

Control de Tracción para un Vehículo Eléctrico basado en Observadores no Lineales

Diego A. Aligia*, Guillermo A. Magallán, Cristian H. De Angelo

Grupo de Electrónica Aplicada (GEA), Fac. de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto - CONICET. Ruta Nac. #36 Km. 601, Río Cuarto, Córdoba, Argentina

Resumen

En este trabajo se propone una estrategia de control de tracción para un vehículo eléctrico de cuatro ruedas, basada en observadores no lineales que permiten estimar la fuerza máxima que se puede transferir al suelo. El conocimiento de la fuerza máxima permite realizar un control del deslizamiento de los neumáticos de tracción, evitando que las ruedas patinen aún en superficies de baja adherencia. La estrategia propuesta permite además evitar que se produzca un momento de guiño no deseado en el vehículo cuando las condiciones de suelo a cada lado del mismo son diferentes. Con ello se logra mejorar la eficiencia y el control del vehículo, evitando posibles pérdidas de estabilidad que pueden resultar en riesgos para sus ocupantes. Tanto el observador como el control propuestos son diseñados en base a un modelo dinámico rotacional de la rueda y un modelo de fuerzas de *brush*. Se presentan resultados de simulación obtenidos empleando un modelo completo de vehículo sobre la plataforma Simulink/CarSim.

Palabras Clave:

Control de tracción, Condición de suelo, Coeficiente de rozamiento, Modelo de neumático *brush*, Linealización exacta por realimentación, Observador no lineal de Luenberger

Traction control of an electric vehicle based on nonlinear observers

Abstract

A traction control strategy for a four-wheel electric vehicle is proposed in this paper. The strategy is based on nonlinear observers which allows estimating the maximum force that can be transmitted to the road. Knowledge of the maximum force allows controlling the slip of the driving wheels, preventing the wheel's slippage in low-grip surfaces. The proposed strategy also allows to avoid the undesired yaw moment in the vehicle which occurs when road conditions on either side of it are different. This improves the efficiency and the control of the vehicle, avoiding possible losses of stability that can result in risks for its occupants. Both the proposed observer and the control strategy are designed based on a dynamic rotational model of the wheel and a *brush* force model. Simulation results are obtained based on a complete vehicle model on the Simulink/CarSim platform.

Keywords:

Traction control, road condition, friction coefficient, brush tyre model, feedback linearization, nonlinear Luenberger observer.

1. Introducción

Un adecuado control del deslizamiento de los neumáticos en los automóviles actuales resulta imprescindible para mejorar la seguridad de los ocupantes y de los transeúntes. Esta tecnología es conocida como ASR (en inglés *Anti-Slip Regulation*) o TCS (en inglés *Traction Control System*). La aplicación de estas técnicas en los automóviles eléctricos resulta más eficiente

debido a la facilidad de controlar rápidamente el torque de los motores eléctricos (Ivanov et al., 2015; Serrano-Iribarnegaray and Martinez-Roman, 2007).

En general, los sistemas de control de tracción buscan mantener la adherencia de las ruedas con el suelo evitando que patinen. Para lograr esto, los neumáticos no deben superar el deslizamiento máximo, o límite de deslizamiento estable. En este punto, el neumático ejerce la máxima fuerza posible sobre el

* Autor para correspondencia: daligia@ing.unrc.edu.ar

suelo, pero superado este límite, la fuerza transmitida decrece y el neumático comienza a patinar. Como consecuencia de ello, se produce:

1. Una pérdida de la capacidad de aceleración, debido al patinaje de la rueda.
2. Mayores pérdidas de energía.
3. Pérdida de control sobre la rueda, debido al comportamiento inestable del neumático.
4. Una pérdida de la capacidad de adherencia lateral, lo que puede llevar a comprometer la estabilidad del vehículo durante maniobras de giro, debido a la disminución de la fuerza lateral producida por el patinaje de la rueda.

Existen diversas estrategias de control de tracción en la bibliografía. El método conocido como *Model Following Control* se propone en (Hori, 2004), donde la rueda se modela como un sistema de inercia variable, asumiendo que un deslizamiento mayor se puede ver como una menor inercia equivalente. La dinámica del sistema real se compara con una planta nominal, y este error se usa para limitar el torque de tracción aplicado, de manera de mantener la adherencia de la rueda al suelo. En (Hu et al., 2011) se propone una estrategia de control de tracción similar, conocida como *maximum transmissible torque estimation*, la cual a diferencia de la anterior no requiere del conocimiento de la velocidad longitudinal del chasis y se muestra robusta a la variación de algunas constantes del modelo de vehículo. En *Optimal Slip Ratio Control* (Delli Colli et al., 2006) el deslizamiento se regula controlando el gradiente $(\frac{\partial \mu}{\partial slip})$. Esta estrategia de control mantiene el valor de la pendiente del coeficiente de rozamiento acotado, lo que asegura que el neumático opere en la región de deslizamiento estable. En (Fernández et al., 2012) se propone una distribución de las fuerzas de tracción, limitando el par de los motores eléctricos considerando las fuerzas máximas que cada rueda puede ejercer al suelo. En (Dejun et al., 2009) se presenta una estrategia de control de tracción basada en la detección del torque máximo que se puede transferir al suelo, y se caracteriza por evitar calcular la inversa de la función no lineal que relaciona el coeficiente de rozamiento con el deslizamiento. En (Magallan et al., 2011), se diseña un observador no lineal de la condición de suelo y se propone un control de tracción que evita superar el límite de deslizamiento estable utilizando saturaciones dinámicas. En (Tesheng, 2013b) se presenta una estimación robusta de las fuerzas de tracción así como también una estrategia de control que las mantiene en la región estable. En (Kuntanapreeda, 2014) se presenta un control de deslizamiento longitudinal por modos deslizantes, que utiliza en la ley de control la fuerza de tracción estimada por un observador no lineal.

El límite de deslizamiento estable depende del tipo de neumático, la fuerza normal o carga vertical que ejerce sobre el suelo, y la condición de suelo (CDS), entre otros factores. Generalmente, las características del neumático pueden conocerse o determinarse a partir de las especificaciones del fabricante o de ensayos, mientras que la fuerza normal puede determinarse cuando el vehículo está en reposo o estimarse ante cambios de velocidad como se propone en (Wanki et al., 2010). Sin embargo, la CDS es una variable desconocida que debe estimarse de alguna manera para implementar el control de tracción (Rajamani et al., 2012). Entre las técnicas propuestas en la literatura

para estimar la CDS, algunas se basan en un modelo longitudinal del vehículo y de las fuerzas ejercidas por los neumáticos (Chankyu et al., 2004; Sui and Johansen, 2010; Gustafsson, 1997; Magallan et al., 2011), otras se basan en un modelo lateral (Changsun et al., 2013; Sanghyun and Hedrick, 2013), mientras que (Tesheng, 2013a; Choi et al., 2013) utilizan un modelo combinado. Entre ellas, algunos trabajos estiman la CDS a cada lado del vehículo, y otros estiman una CDS promedio.

En este trabajo se propone una estrategia de estimación de la fuerza máxima que se puede transferir al suelo (la cual es función de la CDS), y con ella limitar el deslizamiento para que las fuerzas de tracción permanezcan en la región estable. La estimación se realiza mediante un observador no lineal de Luenberger, mientras que la estrategia de control se diseña mediante linealización por realimentación.

En la sección 2 se presenta el modelo del sistema considerado, incluyendo el modelo de la interacción entre la rueda y el suelo. Empleando este modelo, en la sección 3 se propone un observador no lineal que permite estimar la fuerza máxima que se puede transferir al suelo. En la sección 4 se diseña un control de tracción que utiliza la fuerza máxima estimada por el observador para lograr que las ruedas de tracción trabajen siempre en la zona de deslizamiento estable. Finalmente, en la sección 5 se valida el correcto desempeño del control de tracción y el observador propuesto en distintas condiciones de manejo del vehículo y ante cambios en las condiciones de suelo, demostrando como pueden evitarse situaciones riesgosas de conducción.

2. Modelo del sistema

El diseño del CDT y los observadores propuestos en este trabajo se basan en un modelo simplificado de un vehículo de tracción eléctrica, como se muestra en la Fig. 1. El mismo es un vehículo de cuatro ruedas con sistema de dirección convencional, mientras que la tracción es llevada a cabo por dos motores independientes en cada una de las ruedas traseras. Los motores eléctricos son accionados por inversores de potencia con control de torque, que permiten aplicar una referencia de torque en los motores en pocos milisegundos. Esto permite despreocuparse de la dinámica eléctrica de los motores (Serrano-Iribarnegaray and Martínez-Roman, 2007) y utilizar un modelo dinámico simple tanto para el diseño del CDT como para el observador. Este modelo describe la dinámica rotacional de cada rueda de tracción y su interacción con el suelo, de manera individual,

$$I_w \dot{\omega}_j = T_j - (F_{xj} + F_{rj})r_d \quad (1)$$

donde ω es la velocidad angular de la rueda, el subíndice $j = l, r$ indica si se trata de la rueda izquierda o derecha respectivamente, I_w es el momento de inercia de la rueda, T es el par aplicado por el motor, F_{xj} es la fuerza de tracción, F_r es la resistencia de rodadura, y r_d el radio dinámico del neumático (radio de la rueda en movimiento).

