# GEOMETRÍA *FABRORUM* PARA LA ESTEREOTOMÍA

*Ya hemos incidido en otras publicaciones, sobre la geometría necesaria para resolver los problemas que se le han planteado al arquitecto a lo largo de la historia y su relación con la ciencia geométrica[1]. A la primera, desde la antigüedad, se la conoce como "geometría práctica" o* fabrorum *, a la segunda como "geometría teórica", dos ramas que tienen un mismo origen y un desarrollo distinto.*

**José Antonio Ruíz de la Rosa**
Director del Departamento de EGA de la Universidad de Sevilla
Catedratico de la Universidad de Sevilla

El origen de la geometría es empírico y no se sabe si es antes el huevo o la gallina, si son los oficios quienes demandan el desarrollo geométrico o si es la geometría quien permite avanzar en los oficios. Parece ser lo primero[2], la necesidad aguza el ingenio, el empirismo suple la carencia de conocimientos, y tal necesidad, tesón y experimentación inician un recetario de soluciones geométricas, reflexiones intelectuales, que con el tiempo devienen en ciencia.

Es decir, las necesidades de la Arquitectura, Agrimensura,..., en general los oficios, constituyen el punto de partida de una "técnica geométrica" base de la ciencia geométrica que hoy conocemos, cuyos fundamentos descansan en el material clasificado por Euclides y otros trabajos próximos. Tal *técnica*, geometría práctica, no desaparece tras el logro alcanzado, continúa su camino evolutivo nutriéndose del hijo engendrado, que es el que aportará rigor en la nueva etapa. Esta geometría para los oficios seguirá siendo necesaria, dado que el conocimiento de la ciencia, de la geometría teórica, quedaba fuera del alcance de los artesanos, que continuaron con el uso, aprendizaje y desarrollo de la geometría *fabrorum.*

Desde la más remota antigüedad se hizo necesaria tal geometría, que como se ha dicho, en la etapa clásica adquiere el carácter de *corpus*. Materia que no se ha considerado "culta" por los intelectuales, pero sí resolutiva, de base elemental (aunque científica), suficiente para abordar los problemas de diseño y construcción, fundamento de la Arquitectura.

Seguir la pista de la geometría teórica es complicado, pero abordable documentalmente: Hipias, Nicomedes, Diocles, Apolonio, Arquímedes, Apollinar, Capella, Boecio, Casiodoro, Gundisalino, Fibonaci, o los numerosos estudiosos del periodo islámico, son algunos personajes significativos de cuyos escritos puede restituirse en parte la historia de tal geometría.

*Las necesidades de la Arquitectura constituyen el punto de partida de una "técnica geométrica"*

Por contra, la geometría práctica, la que atañe a la formación del arquitecto, es mucho más compleja de acometer. Se sabe muy poco de épocas remotas, y hay que llegar al siglo tercero para obtener unas primeras y débiles referencias.

Papus de Alejandría[3] establece por primera vez la distinción entre una *mecánica teórica* y otra *práctica* aludiendo a la escuela de Herón (finales del s. II aC)[4]. En época del imperio, Faventino[5] parece seguir esta línea, más próxima al empirismo, a la que perdemos la pista durante la alta edad media. Aparecen referencias hacia 1125-30 con Hugo de San Víctor[6], cuya geometría práctica es un tratado de la medida, la que investiga por medio de los instrumentos, pero siendo el personaje un teórico, su distinción no deja de ser un ejercicio académico.

El latín era la lengua utilizada en los escritos sobre aritmética y geometría por las gentes cultas, personajes formados en las artes liberales. Las lenguas vernáculas las utilizadas por los artesanos, en los oficios, en concreto en la Edad Media, y hay que esperar hasta el siglo XIII para encontrar testimonios escritos que se ocupen de estas materias.

Obras como *"pratike de geometrie"* en dialecto picardo, o el *"cuaderno de notas"* de Villard d'Hônnecourt, maestro cantero del XIII, o *"géométrie pratique"* ms del XIV, etc.[7] , constituyen desde distintos aspectos el corpus de la geometría *fabrorum*, la "técnica de las formas", como anota uno de los autores. Donde los conocimientos de geometría no se toman como valor en sí, sino como instrumento de control formal, y cuyas construcciones se realizan con regla y compás, únicos instrumentos necesarios.

Los tratados tardogóticos que han llegado a nuestros días, publicados a finales del XV y durante el XVI [8], a la par que otros de contenido renacentista, desvelan gran parte del proceder de los maestros canteros y por tanto de sus conocimientos. Se puede apreciar que el papel de la geometría *fabrorum* resulta fundamental para arquitectura tan compleja formalmente como la gótica, a pesar de que los principios geométricos necesarios eran pocos y elementales. Parte de estos principios geométricos se publican en un trabajo realizado en Ratisbona en 1490, por un destacado profesional de la arquitectura gótica centroeuropea, Matthäus Roriczer, bajo el título *"Geometria Deutsch"*[9], un opúsculo con once ilustraciones donde el gran maestro pone por escrito ciertas operaciones geométricas a modo de consejos útiles[10]. Todas las ilustraciones se resuelven con regla y compás, y cumplen su cometido con un grado de precisión sobrado[11], especialmente en el campo de la construcción.

Llegamos al principio de la modernidad con un nuevo estilo de profesional, el arquitecto renacentista, más intelectual, más culto, con más medios, que experimenta con "formas" (resultado de una elección cultural), que proclama el valor propio del "proyecto" (en estos momentos y por primera vez en la historia independiente de la posterior ejecución de las obras). No obstante la tradición pesa, y son numerosos los conocimientos atesorados durante tantos años que permanecen vigentes en el quehacer arquitectónico renacentista.

