

Detección y Localización de Ruptura Súbita mediante Transformada Wavelet Discreta y Correlación Cruzada

Eduardo Trutié-Carrero^{a,*}, Damian Valdés-Santiago^b, Ángela León-Mecías^b, Jorge Ramírez-Beltrán^a

^aCentro de Investigaciones Hidráulicas, Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría, Calle 114, No. 11901. e/ Ciclovía y Rotonda, Marianao, 19390, La Habana, Cuba.

^bDepartamento de Matemática Aplicada, Facultad de Matemática y Computación, Universidad de La Habana, Edificio Felipe Poey, San Lázaro y L, Vedado, Plaza de la Revolución, 10400, La Habana, Cuba.

Resumen

La ruptura súbita en los sistemas de distribución de agua provoca gran pérdida de este recurso natural, interrumpe el abastecimiento, daña las calles y edificaciones y aumenta la transmisión de enfermedades infecciosas. En este artículo se propone un nuevo algoritmo que permite la detección y localización automática de rupturas súbitas en los sistemas de distribución de agua. En cuanto a la detección, la novedad consiste en usar el criterio de correlación wavelet para computar la decisión estadística y compararla con un umbral de detección. La novedad en la localización consiste en usar el operador estadístico correlación cruzada. El algoritmo se implementó en Octave y fue validado con 32 señales adquiridas en el laboratorio en una tubería de acero de 26.7 m de longitud. En 16 señales se provocó ruptura súbita las cuales fueron detectadas bajo una probabilidad de falsos positivos de 2 %. No se presentaron falsos positivos en las 16 señales donde solamente estaba la presencia de ruido.

Palabras Clave:

singularidad, transformada wavelet, detección, estimación.

Burst Detection and Localization using Discrete Wavelet Transform and Cross-Correlation

Abstract

Burst in water distribution systems causes great loss of this natural resource, interrupts the water supply, damages the streets, builds and increases the transmission of infectious diseases. In this paper we propose a new algorithm that allows the detection and automatic localization of burst in water distribution systems. As for detection, the novelty is to use the wavelet correlation criterion to compute the statistical decision and compare it with a detection threshold. The novelty in the localization is to use the statistical operator cross-correlation. The algorithm was implemented in Octave and was validated with 32 signals acquired in the laboratory in a 26.7 m long steel pipe. In 16 signals burst were triggered which were detected under a false positive probability of 2 %. No false positives were present on the 16 signals where only noise was present.

Keywords:

singularity, wavelet transform, detection, estimation.

1. Introducción

En los últimos años ha existido un gran interés en los acueductos por el consumo innecesario del agua. La pérdida de este recurso natural en los Sistemas de Distribución de Agua (SDA) está asociada a diversos factores como: el acelerado crecimiento

de la población, la rápida urbanización y los insostenibles patrones de consumo que hacen de la red un complejo escenario para el cual no fueron diseñadas ni estructuradas (Rathnayaka et al., 2016). A estos factores también se les suma el derroche innecesario de los clientes, las conexiones ilegales y las fugas asociadas a fallos en el SDA, provocando que la pérdida

*Autor para correspondencia: eduardotrutie@gmail.com

To cite this article: Eduardo Trutié-Carrero, Damian Valdés-Santiago, Ángela León-Mecías, Jorge Ramírez-Beltrán. 2018. Burst Detection and Localization using DiscreteWavelet Transform and Cross-Correlation. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 15, 211-216. <https://doi.org/10.4995/riai.2017.8738>

Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4,0 International (CC BY-NC-ND 4,0)

de agua anual exceda el 30 % del volumen insertado (Ebacher et al., 2010).

Las fugas ocasionadas se clasifican en ruptura súbita (*burst*) y fugas de fondo (fugas muy pequeñas que ocurren en tanques, juntas de tubería y errores de ensamblajes (Martini et al., 2013)). A pesar de que esta última contribuye a la pérdida de agua, la ruptura súbita representa un volumen mayor provocando un aumento en la perturbación del sistema. Además, este tipo de fuga provoca la interrupción del suministro de agua, puede dañar las calles y edificaciones y eleva los costos por reparación del SDA. En la Figura 1 se observan los tiempos que intervienen en el ciclo de vida de dicho evento.