La resistencia de rodadura puede modelarse como una función lineal de la fuerza normal (F_z),

$$F_{rj} = F_{zj}(k_s + k_d v_{tj}) \quad (2)$$

siendo k_s y k_d parámetros del modelo de rodadura y v_t la velocidad tangencial del neumático sobre el suelo, como se muestra en la Fig. 2.

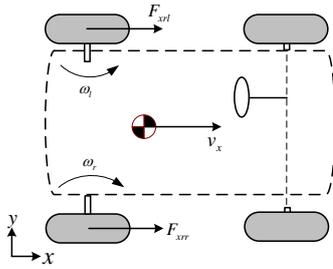


Figura 1: Modelo de vehículo.

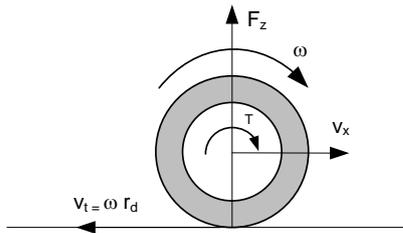


Figura 2: Modelo de una rueda.

2.1. Interacción rueda-suelo

La fuerza de tracción, por otra parte, depende de parámetros tales como la fuerza normal, la condición de suelo (CDS), y el deslizamiento longitudinal. El deslizamiento longitudinal, cuando un vehículo acelera, indica que tanto mayor es la velocidad de la rueda en el punto de tangencia con el suelo con respecto a la velocidad longitudinal del vehículo, y se puede expresar como,

$$\sigma_{xj} = \frac{r_d \omega_j - v_x}{r_d \omega_j} \tag{3}$$

donde v_x es la velocidad longitudinal. El producto $r_d \omega_j$ representa la velocidad tangencial del punto de la rueda que está en contacto con el suelo (ver Fig. 2).

La variación de la fuerza de tracción con el deslizamiento, para una dada condición de suelo y fuerza normal, presenta una forma como la que se muestra en la Fig. 3. Como se aprecia, es una función creciente para deslizamientos menores a $\sigma_{x\max}$, el cual se define como el límite de deslizamiento estable. Para dicho valor de deslizamiento se obtiene la máxima fuerza que el neumático es capaz de transferir al suelo (F_{MAX}).

El valor $\sigma_{x\max}$ define dos regiones:

1) *Región estable*. En esta región, aumentando el par aplicado a las ruedas de tracción se incrementa el deslizamiento, lo que produce una mayor transferencia de fuerza al suelo, aumentando la velocidad del vehículo. Dentro de esta región se pueden identificar a su vez dos sub regiones: en la primera la fuerza de tracción se comporta de manera prácticamente lineal con el deslizamiento, mientras que en la siguiente se produce un aumento cada vez menor en las fuerzas a medida que se incrementa el deslizamiento, hasta llegar al valor límite de deslizamiento $\sigma_{x\max}$. A esta última se la denominará región no lineal estable de fuerzas.

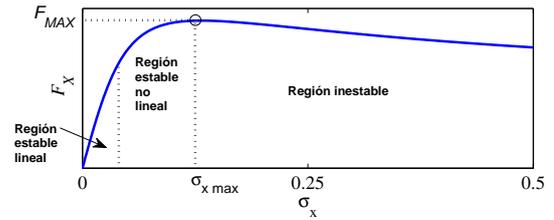


Figura 3: Fuerza longitudinal en función del deslizamiento.

2) *Región inestable*. Superado el valor límite de deslizamiento $\sigma_{x\max}$, el neumático comienza a patinar. Así, al aumentar el deslizamiento la fuerza transmitida al suelo disminuye, disminuyendo la aceleración del vehículo, y produciendo una pérdida de energía innecesaria en acelerar la rueda.

Para modelar este efecto, en este trabajo se emplea el modelo de neumático semi-empírico conocido como “*longitudinal brush model*” (Rajamani, 2011, p.418), dado que es un modelo simple, de bajo costo computacional y reproduce adecuadamente el comportamiento del neumático, especialmente en la región estable de fuerzas. Además, resulta útil para implementar estrategias de estimación y/o control (Changsun et al., 2013; Moor-yong et al., 2013) ya que utiliza menos parámetros que otros modelos de neumático, como el de Pacejka (Pacejka, 2005).

Así, la fuerza longitudinal se expresa como sigue:

$$F_{xrij} = \begin{cases} \mu_{Sj} F_{zrij} \left[3\theta \sigma_{xj} - \frac{1}{3} (3\theta \sigma_{xj})^2 + \frac{1}{27} (3\theta \sigma_{xj})^3 \right] & \text{si } \sigma_{xj} < \sigma_m \\ \mu_{Sj} F_{zrij} & \text{si } \sigma_{xj} \geq \sigma_m \end{cases} \tag{4}$$

Donde, $\theta = \frac{C_x}{3\mu_{Sj} F_{zrij}}$, $\sigma_m = \frac{1}{\theta}$, y C_x es un parámetro concentrado correspondiente a características físicas del neumático. En este modelo μ_{Sj} es el valor que toma el coeficiente de rozamiento definido en el límite de deslizamiento estable. El mismo es una medición de la adherencia entre la rueda y el suelo.

En (4) se muestra que el modelo está definido para dos rangos de deslizamiento. En el intervalo $0 < \sigma_x < \sigma_m$ la fuerza longitudinal producida en el neumático es creciente con el deslizamiento (σ_x) y representa a la región estable de operación del neumático. En el intervalo $\sigma_x \geq \sigma_m$ la fuerza producida alcanza a su valor de saturación F_{MAX} , independientemente del valor de deslizamiento.

Así, para cada rueda, la fuerza máxima que es capaz de transferir un neumático para una CDS (μ_S) y fuerza normal (F_z) determinadas, está dada por,

$$\eta_j = \mu_{Sj} F_{zrij} \tag{5}$$

El modelo (4) se compara en la Fig. 4 con un modelo empírico de Pacejka para una fuerza normal de $F_z = 2000N$. Los parámetros del neumático modelado por Pacejka corresponden a los de un neumático real (Li et al., 2015) y la constante del modelo *brush* se ajusta en $C_x = 67000$ para minimizar el error con respecto al modelo de Pacejka. Dado que los parámetros presentados en (Li et al., 2015) corresponden a un coeficiente de rozamiento unitario, se usa aquí el método de similitud (Pacejka and Sharp, 1991) para simular el comportamiento en la superficie de menor adherencia ($\mu_S = 0,5$).

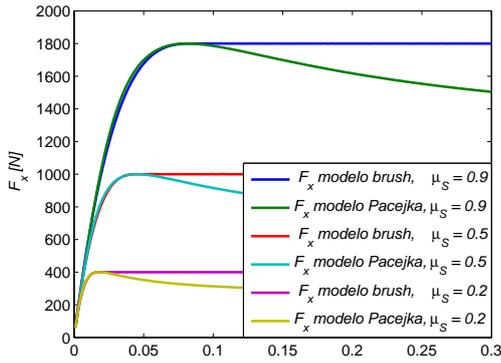


Figura 4: Modelos de fuerzas: Pacejka y brush.

La fuerza $F_z = 2000N$ a partir la cual se trazaron las curvas corresponde a la fuerza normal aproximada ejercida sobre el suelo por el modelo de vehículo que se utiliza en la sección resultados.

Como se aprecia en esta figura, el modelo *brush* reproduce fielmente la variación de la fuerza de tracción para la región estable de deslizamiento. Dado que el objetivo de un CDT es asegurar que el deslizamiento se mantenga en esta región, es válido emplear este modelo como una buena aproximación de la fuerza real. Además, para el planteo posterior del CDT es importante destacar que el valor de deslizamiento correspondiente a la máxima fuerza (F_{MAX}) en el modelo de Pacejka coincide con el inicio de la región de saturación ($\sigma_x \geq \sigma_m$) del modelo de fuerzas de *brush*, tal como se muestra en la Fig. 4.

También puede apreciarse en esta figura que para valores muy pequeños de deslizamiento (menores a 0,03 para $\mu_S = 0,9$), la fuerza longitudinal se comporta como una función lineal de σ_x , con pendiente C_x , prácticamente independiente de la CDS. Como puede notarse, a medida que el neumático trabaja sobre una superficie de menor adherencia (a medida que disminuye μ_S) disminuye la fuerza máxima que el neumático puede transferir al suelo. Además, el valor de σ_x correspondiente con la saturación de la fuerza varía considerablemente dependiendo de la CDS (para $\mu_S = 0,9$ la fuerza satura en aproximadamente $\sigma_x = 0,08$; para $\mu_S = 0,5$ en $\sigma_x = 0,04$).

3. Observador de la máxima fuerza transmisible

Para un adecuado control de la tracción de las ruedas del vehículo es necesario asegurar que éstas no ingresen a la zona inestable, esto es, que no se supere la máxima fuerza que cada neumático puede transferir al suelo. Con este objetivo, en esta sección se propone un observador que permite estimar esta fuerza máxima (5) para cada rueda, en base al modelo dinámico de cada rueda tractora (1) y el modelo de fuerza (4).

