

Control Estable de Formación Basado en Visión Omnidireccional para Robots Móviles No Holonómicos

Flavio Roberti* Juan Marcos Toibero* Raquel Frizera Vassallo** Ricardo Carelli*

*Instituto de Automática, Universidad Nacional de San Juan, Av. San Martín Oeste 1109, J5400ARL, San Juan, Argentina (e-mail: froberti@inaut.unsj.edu.ar)

**Dpto. de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória (ES) –Brasil (e-mail: raquel@ele.ufes.br)

Resumen: Este trabajo presenta un algoritmo de control basado en seguimiento de líderes para la navegación autónoma de un equipo de robots móviles no holonómicos manteniendo una formación deseada. Los errores de control se definen en términos de las posiciones instantáneas de cada robot y de su posición deseada dentro de la formación, relativa al robot líder del grupo. Para el sensado de las posiciones relativas, solo el robot líder está equipado con un sistema de visión omnidireccional. Se prueba la estabilidad del sistema propuesto según la teoría de Lyapunov y se realiza un análisis de robustez ante ciertos errores de estima. Resultados experimentales ilustran el buen desempeño del algoritmo de control propuesto. Copyright © 2011 CEA.

Palabras Clave: Control de formación, Robótica móvil, Sistemas no lineales, Análisis de estabilidad y robustez.

1. INTRODUCCIÓN

Las aplicaciones en donde se desea controlar de manera coordinada un grupo de robots para que realicen una tarea especificada son cada vez más numerosas, debido a que las mismas pueden ser llevadas a cabo de manera más eficiente mediante la utilización de dos o más robots trabajando en forma cooperativa. Ejemplos de las mencionadas tareas son: vigilancia, búsqueda y exploración, rescate, reconocimiento y mapeo, acarreo o manipulación de objetos de grandes dimensiones, etc., Algunas de estas tareas requieren que los robots estén organizados en formaciones específicas o incluso que se desplacen manteniendo dicha formación. El control de formación hace referencia al problema de controlar la posición y orientación relativa entre robots que integran un grupo a los fines de la realización de una tarea.

Las investigaciones relacionadas a la coordinación de robots comenzaron con la aparición del paradigma del control basado en comportamientos (Brooks, 1986). Se pueden distinguir cuatro filosofías distintas a la hora de abordar el problema de coordinación de robots:

- Seguimiento de líderes: el robot líder realiza la planificación de trayectoria para la formación, mientras que los demás robots siguen al líder (Monteiro *et al.*, 2004; Desai *et al.*, 1998; Leonard and Fiorelli, 2001; Shao *et al.*, 2005).
- Control basado en comportamientos: inspirado en el comportamiento de los grupos de animales, se combinan comportamientos (Fredslund and Mataric, 2001; Balch and Arkin, 1998; Antonelli *et al.*, 2006).
- Técnicas de estructura virtual: la formación entera es considerada como una sola entidad y los robots intentan alcanzar la estructura virtual (Belta and Kumar, 2002; Lewis and Tan, 1997).
- Control basado en teorías de control: enfocado en la dinámica y estabilidad de la formación de sistemas

multi-robots (Das *et al.*, 2002, de la Cruz and Carelli, 2008; Yamaguchi *et al.*, 2001).

Por supuesto que estos cuatro métodos de control no son excluyentes, sino que es posible combinarlos entre sí cuando se diseña un sistema de control de formación para robots móviles (Toibero *et al.*, 2008a). Además, la estrategia de control puede clasificarse en:

- Centralizada, cuando existe un monitoreo y control de todos los robots para que se ubiquen en las posiciones deseadas (Kelly *et al.*, 2004; Carelli *et al.*, 2006a; Gava *et al.*, 2007).
- Descentralizada, cuando no existe un supervisor y sólo se realimentan las posiciones relativas detectadas por cada robot respecto de sus vecinos (Stipanovica *et al.*, 2004; Tanner and Kumar, 2005a, b; Do, 2007).