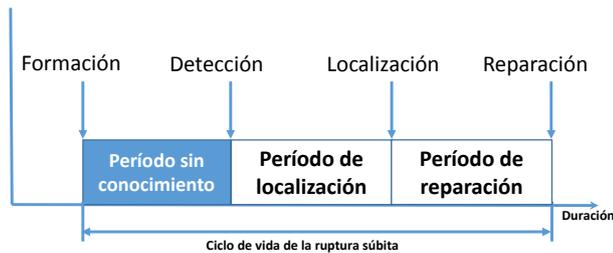


Figura 1: Ciclo de vida de la ruptura súbita.

Debido a los motivos mencionados, en los SDA se llevan a cabo una serie de acciones mostradas en la Figura 1 para reparar la ruptura súbita. Cada una de estas acciones presenta un período de reconocimiento el cual provoca que aumente el retardo existente entre las fases de detección, localización y reparación de la ruptura súbita desde el momento que se generó. Mientras mayor sea este retardo mejores serán las consecuencias adversas de la ruptura súbita.

Por la importancia que presenta la detección y localización de la ruptura súbita, en la comunidad científica se observan dos paradigmas compuestos por técnicas que permiten detectar y localizar estos fenómenos indeseados. El primero adquiere datos a través de los sistemas de Supervisión, Control y Adquisición de Datos (SCADA, por sus siglas en inglés) con un período de muestreo que típicamente se encuentra entre 5 y 15 minutos, debido a que este período de muestreo provee un balance razonable entre el volumen de datos y la definición de patrones diarios, también permite obtener una buena representación de la dinámica del fluido en la red (Mounce, 2012). El segundo paradigma utiliza un período de muestreo mucho más pequeño para lograr una mejor apreciación del instante en el que se generó la ruptura súbita, utilizando para la adquisición de los datos tecnología de sensores inalámbricos desplegada por el SDA con dispositivos de bajo costo, posibilitando monitorizar la infraestructura en tiempo real (Srirangarajan et al., 2013).

Entre los trabajos reportados en el primer paradigma se encuentra. Ye y Fenner plantean un método para la detección de ruptura súbita usando un filtro adaptativo de Kalman (Ye and Fenner, 2011). Este algoritmo calcula la diferencia entre la predicción y la medición de la presión de agua cuantificando su variación en el SDA. Dicho proceder no explicita la probabilidad de falsos positivos ni da a conocer la existencia de un umbral que permita automatizar el procedimiento de detección.

Estos autores también estudiaron alarmas contra ruptura

súbita y frecuencia de muestreo en un SDA (Ye and Fenner, 2014). Esta investigación aborda cómo los cambios del residuo en el filtrado afectan al suceso de alarmas de ruptura súbita y presentan un método estadístico para seleccionar automáticamente un umbral residual adecuado. Esta investigación tiene como desventaja que no brinda la probabilidad de falsos positivos que se genera al realizar la detección automática.

A pesar de los resultados alcanzados utilizando estas técnicas, la principal dificultad que estas presentan es que no son capaces de detectar y localizar la ruptura súbita en el momento que se genera. Lo que provoca que el ciclo de vida de la ruptura súbita no disminuya, aumentando los costos.

La Figura 1 sugiere que la manera más eficiente de disminuir los problemas originados por la ruptura súbita es detectarla y localizarla en el momento que se genera, lo cual tiene como ventaja que se disminuye trayendo como ventaja que disminuya el ciclo de vida de la ruptura súbita y se deriva rápidamente al proceso de reparación, dando paso a la existencia del segundo paradigma.

Uno de los enfoques para la detección de la ruptura súbita es la aplicación de la Transformada Wavelet Discreta (TWD). La TWD permite descomponer la señal en coeficientes de aproximación y de detalle, obteniendo una mejor resolución temporal respecto a otros algoritmos para procesar señales como la transformada de Fourier y la transformada de Gabor. En estos dos últimos algoritmos no se tiene una buena localización tiempo-frecuencia (Mallat, 1999).

