planteamiento y Análisis del Método de Identificación

Utilizando un controlador híbrido del tipo FORE con banda de reset δ se pretende estimar los parámetros de un proceso $P(s)$. Para ello se sintonizará el FORE de manera que el sistema de control alcance un ciclo límite. Los tipos de procesos que se van a analizar para plantear el método se indican en la Tabla 1.

Tabla 1: Modelos de los procesos a identificar.

FOPTD	$\frac{K_p e^{-Ls}}{s + a_p}$
IFOPTD	$\frac{K_p e^{-Ls}}{s(s + a_p)}$
SOPTD	$\frac{K_p e^{-Ls}}{(s + a_{p1})(s + a_{p2})}$

Como datos de partida se tienen los parámetros del controlador y la amplitud y frecuencia fundamental del ciclo límite. El procedimiento de identificación se basa en encontrar una solución al sistema no lineal (7) formado por el controlador FORE y el proceso $P(s)$:

$$E_{NL}(\omega, E, \delta, K_c, a_c, K_p, a_p/a_{p1}a_{p2}, L) = 0 \tag{21}$$

donde

- ω, E son la frecuencia y amplitud del ciclo límite del sistema no lineal en lazo cerrado (Figura 1); se obtienen de mediciones experimentales.
- δ, K_c, a_c son los parámetros del controlador FORE.
- $K_p, a_p/a_{p1}a_{p2}, L$ son los parámetros desconocidos del proceso que se trata de identificar.

Dado que la expresión (21) es difícil de resolver directamente, ésta se puede simplificar utilizando el principio del equilibrio armónico (8), sustituyendo el controlador FORE por su DF (Figura 2). Así, se tiene

$$E_{DF}(\omega_{osc}, E_{osc}, \delta, K_c, a_c, K_p, a_p/a_{p1}a_{p2}, L) = 0 \quad (22)$$

donde ω_{osc} y E_{osc} son la frecuencia y amplitud de la solución sinusoidal $e_T(t) = E_{osc} \sin(\omega_{osc}t)$ que es una aproximación del ciclo límite.

Por consiguiente, surge la necesidad de saber qué características tienen los ciclos límites, tanto del SNL original como del SL basado en la DF, para conseguir estimaciones precisas de los parámetros del modelo a ajustar. Algunas de estas características son la estabilidad del ciclo límite del SL y la similitud de los ciclos límite del SNL y de su SL.

El método de identificación basado en controladores tipo FORE con banda de reset está basado en las conclusiones derivadas del análisis de los datos obtenidos en un estudio previo (Zaragoza, 2018). Este análisis se describe a lo largo de este apartado.

3.1. Análisis de los Ciclos Límite

La obtención de las características de los ciclos límite de un SNL se basa en la realización de simulaciones del sistema modelado en Simulink. La obtención de los datos correspondientes a los ciclos límite del SL equivalente (ω_{osc}, E_{osc} , estabilidad) se realiza aplicando un algoritmo basado en mínimos cuadrados para resolver (22) utilizando como condiciones iniciales las características de amplitud y frecuencia del ciclo límite del SNL original (ω, E).

Solo se consideran los datos obtenidos con una precisión igual o inferior a 10^{-6} .¹

Tabla 2: Parámetros analizados del controlador FORE.

Parámetros	Valores
	0.01 0.06
K_c	1.1 1.16
	2.1 2.16 2.31 2.36 2.41 2.46
a_c	-0.1 -0.07 -0.04 -0.01
	0.02 0.05 0.08
δ	0.1 0.5
	1

¹ Se ha utilizado la función *fsolve* de MATLAB con el algoritmo Trust-Region-Doglet, y sólo se han considerado las soluciones en las que el parámetro *Exitflag* de esta función ha sido igual a 1.

A. Caracterización de los ciclos límite del SNL

Dada una planta, para obtener las características de los ciclos límite del SNL, el sistema se simula modificando los parámetros del controlador FORE con banda fija hasta alcanzar un ciclo límite. Los valores de los parámetros del FORE utilizados en el análisis se detallan en la Tabla 2 y los valores de los parámetros de las plantas en la Tabla 3.

Tabla 3: Parámetros de los procesos analizados.

Modelo	Parámetros	Valores
FOPTD	K_c	0.01 0.1 1.5
	a_c	0.1 10
IFOPTD	L	0.7 2.2 5 10
SOPTD	K_c	0.1 1.5
	a_{c1}	0.1 0.5 1
	a_{c2}	1 2
	L	0.7 2.2 5

El modelo del sistema se simula hasta que la respuesta se estabiliza o se vuelve inestable. Una vez que la simulación concluye se analizan los últimos periodos del ciclo límite para determinar sus características.

B. Caracterización de los Ciclos Límite del SL

La obtención de las características ω_{osc} y E_{osc} de un ciclo límite de un SL basado en la DF del controlador FORE se realiza aplicando el principio del equilibrio armónico (8), pero particularizándolo a la DF del controlador FORE con las expresiones (17-20). Se obtiene así

$$|P(j\omega_{osc})| = \frac{1}{K_c} \sqrt{\frac{a_c^2 + \omega_{osc}^2}{(B^2 + D^2)}} \quad (23)$$

$$\angle P(j\omega_{osc}) = -(\pi + \text{atan2}(\alpha)) \quad (24)$$

donde

$$\alpha = \frac{a_c D - \omega_{osc} B}{a_c B + \omega_{osc} D} \quad (25)$$

Para la resolución del sistema formado por (23) y (24) se utiliza la función de MATLAB *fsolve* imponiendo como condiciones iniciales la frecuencia y amplitud de los ciclos límite del SNL original. Las ecuaciones (23) y (24) se particularizan de la siguiente forma para los distintos modelos de proceso:

Modelo de Proceso FOPTD

$$\frac{K_p}{\omega_{osc} \sqrt{a_p^2 + \omega_{osc}^2}} = \frac{1}{K_c} \sqrt{\frac{a_c^2 + \omega_{osc}^2}{(B^2 + D^2)}} \quad (26)$$

$$L\omega_{osc} + \text{atan2}\left(\frac{\omega_{osc}}{a_p}\right) = \pi + \text{atan2}(\alpha) \quad (27)$$

Resaltar que, como se establece en (Baños and Barreiro, 2012a), para que exista un ciclo límite en plantas tipo FOPTD una condición necesaria es que el sistema base en lazo cerrado sea inestable; por lo que obligatoriamente el controlador base debe ser inestable, es decir, su polo debe ser positivo.