Entre los trabajos más relevantes en el área del control cooperativo se pueden mencionar los desarrollados por (Yamaguchi *et al.*, 2001; Fierro *et al.*, 2002). En (Yamaguchi *et al.*, 2001) se presenta un sistema de control descentralizado y se evalúa su desempeño mediante simulaciones en las que los robots deben alcanzar una formación final estática. En (Fierro *et al.*, 2002), los autores presentan una estructura de control jerárquico que permite conmutar entre distintos controladores para obtener una formación estable basado en el sensado de la posición relativa entre los distintos robots, bajo una estrategia de control descentralizado.

En relación al sistema de sensado visual, (Das *et al.*, 2002; Zhu *et al.*, 2000) realizaron contribuciones importantes en el área del control cooperativo utilizando visión omnidireccional. En (Das *et al.*, 2002) cada robot del sistema multi-robot cuenta con su propio sistema de visión catadióptrico, permitiendo una estrategia de control descentralizada eliminando la necesidad de establecer una comunicación entre los distintos robots. Se propone un sistema en el que los robots pueden elegir entre distintos controladores para seguir a uno o dos líderes,

dependiendo del entorno. Sin embargo, todo el procesamiento se realiza en una computadora externa y presenta una restricción en la velocidad del robot líder, la cual debe ser distinta de cero. En (Zhu *et al.*, 2000) se propone una estrategia de sensado distribuido a través de cámaras omnidireccionales para la detección y seguimiento de personas. El trabajo se centra en el sensado mediante el sistema de visión estéreo virtual pero no aborda el problema del control de formación.

Entre las publicaciones más recientes, (Toibero *et al.*, 2008b) propone un esquema de control conmutado basado en un conjunto de comportamientos para la implementación de un sistema de control de formación. Se presenta una prueba formal de estabilidad del sistema conmutado completo basado en la teoría de múltiples funciones de Lyapunov. En (Mariottini *et al.*, 2007) se presenta un controlador de formación basado en visión usando cámaras catadióptricas. Proponen la utilización de un filtro de Kalman descentralizado para estimar la postura de los robots sin calibrar las cámaras de visión. El sistema propuesto requiere que los robots seguidores tengan velocidad distinta de cero para poder estimar su postura y que el robot líder se encuentre en movimiento para el cálculo de la primera acción de control. Además, los autores no analizan los efectos que los posibles errores de estimación tendrán sobre los errores de control. En (Mastellone *et al.*, 2007) se presenta un control de formación con evasión de obstáculos para robots no holonómicos. Los autores proponen un algoritmo de control para lograr que los robots converjan a la posición deseada en la formación y sigan una trayectoria deseada manteniendo la formación. Se prueba la estabilidad del algoritmo de formación basado en la teoría de Lyapunov considerando algunos errores de estimación. Sin embargo, no se consigue probar la convergencia a cero de los errores de control aún cuando no se consideran errores de estimación. Además, se requiere que el error de posición de los robots en la formación sea distinto de cero para poder calcular las acciones de control, y por lo tanto, el sistema multi-robot jamás será capaz de seguir una trayectoria pre especificada con error de posición igual a cero.

En este trabajo se presenta el diseño de un sistema de control centralizado de formación para un equipo de robots móviles no holonómicos basado en seguimiento de líderes, utilizando un sistema catadióptrico de visión como único sensor del sistema de control. Con este sistema de visión omnidireccional el robot líder del equipo, que navega con una ley de control independiente, sensa la posición y orientación de los robots seguidores relativas a su propio marco de referencia, necesarias para el cálculo de las acciones de control que serán enviadas a los robots seguidores. El algoritmo de control propuesto logra, no solo que los robots alcancen una formación deseada sino que también permite que la formación se preserve mientras que el equipo de robots se desplaza por el entorno de trabajo. Se prueba la convergencia a cero de los errores de control en ausencia de errores en las mediciones y estimaciones requeridas por el controlador. En el caso real de tener errores de medición y estimación, se prueba que los errores de control resultan finalmente acotados, dándose una estimación de dicha cota. Además se presentan resultados experimentales que confirman los resultados teóricos desarrollados y muestran el buen desempeño del sistema de control propuesto. Las principales contribuciones del sistema de control presentado en relación a los trabajos citados previamente, puede notarse que se trata de un controlador original que evita la saturación de los actuadores a través de funciones de saturación aplicadas a los errores de control y que