En la bibliografía se encuentran diversos trabajos de estimación de la CDS. En (Gustafsson, 1997; Chankyu et al., 2004) se utiliza un método conocido como *slip-slope*, el cual asume que la pendiente de las fuerzas en la zona lineal se ve afectada por la CDS. Estas estrategias proponen primero un algoritmo de estimación de la fuerza de tracción, y luego, conociendo el deslizamiento longitudinal y utilizando la fuerza estimada, estiman la CDS utilizando minimización del error cuadrático medio. Si

bien se obtienen buenos resultados, este método presenta algunas desventajas para utilizarlo en conjunto con un control de tracción. En primer lugar, la velocidad de estimación de la CDS utilizando un algoritmo de mínimos cuadrados es lenta comparada a la que se puede obtener utilizando un observador no lineal. Ante un cambio repentino en la CDS se desea una detección rápida que a su vez le permita al control de tracción reducir en el menor tiempo posible el par aplicado a las ruedas de tracción para evitar que patinen. Por otro lado, el método *slip-slope* requiere que las fuerzas estén en la región lineal para una correcta estimación de la CDS. Si un vehículo se encuentra acelerando sobre una superficie de alta adherencia en la región no lineal estable de fuerzas y de repente cambia la adherencia del suelo a una superficie de baja adherencia, las ruedas de tracción posiblemente alcancen la región inestable de fuerzas sin pasar nunca por la región lineal de la característica de fuerzas correspondiente a la región de baja adherencia. Esto no permite estimar el cambio de CDS, y por lo tanto tampoco controlar la tracción ante este cambio.

En (Baffet et al., 2007) se estima la CDS utilizando un modelo no lineal de neumático y un filtro extendido de Kalman (EKF). Los filtros de Kalman normalmente funcionan bien si se dispone de un buen modelo del sistema, pero considerando que el EKF utiliza un modelo linealizado para realizar la propagación del error, su desempeño podría verse afectado al alejarse del punto de linealización. Además, la implementación de un EKF requiere el cálculo de una matriz inversa en tiempo real, lo cual lleva a un alto costo computacional. Por último, el tiempo de estimación de la CDS presentada en (Baffet et al., 2007) es superior a la obtenida con el observador propuesto en el presente trabajo.

Changsun et al. (2013) proponen usar un observador no lineal para la estimación de la CDS utilizando un modelo de vehículo lateral, con el propósito de utilizarse para control de estabilidad (en maniobras de giro). En el presente trabajo se utiliza una estrategia similar en cuanto a la estructura del observador, pero difiere en el modelo de vehículo considerado (longitudinal en lugar de lateral) y en las mediciones que se utilizan (velocidad angular de las ruedas en vez de aceleración lateral y par de autoalineamiento de la dirección).

En el presente trabajo la estimación de la fuerza máxima de tracción (la cual está directamente relacionada con la condición de suelo por (5)) se realiza a partir de las mediciones de velocidad angular en las cuatro ruedas, y de la velocidad longitudinal del vehículo, obtenida a partir del promedio de las velocidades tangenciales de las ruedas delanteras, dado que el deslizamiento en ellas es mínimo. A partir de (5), el modelo de fuerzas (4) puede escribirse en función de η_j , como sigue,

$$F_{xrj} = \begin{cases} C_x \sigma_{xrj} - \frac{1}{3\eta_j} (C_x \sigma_{xrj})^2 + \frac{1}{27\eta_j^2} (C_x \sigma_{xrj})^3 & \text{si } \sigma_{xrj} < \sigma_m \\ \eta_j & \text{si } \sigma_{xrj} \geq \sigma_m \end{cases} \quad (6)$$

donde,

$$\sigma_m = \frac{3\eta_j}{C}$$

Luego de este cambio de variables, a partir de (1) y considerando que η_j es un parámetro lentamente variante que se desea

estimar, el sistema queda,

$$\begin{cases} \dot{\omega}_j = \frac{1}{I_w} (T_j - (F_{xrj} + F_{rj})r_d) \\ \dot{\eta}_j = 0 \end{cases} \quad (7)$$

El sistema dinámico (7) es un sistema no lineal afín en el control que puede expresarse como,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_j &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_j) + \mathbf{g}(\mathbf{x}_j)u_j \\ y_j &= h(\mathbf{x}_j) \end{aligned}$$

con $h(\mathbf{x}_j) = \omega_j$, $u_j = T_j$,

$$\mathbf{x}_j = \begin{bmatrix} \omega_j \\ \eta_j \end{bmatrix}, \mathbf{f}(\mathbf{x}_j) = \begin{bmatrix} -\frac{(F_{xrj} + F_{rj})r_d}{I_w} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{g} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_w} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Para este sistema es posible diseñar un observador del tipo Luenberger no lineal que permita estimar los estados, $\hat{\mathbf{x}}_j$, de la siguiente forma (Biagiola and Solsona, 2006),

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_j &= \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_j) + \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_j)u_j + \mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}_j)(y_j - h(\hat{\mathbf{x}}_j)) \\ \hat{y}_j &= h(\hat{\mathbf{x}}_j) \end{aligned}$$

Para diseñar la matriz de ganancia que lleve el error de la estimación a cero en un tiempo finito se debe encontrar una transformación no lineal de coordenadas, $\mathbf{z}_j = \Psi(\mathbf{x}_j)$, que permite separar el sistema en una parte lineal e invariante en el tiempo y otra no lineal, esto es,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_j &= \mathbf{A}\mathbf{z}_j + \boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}_j) \\ y_j &= \mathbf{C}\mathbf{z}_j \end{aligned} \quad (8)$$

A partir del sistema en las nuevas coordenadas, \mathbf{z}_j , se propone el siguiente observador:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{z}}}_j &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{z}}_j + \boldsymbol{\rho}(\hat{\mathbf{z}}_j) + \mathbf{L}(y - \mathbf{C}\hat{\mathbf{z}}_j) \\ \hat{y}_j &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{z}}_j \end{aligned} \quad (9)$$

donde \mathbf{L} es una matriz con coeficientes constantes. La dinámica del error de estimación ($\mathbf{e}_j = \mathbf{z}_j - \hat{\mathbf{z}}_j$) resulta,

$$\dot{\mathbf{e}}_j = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{e}_j + (\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}_j) - \boldsymbol{\rho}(\hat{\mathbf{z}}_j))$$

Si el término $\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}_j)$ satisface la condición de Lipschitz y $\left| \frac{\partial \Psi(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \right| \neq 0$ en el rango de operación del sistema, la ganancia \mathbf{L} puede elegirse en función de los autovalores deseados para $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$ de tal manera que el error de estimación converge asintóticamente a cero con la velocidad deseada (Biagiola and Solsona, 2006).

La transformación $\Psi(\mathbf{x}_j) = [z_{1j} \ z_{2j}]'$ que permite llevar al sistema a la forma (8) se puede obtener derivando sucesivamente la salida,

$$\begin{aligned} z_{1j} &= y_j = h(\mathbf{x}_j) \\ z_{2j} &= \dot{z}_{1j} = \frac{\partial h(\mathbf{x}_j)}{\partial \mathbf{x}_j} \mathbf{f} = L_f h(\mathbf{x}_j) \end{aligned} \quad (10)$$

donde $L_f h$ representa a la derivada de Lie de la función escalar h con respecto a la función vectorial \mathbf{f} . Esta transformación hace que el sistema (8) tenga la siguiente forma,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}_j) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial L_f h(\mathbf{x}_j)}{\partial \mathbf{x}_j} \mathbf{f}(\mathbf{x}_j) \end{bmatrix}_{\mathbf{x}_j = \Psi^{-1}(\mathbf{z}_j)}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A partir de ello, el observador se implementa en las coordenadas originales de la siguiente manera,

$$\begin{cases} \dot{\hat{\omega}}_j = \frac{1}{I_w} (T_j - (\hat{F}_{xrj} + F_{rj})r_d) + g_{1j}(\omega_j - \hat{\omega}_j) \\ \dot{\hat{\eta}}_j = g_{2j}(\omega_j - \hat{\omega}_j) \end{cases} \quad (11)$$

donde las ganancias no lineales g_{1j} y g_{2j} se obtienen a partir de,

$$\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}_j) = \begin{bmatrix} g_{1j} \\ g_{2j} \end{bmatrix} = \left[\frac{\partial \Psi(\hat{\mathbf{x}}_j)}{\partial \hat{\mathbf{x}}_j} \right]^{-1} \mathbf{L}.$$

y la transformación $\Psi(\hat{\mathbf{x}}_j)$ calculada en las variables estimadas,

$$\Psi(\hat{\mathbf{x}}_j) = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{rj} \\ L_f(\hat{\mathbf{x}}_j)\hat{\omega}_{rj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{rj} \\ \frac{\partial \hat{\omega}_{rj}}{\partial \hat{\mathbf{x}}_j} \cdot \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{rj} \\ -\frac{r_d}{I_w} (\hat{F}_{xrj} + F_{rj}) \end{bmatrix}$$

Cabe destacar aquí que $\mathbf{G}_j(\hat{\mathbf{x}}_j)$ se puede calcular en forma analítica en la etapa de diseño del observador, lo cual evita la necesidad de resolver una matriz inversa durante en la etapa de ejecución del observador. A su vez, puede demostrarse que las condiciones necesarias para diseñar esta ganancia se cumplen siempre que el deslizamiento no sea nulo.