Como muestra, hemos elegido un profesional excepcional, el arquitecto Hernán Ruiz "el joven", del que tenemos constancia escrita de sus conocimientos, su manuscrito, que recoge con profusión los

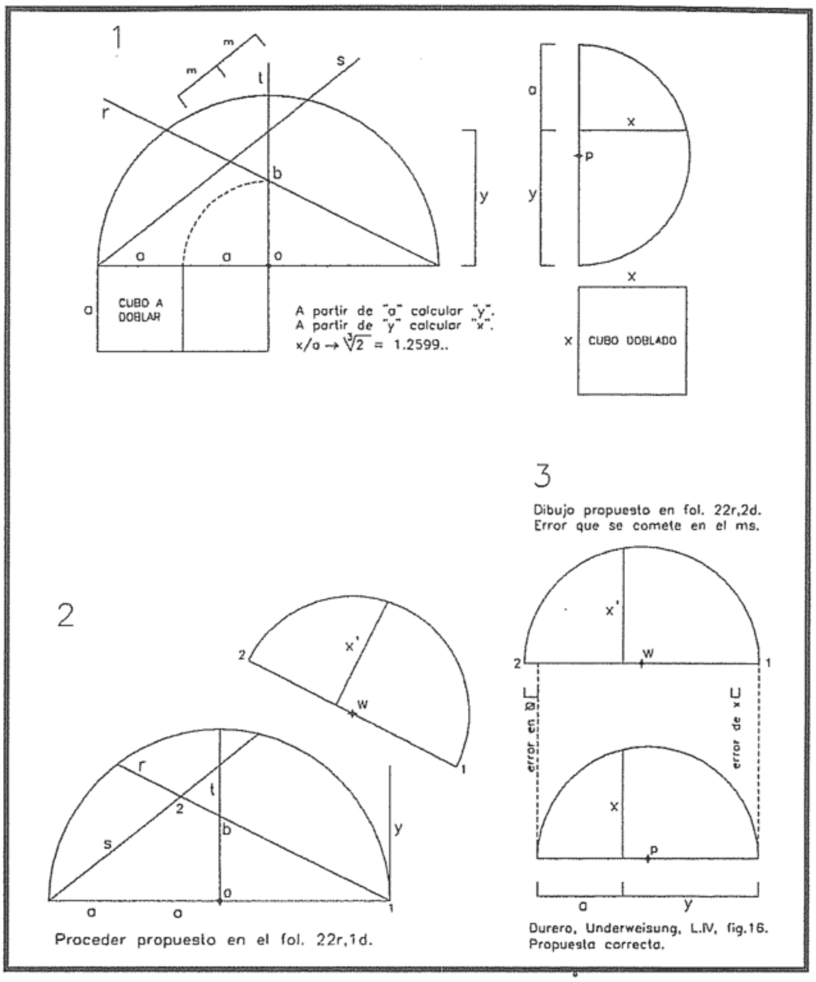



**Figura 1:**
Duplicación del cubo: primer método de aproximación. Proposiciones del libro VI de Euclides
1. Según Durero, "Underweisung", libro IV. fig 16
2. Según ms de Hernán Ruiz: fol 2r
3. Comparación de ambos y error cometido

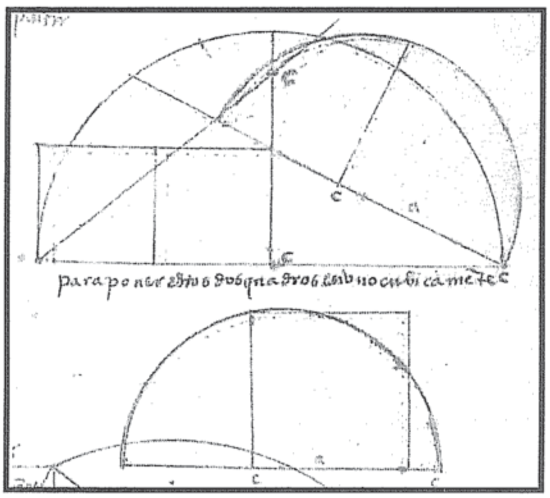


**Figura 2:**
Duplicación del cubo: primer método de aproximación. Proposiciones del libro VI de Euclides Ms de Hernán Ruiz: fol. 22r.

*Llegamos al principio de la modernidad con un nuevo estilo de profesional.*

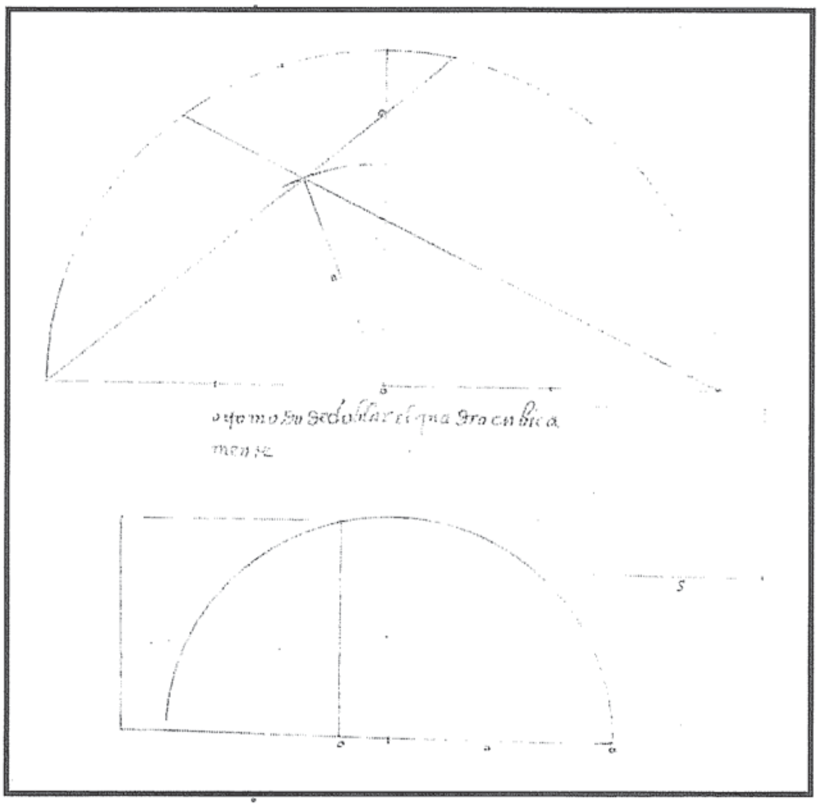


**Figura 3:** Duplicación del cubo: primer método de aproximación Proposiciones del libro VI de Euclides Ms de Hernán Ruiz: fol. 36v. (Variación 1).

conocimientos de geometría del momento entre otras disciplinas propias de estudio de un arquitecto moderno: relojes de sol, órdenes clásicos, trasferente, perspectiva, proporciones, trazas de edificios, anatomía y orfebrería.