Los coeficientes de detalle son útiles en el análisis de rupturas súbitas pues facilitan la detección de la singularidad de interés ocurrida en la señal de presión.

La robustez que tiene la TWD en la detección de singularidades se debe a que la wavelet madre posee n momentos de desvanecimientos. Esta propiedad presente en la TWD permite que se pueda utilizar como un operador diferencial multiescala de orden n (Mallat, 1999), siendo muy útil en disímiles aplicaciones donde las señales presentan discontinuidades (Cedeño and Trujillo, 2013). Entre las aplicaciones se encuentra: la detección de daños en estructuras (Luo, 2016), diagnóstico de fugas en oleoductos (Zadkarami et al., 2017), etc.

En 2011, Srirangarajan y colaboradores detectaron y localizaron la ruptura súbita en un SDA mediante TWD (Srirangarajan et al., 2011). Al aplicar el análisis multiescala a una señal de presión, obtuvieron información de interés acerca de la ocurrencia de la ruptura súbita tras una interpretación de los coeficientes de detalle en varios niveles de la descomposición. Estos autores, plantean que el análisis multiescala es de gran robustez frente al ruido (Srirangarajan et al., 2011). Esta técnica de detección tiene como inconveniente la necesidad de analizar gráficamente un grupo de descomposiciones para poder detectar la ocurrencia de una ruptura súbita, es decir, no detecta automáticamente la ruptura súbita. En 2013, estos investigadores realizaron otro estudio dedicado a la detección y localización de ruptura súbita mediante TWD (Srirangarajan et al., 2013). En dicho estudio, una vez que los autores adquieren la variación transitoria de presión, utilizan la TWD para realizar un análisis multiescala de la señal y detectar la existencia de singularidades en el SDA. En el trabajo, los autores plantean que, además de los coeficientes de detalle de la TWD, una vía interesante para la detección de singularidades en los SDA es el exponente

de Lipschitz. Dicho exponente también brinda información de gran utilidad en la detección de ruptura súbita. Adicionalmente, en el trabajo citado se presenta un algoritmo basado en análisis de grafos para la localización de la ruptura súbita, donde se indica que para realizar este procedimiento se hace necesario que el evento se detecte en dos o más puntos de medición del SDA. El algoritmo propuesto es de gran eficiencia ante la presencia de singularidades, pero tiene como inconveniente que no se puede automatizar ya que para detectar la ocurrencia de la ruptura súbita es necesario observar el comportamiento de tres niveles de descomposición. Otra dificultad en el algoritmo reportado se encuentra en el proceso de localización. Este se basa en un análisis de grafos que tiene en cuenta el estado de todos los nodos (sensores) de la red, lo que hace que aumente la complejidad del mismo para realizar la localización de la ruptura súbita de forma automática.

Zan y colaboradores (Zan et al., 2011) proponen un esquema para la detección de una ruptura súbita en el dominio de la frecuencia. Este esquema utiliza la TWD para atenuar el ruido presente en la señal de presión adquirida por los sensores. Posteriormente, aplica la técnica de espectrograma para realizar un análisis energético de la señal en el dominio tiempo-frecuencia (Proakis and Manolakis, 2006). Además, emplean la transformada de Gabor para refinar el resultado obtenido tras aplicar la técnica del espectrograma. La propuesta de estos autores tiene como inconveniente la no automatización de la detección de la ruptura súbita pues depende del análisis visual usando la técnica de espectrograma.

Debido a las grandes pérdidas que provocan los salideros súbitos, se hace necesario que los SDA cuenten con sistemas automatizados que sean capaces de detectar y localizar la ruptura súbita en el momento que se genera. Lo que permite que se pueda monitorizar en tiempo real el estado de los SDA, a través del esquema mostrado en la Figura 2.

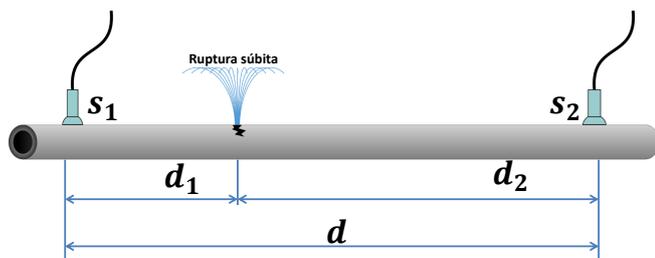


Figura 2: Esquema para la detección y localización de ruptura súbita.