Modelo de Proceso IFOPTD

$$\frac{K_p}{\sqrt{a_p^2 + \omega_{osc}^2}} = \frac{1}{K_c} \sqrt{\frac{a_c^2 + \omega_{osc}^2}{(B^2 + D^2)}} \quad (28)$$

$$L\omega_{osc} + \text{atan2}\left(\frac{\omega_{osc}}{a_p}\right) = \frac{\pi}{2} + \text{atan2}(\alpha) \quad (29)$$

Modelo de Proceso SOPTD

$$\frac{K_p}{\sqrt{(a_{p1}^2 + \omega_{osc}^2)(a_{p2}^2 + \omega_{osc}^2)}} = \frac{1}{K_c} \sqrt{\frac{a_c^2 + \omega_{osc}^2}{(B^2 + D^2)}} \quad (30)$$

$$L\omega_{osc} + \text{atan2}\left(\frac{\omega_{osc}}{a_{p1}}\right) + \text{atan2}\left(\frac{\omega_{osc}}{a_{p2}}\right) = \pi + \text{atan2}(\alpha) \quad (31)$$

C. Estabilidad de un Ciclo Límite Aproximado

La estabilidad de un ciclo límite aproximado se puede determinar imponiendo la expresión, cuya deducción puede consultarse en (Gelb and Van der Velde, 1968) y (Slotine and Li, 1991),

$$\left. \frac{\delta R(E, \omega)}{\delta E} \frac{\delta I(E, \omega)}{\delta \omega} - \frac{\delta R(E, \omega)}{\delta \omega} \frac{\delta I(E, \omega)}{\delta E} \right|_{E=E_{osc}; \omega=\omega_{osc}} > 0 \quad (32)$$

donde

$$R(E, \omega) = \text{Re}(1 + DF_\delta(E, \omega)P(j\omega)) \quad (33)$$

$$I(E, \omega) = \text{Im}(1 + DF_\delta(E, \omega)P(j\omega)) \quad (34)$$

D. Análisis de los Datos

Tras un análisis cualitativo de los datos obtenidos en las simulaciones realizadas utilizando los parámetros de las tablas 2 y 3, se han obtenido los resultados que se presentan en este apartado. Con cierto abuso de notación, en lo que sigue se llamará solución fundamental al *ciclo límite aproximado* o *ciclo límite del SL* (Figura 2) para distinguirlo del ciclo límite del SNL, del que es una aproximación y que identificaremos como *ciclo límite*.

Afirmación 1: Obtener un ciclo límite aproximadamente sinusoidal² no asegura una solución fundamental de (23)-(24).

Por ejemplo, el sistema en lazo cerrado formado por la planta $P(s) = 0.01e^{-0.7s}/(s + 0.1)$ y por el controlador FORE $F_{\delta=0.1}(s) = 1.41/(s - 0.1)$ presenta un ciclo límite aproximadamente sinusoidal muy bien definido (Figura 6) cuyas características son $\omega = 0.0612$ y $E = 0.2083$. Sin embargo, al utilizar como condición inicial de la función

fsolve los datos de este ciclo límite, no se llega a ninguna solución fundamental del sistema formado por (26) y (27).

En cambio, si se incrementa muy ligeramente la ganancia del controlador ($K_p=1.46$), el sistema formado por (26) y (27) tiene solución y la solución presenta unas características similares al del ciclo límite del SNL, esto es, $\omega_{osc} = 0.0648$ y $E_{osc} = 0.1842$, por lo que la solución fundamental tiene la misma frecuencia aunque su amplitud se ha reducido un 9.53%.

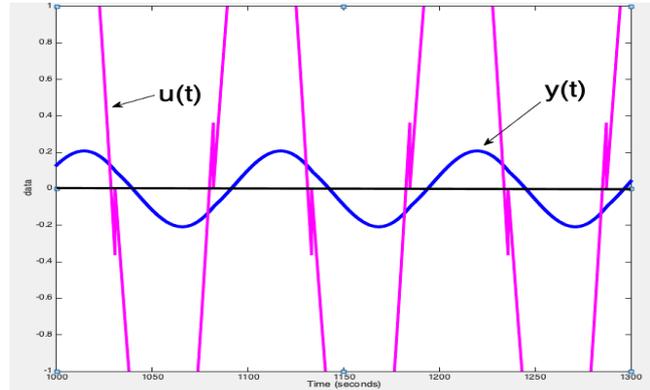


Figura 6: Ciclo límite obtenido con $P(s) = 0.01e^{-0.7s}/(s + 0.1)$ y $F_{\delta=0.1}(s) = 1.41/(s - 0.1)$.

Afirmación 2: Obtener un ciclo límite que no es aproximadamente sinusoidal no implica que no exista una solución fundamental de (23)-(24).

Por lo general, no se encuentran soluciones fundamentales cuando los ciclos límite del SNL poseen una forma poco sinusoidal (grandes variaciones en frecuencia y/o amplitud), pero si se encuentran, son inestables y de características (frecuencia y amplitud) bastante diferentes a las de los ciclos límite.

Un ejemplo de la Afirmación 2 es que el SNL formado por el proceso $P(s) = 0.1e^{-5s}/[(s + 0.1)(s + 1)]$ y el controlador $F_{\delta=0.5}(s) = 0.56/(s + 0.02)$ alcanza un ciclo límite no sinusoidal (Figura 7), cuyas características son $\omega = 0.1908$ y $E = 998.72$. Sin embargo, al sustituir el controlador FORE por su DF equivalente el sistema presenta una solución fundamental con $\omega_{osc} = 0.2471$ (incremento del 29.51%) y $E_{osc} = 3.0642$ (reducción del 99.69%) que, además, es inestable.

3.2 Análisis de los Parámetros de los Modelos

Al igual que en el estudio previo, para obtener los parámetros de los modelos de las plantas mediante la resolución del sistema formado por (23) y (24) se ha recurrido a la función *fsolve* de Matlab. El proceso de identificación de parámetros de la planta se puede realizar de dos formas distintas en función de si se posee o no información previa del proceso.

A. Con Información Previa

Si se conoce uno de los tres parámetros (K_p, a_p, L) de los procesos del tipo FOPTD o IFOPTD, se debe resolver el sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas formados por las expresiones (26-27) ó (28-29), respectivamente. En el caso de

² Se denomina *ciclo límite aproximadamente sinusoidal* al que posee características muy parecidas a las de una señal sinusoidal. Es decir, presentan pequeñas variaciones de frecuencia y amplitud.

plantas del tipo SOPTD, si se conocen dos de sus cuatro parámetros (K_p , a_{p1} , a_{p2} , L) el sistema de ecuaciones a resolver es el constituido por (30-31).

B. Sin Información Previa

Si no se dispone de información a priori del proceso, en el caso de sistemas FOPTD e IFOPTD se necesita medir las características de dos soluciones fundamentales para determinar sus tres parámetros. Las ecuaciones a resolver son las siguientes:

Modelo de Proceso FOPTD

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{K_p}{\sqrt{(a_p^2 + \omega_{osc1}^2)}} = \frac{1}{K_{c1}} \sqrt{\frac{a_{c1}^2 + \omega_{osc1}^2}{(B_1^2 + D_1^2)}} \\ \frac{K_p}{\sqrt{(a_p^2 + \omega_{osc2}^2)}} = \frac{1}{K_{c2}} \sqrt{\frac{a_{c2}^2 + \omega_{osc2}^2}{(B_2^2 + D_2^2)}} \\ L\omega_{osc1} + atan2\left(\frac{\omega_{osc1}}{a_p}\right) = \pi + atan2(\alpha_1) \\ L\omega_{osc2} + atan2\left(\frac{\omega_{osc2}}{a_p}\right) = \pi + atan2(\alpha_2) \end{array} \right. \quad (35)$$

Modelo de Proceso IFOPTD

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{K_p}{\omega_{osc1}^2 \sqrt{(a_p^2 + \omega_{osc1}^2)}} = \frac{1}{K_{c1}} \sqrt{\frac{a_{c1}^2 + \omega_{osc1}^2}{(B_1^2 + D_1^2)}} \\ \frac{K_p}{\omega_{osc2}^2 \sqrt{(a_p^2 + \omega_{osc2}^2)}} = \frac{1}{K_{c2}} \sqrt{\frac{a_{c2}^2 + \omega_{osc2}^2}{(B_2^2 + D_2^2)}} \\ L\omega_{osc1} + atan2\left(\frac{\omega_{osc1}}{a_p}\right) = \frac{\pi}{2} + atan2(\alpha_1) \\ L\omega_{osc2} + atan2\left(\frac{\omega_{osc2}}{a_p}\right) = \frac{\pi}{2} + atan2(\alpha_2) \end{array} \right. \quad (36)$$