Sus aprendizajes del oficio y de la geometría debieron comenzar a temprana edad, de la mano de su padre Hernán Ruiz "el viejo", experto maestro cantero de evidente formación medieval. Así, nuestro autor se inició en el "arte de la geometría", en la acepción que acuña este término en la baja edad media[12], de cuya arquitectura conocemos hoy sobradamente que la base del diseño formal era esencialmente geométrica[13]. Pero, no sólo contaba con esa formación tradicional. Su contacto con la nueva arquitectura emergente y con publicaciones de vanguardia (gracias a la imprenta), más un sólido apoyo teórico estudiado en los tratados, incluido el texto vitruviano (que nuestro personaje traduce parcialmente), el interés por la proporción, tanto la que dimana de la utilización de fórmulas geométricas (a la usanza medieval) como la establecida por la concordancia de razones o relación entre números (más acorde con las nuevas teorías), lo sitúa en primera línea del nuevo tipo de profesional.

Una importante formación como cantero, su innata capacidad para el ejercicio de la arquitectura, y sus ansias de conocimiento, favorecida por el momento histórico, cultural y artístico, le llevó a superar la formación paterna, y con cierto carácter autodidacta, imbuirse en la nueva arquitectura apoyado en el quehacer de arquitectos contemporáneos como Riaño o Siloe; o bien entre tratadistas como Alberti, Durero, Serlio, Vitruvio, etc, como demuestra tanto la relación de libros en propiedad referida en su testamento y desgraciadamente incompleta[14], como algunos textos y dibujos del propio manuscrito, similares o iguales que los de tales tratados.

¿Que geometría aprendió? o mejor ¿qué conocimientos geométricos se entendían necesarios en la formación de un arquitecto de mediados el XVI?, ¿que pudo ofrecer el área geográfica andaluza donde se localiza su actividad? Son preguntas que van íntimamente ligadas al desarrollo social, económico y cultural del entorno: la Sevilla del XVI[15].

El *libro de geometría*, así se llama el capítulo de su manuscrito que aborda esta materia, aunque es indiscutiblemente un trabajo de vocación renacentista, mantiene un fuerte débito con el saber del medievo. Se nutre de numerosas fuentes, especialmente de las tradiciones operantes en arquitectura, y de obras impresas como las citadas de Durero[16] y Serlio [17], aunque en su ms sólo cita a Euclides (quizás la única fuente que no utilizó directamente, pero de obligada referencia por ser matriz).

Pero tales préstamos son analizados, asimilados y mejorados en muchos de los casos, con aportaciones personales lúcidas que implican un compromiso más allá del mero coleccionismo. Los temas específicos de geometría que en él se tratan, constituyen la vanguardia de estos conocimientos: conceptos, instrumentos, elementos básicos (líneas, ángulos, polígonos,...), métrica, construcción de figuras, proposiciones de equivalencia y proporción, y representación de cuerpos (poliedros platónicos) con sus desarrollos planos, incluso secciones planas de conos.

La curiosidad, capacidad reflexiva y analítica de nuestro autor, queda bien reflejada a lo largo de toda la obra, y si bien no parece mucho su aportación personal, si lo es el rendimiento obtenido de su aprendizaje, aportando puntos de vista, apreciaciones y aplicaciones, dentro de un rigor científico demostrado, que convierten el trabajo en un rico legado de gran interés, testimonio único y valioso (a la vanguardia de los conocimientos de la época).

Nuestro autor maneja material avanzado, dificultoso, y a veces duda en sus trazados, a veces comete errores, generalmente con gran capacidad de corrección. Las proposiciones geométricas más complejas no se reflejan como meras recetas de contenido teórico inalcanzable, al contrario, en la mayoría de los casos los dibujos[18] demuestran gran capacidad de comprensión, interpretación, sistematización, y aplicación.

Analicemos, por la brevedad propia de este artículo, tan sólo algunas de las numerosas propuestas que se recogen en el ms, seleccionada por moverse en el límite de la geometría *fabrorum* más avanzada de mediados el XVI. Nos referimos a las soluciones geométricas para el cálculo de raíces cúbicas[19], un problema complejo, histórico e indispensables en el campo profesional. El problema del cálculo gráfico de la raíz cúbica de un número entero, o dicho de otra forma, la solución geométrica para ampliar n veces un cubo, es el antiguo problema de Delos, que se presenta desde los primeros estudios de estereometría, y que tiene sus raíces en las proposiciones del libro VI de Euclides[20].

Nuestro autor parece tomarlo de un experto geómetra de la época, Durero, cuya publicación *"Underweisung"*, en edición latina *("Institutionum Geometricarum")*, probablemente tenía en su poder, en cuyo "libro IV" se abordan tales cálculos, por aproximación, de forma expeditiva.

Con la expresión *"doblar el quadro cúbicamente"*, texto que acompaña a la figura del ms en el folio 22, se está indicando el obtener un cubo de volumen doble a uno dado (aproximación al valor de raíz cúbica de dos). Dicho cubo se representa en proyección (una cara cuadrada) para resolver en geometría plana, siguiendo las directrices establecidas por Durero bajo el epígrafe *"agrandar proporcionalmente el cubo"* (que se asigna el papel de pionero en dar a conocer en lengua vulgar solución tan sofisticada: *"...cosas que, según creo, nunca han sido descrita hasta ahora, a lo menos en lengua vernácula"*).

La propuesta es densa y laboriosa (fig. 1.1) y a ella nos remitimos de forma sintética: tomar dos veces la arista del cubo a doblar (lado *a* del cuadrado) y describir con tal radio un semicírculo de centro o, dibujar la recta *t* perpendicular al diámetro por *o*, trazar la recta *r* que une el extremo del diámetro con el punto *b* (que dista de o la magnitud *a*, lado del cuadrado)[21], desde el otro extremo del diámetro trazar una recta *s* que corte a *[r* y *t]* y a [*t* y circunferencia] según dos segmentos iguales *m* (mediante tanteo con una regla), tomar la magnitud y desde el punto de corte de *[s-t]* hasta el centro o de la circunferencia, llevar sobre una recta cualquiera la magnitud *[y + a]*, y con tal dimensión de diámetro trazar una semicircunferencia, por el punto de unión *[y* con *a]* levantar una perpendicular al diámetro hasta que corte a la circunferencia, dicha magnitud x es la arista del cubo buscado.