4. Control de tracción (CDT)

El CDT propuesto en este trabajo, además de controlar la adherencia individual de cada rueda de tracción, permite estabilizar el vehículo ante momentos de guiño (*yaw*) no deseados producto de aceleraciones sobre superficies de distinta adherencia a cada lado del vehículo.

Como se observa en la Fig. 5, el CDT consiste en dos lazos de control de deslizamiento, uno para cada rueda de tracción. Las referencias de deslizamiento se calculan a partir de la fuerza que se desea transferir al suelo. La entrada de este sistema de control es una referencia de fuerza de tracción (F_A^*), impuesta por el pedal del acelerador. Esta referencia de fuerza pasa por un bloque limitador, cuya función es limitar la fuerza de tracción que ingresa al control de deslizamiento en el caso que la fuerza de referencia sea mayor a la que admite la superficie ($F_{x\max}$). Con ello se evita que las ruedas lleguen a patinar.

En el caso de CDS diferentes a cada lado del vehículo (por ejemplo al circular por una ruta asfaltada, mientras el lado derecho pisa la banquina), el mismo es capaz de transferir más fuerza al suelo sobre el lado de mayor adherencia. Si el conductor intenta acelerar en esta condición, se produce un momento alrededor del eje Z del vehículo (momento de guiño) que podría inestabilizarlo. Para evitar este tipo de situaciones, el limitador de fuerzas $F_{x\max}$ se define como la menor entre las fuerzas máximas que puede ejercer el vehículo a cada lado (η_l y η_r), utilizando la información provista por los dos observadores ($\hat{\eta}_l$ y $\hat{\eta}_r$). Una vez pasado el bloque de limitación de fuerzas, a partir de la misma referencia de fuerza (F_A^*) se calculan los deslizamientos (σ_{xl}^* y σ_{xr}^*) que debe ejercer cada rueda de tracción para cumplir con la referencia de fuerza deseada. De esta forma se logra que independientemente de la CDS a cada lado del vehículo, la fuerza longitudinal ejercida por los neumáticos de tracción sea igual a ambos lados, evitando que se produzca este momento de guiño.

Para controlar el deslizamiento de cada rueda se propone un control mediante linealización por realimentación. El bloque de

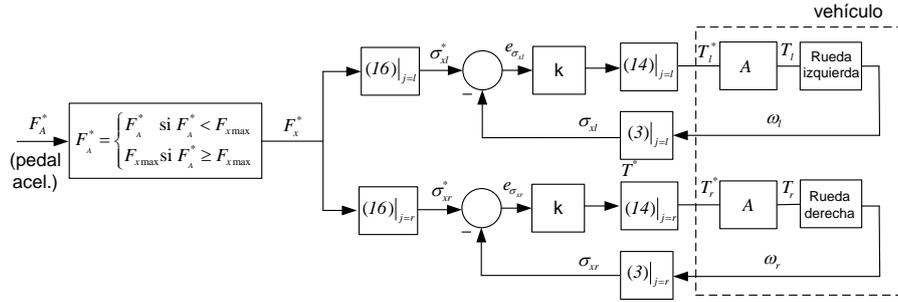


Figura 5: Diagrama en bloques del CDT.

linealización se diseña para que la planta (en este caso cada rueda con entrada de torque, T_j , y salida deslizamiento, σ_{xj} , dada por las expresiones (1) y (3)), se vea como un integrador.

Para ello se realiza un cambio de variables que permite encontrar un sistema cuya variable de estado es el deslizamiento. A partir de (3) se obtiene una expresión de ω_j ,

$$\omega_j = \frac{1}{r_d} \frac{v_x}{(1 - \sigma_{xj})}$$

y se deriva con respecto al tiempo,

$$\dot{\omega}_j = \frac{v_x \dot{\sigma}_{xj} - (\sigma_{xj} - 1) \dot{v}_x}{r_d (\sigma_{xj} - 1)^2} \quad (12)$$

Igualando (12) con (1) y despejando $\dot{\sigma}_x$ se obtiene una ecuación diferencial en la variable σ_x que modela al sistema que se propuso obtener.

$$\dot{\sigma}_{xj} = \frac{1}{v_x} \left[\left(\frac{T_j - (F_{xrl} + F_{rr})r_d}{I_w} \right) r_d (\sigma_{xj} - 1)^2 + (\sigma_{xj} - 1) \dot{v}_x \right] \quad (13)$$

A partir de esta última expresión se puede ver que si la entrada de torque se elige como sigue,

$$T_j = \left[u_j v_x - (\sigma_{xj} - 1) \dot{v}_x \right] \frac{I_w}{r_d (\sigma_{xj} - 1)^2} + (F_{xrl} + F_{rr})r_d \quad (14)$$

el sistema (13) con entrada u_j se comporta como un integrador.

$$\dot{\sigma}_{xj} = u_j$$

Aquí entonces u_j es la nueva entrada del sistema linealizado y T_j la salida (el par aplicado al motor); F_{xj} es la fuerza calculada según (4), cuyo cálculo requiere del valor de $\hat{\eta}_j$ obtenido del observador.

Se puede ver que en esta expresión es necesario conocer la derivada de la velocidad longitudinal del vehículo, la cual se calcula utilizando un modelo longitudinal de vehículo (Rajamani, 2011), como sigue,

$$\dot{v}_x = \frac{F_{xrl} + F_{xrr} - k_a v_x^2}{m} \quad (15)$$

Aquí, k_a es una constante proporcional a las pérdidas aerodinámicas, F_{xrl} y F_{xrr} son las fuerzas transmitidas al suelo por las ruedas izquierda y derecha respectivamente y m es la masa del vehículo.

Por último, los bloques A de la Fig. 5 modelan a los accionamientos de los motores de tracción eléctrica. Debido a que se supone que se utiliza un control de campo orientado para su control, el mismo es capaz de imponer una referencia de torque (T^*) en el motor en pocos milisegundos (Serrano-Iribarnegaray and Martínez-Roman, 2007). Por este motivo el retardo en la actuación se modela como un filtro pasa bajos de segundo orden, cuyos polos se ubican en $f = 200Hz$. Si bien esta dinámica no fue considerada para el desarrollo del control, se incluye en las simulaciones realizadas en la sección de resultados.

4.1. Cálculo de las referencias de deslizamiento

Las referencias de deslizamiento que ingresan a cada controlador se calculan en función de la fuerza que se quiere ejercer al suelo. Para ello se utiliza la ecuación de la rueda en estado estacionario (1). De aquí,

$$0 = T_j - (F_{xrl} + F_{rr})r_d \Rightarrow F_{xrl} = \frac{T_j}{r_d} - F_{rr} = F_{xj}^*$$

De esta última ecuación se desea despejar el deslizamiento longitudinal σ_{xj} , sabiendo que F_{xj} es un polinomio cúbico en σ_{xj} (ver (6)). A partir de esto se obtienen tres raíces, de las cuales dos de ellas son complejas conjugadas y una es real. Esta última raíz se utiliza como referencia de deslizamiento para ambas ruedas ($j = l, r$),

$$\sigma_{xj}^* = 3 \left[\frac{\eta_j - \sqrt[3]{(\eta_j - F_{xj}^*)\eta_j^2}}{C_x} \right] \quad (16)$$

Se puede ver que para evaluar (16) es necesario conocer el valor de η_j , para lo cual se utiliza el valor estimado por los observadores propuestos.

Esta propuesta presenta ciertas ventajas respecto a otras técnicas de CDT. Kuntanapreeda (2014) realizan un control a lazo cerrado del deslizamiento con el objetivo de mantener las ruedas de tracción estables, pero no especifican cómo se calculan las referencias de deslizamiento. En el presente trabajo las referencias de deslizamiento se calculan a partir de una referencia de fuerza (F_A^* en Fig. 5), la cual podría representar directamente una señal proporcional al pedal del acelerador. Un control de la fuerza aplicada al suelo, para una dada velocidad longitudinal, permite lograr una aceleración del vehículo proporcional a la posición del acelerador independiente de la condición de suelo. Esto a su vez permite que el conductor no perciba cambios de respuesta de la aceleración del vehículo para cualquier CDS (siempre y cuando no se alcance la saturación de fuerzas).

A diferencia de esto, un control directo del deslizamiento no permite lograr una aceleración independiente de la CDS.

Magallan et al. (2011) realizan un CDT limitando el par de los motores de tracción mediante saturaciones dinámicas calculadas a partir de valores estimados de la CDS. Si bien esta estrategia muestra buen desempeño y requiere menos capacidad de procesamiento que un control a lazo cerrado de deslizamiento, una sobreestimación en la CDS provocaría un cálculo de las saturaciones dinámicas por sobre el valor real de par máximo, que podría producir el patinaje de las ruedas de tracción. En cambio, en un control de deslizamiento, errores en la estimación de los valores máximos de deslizamiento disminuirían el rendimiento del CDT pero mantendrían el deslizamiento acotado.