Modelo de Proceso SOPTD

Para plantas del tipo SOPTD debería bastar con dos soluciones fundamentales ya que las incógnitas son cuatro pero se ha comprobado que es más probable obtener una solución más precisa de los parámetros si se utiliza información de tres soluciones fundamentales. Las ecuaciones para identificar un SOPTD son las siguientes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{K_p}{\sqrt{(a_{p1}^2 + \omega_{osc1}^2)(a_{p2}^2 + \omega_{osc1}^2)}} = \frac{1}{K_{c1}} \sqrt{\frac{a_{c1}^2 + \omega_{osc1}^2}{(B_1^2 + D_1^2)}} \\ \frac{K_p}{\sqrt{(a_{p1}^2 + \omega_{osc2}^2)(a_{p2}^2 + \omega_{osc2}^2)}} = \frac{1}{K_{c2}} \sqrt{\frac{a_{c2}^2 + \omega_{osc2}^2}{(B_2^2 + D_2^2)}} \\ \frac{K_p}{\sqrt{(a_{p1}^2 + \omega_{osc3}^2)(a_{p2}^2 + \omega_{osc3}^2)}} = \frac{1}{K_{c3}} \sqrt{\frac{a_{c3}^2 + \omega_{osc3}^2}{(B_3^2 + D_3^2)}} \\ L\omega_{osc1} + atan2\left(\frac{\omega_{osc1}}{a_{p1}}\right) + atan2\left(\frac{\omega_{osc1}}{a_{p2}}\right) = \pi + atan2(\alpha_1) \\ L\omega_{osc2} + atan2\left(\frac{\omega_{osc2}}{a_{p1}}\right) + atan2\left(\frac{\omega_{osc2}}{a_{p2}}\right) = \pi + atan2(\alpha_2) \\ L\omega_{osc3} + atan2\left(\frac{\omega_{osc3}}{a_{p1}}\right) + atan2\left(\frac{\omega_{osc3}}{a_{p2}}\right) = \pi + atan2(\alpha_3) \end{array} \right. \quad (37)$$

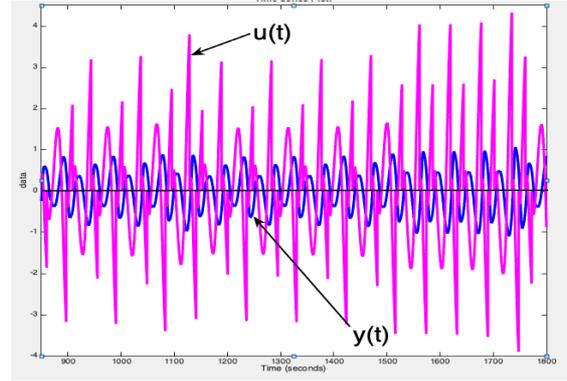


Figura 7: Ciclo límite no sinusoidal obtenido con $P(s) = 0.1e^{-5s}/[(s + 0.1)(s + 1)]$ y $F_{\delta=0.5}(s) = 0.56/(s + 0.02)$.

C. Análisis de los Datos

El análisis cuantitativo y cualitativo de los datos y parámetros obtenidos en las más de 52000 identificaciones realizadas utilizando las ecuaciones (35-37) arrojan las siguientes relaciones y conclusiones:

- Es posible realizar identificaciones precisas que arrojen valores negativos para el retardo.
- La anchura de la banda de reset no influye en la precisión de la identificación. No obstante, cuanto menor es ésta más soluciones fundamentales estables se generan, y la acción de control necesaria para crear un ciclo límite es también menor.
- Para plantas tipo FOPTD e IFOPTD, cuanto mayor ha sido el ancho de banda, más procesos se han identificado usando el mismo rango de valores para los parámetros del controlador. En Tabla 10 se muestran identificaciones de procesos FOPTD e IFOPTD, sin tener información previa de las mismas, realizadas con el rango de valores que se han usado para los parámetros del controlador FORE. Los motivos por los que no se han identificado algunas plantas son los siguientes:
 - o No se han podido detectar ciclos límites.
 - o No se han encontrado suficientes soluciones fundamentales para realizar la identificación.
 - o La identificación no ha sido precisa.
- Si la amplitud de la solución fundamental es superior a 1000, las identificaciones son menos precisas, pudiendo llegar a cometerse un error en la identificación superior al 100%, si se conoce un parámetro de la planta, y al 85%, si no se conoce.
- Si la amplitud de la solución fundamental es inferior a 1000, el error máximo cometido en las identificaciones es del 0,3%, estando comprendido entre 10^{-5} y 10^{-8} en la mayoría de éstas.
- Encontrar soluciones fundamentales con amplitudes inferiores a 1000 para determinar los parámetros de una planta dada no garantiza completar satisfactoriamente la identificación. Esto ocurre con mayor frecuencia con plantas con retardos y/o ganancias altas (Tabla 10).
- Para determinar el valor de los parámetros de una planta a partir de los valores obtenidos en las

diferentes simulaciones realizadas, es preferible utilizar la mediana ya que es más exacta y, cuando existe dispersión en los valores obtenidos en las citadas simulaciones, es más robusta. El error en la identificación al usar la media puede llegar al 2%, mientras el error es inferior al 0,3% si se usa la mediana.

El citado análisis también permite efectuar las siguientes afirmaciones.

Afirmación 3: Si se posee información previa del proceso a identificar, la precisión de los parámetros no depende de la estabilidad de la solución fundamental.

Por ejemplo, el SL formado por el proceso $P(s) = 0.01e^{-0.7s}/(s + 0.1)$ y la DF de diferentes controladores FORE con ancho de banda $\delta = 0.1$ produce las soluciones fundamentales indicadas en la Tabla 4.

Continuando con el proceso del ejemplo anterior, si se conoce el valor de L , las soluciones obtenidas de los parámetros del polo y el retardo de la planta se recogen en la Tabla 5. Si el parámetro que se conoce es el valor de a_p , los valores obtenidos de los parámetros del polo y el retardo de la planta se indican en la Tabla 6. Y por último, si se conoce el valor de K_p , los valores obtenidos de los parámetros del polo y el retardo de la planta se recogen en la Tabla 7.

Del análisis de todos los datos obtenidos se ha comprobado que la precisión de los valores de los parámetros obtenidos cuando se utilizan soluciones fundamentales con amplitudes muy elevadas, en su gran mayoría, pueden presentar un error superior al 1%. En el ejemplo anterior, señalados en negrita, se resaltan las identificaciones obtenidas cuando ocurre esta circunstancia; como puede observarse, estas identificaciones son menos precisas aunque aceptables.

Afirmación 4: Es aconsejable no efectuar identificaciones de plantas tipo SOPTD recurriendo a información previa de las mismas.

Cuando se conocen uno o dos parámetros de la planta, hay identificaciones que son fiables y otras que no, y no se ha encontrado ningún criterio que permita conocer a priori la precisión de la identificación, y de esta forma, elegir las soluciones fundamentales que proporcionan las identificaciones más precisas.