Este artículo propone un algoritmo compacto y automático para la detección y localización temprana de rupturas súbitas en SDA. Este algoritmo computa la correlación de los coeficientes de detalle en niveles consecutivos de la descomposición wavelet de la señal de presión y posteriormente calcula una decisión estadística que se compara con un umbral obtenido para una probabilidad de falsos positivos determinada. Para estimar la localización del punto de ruptura, los autores se basaron en computar el tiempo de retardo existente entre las señales que llegan a los sensores S_1 y S_2 a través del operador estadístico correlación cruzada (Ver Figura 2). El algoritmo fue validado empleando Octave (Eaton et al., 2014) y utilizando datos adquiridos de una tubería de acero de 26.7 m de longitud que

se encuentra en el laboratorio del Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH) perteneciente a la Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría.

2. Detección del transitorio

Para la aplicación de la técnica propuesta se realizaron mediciones en una instalación compuesta por un tanque de 10 m de carga constante y una tubería de acero formada por tres secciones de diferentes diámetros. La Figura 3 muestra el diagrama de la instalación.

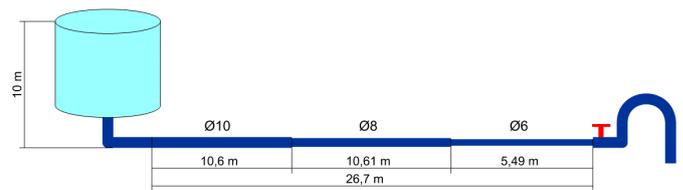


Figura 3: Diagrama de la instalación.

La adquisición de los datos se realizó a través de un instrumento virtual basado en *LabVIEW 2011*, compuesto por la Tarjeta de Adquisición de Datos (TAD) PCI-1711 de *Advantech* de la cual se utilizaron dos canales con un rango de entrada de $\pm 5V$ y una frecuencia de muestreo de 10 kHz por cada canal y dos sensores de presión piezorresistivos fabricados por la empresa MEMS Ltda. de la serie 650.

La decisión tomada con respecto a la frecuencia de muestreo, se debe a que se necesita tener una mayor resolución temporal en la tubería para poder localizar la ruptura súbita. Para mejorar la eficiencia computacional en el proceso de detección de la señal adquirida se remuestreó a 400 Hz. Posterior a la adquisición de la señal se utilizó el algoritmo *wavelet shrinkage* (WS) para la atenuación del ruido empleando la estrategia de umbralización *VisuShrink* (Cedeño and Trujillo, 2013; Donoho and Johnstone, 1994). Culminado este proceso se realizó la detección basada en la correlación entre niveles de descomposición consecutivos, buscando mayor exactitud en la detección de la ruptura súbita. El próximo paso fue la detección automática de la ruptura súbita mediante un umbral. La Figura 4 muestra lo planteado de forma esquemática.

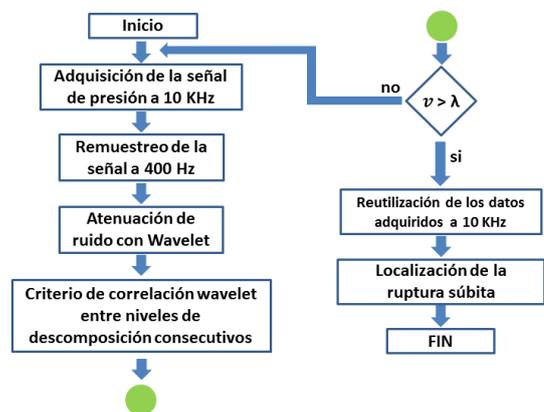


Figura 4: Esquema empleado para la detección y localización.