5. Resultados

Para validar tanto el diseño del control de tracción como los observadores propuestos, se realizaron simulaciones mediante las plataformas CarSim/Simulink. Se utilizó un modelo completo de vehículo cuyos parámetros se detallan en la Tabla 1, y los mismos corresponden a los de un prototipo de vehículo eléctrico experimental (Magallan et al., 2009). Tanto los observadores (uno para cada rueda de tracción) como el control de tracción se implementaron en Simulink, mientras que el modelo de vehículo se implementó en CarSim y se incorpora a Simulink como un bloque externo.

Este bloque corresponde a un modelo dinámico multicuerpo que considera efectos de las suspensiones, transferencia de carga entre ejes, fuerzas aerodinámicas, etc. El modelo de neumático utilizado incluye los efectos de: resistencia de rodadura, *camber thrust*, radio dinámico dependiente de la carga del neumático, y dinámica en las fuerzas producidas en los neumáticos (Loeb et al., 1990). Las fuerzas longitudinales se corresponden con el modelo *brush*. La dirección del vehículo es manejada por un modelo de conductor desarrollado por CarSim, cuyos parámetros se configuraron en: `driver timepreview: 1s`, `driver time lag: 0s`.

Las ganancias del observador se eligen como $l_1 = 30$ y $l_2 = 2000$ para obtener la velocidad de estimación de η_j en el orden de 10 ms . Esto permite que el control de tracción actúe rápidamente ante un cambio en la condición de suelo. Las ganancias de los controladores de tracción se seleccionaron en $k = 500$ para lograr una velocidad de actuación adecuada, y acorde a los tiempos de convergencia de los observadores.

Tabla 1: Parámetros del vehículo.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
C_x	50000 N/rad	r_d	0,27 m
k_s	$3,6 \cdot 10^{-3}$	k_d	$0,22 \cdot 10^{-3} \text{ s/m}$
I_w	20 $\text{kg} \cdot \text{m}^2$	m	600 kg

5.1. Aceleración en trayectoria recta con cambio en la condición de suelo

En este ensayo el vehículo circula siguiendo una trayectoria recta que presenta diferentes condiciones de suelo, partiendo de una velocidad de 11 m/s (aproximadamente 40 km/h) (Fig. 6(a)). Inicialmente el vehículo circula por una superficie de alta adherencia ($\mu_S = 0,9$); al cabo de 3 s pasa a una superficie

de adherencia media ($\mu_S = 0,5$), y luego de 5 s cambia a una superficie de $\mu_S = 0,2$ (Fig.6(c)). Dado que la CDS es igual a cada lado del vehículo durante toda la simulación, solamente se muestran los resultados para el lado izquierdo (los correspondientes a la rueda derecha son idénticos). Con el objetivo de simular una condición real respecto a las mediciones, se añadió ruido gaussiano limitado en ancho de banda de 1 kHz a las mediciones de velocidades angulares de las ruedas, de valor medio nulo y varianza $\sigma = 0,05$, lo cual se traduce como un error máximo porcentual del 1% durante toda la simulación.

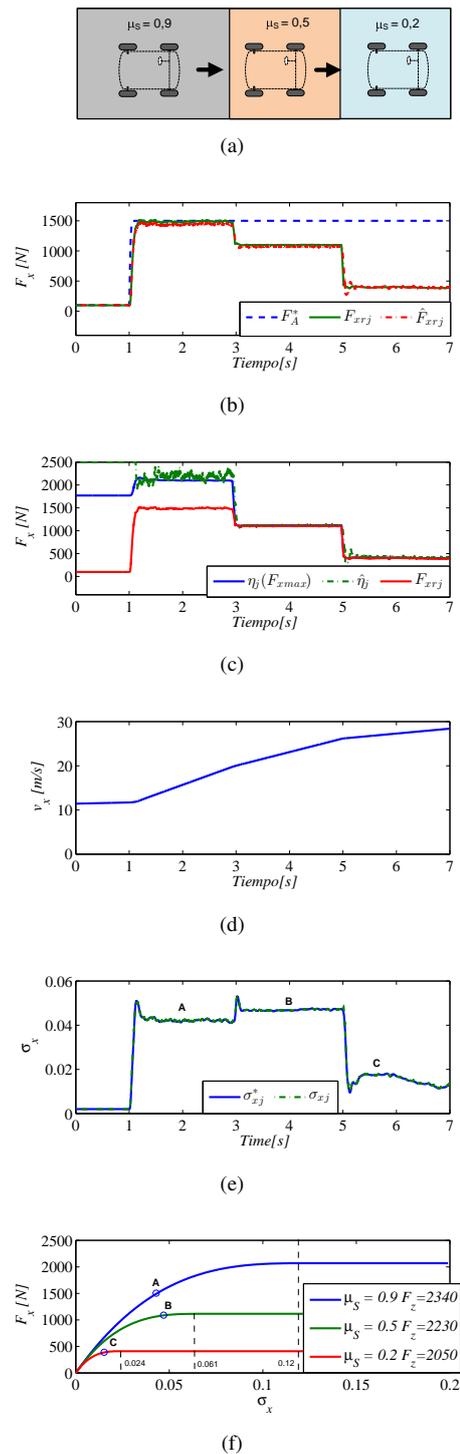


Figura 6: Aceleración del vehículo en una trayectoria recta que presenta diferentes condiciones de suelo.

En la Fig. 6(b) se muestra la referencia de fuerza provista por el acelerador (F_A^*), la fuerza longitudinal generada por la rueda (F_{xrl}) y esta misma fuerza calculada a partir del parámetro $\hat{\eta}_l$ estimado por el observador. En la Fig. 6(c) se muestra la fuerza máxima que es posible aplicar al suelo, calculada como $\eta_l = \mu_{Sl}F_z$, la fuerza máxima estimada por el observador $\hat{\eta}_l$ y, al igual que en la gráfica anterior, la fuerza longitudinal generada por la rueda (F_{xrl}). En la figura 6(e) se muestran la referencia de deslizamiento (σ_{xl}^*) calculado a partir de (16) que ingresa al sistema de control de deslizamiento y el deslizamiento longitudinal obtenido del modelo de CarSim.

Entre $t = 0$ s y $t = 1$ s se aplica al suelo la fuerza de tracción necesaria para mantener la velocidad del vehículo (100 N). En $t = 1$ s el conductor presiona el acelerador para aumentar la velocidad, generando una referencia de fuerza de tracción de 1400 N (trazo azul de la Fig. 6(b)). Esto produce un aumento de la fuerza transmitida al suelo, lo que permite al vehículo incrementar su velocidad siguiendo el perfil mostrado en la Fig. 6(d). Además, por el efecto de la aceleración se produce una transferencia de carga hacia el eje trasero, aumentando la fuerza normal en las ruedas traseras, y esto se traduce también como un aumento de la fuerza máxima que se puede transferir al suelo. Este efecto se muestra en 6(c): posterior al instante $t = 1$ s, η_l se incrementa de 1750 N a 2150 N.

Dado que entre 0 y 1 s la fuerza necesaria para vencer los rozamientos y mantener la velocidad del vehículo es pequeña, la estimación del parámetro η_l no es buena en esta parte del trayecto. Esto se debe a que en la región de bajo deslizamiento la fuerza de tracción es prácticamente independiente del parámetro η_l (ver sección 2.1). A pesar de ello, la fuerza de tracción (\hat{F}_{xrl}) es estimada correctamente en esta región, como se aprecia en la figura 6(b), lo cual confirma la hipótesis anterior.

Entre $t = 1$ s y $t = 3$ s la referencia de deslizamiento corresponde al necesario para transferir la fuerza de tracción requerida por el conductor (1400 N). En este intervalo las fuerzas de tracción no están saturadas, ya que la máxima fuerza disponible es 2150 N. Entre $t = 3$ s y $t = 5$ s la referencia de deslizamiento corresponde al necesario para transferir 1200 N, y entre $t = 5$ s y $t = 7$ s, el necesario para transferir 400 N al suelo. En el intervalo entre 3 y 7 segundos la fuerza aplicada al suelo es la máxima que admite la superficie, porque aún si aumentara el deslizamiento, las fuerzas de tracción no crecerían más allá de los valores mostrados en la simulación. En este intervalo es el control de tracción quien limita la fuerza de referencia (F_A^*) al valor máximo de fuerza que es posible transferir a esta superficie, estimado por el observador ($\hat{\eta}_l$). En la Fig. 6(f) se muestran los puntos de operación correspondientes a cada intervalo.

5.2. Aceleración sobre un camino donde cambia la condición de suelo en uno de los lados del vehículo, sin CDT

Este caso muestra un vehículo que circula en línea recta sobre una carretera asfaltada (suelo con alta adherencia, $\mu_S = 0,85$) de 8 m de ancho. El vehículo circula inicialmente a 60 km/h, sin CDT. La CDS cambia en el instante $t = 3$ s a $\mu_{Sl} = 0,2$ en el lado izquierdo del vehículo (Fig. 7(a)). Debido a que las condiciones de suelo varían entre un lado y otro del vehículo, en esta simulación se especifican los valores de las variables a ambos lados del vehículo (expresadas con subíndices l y r).