Por ejemplo, sea el sistema de segundo orden

$$P(s) = \frac{0.1e^{-0.7s}}{(s+0.1)(s+1)} \tag{38}$$

Si se conoce un parámetro (K_p o L) es necesario recurrir a dos juegos de parámetros en el controlador FORE para generar dos soluciones fundamentales. Los conjuntos de parámetros utilizados para diferentes experimentos de identificación del proceso indicado se muestran en la Tabla 8. Cada conjunto de parámetros se asocia con la obtención de dos soluciones fundamentales cuyas características de frecuencia y amplitud se utilizan para llevar a cabo la identificación.

Si se conoce L la identificación es precisa. Sin embargo, si se conoce K_p no ocurre lo mismo, como se puede comprobar en la Tabla 9.

Tabla 4: Datos de los ciclos límite aproximados obtenidos del SNL formado por $P(s) = 0.01e^{-0.7s}/(s + 0.1)$ y diferentes parámetros del FORE.

a_c	K_c	ω_{osc}	E_{osc}	Estable ³
-0.01	0.26	0.107	0.130	1
0.02	0.16	0.119	5.350	0
0.02	0.36	0.117	0.124	1
0.05	0.21	0.123	2080.5	0
0.05	0.46	0.125	0.118	1
0.08	0.31	0.135	2384.2	0
0.08	0.51	0.125	0.112	1

Tabla 5: Identificación de $P(s) = 0.01e^{-0.7s}/(s + 0.1)$ conocido L .

ω_{osc}	E_{osc}	Estable	K_p	a_p
0.107	0.130	1	0.01	0.1
0.119	5.350	0	0.01	0.0999
0.117	0.124	1	0.01	0.1
0.123	2080.5	0	0.01006	0.0962
0.125	0.118	1	0.01	0.1
0.135	2384.2	0	0.01005	0.0988
0.125	0.112	1	0.01	0.1

Tabla 6: Identificación de $P(s) = 0.01e^{-0.7s}/(s + 0.1)$ conocido a_p .

ω_{osc}	E_{osc}	Estable	K_p	L
0.107	0.130	1	0.01	0.699
0.119	5.350	0	0.01	0.7
0.117	0.124	1	0.01	0.7
0.123	2080.5	0	0.01020	0.8519
0.125	0.118	1	0.01	0.7
0.135	2384.2	0	0.01008	0.7413
0.125	0.112	1	0.01	0.7

Tabla 7: Identificación de $P(s) = 0.01e^{-0.7s}/(s + 0.1)$ conocido K_p .

ω_{osc}	E_{osc}	Estable	a_p	L
0.107	0.130	1	0.1	0.699
0.119	5.350	0	0.099	0.7
0.117	0.124	1	0.1	0.7
0.123	2080.5	0	0.0947	0.640
0.125	0.118	1	0.1	0.7
0.135	2384.2	0	0.0975	0.651
0.125	0.112	1	0.1	0.7

Afirmación 5: Utilizar ciclos límites aproximadamente sinusoidales en el proceso de identificación de una planta sin conocimiento de los parámetros de la misma no garantiza la obtención de valores precisos de los parámetros.

El sistema en lazo cerrado formado $P(s) = 0.01e^{-0.7s}/[s(s + 0.1)]$ y $F_{\delta=0.5}(s) = 0.91/(s + 0.08)$ presenta un ciclo límite

³ “1” ciclo límite estable; “0” ciclo límite inestable.

sinusoidal (Figura 8), cuyas características son $\omega = 0.1661$ y $E = 0.665$. Para obtener un segundo ciclo límite, se incrementa la ganancia del controlador a $K_c = 0.96$ obteniéndose un segundo ciclo límite con $\omega = 0.1723$ y $E = 0.6863$.

Con la información proporcionada por estos dos ciclos límite, la identificación de los parámetros del proceso produce el siguiente resultado:

$$K_p = 0.0098 \quad a_p = 0.092 \quad L = 0.502$$

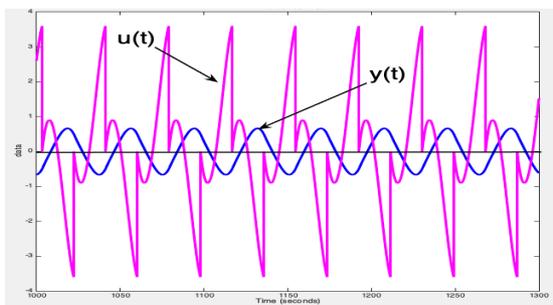


Figura 8: Ciclo límite sinusoidal obtenido con $P(s) = 0.01e^{-0.7s}/[s(s + 0.1)]$ y el controlador $F_{\delta=0.5}(s) = 0.91/(s + 0.08)$.

Es decir, se comete un error del 2.18% en la identificación de K_p ; un error del 7.63% en la del polo y un error del 28.3% en el del retardo.

Afirmación 6: Utilizar ciclos límites que no son aproximadamente sinusoidales en el proceso de identificación de una planta, sin conocimiento previo de los parámetros de la misma, no implica una identificación imprecisa.

En el siguiente ejemplo, el sistema formado por $P(s) = 0.1e^{-10s}/(s + 0.1)$ y $F_{\delta=1}(s) = 0.16/(s - 0.04)$ alcanza un ciclo límite no sinusoidal con $\omega = 0.1076$ y $E = 2.3073$ (ver Figura 9). Dado que es necesario un segundo ciclo límite, se modifica el polo del controlador $F_{\delta=1}(s) = 0.16/(s - 0.01)$, obteniendo en un segundo experimento otro ciclo límite no sinusoidal con $\omega = 0.0967$ y $E = 1.3572$. Con la información de estos dos ciclos, la identificación que de los parámetros de la planta es

$$K_p = 0.0999 \quad a_p = 0.0999 \quad L = 9.999$$

Es decir, se comete un error despreciable en la identificación de los tres parámetros.

4. Resumen del Procedimiento de Identificación

Del análisis efectuado en la Sección 3 se puede concluir que no existe un criterio evidente que permita identificar las soluciones fundamentales que sean apropiadas para realizar una buena identificación, ya que son válidas tanto las sinusoidales como las que no lo son, las estables como las inestables.

Esto es debido a la complejidad de la DF del controlador, que es una función no lineal con unas relaciones complicadas

entre los parámetros del controlador y las características del ciclo límite aproximado. Además, las limitaciones que introduce el uso de la función *fsolve* en los algoritmos de identificación no ayudan a obtener un procedimiento robusto ya que impone en éste sus propias limitaciones.

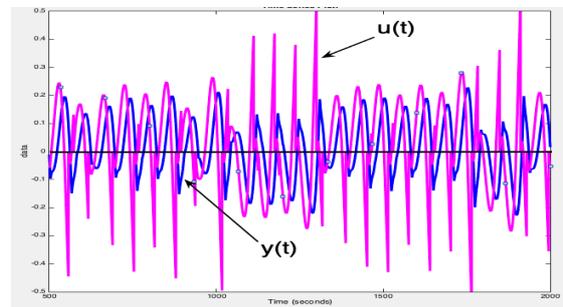


Figura 9: Ciclo límite no sinusoidal obtenido con $P(s) = 0.1e^{-10s}/(s + 0.1)$ y $F_{\delta=1}(s) = 0.16/(s - 0.04)$.