no requiere velocidad distinta de cero en los seguidores ni en el líder. Asimismo se presenta la prueba formal de estabilidad del sistema y se analizan los errores de control en función al error de estima de las variables sensadas.

El resto del trabajo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se muestra el modelo matemático de los robots móviles considerados; en la Sección 3 se define el error de formación; en la Sección 4 se presenta el diseño del sistema de control propuesto así como su análisis de estabilidad y robustez; en la Sección 5 se muestran los resultados experimentales; y finalmente en la Sección 6 se comentan las conclusiones del presente trabajo.

2. MODELO CINEMÁTICO DEL ROBOT MÓVIL

En este trabajo se considera un equipo integrado por robots del tipo unicycle, cuyo modelo cinemático considerando un marco de referencia fijo $\langle O_L, X_L, Y_L \rangle$, está caracterizado por,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \alpha \\ \dot{y} &= v \sin \alpha \\ \dot{\alpha} &= \omega \end{aligned} \tag{1}$$

donde (x, y) es la posición del robot en el sistema de coordenadas $\langle O_L, X_L, Y_L \rangle$, α es el ángulo de orientación del robot, v y ω son la velocidad lineal y rotacional del robot respectivamente

Si ahora se asocia el marco de referencia $\langle O_L, X_L, Y_L \rangle$ al robot líder del equipo, éste tendrá sus propias velocidades lineales y angulares en un marco de referencia global $\langle O_W, X_W, Y_W \rangle$, como se muestra en la Figura 1, y por lo tanto las ecuaciones cinemáticas que describen el movimiento de un robot seguidor en el plano $\langle O_L, X_L, Y_L \rangle$ son,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \alpha + \Omega d \sin \theta \\ \dot{y} &= v \sin \alpha - \Omega d \cos \theta - v' \\ \dot{\alpha} &= \omega - \Omega \end{aligned} \tag{2}$$

donde v y ω son las velocidades lineales y angulares del robot seguidor respectivamente; v' y Ω son las velocidades lineales y angulares del robot líder (y por lo tanto del marco de referencia $\langle O_L, X_L, Y_L \rangle$) respectivamente; d representa la distancia entre el origen del sistema de coordenadas $\langle O_L, X_L, Y_L \rangle$ y el robot seguidor; y θ se define como $\theta = \text{atan} \frac{y}{x}$, siendo (x, y) la posición del robot seguidor en el sistema de coordenadas $\langle O_L, X_L, Y_L \rangle$.

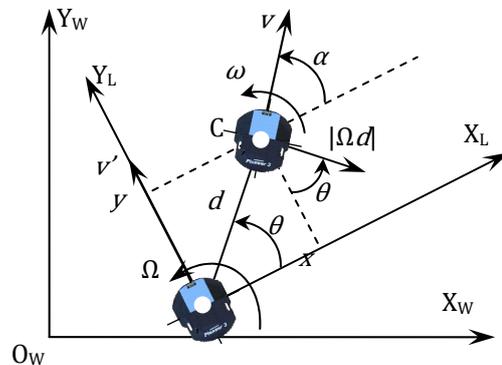


Figura 1. Robot no-holonómico y sistemas de referencia.