2.1. Atenuación de ruido basado en wavelet

En el proceso de adquisición de datos, la señal de presión es afectada por el ruido inherente al SDA y al sistema de medición utilizado. Una vez que la señal es adquirida, analizar sus características resulta engorroso debido al ruido incorporado. Para la correcta aplicación del algoritmo presentado se empleó el Teorema del Límite Central (Grinstead and Snell, 1997) dado que el procedimiento de WS supone que la distribución de la señal presenta un comportamiento gaussiano.

En la Figura 5 se observa la atenuación del ruido de una señal mediante WS. Esto permite obtener mejor resolución temporal en el inicio de la ruptura súbita. Nótese que existe una disminución apreciable del ruido una vez aplicado dicho algoritmo. Para su aplicación se utilizó el método heurístico en la selección del umbral, se empleó una regla de umbralización suave, dos niveles de descomposición y base wavelet Coiflet 1 con un momento nulo (*coif1*). Para la elección de esta base se aplicó la TWD a una señal con ruptura súbita utilizando todas las bases disponibles. Luego, se computó el exponente de Lipschitz para cada una. La base *coif1* obtuvo el menor valor, lo que indica un mayor resaltado de la singularidad.

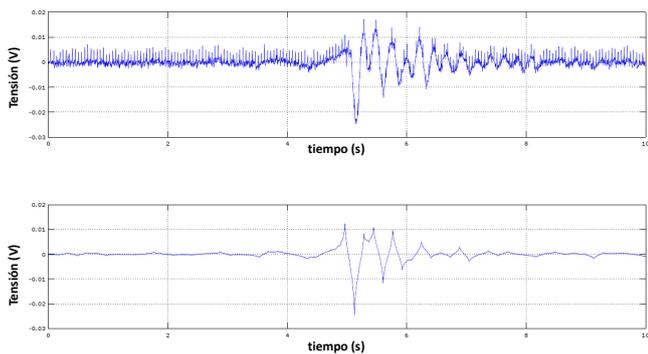


Figura 5: Variación transitoria de presión con ruido y sin ruido.

2.2. Caracterización de la ruptura súbita

Para poder caracterizar bien la señal y realizar un adecuado diseño de la técnica de detección es necesario analizar la variación transitoria de presión adquirida en los distintos niveles de descomposición de los coeficientes de detalle. Para realizar este proceso se empleó la base wavelet Reverse Biortogonal (*rbior 1.1*) y se observaron los coeficientes de detalle en los dos primeros niveles pues estos son los empleados en el criterio de correlación.

La Figura 6 muestra los coeficientes de detalle de una señal en la cual se capturó la ruptura súbita. En los gráficos existe un comportamiento común de la señal analizada en los coeficientes de detalle, el cual permite obtener información necesaria para la detección de singularidades en una ruptura súbita. Puede observarse que a medida que aumenta el nivel de descomposición del coeficiente de detalle disminuye la amplitud de los coeficientes, permitiendo una mejor detección de la ruptura súbita.

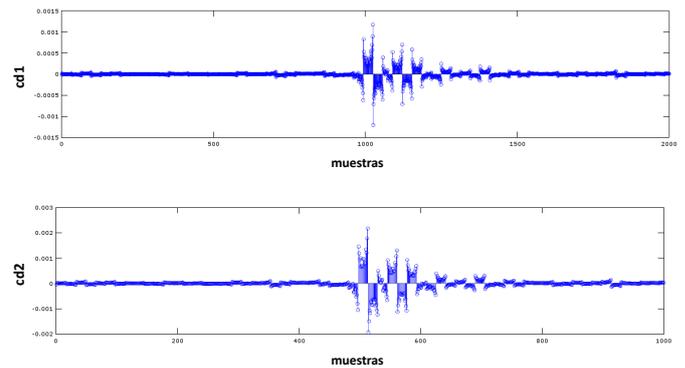


Figura 6: Coeficientes de detalle.

3. Detección de ruptura súbita mediante criterio de correlación

El criterio de correlación consiste en multiplicar dos niveles consecutivos de descomposición de los coeficientes de detalle a través de (1), aumentando la efectividad del algoritmo. En la Figura 7 se muestra la correlación entre los coeficientes de detalle de los dos primeros niveles de descomposición.