Tabla 8: Conjuntos de parámetros del controlador FORE con $\delta = 1$ y características de los ciclos límite obtenidos.

	a_{c1}	K_{c1}	a_{c2}	K_{c2}	$\omega_{osc 1}$	$E_{osc 1}$	$\omega_{osc 2}$	$E_{osc 2}$
1	-0.04	0.41	-0.04	0.46	0.18	1.03	0.19	1.04
2	-0.04	0.46	-0.04	0.56	0.19	1.04	0.20	1.05
3	-0.04	0.51	-0.04	0.56	0.19	1.04	0.20	1.05
4	-0.04	0.56	-0.04	0.61	0.20	1.05	0.21	1.05
5	-0.04	0.61	-0.04	0.66	0.21	1.05	0.21	1.06

Tabla 9: Identificación de parámetros usando la información de la Tabla 8 y conocido K_p .

Conjunto	a_{p1}	a_{p2}	L
1	0.06162	181.433	16.526
2	0.05969	98.609	8.994
3	0.05733	195.113	17.767
4	0.05514	204.427	18.613
5	0.05293	214.427	19.521

Con el fin de salvar estas limitaciones y basado en las relaciones y conclusiones citadas en la Sección 3 se propone el siguiente procedimiento de identificación:

Paso 1. Buscar parámetros del controlador FORE que permitan al sistema alcanzar ciclos límite y seleccionar aquellos en los que se haya producido el reset del controlador.

Paso 2. Obtener las soluciones fundamentales y seleccionar las que hayan sido determinadas con exactitud (parámetro *exitflag*=1 de la función *fsolve*)⁴.

Paso 3. Si se tiene información previa sobre la planta (sólo FOPTD e IFOPTD), para cada una de las soluciones fundamentales, se identifican el resto de los parámetros.

⁴ Si se disponen de suficientes soluciones fundamentales, con el fin de aumentar la precisión de la identificación descartar aquellas cuya amplitud sea igual o superior a 1000.

Paso 4. Si no se dispone de información previa, para cada par de soluciones fundamentales (FOPTD e IFOPTD) o terna de ellas (SOPTD), se identifican los parámetros y se seleccionan los que hayan sido identificados con exactitud.

Paso 5. Calcular la mediana de cada colección de parámetros que se han obtenido en el Paso 3 o Paso 4.

5. Resultados Experimentales

Para comprobar la validez y precisión del método de identificación propuesto, éste se ha aplicado a diferentes plantas que han sido utilizadas por otros autores para presentar los resultados de sus respectivos métodos de identificación. En el Apéndice B se presentan los resultados.

El nuevo método propuesto proporciona identificaciones para plantas FOPTD, IFOPTD y SOPTD con una precisión igual o superior al resto de los métodos utilizados en la comparativa. El error máximo producido ha sido de 0,05% en la determinación de la ganancia y los polos de la planta de segundo orden con polos iguales. Es importante recalcar que la precisión no depende del ancho de banda del controlador FORE.

La identificación de los valores de la planta de tipo FOPTD ha sido exacta, al igual que el retardo en las plantas del tipo SOPTD. Cuando no se han conseguido los valores exactos de los parámetros, este nuevo método ha mejorado la precisión de la identificación en más de un 80%, excepto en la determinación del retraso de la planta de tipo IFOPTD calculado por Sánchez *et al.* (2018b) en el que se ha producido un aumento de precisión de casi el 59% (ver Tabla 11). En lo que respecta a los errores de estimación para la planta de tipo SOPTD con polos iguales, el incremento de la precisión en la estimación también ha mejorado con relación a los métodos descritos en Sánchez *et al.* (2018b) y Wang *et al.* (2007) (ver Tabla 12). Análogos resultados en la mejora de la precisión se han obtenido con el sistema SOPTD con polos distintos (ver Tabla 13).

Es necesario recalcar, que el incremento de la precisión en las tablas 11, 12 y 13 se ha calculado de la siguiente forma

$$\frac{\%Error\ método - \%Error\ método\ reset}{\%Error\ método} * 100$$

por lo que un 100% de incremento significa que el nuevo método estima el parámetro correctamente de forma que la mejora con respecto a cualquier otro siempre es del 100%.

Desde un punto de vista cualitativo, el método propuesto no presenta grandes diferencias con respecto a métodos similares ya todos se basan en fundamentos similares que son la existencia de ciclos límite generados por las características de la no linealidad (relé, controlador por eventos, controlador reset). La principal ventaja cualitativa que presenta el nuevo método es la posibilidad de integrarlo con un controlador reset y trabajar en un futuro de sistema de autosintonía basado en reset.

A continuación, se va a detallar la aplicación del método propuesto a la planta de tipo FOPTD:

$$P(s) = 0.01 \frac{e^{-10s}}{s+0.1} \tag{39}$$

con un controlador FORE con ancho de banda igual a 0,1 ($\delta=0,1$).

Paso 1. Se realizan las simulaciones del SNL con diferentes valores de los parámetros del controlador FORE. En la Tabla 14 se expone una muestra de los distintos ciclos límites que se obtienen, donde *E* es la amplitud del ciclo límite.

Tabla 10: Ejemplos de procesos identificados.

		FOPTD			IFOPTD		
		δ					
		0.1	0.5	1	0.1	0.5	1
K_p	0.01						
a_p	0.1	✓	✓	✓	✓	✓	✓
L	0.7						
K_p	0.01						
a_p	0.1	✓	✓	✓	✓	✓	✓
L	2.2						
K_p	0.01						
a_p	0.1	✓	✓	✓	✓	✓	✓
L	5						
K_p	0.01						
a_p	0.1	✓	✓	✓	✗	✗	✓
L	10						
K_p	0.1						
a_p	0.1	✓	✓	✓	✗	✓	✓
L	0.7						
K_p	0.1						
a_p	0.1	✓	✓	✓	✓	✓	✓
L	2.2						
K_p	0.1						
a_p	0.1	✓	✓	✓	✓	✓	✓
L	5						
K_p	0.1						
a_p	0.1	✓	✓	✓	✗	✗	✗
L	10						
K_p	1.5						
a_p	0.1	✗	✓	✓	✗	✗	✗
L	0.7						
K_p	1.5						
a_p	0.1	✗	✓	✗	✗	✗	✗
L	2.2						
K_p	1.5						
a_p	10	✗	✓	✓	✗	✗	✗
L	5						
K_p	1.5						
a_p	10	✗	✗	✓	✗	✗	✗
L	10						

Paso 2. En la Tabla 15 se muestra la obtención de soluciones fundamentales resolviendo las ecuaciones (26-27), utilizando la función *fsolve*.

Como se observa, en todos los casos se han encontrado ciclos soluciones fundamentales con la precisión requerida (*Exitflag* = 1).

Dado que se está realizando la identificación de la planta sin tener información previa, el paso 3 no es de aplicación.

Tabla 11: IFOPTD: Incremento de la precisión del nuevo método comparado con el de otros autores.

Parámetros	Sánchez <i>et al.</i> (2018a)	Kaya (2006)	Liu & Gao (2012)
K_p	97.73%	90.40%	99.51%
a_p	96.65%	90.40%	99.16%
L	58.24%	80.31%	92.96%

Tabla 12: SOPTD con polos iguales: Incremento de la precisión del nuevo método comparado con el de otros autores.

Parámetros	Sánchez <i>et al.</i> (2018b)	Wang <i>et al.</i> (2007)
K_p	99,98%	No hay mejora
a_{p1}	99,99%	99,96%
a_{p2}	100%	100%
L	100%	100%

Tabla 13: SOPTD con polos distintos: Incremento de la precisión del nuevo método comparado con el de otros autores.