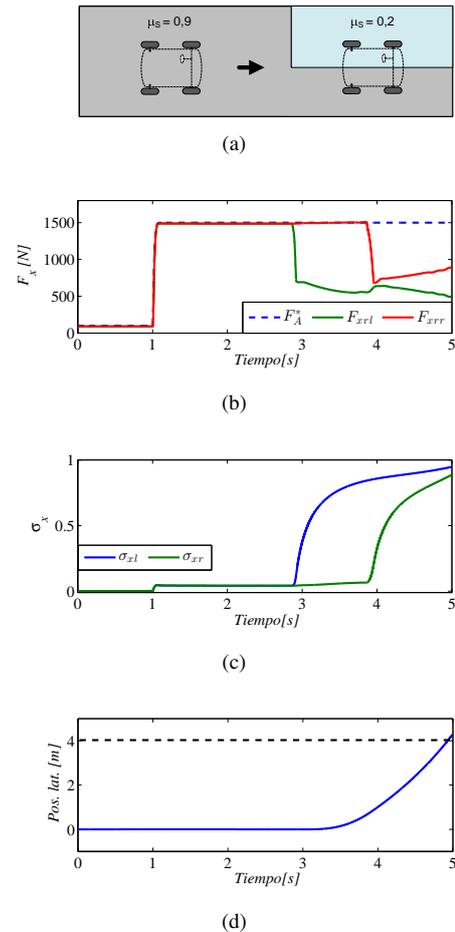


Figura 7: Vehículo acelerando sobre una superficie donde cambia la CDS a un lado del vehículo. CDT desactivado

En la Fig. 7(b) se muestra la referencia de fuerza, la cual es proporcional a la posición del acelerador, y las fuerzas aplicadas a cada rueda obtenidas del modelo de vehículo (F_{xrl} y F_{xrr}). Como se observa en esta figura, en $t = 1$ s el conductor presiona el acelerador, lo que se traduce como una fuerza de tracción de 1400 N hasta $t = 3$ s. En este instante, las ruedas del lado izquierdo comienzan a transitar por la superficie de baja adherencia ($\mu_{Sl} = 0,2$), lo que produce una disminución importante de la fuerza aplicada por la rueda izquierda de tracción (aproximadamente 600 N). La diferencia entre las fuerzas a uno y otro lado del vehículo produce un momento de guiño que lleva a que el mismo se despieste, hecho que el modelo de conductor no es capaz de corregir. Como se aprecia en la Fig. 7(d) en el intervalo entre $t = 3$ s y $t = 5$ s se desvía más de 4 metros hacia la izquierda atravesando el límite del camino (en solo 2 s). A partir de $t = 4$ s también decrece la fuerza ejercida por la rueda derecha dado que la misma ingresa a la superficie de baja adherencia, producto del despiste.

5.3. Aceleración sobre un camino donde cambia la condición de suelo en uno de los lados del vehículo, empleando el CDT propuesto

A continuación se repite la condición de la simulación anterior pero empleando el control de tracción propuesto. En la Fig. 8(a) se muestra la referencia de fuerza provista por el acelerador (F_A^*) y las fuerzas longitudinales aplicadas a cada rueda,

obtenidas del modelo de CarSim (F_{xrl} y F_{xrr}). En la Fig. 8(b) se muestra la fuerza máxima que es posible aplicar al suelo para cada rueda, calculadas como $\eta_l = \mu_{Sl}F_{zrl}$ y $\eta_r = \mu_{Sr}F_{zrr}$, y la fuerzas máximas estimadas por los observadores $\hat{\eta}_l$ y $\hat{\eta}_r$. Se puede ver que en el instante $t = 3$ s la fuerza máxima que puede transferir la rueda izquierda disminuye a 600 N, producto del cambio de adherencia de la superficie sobre el lado izquierdo.

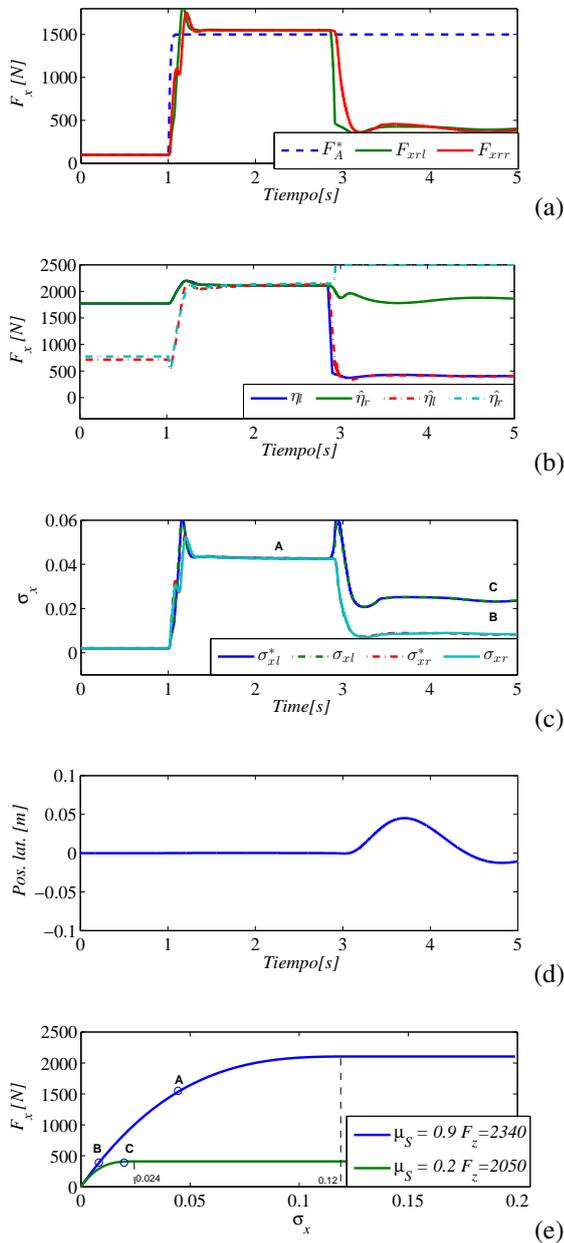


Figura 8: Vehículo acelerando sobre una superficie donde cambia la CDS a un lado del vehículo. CDT propuesto activado

El control de tracción calcula las referencias de deslizamiento (Fig. 8(c)) de modo que las fuerzas de tracción sean iguales a cada lado del vehículo (Fig. 8(a)). Por este motivo, a pesar de que la condición de suelo sobre el lado derecho no se modifica y se podría continuar ejerciendo la misma fuerza al suelo, la fuerza de tracción se limita también en el lado derecho (ver puntos B y C en la Fig. 8(e)). Debido a ello, no existe diferencia entre las fuerzas de tracción a izquierda y a derecha del

vehículo a partir de $t = 3$ s, por lo que en este caso no se genera un momento alrededor del eje Z y el vehículo prácticamente no desvía su trayectoria (sólo 4 cm, Fig. 8(d)).

Al igual que en la primera simulación, entre $t = 0$ s y $t = 1$ s no se obtiene una buena estimación de los parámetros η_j debido a que en la región de bajo deslizamiento la fuerza es prácticamente independiente de este parámetro. Algo similar ocurre a partir de $t = 3$ s con la estimación de η_r , ya que el control de tracción disminuye considerablemente la fuerza aplicada al suelo en el lado derecho del vehículo (F_{xrr}). Esto hace que la fuerza F_{xrr} se encuentre en la región lineal (punto B en la Fig. 8(e)) y el observador no estime η_r correctamente. De todos modos este error de estimación no trae inconvenientes ya que a partir de $t = 3$ s el control de tracción solamente utiliza la información de η_l (el menor entre η_l y η_r).

Se puede apreciar además aquí el correcto desempeño de los lazos de control de deslizamiento propuestos, observando que los deslizamientos en ambas ruedas siguen a las referencias calculadas (Fig. 8(c)).

5.4. Cambio de parámetros en el modelo de neumático

El parámetro C_x (ver (4)) modela la pendiente de la característica fuerza-deslizamiento en la región lineal de fuerzas (ver Fig. 3). En la bibliografía se encuentran trabajos que muestran que para un determinado neumático, esta pendiente para superficies de muy baja adherencia (grava o hielo) es menor que la pendiente para asfalto seco o húmedo (Gustafsson, 1997). Este efecto no se está contemplado en el modelo de fuerzas de *brush*, el cual considera al parámetro C_x como una constante para un neumático determinado. En Singh and Taheri (2015) se muestran resultados experimentales de mediciones de fuerzas en neumáticos para condiciones de suelo de alta y baja adherencia y se realiza un ajuste de parámetros de un modelo *brush* a estos resultados. En dicho trabajo se muestra que la pendiente de fuerzas a bajo deslizamiento para un determinado neumático podría disminuir cuatro veces entre una superficie de alta adherencia con respecto a una de muy baja adherencia. Este criterio se adopta aquí para evaluar el observador ante la misma variación de pendiente y analizar el comportamiento del control de tracción ante estos cambios.