Nuestro autor investiga a partir de esta propuesta, y en su ilustración (fig. 2) superpone las dos

*Analizamos las soluciones geométricas para el cálculo de raíces cúbicas.*

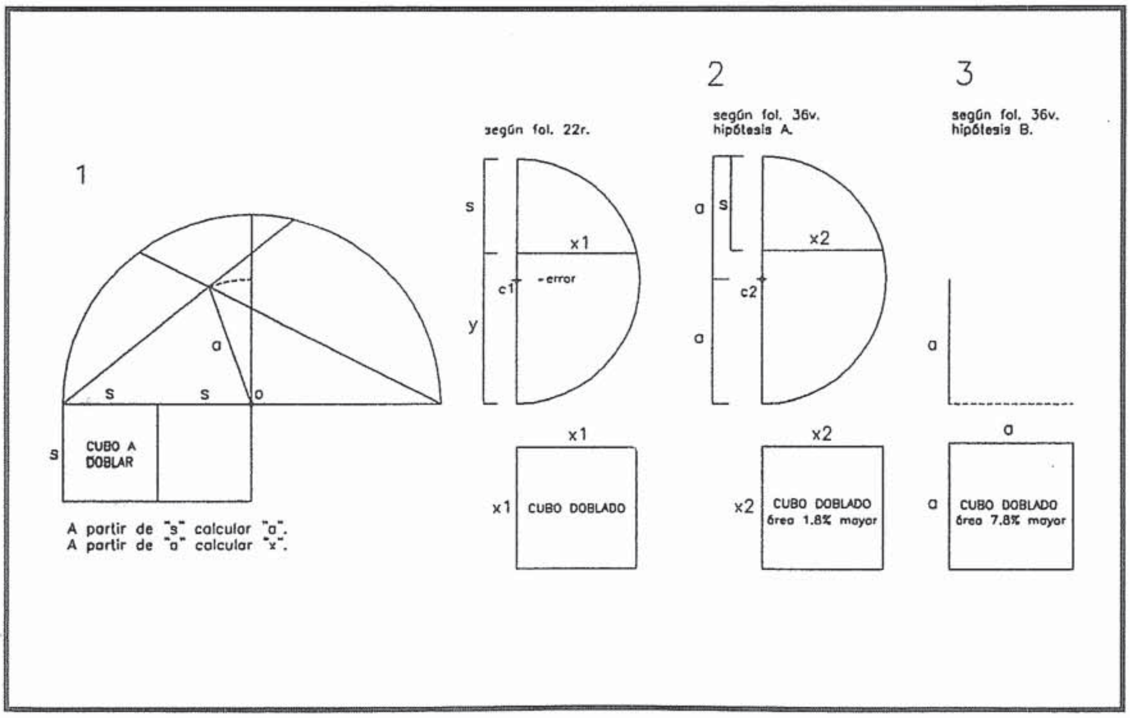
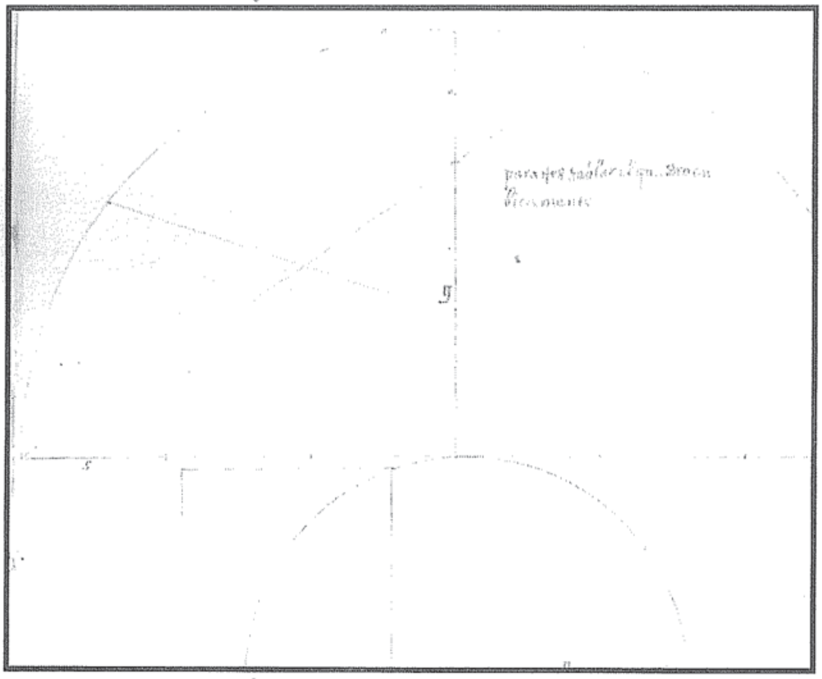



**Figura 4:**
Duplicación del cubo: primer método de aproximación. Proposiciones del libro IV de Euclides.
1. Ms de Hernán Ruiz: fol 36v (Variación sobre el fol. 22r)
2. Hipótesis de A. Tomar "a" como radio de la segunda semicircunferencia.
3. Hipótesis B. Tomar "a" como arista del cubo ampliado.

**Figura 5:**
Triplicación del cubo: primer método de aproximación
Proposiciones del libro VI de Euclides
Ms de Hernán Ruiz: fol. 36 bis. (Variación 2).



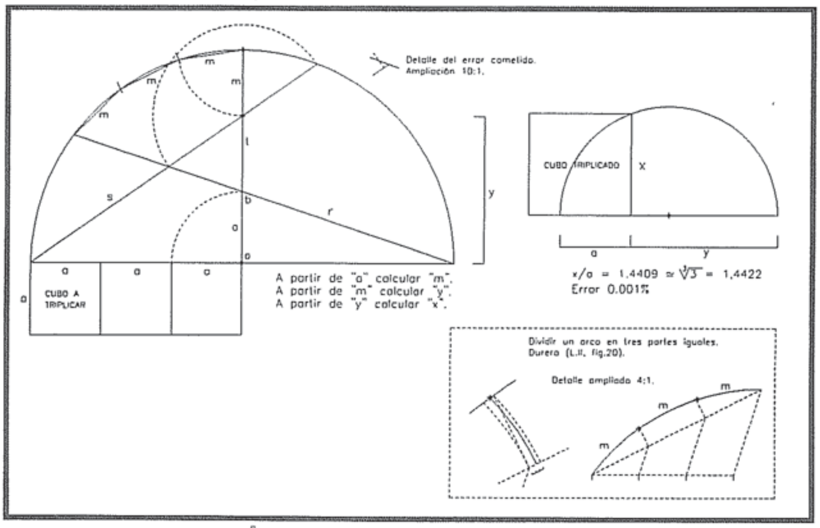



**Figura 6:**
Triplificar el cubo. Método de aproximación. Proposiciones del libro VI de Euclides. (Durero, Underweisung, L.IV, fig 17). Ms de Hernán Ruiz: fol. 36 bis. (Variaciones al fol 22r). Trazado a partir de "m"