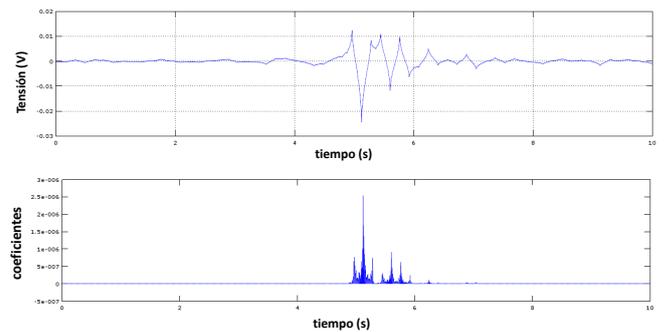


Figura 7: Detección de singularidad mediante correlación.

La Figura 7 muestra uno de los aportes realizados a la detección de rupturas súbitas, dicho resultado fue obtenido empleando (1). Como se observa, existe un espectro más limpio que el mostrado en la Figura 6. Esto facilita la detección de singularidades como las provocadas por las rupturas súbitas.

$$C_x = D_x \cdot D_{x+1} \tag{1}$$

donde $x \in \{1, 2, 3, \dots, X\}$, C_x es la correlación, D_x es el nivel de descomposición x y D_{x+1} es el nivel de descomposición $x + 1$.

El otro aporte realizado a la detección de rupturas súbitas está basado en un análisis estadístico para detectar singularidades luego de la aplicación del criterio de correlación wavelet (Ver Figura 7). Este análisis se basa en una probabilidad de falsos positivos para computar un umbral determinado por (2).

$$\lambda = Q^{-1}(P_{fp}) \sqrt{2N} + N \tag{2}$$

donde λ es el umbral, Q^{-1} es la función distribución complementaria de la distribución gaussiana estándar, P_{fp} es la probabilidad de falsos positivos y N es el número de muestras y tiene que ser lo suficientemente grande para que se cumpla el Teorema del Límite Central.

Tras el estudio del comportamiento de la varianza en la tubería sin la presencia de la ruptura súbita, se seleccionó una probabilidad de falsos positivos del 2%. Luego, se obtuvo la decisión estadística a través de (3) para compararla con el umbral y realizar la detección de la ruptura súbita.

$$v = \sum_{n=1}^N \left| \frac{C_x}{M(\sigma_r)} \right|^2 \quad (3)$$

donde v es la decisión estadística, $M(\sigma_r)$ es la moda estadística de la desviación estándar del ruido sin presencia de ruptura súbita y C_x es la señal obtenida tras aplicar el criterio de correlación wavelet.

La Tabla 1 muestra los resultados obtenidos una vez aplicado el algoritmo de detección temprana a 32 señales adquiridas en el laboratorio, los valores de λ y de la $M(\sigma_r)$ obtenidos fueron de $2,1040 \times 10^3$ y $5,8087 \times 10^{-8}$, respectivamente. Estas señales están divididas en dos grupos compuestos por 16 señales cada uno. El primer grupo presenta solamente ruido y en el segundo grupo existe ruptura súbita.

Tabla 1: Valores del decisor estadístico v para señales analizadas.

Número de la señal	Valor de v para señales sin ruptura súbita	Valor de v para señales con ruptura súbita
1	$1,6291 \times 10^3$	$4,9635 \times 10^3$
2	236.782	$4,6661 \times 10^3$
3	$1,4721 \times 10^3$	$3,2440 \times 10^3$
4	965.3037	$3,8555 \times 10^3$
5	231.1803	$3,5079 \times 10^8$
6	556.4114	$1,6662 \times 10^8$
7	859.2634	$1,0733 \times 10^7$
8	653.8147	$5,9373 \times 10^6$
9	543.3111	$3,3685 \times 10^7$
10	246.1437	$6,4728 \times 10^7$
11	806.7807	$3,7252 \times 10^7$
12	$1,7082 \times 10^3$	$3,6821 \times 10^7$
13	339.3016	$4,4430 \times 10^6$
14	359.1582	$8,7770 \times 10^6$
15	584.3833	$4,0087 \times 10^7$
16	127.1392	$8,5838 \times 10^6$

Los valores en la primera columna de la Tabla 1 son menores que el umbral obtenido por (3) para la automatización propuesta en el algoritmo. Los elementos de la segunda columna de esta tabla son todos mayores que el umbral computado, mostrando que no se presentaron falsos positivos. Esto se debe al criterio de correlación empleado para mejorar la fiabilidad en la detección.