Parámetros	Sánchez <i>et al.</i> (2018b)	Wang <i>et al.</i> (2007)
K_p	99.98%	100%
a_{p1}	99.99%	99.99%
a_{p2}	99.99%	99.99%
L	100%	100%

Tabla 14: Ciclos límite del SNL.

K_c	a_c	ω	$Var(\omega)$	E	$Var(E)$
1,16	-0,07	0,099	1124,2	2,90	0,099
1,21	-0,07	0,078	341,81	2,23	0,078
0,56	-0,04	0,036	0,0033	0,75	0,036
0,81	-0,04	0,053	20,817	0,94	51,56
0,86	-0,04	0,057	72,476	0,94	15,95
1,01	-0,04	0,063	36,590	0,88	168,3
1,31	-0,04	0,079	21,707	1,02	2,627
1,76	-0,04	0,112	68,921	1,37	80,37
1,81	-0,04	0,108	43,133	0,99	1,553
1,01	-0,01	0,078	0,7589	0,53	0,003
2,01	-0,01	0,106	2E-06	0,53	0,077
2,16	-0,01	0,118	11,897	1,12	195,7

Paso 4. Seguidamente, para llevar a cabo las identificaciones de los parámetros, se realizan tantas identificaciones como emparejamientos distintos se puedan formar con las soluciones fundamentales que cumplen los requisitos citados anteriormente.

Para ello, se resuelve el sistema de ecuaciones (35) con ayuda de la función *fsolve*. Un subconjunto de las 703 simulaciones de identificación se detallan en la tabla del Apéndice A, en la que se puede apreciar que cuando se utiliza una solución fundamental con una amplitud mayor de 1000, o

bien la precisión de los resultados que se obtienen con la función *fsolve* no es buena, o bien se obtienen valores incorrectos (retardos negativos), o bien la precisión de éstos es inferior a la que se hubiera obtenido si se hubiera utilizado soluciones fundamentales con amplitudes inferiores a 1000.

Por esta razón, si se disponen de suficientes identificaciones se desechan las que se han realizado con una solución fundamental cuya amplitud es mayor de 1000.

Paso 5. Para cada uno de los parámetros se calcula la mediana de todas las identificaciones realizadas con soluciones fundamentales cuyas amplitudes (E_{osc}) son inferiores a 1000 y se hayan determinado con una precisión inferior a 10^{-6} (*Exitflag* = 1).

En nuestro ejemplo, el resultado es:

$$K_p = 0.01; a_p = 0.1; L = 10$$

Al comparar estos parámetros con los de la expresión (39) se observa la precisión del método.

En la tabla del Apéndice A, se observan tres identificaciones erróneas (el valor del retardo es negativo) utilizando soluciones fundamentales con amplitudes menores de 1000 y con una terminación de la función *fsolve* precisa.

6. Conclusiones y Trabajos Futuros

En este trabajo se ha analizado la posibilidad de identificar los parámetros de plantas estables tipo FOPTD, IFOPTD y SOPTD en lazo cerrado usando controladores reseteados FORE con banda fija en ausencia de perturbaciones.

Tabla 15: Soluciones fundamentales.

ω	E	ω_{osc}	E_{osc}
0,099	2,90	0,1496	2,9763
0,078	2,23	0,1509	2,6144
0,036	0,75	0,0362	0,7429
0,053	0,94	0,1442	85834,4
0,057	0,94	0,1442	60562,8
0,063	0,88	0,1442	45195,9
0,079	1,02	0,1485	6,3504
0,112	1,37	0,1579	1,8060
0,108	0,99	0,1586	1,6983
0,078	0,53	0,0782	0,5045
0,106	0,53	0,0939	0,5369
0,118	1,12	0,1608	1,7550

Como conclusión principal se puede establecer que el control reseteado puede ser utilizado para realizar identificaciones de plantas y que estas identificaciones, por lo general, son precisas.

Además, el método propuesto, comparado con los otros procedimientos de identificación, se ha relevado más preciso. Otras conclusiones obtenidas tras analizar los datos son:

- No existen relaciones sencillas entre los parámetros ciclos límite aproximados y los del controlador que permitan seleccionar aquellos más idóneos para realizar una identificación precisa, pues estos datos

están ligados a través de la DF del controlador FORE, que es una expresión no lineal.

- La estabilidad del ciclo límite no es un factor para realizar una buena identificación.
- Tanto los ciclos límites aproximados (sinusoidales y no sinusoidales) son válidos para realizar la identificación. Los ciclos no sinusoidales aparecen con retardos y anchuras de banda de reset grandes.
- La elección de la magnitud de la banda del controlador FORE no tiene un efecto significativo sobre la precisión de la identificación, pero cuanto mayor es el ancho de banda mayor debe ser la acción de control, mayor es la probabilidad de identificación de la planta para un mismo rango de parámetros del controlador y mayor el número de ciclos límite aproximados inestables.
- Por último, mencionar que el uso de la función *fsolve* en los algoritmos de obtención de datos e identificación de plantas impone una limitación en estas actividades porque puede que, para algunos ciclos límites, esta función, o bien no sea capaz de obtener solución, aunque exista, o bien si la obtiene esta no es fiable.

Potenciales trabajos futuros son: analizar la validez del procedimiento propuesto en ambientes con ruido y el desarrollo de métodos de autosintonía basados en controladores reseteados. Además, es necesario continuar investigando para extender el método de identificación para otros tipos de plantas estables con polos imaginarios y/o ceros, y para plantas inestables; así como, para otros tipos de controladores reseteados más complejos como, por ejemplo, el PI+CI en ambientes con y sin ruido.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado parcialmente gracias al apoyo del Ministerio de Economía y Competitividad de España a través de los fondos asignados a los proyectos DPI2017-84259-C2-2-R y DPI2016-79278-C2-1-R. Los autores quieren expresar su agradecimiento a Miguel Ángel Davó por su ayuda en el desarrollo de las simulaciones.