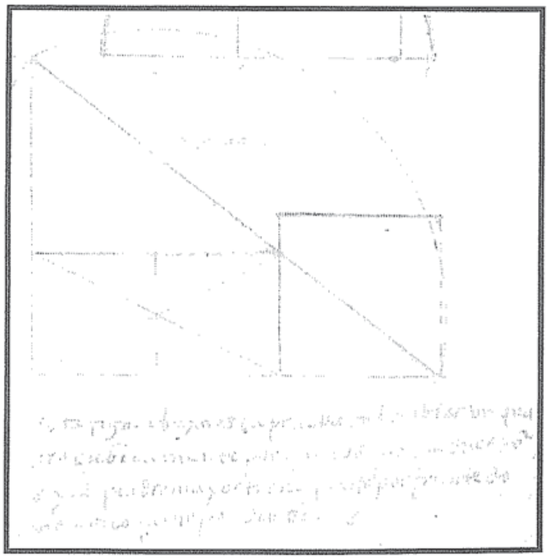


**Figura 7:**
Duplicación del cubo: segundo método de aproximación
Proposiciones del libro VI de Euclides
Ms de Hernán Ruiz: fol. 22r.

construcciones (ver fig. 1.2 donde se analiza la figura 2), encajando el diámetro de la segunda circunferencia *[y + a]* entre el extremo inferior derecho de la primera y el punto intersección de las dos rectas inclinadas *[r* y *s]* (puntos *1* y *2* en el dibujo); ello no es correcto y tal diámetro es más corto en la realidad como puede comprobarse (ver fig. 1.3), aunque el error que se comete no es excesivo. Continúa su análisis a la búsqueda de soluciones más inmediatas (de mayor economía gráfica), y en el folio 36v (fig. 3) ofrece nueva e interesante variante[22] que por escasez de texto explicativo a pie de figura, *"otro modo de doblar el quadro cúbicamente"*, se puede interpretar según dos hipótesis (fig. 4): la primera se apoya en cierta letra "a" (grafiada algo borrosa), que designa el segmento de magnitud [*o* intersección *r-s*] y parece indicar en la ilustración inferior que se toma como radio para el segundo semicírculo (ver fig. 4.2); la segunda hipótesis que planteamos elimina la necesidad del segundo semicírculo, y obtiene la arista del cubo ampliado *(x)* directamente del valor *"a"* (fig. 4.3). Tanto en un caso como otro, el error que se comete es pequeño al adoptar dicha aproximación, especialmente en la primera hipótesis, cuyo error es despreciable.

En el folio 36 bis (fig. 5), se resuelve un ejemplo de triplicar el cubo por la misma fórmula. La arista del cubo a triplicar, acotada con *"s"* en el dibujo, se aplica tres veces para determinar el radio de la semicircunferencia primera, y como es obligado, la recta inclinada (más baja) pasa a 1/3 del radio vertical (que se encuentra dividido en tres partes iguales por líneas incisas). Esta ilustración también aporta una reflexión muy interesante que no se encuentra en la ilustración de Durero, el arco (superior izquierda) limitado entre la recta inclinada más baja y el radio vertical, está dividido en tres partes iguales, una de cuyas cuerdas se ha llevado sobre el radio vertical (desde el extremo más alto hacia abajo) para determinar el punto de corte de la otra recta inclinada (hay una pequeña letra *"a"* que acota ambos), con ello se evita el engorroso tanteo para obtener dicho punto, aunque hay que resolver la conflictiva división de un arco en tres partes iguales[23]. El cuadrado pequeño que se representa (fig. 6) es la cara del cubo de partida, el grande, la del cubo buscado, además se han incorporado unas líneas auxiliares que reflejan el proceder, el error cometido, y una posible solución a la división en tres partes del arco, tomada igualmente de Durero (libro II), aunque la propuesta dibujada en el ms parece resolver por tanteo.

Otro modo de resolver el mismo problema se deriva igualmente de Durero (libro IV) bajo el epígrafe *"manera de encontrar dos líneas proporcionales a dos líneas impares"* (cuyo texto explica en extenso el