Hay que tener en cuenta que el desajuste de los parámetros descritos en las secciones dos y tres, trae como resultado una disminución en la eficiencia del algoritmo propuesto frente a la detección de ruptura súbita, debido a que aumentaría la probabilidad de falsos positivos.

4. Localización de la ruptura súbita

Para estimar la localización es necesario utilizar un esquema como el mostrado en la Figura 2 y el tiempo de retardo

entre las señales captadas por los dos sensores utilizados en el SDA. La obtención del factor que indica el retardo entre las dos señales se obtuvo empleando el operador estadístico correlación cruzada (Proakis and Manolakis, 2006; Oppenheim and Schaffer, 2010). Este operador se define en (4) y brinda información necesaria respecto al retardo existente entre dos señales.

$$r_{xy}(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+l) * y(n) \quad (4)$$

donde $l \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, L\}$, $r_{xy}(l)$ es la correlación cruzada, $x(n+l)$ señal con retardo l respecto a $y(n)$ y $y(n)$ es la señal sin retardo.

La ruptura súbita puede localizarse a través de (5).

$$d_1 = \frac{d \pm c \cdot \tau}{2} \quad (5)$$

donde d_1 es la distancia de la fuga al sensor S_1 , d es la distancia entre los dos sensores, c es la velocidad de la onda de presión en la tubería y τ es la diferencia de tiempo de llegada entre la señal adquirida por S_1 y S_2 .

En la Tabla 2 se muestra el resultado obtenido después de detectar la generación de la ruptura súbita. La distancia entre los sensores es de 17.29 m y S_1 está ubicado a 5.68 m de la ruptura súbita. La velocidad de la onda de presión en el agua es $c = 1200$ m/s (Meniconi et al., 2014).

Tabla 2: Resultados de la localización de la ruptura súbita.

Evento	Localización (m)	Error absoluto (m)
1	6.56	0.88
2	6.625	0.945
3	5.065	0.62
4	4.105	1.575
5	5.42	0.26
6	7.105	1.425
7	5.125	0.555
8	6.745	1.065
9	4.825	0.855
10	4.165	1.515
11	5.185	0.495
12	6.085	0.405
13	6.745	1.065
14	7.045	1.365
15	6.265	0.585
16	7.465	1.785

Los valores mostrados en la primera columna muestran la distancia computada a la cual se encuentra la ruptura súbita de S_1 . En la segunda columna se muestra el error absoluto cometido por el algoritmo tras estimar la lejanía a la que se ubica la ruptura súbita. Nótese cómo, para la separación entre los dos sensores utilizados, la estimación de la localización se encuentra próxima al valor esperado. Esto indica que el operador estadístico correlación cruzada es adecuado para la automatización del algoritmo propuesto en este artículo.

5. Conclusiones

La necesidad existente de detectar y localizar de forma temprana la ruptura súbita dio paso a que en el presente trabajo se construyera un algoritmo compacto capaz de resolver esta dificultad en los SDA. En la técnica de detección se utilizó el algoritmo WS y el criterio de correlación wavelet para refinar la ocurrencia de ruptura súbita. Una vez terminado este proceso se calculó un umbral con una probabilidad de falsos positivos de 2 % para compararlo con la decisión estadística y determinar la existencia o ausencia de ruptura súbita. También se expuso el empleo de un procedimiento propicio para la localización de la ruptura súbita a través del operador estadístico correlación cruzada. El algoritmo diseñado permite disminuir el tiempo de vida de la ruptura súbita. Para la validación del algoritmo se usaron 32 señales, de ellas 16 con presencia de ruptura súbita y 16 con ruido. En las señales estudiadas no se detectaron falsos positivos y se alcanzó buena precisión al estimar dónde se ubica la ruptura, lo que indica la robustez del algoritmo.