Referencias

- Bajarangbali, R., Majhi, S., Pandey, S., 2014. Identification of FOPDT and SOPDT Process Dynamics Using Closed Loop Test. *ISA Trans.* 53, 1223-1231. DOI: 10.1016/j.isatra.2014.05.014
- Bajarangbali, R., Majhi, S., 2017. Estimation of First and Second Order Systems. *Proc. Natl. Acad. Sci., India, Sect. A Phys. Sci.* DOI: 10.1007/s40010-017-0357-6.
- Baños, A., Dormido, S., Barreiro, A., 2011. Limit Cycles Analysis of reset control systems with reset band. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 5, 163-173. DOI: 10.1016/j.nahs.2010.07.004.
- Baños, A., Barreiro, A., 2012a, *Reset Control Systems*, Springer, London, 2012.
- Barreiro A., Baños, A., 2012b. Sistemas de Control Basados en Reset. *RIAI* 9, 329-346. DOI: 10.1016/j.riai.2012.09.007
- Baños, A., Vidal, A., 2012. Design of Reset Control Systems: the PI+CI Compensator. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 134, DOI:10.1115/1.4004773.
- Beschi, M., Dormido, S., Sánchez, J., Visioli, A., Yebra, L. J., 2014. Event-based PI plus Feedforward Control Strategies for a Distributed Solar Collector Field. *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* 22, 1615-1622. DOI: 10.1109/TCST.2013.2279216
- Beschi, M., Dormido, S., Sánchez, J., Visioli, A., 2015a. Closed-Loop Automatic Tuning Technique for an Event-Based PI Controller. *Ind. Eng. Chem. Res.* 54, 6362-6370. DOI: 10.1021/acs.iecr.5b01024
- Beschi, M., Dormido, S., Sánchez, J., Visioli, A., 2015b. An Event-based PI Controller Autotuning Technique for Integral Processes. *Proceedings of the 1st IEEE International Conference on Event-Based Control, Communication, and Signal Processing*; Krakow, Poland. DOI: 10.1109/EBCCSP.2015.7300684
- Chang, R.C., Shen, S.H., Yu, C.C., 1992. Derivation of Transfer Function from Relay Feedback Systems. *Ind. Eng. Chem. Res.* 31, 855-860. DOI: 10.1021/ie00003a030
- Clegg, J.C., 1958. A Nonlinear Integrator for Servomechanisms. *Trans A.I.E.E.* 77, 41-42.
- Davo, M.A., 2015. *Análisis y Diseño de Sistemas de Control Reseteados*. Tesis Doctoral. Universidad de Murcia. <http://hdl.handle.net/10201/46666>
- Friman, M., Waller, K.V., 1997. A Two-Channel Relay for Autotuning. *Ind. Eng. Chem. Res.* 36, 2662-2671. DOI: 10.1021/ie970013u
- Gelb, A., Van der Velde, W. E., 1968. *Multiple-Input Describing Functions and Nonlinear System Design*. McGraw-Hill, New York, NY.
- Gu, D., Ou, L., Wang, P., Zhang, W., 2006. Relay Feedback Autotuning Method for Integrating Processes with Inverse Response and Time Delay. *Ind. Eng. Chem. Res.* 45, 3119-3132. DOI: 10.1021/ie050739n
- Ho, W.K., Feng, E.B., Gan, O.P., 1996. A Novel Relay Auto-Tuning Technique for Processes with Integration. *Control Eng. Prac.* 4, 923-928. DOI: 10.1016/0967-0661(96)00090-1
- Horowitz, I.M., Rosenbaum, P., 1975. Nonlinear Design for Cost of Feedback Reduction in Systems with Large Parameter Uncertainty. *Int. J. Control* 24, 977-1001. DOI: 10.1080/00207177508922051.
- Kaya, I., 2006. Parameter Estimation for Integrating Processes Using Relay Feedback Control under Static Load Disturbances. *Ind. Eng. Chem. Res.* 45, 4726-4731. DOI: 10.1021/ie060270b
- Khalil, H. K., 2002. *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, NJ.
- Li, W., Eskinat, E., Luyben, W.L., 1991. An Improved Autotune Identification Method. *Ind. Eng. Chem. Res.* 30, 1530-41. DOI: 10.1021/ie00055a019
- Liu, T., Wang, Q.G., Huang, H.P., 2013. A Tutorial Review on Process Identification from Step to Relay Feedback Test. *J. Process Control*, 23, 1597-1623. DOI: 10.1016/j.jprocont.2013.08.003
- Liu T, Gao F., 2012. *Industrial Process Identification and Control: Design Step-Test and Relay-Experiment-based Methods*. Springer-Verlag, London, UK.
- Luyben, W. L., 1987. Derivation of Transfer Functions for Highly Nonlinear Distillation Columns. *Ind. Eng. Chem. Res.* 26, 2490-2495. DOI: 10.1021/ie00072a017
- Sánchez, J., Guinaldo, M., Visioli, A., Dormido, S., 2018a. Identification of Process Transfer Function Parameters in Event-based PI Control Loops. *ISA Trans.* 75, 157-171. DOI: 10.1016/j.isatra.2018.01.033
- Sánchez, J., Guinaldo, M., Visioli, A., Dormido, S., 2018b. Enhanced Event-based Identification Procedure for Process Control. *Ind. Eng. Chem. Res.* 57, 7218-7231. DOI: 10.1021/acs.iecr.7b05239
- Scali, C., Marchetti, G., Semino, D., 1999. Relay with Additional Delay for Identification and Autotuning of Completely Unknown Processes. *Ind. Eng. Chem. Res.* 38, 1987-1997. DOI: 10.1021/ie980616l
- Shen, S.H., Wu, J.S., Yu, C.C., 1996. Use of Biased-Relay Feedback for System Identification. *AIChE J.* 42, 1174-1180. DOI: 10.1002/aic.690420431
- Slotine, J.J., Li, W., 1991. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Srinivasan, K., Chidambaram, M., 2003. Modified Relay Feedback Method for Improved System Identification. *Comput. Chem. Eng.* 27, 727-732. DOI: 10.1016/S0098-1354(02)00257-0
- Wang, P., Gu, D., Zhang, W., 2007. Modified Relay Feedback Identification Based on Describing Function Analysis. *Ind. Eng. Chem. Res.* 46, 1538-1546. DOI: 10.1021/ie061141y
- Zaragoza, N., 2018. *Identificación de Plantas Estables en Lazo Cerrado mediante Controladores Reseteados de Banda Fija*. Trabajo Fin de Máster Ingeniería de Sistemas y Control. UNED, Madrid

Apéndice A. Resultados de las identificaciones.

En la siguiente tabla, por razones de espacio, se muestra una selección representativa de los resultados de la identificación de cada una de las parejas de soluciones fundamentales de la Tabla 15 que reúnen los requisitos establecidos (1128 identificaciones).