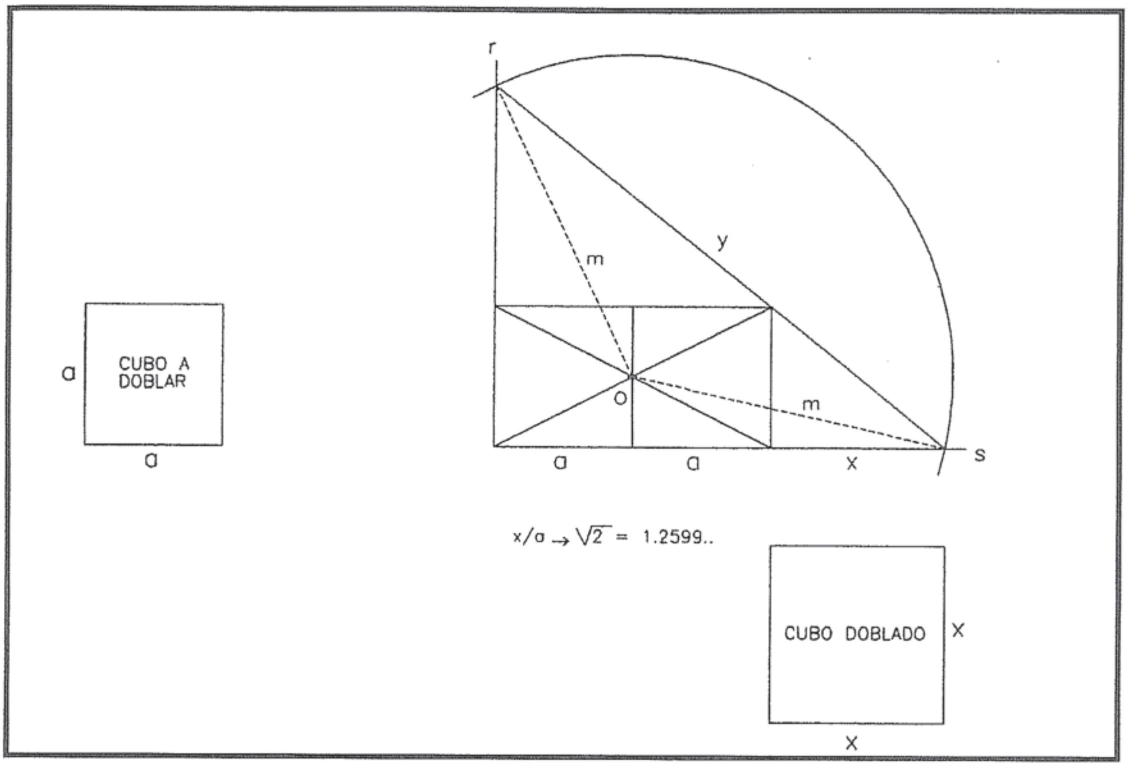



**Figura 8:**
Duplicación del cubo: segundo método de aproximación. Proposiciones del libro IV de Euclides. (Durero, libro IV, fig 23). Ms de Hernán Ruiz: fol 22r

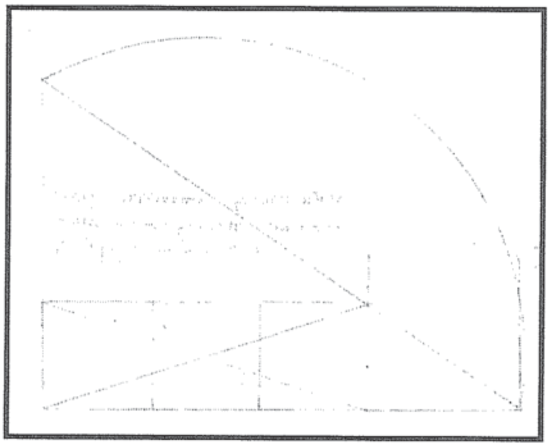


**Figura 9:**
Triplicación del cubo: segundo método de aproximación
Proposiciones del libro VI de Euclides
Ms de Hernán Ruiz: fol. 22v.

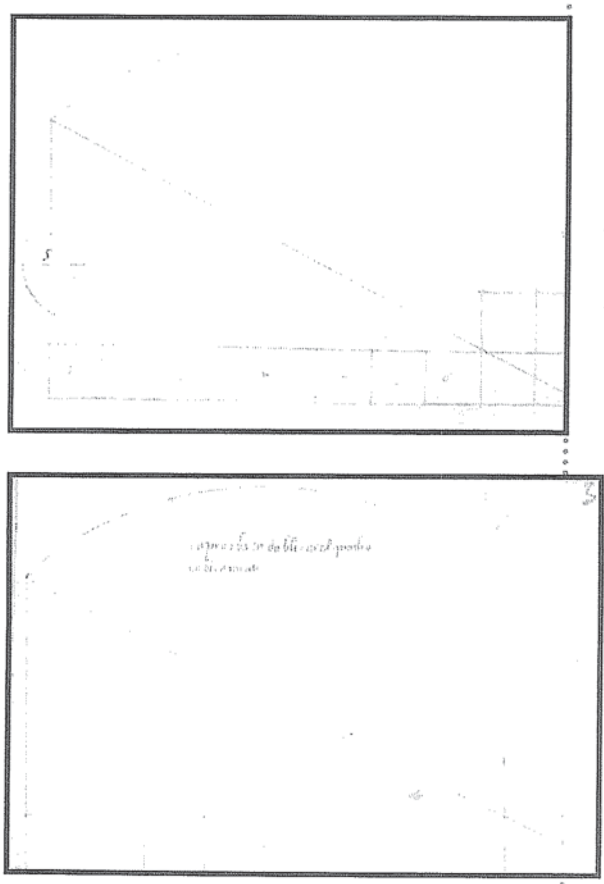


**Figura 10.1 y 10.2:**
Octuplicar el cubo: segundo método de aproximación
Proposiciones del libro VI de Euclides
Ms de Hernán Ruiz: fol. 22r y 36 bis.
"Prueba".
Procedimiento exacto

proceso aludiendo a las proposiciones 8 y 15 del libro sexto de Euclides). Nuestro autor nos ofrece seis ejercicios sobre esta nueva fórmula para resolver el problema, el primero en el folio 22 con el escueto comentario *"otro modo"* (fig. 7). De forma abreviada, la operativa es la siguiente: dado un cubo que se pretende doblar, proyectado según un cuadrado, dibujar un rectángulo formado por dos de tales cuadrados (fig. 8), prolongar dos de sus lados perpendiculares (rectas *"r"* y *"s"* respectivas), por el vértice libre del rectángulo trazar una recta *"y"* que corte a *"r"* y *"s"* en dos puntos equidistantes del centro de dicho rectángulo *"o"* (segmentos *m*), la distancia *"x"* entre el punto de corte *[s-y]* y el vértice más próximo del rectángulo es la arista del cubo buscado. De la misma época tenemos una propuesta similar de Cristóbal de Rojas[24], también acompañada de texto, que incluso cita a Euclides *"como fe prueua por la 12.difinició del 5.de Euclides, y por la 36.del undecimo,..."* (definiciones que tratan de proporcionalidad entre rectas). En realidad las construcciones de estas figuras están basadas en proposiciones del libro VI de Euclides, como ya se ha indicado, especialmente la 8, 13, y 17.

El mismo dibujo se ofrece en el folio 36v con un texto algo más dilatado, bastante desordenado en las ideas hasta el punto de ser conflictivo: *"esta figura demuestra doblar el quadro cúbycamente y tres doblallo por la mis (sic) regla: si quieres tresdoblar o quatrodoblar poniendo tres cuadros, si quieres tresdoblar poniendo el punto en medio de los tres quadros"*.

En un folio anterior (22v) ya había representado un ejemplo de triplicar el cubo (fig. 9), lógicamente a partir de tres cuadrados (cubos), como procedía e indicaba Durero, y así lo expresa en el texto que acompaña la figura *"...poner estos tres quadros en uno cúbicamente..."*. La misma figura repite en el folio 37r bajo el epígrafe *"para tresdoblar el quadro cúbicamente"*, donde "tresdoblar" quiere indicar triplicar. Una lectura general de los textos demuestra fácilmente que nuestro autor utiliza el calificativo "doblar" por aumentar, anteponiendo el número de veces que debe hacerse.