Referencias

- Cedeño, A., Trujillo, R., 2013. Estudio comparativo de técnicas de reducción de ruido en señales industriales mediante transformada wavelet discreta y selección adaptativa del umbral. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI* 10, 143–148.
DOI: 10.1016/j.riai.2013.03.003
- Donoho, D. L., Johnstone, J. M., 1994. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. *Biometrika* 81, 425–455.
DOI: 10.1093/biomet/81.3.425
- Eaton, J. W., Bateman, D., Hauberg, S., Wehbring, R., 2014. GNU Octave version 3.8.1 manual: a high-level interactive language for numerical computations. CreateSpace Independent Publishing Platform.
- Ebacher, G., Besner, M.-C., Prévost, M., Allard, D., 2010. Negative pressure events in water distribution systems: Public health risk assessment based on transient analysis outputs. In: *Water Distribution Systems Analysis 2010*. pp. 471–483.
- Grinstead, C. M., Snell, J. L., 1997. *Introduction to Probability*. American Mathematical Society.
- Luo, Jun; Liu, G. H. Z., 2016. Damage detection for shear structures based on wavelet spectral transmissibility matrices under nonstationary stochastic excitation. *Structural Control and Health Monitoring*.
DOI: 10.1002/stc.1862
- Mallat, S., 1999. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press.
- Martini, A., Troncosi, M., Rivola, A., 2013. Vibration monitoring as a tool for leak detection in water distribution networks. In: *International Conference Surveillance 7*.
- Meniconi, S., Brunone, B., Ferrante, M., Capponi, C., Pedroni, M., Zaghini, M., Leoni, F., 2014. Transmission Main Survey by Transient Tests: The Case of Villanova Plan in Mantova (I). *Procedia Engineering* 89.
DOI: 10.1016/j.proeng.2014.11.454
- Mounce, Stephen R.; Mounce, R. B. B. J. B., 03 2012. Identifying sampling interval for event detection in water distribution networks. *Journal of Water Resources Planning and Management* 138.
DOI: 10.1061/(asce)wr.1943-5452.0000170
- Oppenheim, A. V., Schaffer, R. W., 2010. *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice Hall.
- Proakis, J. G., Manolakis, D. G., 2006. *Digital signal processing: principles, algorithms, and applications*. Prentice-Hall.
- Rathnayaka, S., Shannon, B., Rajeev, P., Kodikara, J., 2016. Monitoring of pressure transients in water supply networks. *Water Resources Management* 30 (2), 471–485.
- Srirangarajan, S., Allen, M., Preis, A., 2013. Wavelet-based burst event detection and localization in water distribution systems. *Journal of Signal Processing Systems* 72, 1–16.
DOI: 10.1007/s11265-012-0690-6
- Srirangarajan, S., Iqbal, M., Lim, H. B., Allen, M., Preis, A., Whittle, A. J., 2011. Water main burst event detection and localization. In: *Water Distribution Systems Analysis 2010*. Tucson, Arizona, United States.
DOI: 10.1061/41203(425)119
- Ye, G., Fenner, R. A., 2011. Kalman filtering of hydraulic measurements for burst detection in water distribution systems. *Journal of Pipeline Systems Engineering and Practice* 2, 14–22.
DOI: 10.1061/(asce)ps.1949-1204.0000070
- Ye, G., Fenner, R. A., 2014. Study of burst alarming and data sampling frequency in water distribution networks. *Journal of Water Resources Planning and Management* 140, 06014001–1–06014001–7.
DOI: 10.1061/(asce)wr.1943-5452.0000394
- Zadkarami, M., Shahbazian, M., Salahshoor, K., 2017. Pipeline leak diagnosis based on wavelet and statistical features using dempster-shafer classifier fusion technique. *Process Safety and Environmental Protection* 105, 156–163.
- Zan, T. T. T., Wong, K.-J., Lim, H. B., Whittle, A., 2011. A frequency domain burst detection technique for water distribution systems. In: *2011 IEEE Sensors Proceedings*. pp. 1870–1873.
DOI: 10.1109/ICSENS.2011.6127324