En la Fig. 9(a) se muestra la comparación entre un modelo de *brush* con $C_x = 12500$ (modelo programado en el vehículo simulado) y un modelo con $C_x = 50000$ (modelo programado en el observador), ambas para $F_z = 2000$ N y $\mu_S = 0,2$. Se puede apreciar que la curva de fuerzas con $C_x = 50000$ satura para un deslizamiento longitudinal de $\sigma_x = 0,024$ (punto A) mientras que la curva con $C_x = 12500$ satura a $\sigma_x = 0,08$ (punto C), y además que ambas saturan en un valor de fuerza máxima $\eta = \mu_S F_z = 400$ N.

A continuación se analiza en primer lugar el comportamiento del observador propuesto ante un cambio de parámetros en el modelo de fuerzas de *brush*, y luego se evalúa el sistema de control completo en estas condiciones.

La primer prueba consiste en evaluar el desempeño de los observadores solamente en el lazo de control de deslizamiento (sin realizar el cálculo de las referencias de deslizamiento a partir de los valores estimados de η_j). Se simula el vehículo circulando a 40 km/h sobre una superficie de baja adherencia

($\mu_S = 0,2$). En $t = 1$ s se introduce una referencia de deslizamiento a ambos controladores de $\sigma_{xj}^* = 0,024$ y luego se repite esta misma simulación para una referencia de $\sigma_{xj}^* = 0,085$, las cuales coinciden con los deslizamientos correspondientes a la saturación de fuerzas de los modelos de fuerzas de *brush* (ver Fig. 9(a)) para ambos valores de C_x .

En la Fig.9(b) se muestran los valores de fuerza máxima estimados para las dos simulaciones. Se puede ver que el error de estimación cuando $\sigma_{xj}^* = 0,024$ es elevado, debido a que para ese deslizamiento el modelo de fuerzas del vehículo simulado y el modelo programado en el observador son considerablemente distintos (ver Fig. 9(b), trazo verde). Se puede ver también que el error de estimación en la fuerza máxima es mucho menor cuando $\sigma_{xj}^* = 0,085$ (Fig. 9(b), trazo rojo)). Esto se debe a que para este valor de deslizamiento ambos modelos de fuerzas coinciden (ambos se encuentran en la zona de saturación). A partir de esto se puede comprobar que los observadores propuestos en este trabajo estiman correctamente la fuerza máxima en la región de saturación de fuerzas, a pesar de haber introducido una gran variación en el valor de la constante C_x .

En la segunda parte se realiza una simulación del sistema utilizando el esquema completo de la Fig. 5. Entre $t = 0$ s y $t = 1$ s se aplica al suelo la fuerza de tracción necesaria para mantener la velocidad del vehículo (100 N). En $t = 1$ s el conductor presiona el acelerador para aumentar la velocidad, generando una referencia de fuerza de tracción de 1400 N, con una condición de suelo $\mu_S = 0,2$ y una constante $C_x = 12500$ en el vehículo simulado. En el trazo verde de la Fig. 10(b) se puede apreciar que la fuerza máxima estimada por los observadores no es correcta, sino que es muy inferior a la máxima que realmente se puede transferir al suelo. La misma no se estima correctamente debido a que el deslizamiento se establece en un valor muy pequeño y para estos valores de deslizamiento los modelos de fuerzas son muy diferentes (ver Fig. 10(a)).

A pesar de que podría ejercerse más fuerza sobre la superficie, la sub-estimación del valor de fuerza máxima produce que el bloque de cálculo de referencias limite los deslizamientos a un valor muy inferior al que realmente saturan las fuerzas de tracción, lo que a su vez limita la fuerza aplicada al suelo a 30 N. Esta fuerza es inferior a la que se podría transferir a la superficie (400 N), y no es suficiente para compensar los rozamientos del vehículo, provocando que el mismo se quede sin capacidad de aceleración. Si bien los observadores podrían estimar correctamente la fuerza máxima si el deslizamiento estuviera en un valor cercano a la saturación de fuerzas (como se mostró en la simulación anterior), el control de tracción limita los deslizamientos de tal forma que no se alcanza dicha región.

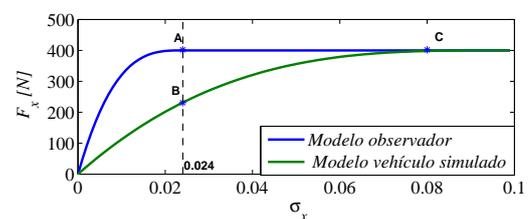
Para solucionar este inconveniente se propone modelar el cambio de pendiente en el modelo de neumático de la siguiente manera: se considera que para superficies de alta y media adherencia (entre $\mu_S = 1$ y $\mu_S = 0,6$, lo que se traduce como $\eta_j = 2000$ y $\eta_j = 1200N$ para $F_z = 2000$ N respectivamente), la pendiente del modelo de fuerzas no cambia, es decir que se mantiene el valor de $C_x = 50000$. Entre $\eta_j = 1200$ N y $\eta_j = 400$ N la pendiente se disminuye en forma lineal para ajustarse a los resultados mostrados en (Singh and Taheri (2015)). A partir de esto se obtiene una función lineal continua de ajuste

del valor de C_x en función de la fuerza máxima,

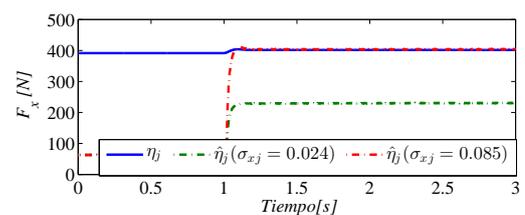
$$C_x(\hat{\eta}) = \begin{cases} 12500 & \text{si } \hat{\eta} < 400 \\ 46,875(\hat{\eta} - 400) + 12500 & \text{si } 400 \leq \hat{\eta} \leq 1200 \\ 50000 & \text{si } \hat{\eta} > 1200 \end{cases} \quad (17)$$

La expresión (17) se utiliza exclusivamente en el bloque de cálculo de deslizamientos de referencia (Fig. 5) para adaptar el valor del parámetro C_x y el resultado de esta operación se utiliza para calcular las referencias de deslizamiento con (16). Las funciones de linealización por realimentación (las cuales son funciones de C_x) no se modifican ya que los sistemas de control de tracción y los observadores son robustos a la variación del parámetro C_x introducida.

Luego de realizar la modificación en el cálculo de las referencias de deslizamiento, se corre nuevamente la última simulación y se obtienen los resultados de estimación de fuerzas máximas que se muestran en la Fig. 10(b), trazo rojo. Se puede apreciar ahora la correcta estimación del valor de fuerza máxima y que el valor de deslizamiento longitudinal se establece en un valor cercano a la saturación ($\sigma_{xj} = 0,075$), lo que permite transferir al suelo una fuerza de 400N.



(a)



(b)

Figura 9: Prueba del observador ante una variación en el parámetro C_x .

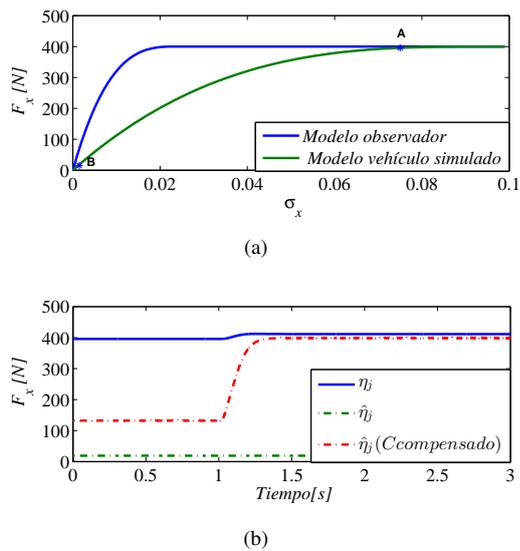


Figura 10: Prueba del observador ante una variación en el parámetro C_x .

6. Conclusiones y trabajos futuros

En este trabajo se presentó un control de tracción diseñado para implementarlo sobre un vehículo eléctrico. La estrategia de control limita el deslizamiento longitudinal para garantizar la operación de los neumáticos de tracción en la región estable, aún en superficies de baja adherencia. Esto permite mejorar la eficiencia y la seguridad del vehículo.

Se diseñó para ello un lazo de control de deslizamiento por cada rueda de tracción, utilizando la estrategia de control de linealización por realimentación. Las referencias de deslizamiento para estos controles se calcularon a partir de la referencia de fuerza provista por el pedal del acelerador, el modelo de fuerza de *brush* y la fuerza máxima que se puede transferir al suelo a cada lado del vehículo, estimada mediante observadores propuestos. Se observó que en el modelo de *brush* las variables condición de suelo y fuerza normal aparecen siempre como un producto, por lo tanto se concluyó que no es necesario estimar a las dos en forma independiente, sino que es suficiente con conocer el producto de las mismas. Además, se mostró que este producto coincide con la fuerza máxima que es posible transferir al suelo para una condición de suelo y carga normal dadas. Por este motivo, en este trabajo las fuerzas máximas de tracción (para cada rueda) se estimaron mediante dos observadores no lineales de Luenberger.