Para rematar una faena de análisis y comprensión completa, nuestro autor nos ofrece dos dibujos de un mismo ejemplo, a modo de comprobación de que la fórmula es correcta y en casos concretos su componente aproximativa se convierte en exacta. Ello ocurre cuando se pretende obtener la raíz cúbica de un número entero que admite solución entera, y nuestro autor elige el más sencillo posible, el 8, cuya raíz cúbica es 2. El siguiente sería el 27, pero la representación gráfica sería más tediosa e igualmente demostrativa[25]. En el folio 22, bajo texto preciso *"esta figura baxa* (léase última del folio) *es la prueba del doblar un quadro cúbicamente, porque los quadradicos son 8 y el quadrado mayor tiene cuatro por frente doblándolo quatro por dos son 8"*, el autor representa la forma de octuplicar el cubo (fig. 10.1) y lo llama "prueba". La misma propuesta se repite en el folio 36 bis con el mismo error en el sintético texto *"la prueba de duplicar el quadro cúbicamente"* (fig. 10.2).

Los ocho pequeños cubos están alineados tal como manda la norma general, y el poliedro resultado se representa dividido en cuatro partes para indicar gráficamente que su volumen ocupa justamente los 8 cubos de partida (dos en fondo por cuatro, como indica el propio texto) (fig. 11). La propuesta es elemental por su lógica, pero el texto no explicita con claridad el aumento que se pretende al indicar *"...prueba del doblar un quadro cúbicamente"*. La palabra "doblar", ampliar dos veces, es incorrecta para expresar octuplicar, o al menos ambigua si atendemos a la acepción más genérica (ampliar) tal como parece utilizar el autor, ya que en este ejemplo queda cuantificada la ampliación e incluso los cuadrados están numerados (ver fig. 10.1).

Hernán Ruiz II, también llamado "el joven", arquitecto significativo de una saga familiar muy ligada al territorio andaluz, especialmente a Sevilla, en una época dorada para la ciudad, de vanguardia cultural y científica, no sólo estaba instruido en lo más avanzado de la arquitectura del momento, no sólo disponía de una biblioteca envidiable, quizás no numerosa pero sí selecta, no sólo acumulaba y estudiaba información de vanguardia, ..., cargado de curiosidad científica, intuitivo, buen observador y eficaz analista, nos ofrece en su manuscrito unas innovadoras propuestas, que con mayor o menor exactitud (pero con error admisible en el campo de la construcción), demuestran hasta que punto los profesionales impulsaron la geometría *fabrorum* llevándola al límite de sus posibilidades como geometría práctica, haciendo converger dos caminos paralelos, el de la teoría y la práctica, fundiéndolos desde este momento en un mismo tronco, tal como ha llegado a nuestros días. ◆

*A la "geometría práctica" se la conoce como fabrorum*

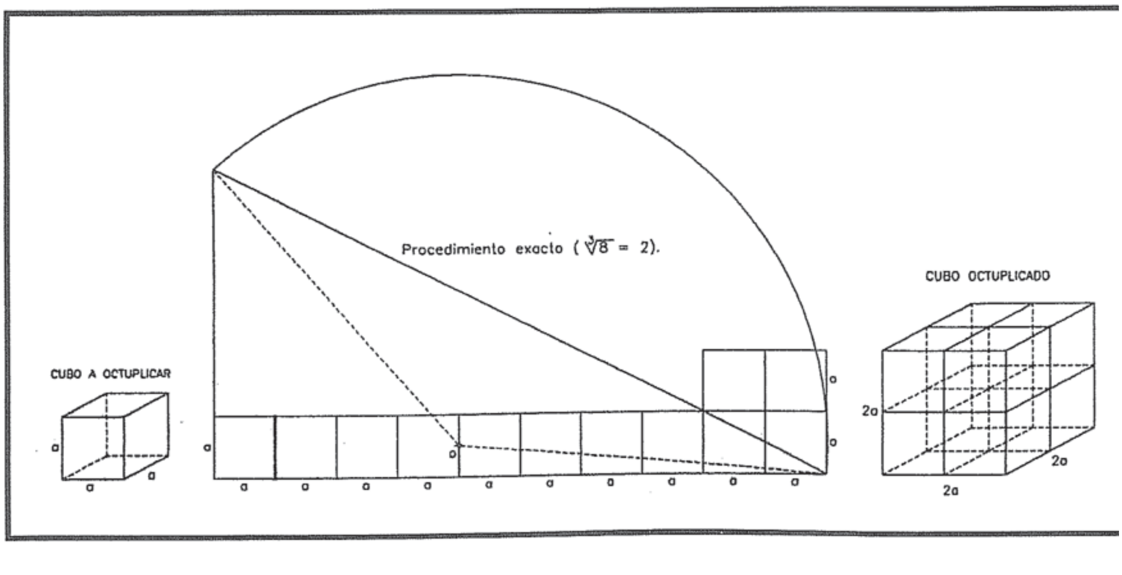



**Figura 11:** Ampliación del cubo: segundo método de aproximación. Proposiciones del libro IV de Euclides. Ms de Hernán Ruiz: fol 22r. "Prueba" de la ampliación: Procedimiento exacto

NOTAS

1.- RUIZ, J. A. *Traza y simetría de la Arquitectura*, Universidad de Sevilla, 1987, 195 ss

2.- Cfr. REY, A. La Ciencia Oriental antes de los griegos, México, 1959.

3.- PAPPUS, Sinagoge mazematique. Cfr G. DOWNEY, "Byzantine Architects: their training and methods", *Byzantion*, 18, 1946-48, 106 ss.

4.- HULTSCH, *Heronis Alexandrini geometricorum et stereometricorum reliquiae*, Berlin, 1864.

5.- FAVENTINO, M.C. *Compendio de Arquitectura*, París, 1540.

6.- SAN VICTOR, H. *Geometria Practicae*, ms, París. Cfr. R. BARON, "Sur l'introduction en Occident des termes 'geometria theorica et practica'", *Revue d'Histoire des Sciences et de leurs applications*, VIII, 1955, 298 ss.

7.- Los originales de las publicaciones referidas se encuentran en la BN de París. Alguno como el de Villard está suficientemente difundido en publicaciones recientes, la más moderna en Fuentes de Arte 9 de la Ed. Akal, Madrid, 1991.