1ª Solución Fundamental		2ª Solución Fundamental		Identificación Parámetros Planta			Precisión
ω_{osc}	El_{osc}	ω_{2osc}	El_{osc}	K_p	a_p	L	Exitflag
0,143707815	8,191784442	0,036213396	0,742894153	0,01	0,1	10	1
0,143707815	8,191784442	0,040277564	0,70437768	0,01	0,100000005	10,00000016	1
0,143707815	8,191784442	0,14417736	85834,4173	0,111527008	-1,591489946	-4,497143822	3
0,143707815	8,191784442	0,144287018	45195,89289	0,072088367	-1,16022588	-4,264467814	3
0,143707815	8,191784442	0,144319519	59610,13478	0,033301076	-0,548865814	-3,339916716	0
0,143707815	8,191784442	0,145500491	23,05710083	0,008360512	-0,027163136	4,528560504	0
0,143707815	8,191784442	0,147050313	9,812458607	0,01	0,1	10,00000001	1
0,143707815	8,191784442	0,163503413	1,372555734	0,010000001	0,100000007	10,00000022	1
0,143707815	8,191784442	0,163930511	1,320556672	0,01	0,100000001	10,00000003	1
0,146901896	4,254256129	0,14832235	3,48543697	0,016490868	-0,254307224	-1,113924522	0
0,146901896	4,254256129	0,149637425	2,976326431	0,010000015	0,100000464	10,00001478	1
0,146901896	4,254256129	0,150855029	2,614368105	0,009999998	0,099999928	9,99999781	1
0,146901896	4,254256129	0,031107339	0,81152815	0,01	0,100000002	10,00000014	1
0,146901896	4,254256129	0,036213396	0,742894153	0,01	0,100000002	10,00000015	1
0,146901896	4,254256129	0,040277564	0,70437768	0,01	0,100000007	10,00000003	1
0,146901896	4,254256129	0,14417736	85834,4173	0,011473611	0,078136363	9,25595274	3
0,146901896	4,254256129	0,144212619	60562,76944	0,011202785	0,082012315	9,394977096	3
0,146901896	4,254256129	0,144241787	59987,7143	0,010960724	0,085558441	9,519480047	3
0,146901896	4,254256129	0,144287018	45195,89289	0,010544491	0,09178914	9,732004476	4
0,146901896	4,254256129	0,144319519	59610,13478	0,010196839	0,097043459	9,905072956	1
0,146901896	4,254256129	0,152872466	5,128154305	0,009999998	0,099999946	9,999998377	1
0,146901896	4,254256129	0,153993646	4,097242204	0,010000004	0,100000113	10,00000367	1
0,146901896	4,254256129	0,155045902	3,436741532	0,010000001	0,10000001	10,00000041	1
0,146901896	4,254256129	0,156033511	2,977352108	0,01	0,099999986	9,999999655	1
0,146901896	4,254256129	0,092994824	0,535463248	0,01	0,100000004	10,00000022	1
0,040277564	0,70437768	0,09388107	0,536863304	0,01	0,100000008	10,00000043	1
0,040277564	0,70437768	0,094770187	0,538252001	0,01	0,100000008	10,00000042	1
0,040277564	0,70437768	0,160123778	1,870914903	0,01	0,100000005	10,00000013	1
0,040277564	0,70437768	0,160792208	1,755049415	0,01	0,100000005	10,00000015	1
0,040277564	0,70437768	0,161416203	1,656181541	0,01	0,100000005	10,00000013	1
0,144319519	59610,13478	0,156248358	2,087777559	0,010284708	0,099333493	9,980223771	1
0,144319519	59610,13478	0,157078684	1,933746286	0,010287187	0,099375562	9,981592634	1
0,144319519	59610,13478	0,157851308	1,805989633	0,010289338	0,099410108	9,982716253	1
0,144319519	59610,13478	0,158569179	1,698297909	0,010291222	0,099438809	9,983649415	4
0,144319519	59610,13478	0,159234973	1,606271672	0,010292889	0,099463028	9,98443658	3
0,159851105	1,526709713	0,160123778	1,870914903	0,25603798	-4,827989636	-3,10292774	1
0,149044579	30,14491689	0,163930511	1,320556672	0,009999997	0,099999896	9,999997176	1
0,150403633	11,14317702	0,151677582	6,962856396	0,013829916	-0,199895869	0,010688751	0
0,150403633	11,14317702	0,152872466	5,128154305	0,01	0,100000001	10,00000004	1
0,150403633	11,14317702	0,153993646	4,097242204	0,010000001	0,100000321	10,00000985	1
0,150403633	11,14317702	0,155045902	3,436741532	0,010000003	0,100000091	10,0000279	1
0,150403633	11,14317702	0,156033511	2,977352108	0,010000001	0,100000037	10,0000115	1
0,150403633	11,14317702	0,092994824	0,535463248	0,01	0,1	10,00000001	1
0,150403633	11,14317702	0,09388107	0,536863304	0,01	0,1	10	1
0,150403633	11,14317702	0,094770187	0,538252001	0,01	0,1	9,999999999	1
0,150403633	11,14317702	0,160123778	1,870914903	0,01	0,1	10	1
0,150403633	11,14317702	0,160792208	1,755049415	0,01	0,100000005	10,00000016	1
0,150403633	11,14317702	0,161416203	1,656181541	0,01	0,1	10	1
0,150403633	11,14317702	0,161997671	1,570806114	0,01	0,100000006	10,00000018	1
0,150403633	11,14317702	0,162538341	1,496318963	0,01	0,1	10	1
0,150403633	11,14317702	0,163039782	1,430744207	0,01	0,1	10,00000001	1
0,150403633	11,14317702	0,163503413	1,372555734	0,010000001	0,100000001	10,00000032	1
0,150403633	11,14317702	0,163930511	1,320556672	0,01	0,100000002	10,00000005	1
0,09388107	0,536863304	0,163039782	1,430744207	0,612436786	9,783137921	16,59854141	-2
0,09388107	0,536863304	0,163503413	1,372555734	0,617135204	9,866717842	16,5899928	-2
0,09388107	0,536863304	0,163930511	1,320556672	0,01	0,1	10,00000002	1
0,094770187	0,538252001	0,160123778	1,870914903	0,01	0,1	9,999999999	1
0,094770187	0,538252001	0,160792208	1,755049415	0,01	0,100000001	10,00000004	1
0,094770187	0,538252001	0,161416203	1,656181541	0,01	0,1	10,00000001	1
0,094770187	0,538252001	0,161997671	1,570806114	0,01	0,100000001	10,00000004	1
0,163039782	1,430744207	0,163503413	1,372555734	0,253262942	-4,846263521	-2,780282807	1
0,163503413	1,372555734	0,163930511	1,320556672	0,25288169	-4,84855867	-2,737651154	1
Mediana:				0,01	0,1	10	

Apéndice B. Comparativa del modelo propuesto con otros métodos de identificación.

Para realizar la comparación de los resultados obtenidos, se ha optado por utilizar plantas y modelos obtenidos en trabajos de identificación basados en relés dado que no existen métodos de identificación similares, con la excepción de los métodos basados en controlador PI por eventos, cuyos resultados sí han sido incluidos en la comparativa.

Planta real	Método propuesto	Otros métodos
$\frac{e^{-2s}}{10s + 1}$	$\frac{e^{-2s}}{10s + 1}$ $\delta = 1$	$\frac{1.0005e^{-2.0013s}}{10.0061s + 1}$ (Sánchez et al., 2018b) $\frac{0.988e^{-2s}}{8.02s + 1}$ (Li et al., 1991) $\frac{0.999e^{-2.005s}}{8.118s + 1}$ (Shen et al., 1996) $\frac{0.999e^{-2.0s}}{9.9957s + 1}$ (Bajarangbali et al., 2014) $\frac{1.03e^{-2.3s}}{10.03s + 1}$ (Srinivasan and Chidambaram, 2003) $\frac{1.003e^{-1.7857s}}{8.92563s + 1}$ (Sánchez et al., 2018a)
$\frac{e^{-10s}}{s(20s + 1)}$	$\frac{1.00001e^{-9.9981s}}{s(20.0005s + 1)}$ $\delta = 0.5$	$\frac{0.9999e^{-10.0045s}}{s(19.9857s + 1)}$ (Sánchez et al., 2018a) $\frac{e^{-10.0096s}}{s(20.005s + 1)}$ (Kaya, 2006) $\frac{e^{-10.027s}}{s(19.943s + 1)}$ (Liu and Gao, 2012)
$\frac{e^{-2s}}{(2s + 1)^2}$	$\frac{1.00e^{-2s}}{(1.999s + 1)(2.000s + 1)}$ $\delta = 0.1$	$\frac{1.0002e^{-2.0016s}}{3.9992s^2 + 4.0009s + 1}$ (Sánchez et al., 2018b) $\frac{e^{-2.006s}}{4.0003s^2 + 4.0005s + 1.0012}$ (Wang et al., 2007) Soluciones imaginarias (Sánchez et al., 2018a)
$\frac{e^{-0.2s}}{0.5s^2 + 1.5s + 1}$	$\frac{0.99999992e^{-0.2s}}{(0.99999994s + 1)(0.5000001s + 1)}$ $\delta = 0.1$	$\frac{1.0022e^{-0.2010s}}{0.5016s^2 + 1.5020s + 1}$ (Sánchez et al., 2018b) $\frac{e^{-0.220s}}{0.5010s^2 + 1.6088s + 1.4279}$ (Wang et al., 2007) Soluciones imaginarias (Sánchez et al., 2018a)