Con respecto a trabajos similares en la bibliografía, se destaca la mayor velocidad de convergencia de los observadores propuestos, comparado con la de los estimadores recursivos. Esto permite limitar rápidamente el par de los motores de tracción ante variaciones repentinas de la condición de suelo, brindándole al vehículo mayor seguridad. Además se destaca la simpleza de implementación de los observadores en un controlador real, ya que no se requiere el cálculo de inversas de matrices en tiempo real, como sucede con las propuestas que utilizan filtro de Kalman.

La propuesta fue validada por simulación empleando un modelo completo de vehículo implementado en Simulink / CarSim, verificándose el correcto funcionamiento del control de

tracción y de los observadores para distintas condiciones de adherencia del suelo. Se mostró la correcta estimación de la fuerza máxima que se puede aplicar al suelo y el seguimiento de las referencias de deslizamiento realizadas por el control de tracción. Además se mostró cómo es posible evitar el despiste de un vehículo que se encuentra acelerando mientras la condición de suelo cambia a uno de los lados del mismo. Para lograr esto, el control de tracción, utilizando los valores de fuerza máxima estimados, limita el deslizamiento en ambas ruedas de tracción para que la fuerza aplicada al suelo sea igual a ambos lados del vehículo.

Se introdujo además una variación en el parámetro C_x para superficies de muy baja adherencia, de acuerdo a mediciones experimentales reportadas en la bibliografía. Se concluyó que los observadores no estiman correctamente las fuerzas máximas transferibles al suelo cuando el deslizamiento se encuentra lejos de la región de saturación de fuerzas, pero lo hace correctamente para valores de deslizamiento longitudinal cercanos a la saturación. Se observó que la estimación incorrecta de las fuerzas máximas (a un valor inferior al real) limita el valor de deslizamiento longitudinal a un valor pequeño, limitando a su vez la capacidad de aceleración del vehículo. Para solucionar este inconveniente se propuso una función que permite calcular los deslizamientos longitudinales considerando la variación paramétrica, y de esta forma permitir que el vehículo pueda ejercer la máxima fuerza de tracción. Se mostró que mediante esta modificación se obtiene una estimación correcta de la fuerza máxima, aún en estas condiciones.

Aunque el control de tracción propuesto fue diseñado y validado en trayectorias rectas, en una situación de conducción real puede ser necesaria la acción de un control de tracción cuando se producen aceleraciones en trayectorias curvas. En estas condiciones la fuerza máxima total que puede ejercer un neumático se reparte en las direcciones X e Y, por lo que cuanto más brusca sea la maniobra de giro realizada, menor será la fuerza longitudinal disponible y es más fácil que la rueda patine. Es decir, las saturaciones de fuerzas se producen a un valor de deslizamiento longitudinal menor, comparado con un neumático en las mismas condiciones que no ejerce fuerza lateral. Si bien los observadores presentados en este trabajo convergen solamente en trayectorias rectas, ante aceleraciones en maniobras de giro es posible utilizar la última fuerza máxima estimada para calcular las referencias de deslizamiento durante la curva. Con esta estrategia es posible evitar que las ruedas patinen, aún cuando no se aproveche toda la fuerza lateral que el neumático podría ejercer. De esta manera se asegura que ante un cambio de la condición de suelo durante la curva, el deslizamiento longitudinal se mantenga acotado al valor de deslizamiento máximo calculado previo al inicio de la curva. Como trabajo a futuro se propone desarrollar un observador que estime las fuerzas máximas de tracción tanto en trayectorias rectas como en curvas, para poder calcular las referencias de deslizamiento longitudinal optimizando el uso de las fuerzas laterales, brindándole mayor estabilidad global al vehículo.

Agradecimientos

Este trabajo fue financiado por la Universidad Nacional de Río Cuarto, FONCyT-ANPCyT (Subsidio PICT-2014-2760) y

CONICET (Subsidio PIP 2014-2016 GI 11220130100517CO).

Referencias

- Baffet, G., Charara, A., Dherbomez, G., 2007. An observer of tire-road forces and friction for active security vehicle systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 12 (6), 651–661.
- Biagiola, S., Solsona, J., 2006. State estimation in batch processes using a non-linear observer. *Mathematical and Computer Modelling* 44 (11-12), 1009–1024.
- Changsun, A., Huei, P., Tseng, H. E., 2013. Robust estimation of road frictional coefficient. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 21 (1), 1–13.
- Chankyu, L., Hedrick, K., Kyongsu, Y., 2004. Real-time slip-based estimation of maximum tire-road friction coefficient. *IEEE/ASME Trans. on Mechatronics* 9 (2), 454–458.
- Choi, M., Oh, J. J., Choi, S. B., 2013. Linearized recursive least squares methods for real-time identification of tire-road friction coefficient. *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 62 (7), 2906–2918.
- Dejun, Y., Sehoon, O., Hori, Y., 2009. A novel traction control for EV based on maximum transmissible torque estimation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 56 (6), 2086–2094.
- Delli Colli, V., Tomassi, G., Scarano, M., 2006. Single wheel longitudinal traction control for electric vehicles. *IEEE Transactions on Power Electronics* 21 (3), 799–808.
- Fernández, R., Aracil, R., Armada, M., 2012. Control de tracción en robots móviles con ruedas. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial (RIAI)* 9 (4), 393–405.
- Gustafsson, F., 1997. Slip-based tire-road friction estimation. *Automatica* 33 (6), 1087–1099.
- Hori, Y., Oct 2004. Future vehicle driven by electricity and control-research on four-wheel-motored "UOT electric march II". *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 51 (5), 954–962.
- Hu, J.-S., Yin, D., Hori, Y., 2011. Fault-tolerant traction control of electric vehicles. *Control Engineering Practice* 19 (2), 204–213.
- Ivanov, V., Savitski, D., Shyrokau, B., Sept 2015. A survey of traction control and antilock braking systems of full electric vehicles with individually controlled electric motors. *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 64 (9), 3878–3896.
- Kuntanapreeda, S., 2014. Traction control of electric vehicles using sliding-mode controller with tractive force observer. *International Journal of Vehicular Technology* 2014.
- Li, L., Yang, K., Jia, G., Ran, X., Song, J., Han, Z.-Q., 2015. Comprehensive tire-road friction coefficient estimation based on signal fusion method under complex maneuvering operations. *Mechanical Systems and Signal Processing* 56, 259–276.
- Loeb, J. S., Guenther, D. A., Chen, H.-H. F., Ellis, J. R., 1990. Lateral stiffness, cornering stiffness and relaxation length of the pneumatic tire. Tech. rep., SAE Technical Paper.
- Magallan, G. A., De Angelo, C. H., Garcia, G. O., 2009. A neighbourhood-electric vehicle development with individual traction on rear wheels. *International Journal of Electric and Hybrid Vehicles* 2 (2), 115–136.
- Magallan, G. A., De Angelo, C. H., Garcia, G. O., 2011. Maximization of the traction forces in a 2wd electric vehicle. *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 60 (2), 369–380.
- Mooryong, C., Oh, J. J., Choi, S. B., 2013. Linearized recursive least squares methods for real-time identification of tire-road friction coefficient. *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 62 (7), 2906–2918.
- Pacejka, H. B., 2005. Tyre and vehicle dynamics, 2nd Edition. Elsevier.
- Pacejka, H. B., Sharp, R. S., 1991. Shear force development by pneumatic tyres in steady state conditions: a review of modelling aspects. *Vehicle system dynamics* 20 (3-4), 121–175.
- Rajamani, R., 2011. Vehicle dynamics and control. Springer.
- Rajamani, R., Phanomchoeng, G., Piyabongkarn, D., Lew, J. Y., 2012. Algorithms for real-time estimation of individual wheel tire-road friction coefficients. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 17 (6), 1183–1195.
- Sanghyun, H., Hedrick, J. K., 2013. Tire-road friction coefficient estimation with vehicle steering. In: 2013 IEEE Intelligent Vehicles Symposium. pp. 1227–1232.
- Serrano-Iribarnegaray, L., Martinez-Roman, J., Aug 2007. A unified approach to the very fast torque control methods for DC and AC machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 54 (4), 2047–2056.
- Singh, K. B., Taheri, S., 2015. Estimation of tire-road friction coefficient and its application in chassis control systems. *Systems Science & Control Engineering* 3 (1), 39–61.
- Sui, D., Johansen, T. A., 2010. Moving horizon estimation for tire-road friction during braking. In: 2010 IEEE International Conference on Control Applications (CCA). pp. 1379–1384.
- Tesheng, H., 2013a. Direct longitudinal tire force control under simultaneous acceleration/deceleration and turning. In: American Control Conference (ACC), 2013. pp. 2147–2152.
- Tesheng, H., 2013b. Robust estimation and control of tire traction forces. *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 62 (3), 1378–1383.
- Wanki, C., Jangyeol, Y., Seongjin, Y., Bongyeong, K., Kyongsu, Y., 2010. Estimation of tire forces for application to vehicle stability control. *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 59 (2), 638–649.