8.- RORICZER, *Büchlein von der fialen gerechtigkeit*, ms en Colonia, Ratisbona, 1486. O *Wimpergbüchlein*, ms también en Colonia. SCHMUTTERMAYER, *Fialenbüchlein*, incunable de 1498 en Nuremberg. LECHLER, *Unterweisung*, ms en Colonia de 1516. O los tratados menos conocidos de RITXNER (1445-1515); STROMER, (1561-1614) etc. Un estudio reciente, SHELBY, L.R. *Gothic design techniques*, Southern Illinois U.P. 1977.

9.- RORICZER, M. *Geometria Deutch*, ed. org. Würzburg, Ratisbona, 1490. Cfr. Shelby, op cit.

10.- En síntesis se desarrolla: a) la determinación de dos rectas perpendiculares entre sí; b, c, d) trazado de un pentágono, heptágono y octógono regular; e) cálculo gráfico del desarrollo de una circunferencia; f) determinar el centro de un arco; g) obtener un triángulo de área igual a la de un cuadrado dado o viceversa.

11.- Un somero análisis basta para comprobar que tres construcciones son exactas (apartados a,d,f) y cuatro resuelven por aproximación (apartados b,c,e,g). En la determinación gráfica del desarrollo de la circunferencia (apartado e) se obtiene un valor de B=22/7=3,1428 (aproximación de milésima). En la igualdad de áreas entre cuadrado y triángulo (apartado g), el valor de /3 = 16/9 = 1,777 (aproximación de centésima).

12.- Por los testimonios escritos que nos han llegado, se sabe que la Geometría era la ciencia fundamental en Arquitectura. Son elocuentes frases como: "La masonería es el arte derivado de la geometría, y es la más noble de las artes" (MS Regius, XIV). "La geometría es el principio de todas las demás ciencias y no puede realizarse obra alguna que no tenga su razón y causa en la geometría. Del mismo modo la masonería es la más importante de todas las artes, pues no es sino la aplicación de la geometría" (MS Cooke, 1430-40). "La geometría es la ciencia fundamental para el cantero" (Ordenanza de 1347). "El arte sin ciencia no es nada" (Actas de Milán, 1400). "Aquí comienza la importancia del trazado de la figura, así como de la geometría, que enseña a trabajarla con mayor soltura..." (Cuaderno de Villard, XIII). Etc.

13.- Cfr. RUIZ, *Traza* ..., 263 ss.

14.- LOPEZ MARTINEZ, C. *Desde Jerónimo Hernández hasta Martínez Montañés*, Sevilla, 1929, 138-40.

15.- En esta avanzada ciudad se sigue suscitando un debate de arraigo medieval, la conveniencia o no de traducir del latín a lengua vernácula los saberes de geometría, pues al decir de los sesudos que monopolizaban la ciencia "el andar las fcientias en lengua vulgar es hazerlas Mechanicas". ÇAMORANO, R. *Los seis libros primeros de la geometria de Euclides*, Sevilla, 1576, 7v. Esto es indicativo de que aún perduraban las dos ramas de la geometría, la teórica y la práctica, y aquel que procediera del mundo de los oficios tendría que aplicarse a conciencia para instruirse en la aún secretísima ciencia.

16.- "...geometría, sin la cual ninguno puede hacerse o ser un artista perfecto... Puesto que la misma es el verdadero fundamento de todo el arte del dibujo, me pareció conveniente escribir para los alumnos estudiosos ciertos rudimentos, con lo cual les proporcionaré ocasión de usar el compás y la regla y, consiguientemente, de percibir la verdad...En que grado de honor y dignidad haya sido tenido entre los griegos y los romanos este arte, los libros antiguos lo atestiguan suficientemente, aunque después se haya casi perdido y permaneció oculto más de mil años y ahora finalmente,...haya salido a la luz gracias a algunos italianos. Pues las artes fácilmente se pierden y perecen por completo; por el contrario se recuperan difícilmente y después de largo tiempo". DÜRER, A. *Underweysung der messung*, Nuremberg, 1525. (Ed. facsímil Collegium Graphicum, Portland, Oregon, 1972). / DURERUS, A. *Inftitutionum Geometricarum*, Paris, 1535. (Ed. trad. español, Univ. Nac. Aut. de México, 1987, xxii).

17.- SERLIO, S. *D'Architettura, et Prospetiva*, Paris, 1545.

18.- Tanto los incisos con punzón que constituyen la trama y planificación previa de los dibujos, como el resultado final grafiado con tinta.

19.- Estas propuestas se ilustran en los folios: 22, 22v, 36v, 36bis, y 37 del ms.

20.- Para la obra de Euclides se ha consultado la traducción al castellano de los *Elementos* realizada por Puertas Castaño, M.L., Madrid, 1991-96, que sigue el texto griego fijado por Heiberg, *Euclidis opera omnia*, Leipzig 1883-86, y la revisión hecha por Stamatis, *Euclides Elementa*, Leipzig, 1969-73.

21.- En este caso que el radio de la semicircunferencia vale *2a*, el punto *b* es el centro (1/2) del segmento radio vertical. Si se triplicara el cubo, como el radio sería *3a*, el punto *b* estaría a 1/3 del centro *o*, si se cuadruplicara, a 1/4, etc.

22.- La autoría de esta propuesta es una hipótesis, aunque es admisible pensar tanto que se trata de una reflexión personal del autor, como de un débito a alguna fuente desconocida.

23.- Supongo que por procedimientos de tanteo similares al utilizado por Durero (libro II, fig. 20), solución práctica, por aproximación, muy en la línea de la *geometria fabrorum* tantas veces comentada.

24.- DE ROJAS, C. *Teórica y práctica de Fortificaciones*, Madrid, 1598, 79 ss. Nos referimos a la segunda parte, cap. XXI, "que enfeña una regla de Geometria, para duplicar y partir cuerpo cubicos, y hazer el calibo". El dibujo que adjunta es similar al del ms. (El término "calibo" quiere decir "calibro", calibrar, de uso en artillería para las balas, según se desprende del texto).

25.- La fórmula gráfica para calcular por aproximación la raíz cúbica de **n** siendo **n** cualquier número entero (es decir, ampliar 2, 3, 4,...el volumen de un cubo), se convierte en un proceso gráfico exacto cuando el número de veces a ampliar (8, 27, 64,...) tiene por raíz cúbica un número entero (2, 3, 4,...). ◆