El sistema de coordenadas móvil $\langle O_L, X_L, Y_L \rangle$ se define de forma tal que el centro de coordenadas coincide con el punto medio del eje de las ruedas del robot líder, y con el eje Y_L perpendicular al eje de las ruedas del robot y con la misma dirección positiva que la velocidad lineal del robot líder. Por lo tanto, el sistema de coordenadas móvil asociado al robot líder, tiene las mismas restricciones no holonómicas que el robot, por lo que su velocidad lineal v' esta siempre en la dirección del eje Y_L y no produce ningún efecto en \dot{x} . Por otro lado, Ω produce en el punto C (punto medio del eje de las ruedas de robot) una velocidad lineal de módulo $|\Omega d|$ y cuya dirección se muestra en la Figura 1; esta velocidad lineal se proyecta sobre los ejes X_L e Y_L para considerar sus efectos en \dot{x} e \dot{y} , tal como se observa en los segundos términos de la primera y la segunda ecuación de (2). Finalmente, debido a que Ω se define positiva en la misma dirección que ω , ésta produce una variación negativa en α , tal como lo establece la tercera ecuación de (2).

3. MODELO DEL ERROR DE FORMACIÓN

Como consideración inicial, se asume que el equipo de robots está integrado por un robot líder, que navega con su propia ley de control independiente del algoritmo de formación, y n robots seguidores. A los fines de calcular el error entre la posición real de los robots seguidores y su respectiva posición deseada dentro la formación, se define el vector de posiciones del i -ésimo robot como ${}^L\zeta_i = [x_i \ y_i]^T$, y el vector de posiciones deseadas para el i -ésimo robot como ${}^L\zeta_{di} = [x_{di} \ y_{di}]^T$, con $i = 1, 2, \dots, n$; ambos vectores definidos en el marco $\langle O_L, X_L, Y_L \rangle$ asociado al robot líder. Nótese que, debido al sensor visual omnidireccional considerado, no existen restricciones relacionadas con las posiciones de los robots seguidores relativas al robot líder del sistema multi-robot. Un ejemplo de esta situación se muestra en la Figura 2. En cada caso, los n vectores de posición pueden agruparse formando dos vectores globales de posición ${}^L\zeta = [{}^L\zeta_1^T \ {}^L\zeta_2^T \ \dots \ {}^L\zeta_n^T]^T$ y ${}^L\zeta_d = [{}^L\zeta_{d1}^T \ {}^L\zeta_{d2}^T \ \dots \ {}^L\zeta_{dn}^T]^T$.

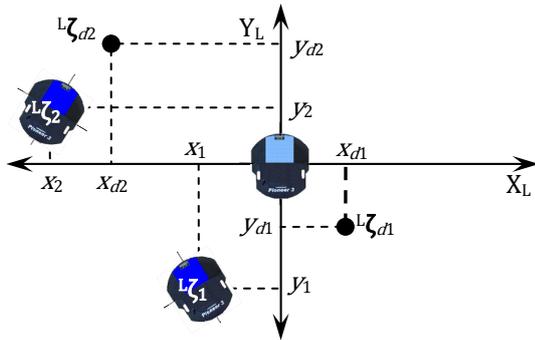


Figura 2. Representación de los vectores de posición real y deseada.

La diferencia entre la posición real y la deseada de los robots es,

$${}^L\tilde{\zeta} = {}^L\zeta_d - {}^L\zeta \quad (3)$$

y el error de formación se define de la siguiente manera (Kelly *et al.*, 2004; Carelli *et al.*, 2006a),

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{h}} &= \mathbf{h}_d - \mathbf{h} \\ \mathbf{h}_d &= \mathbf{h}({}^L\zeta_d) ; \quad \mathbf{h} = \mathbf{h}({}^L\zeta) \end{aligned} \quad (4)$$

donde \mathbf{h} es la variable de salida que captura información sobre el estado actual de la formación; y \mathbf{h}_d representa la variable de salida deseada. La función $\mathbf{h}({}^L\zeta)$ se define de forma tal que sea continua y diferenciable, y que la matriz Jacobiana $\mathbf{J}({}^L\zeta)$ que relaciona $\dot{\mathbf{h}}$ con ${}^L\dot{\zeta}$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{h}} &= \mathbf{J}({}^L\zeta) {}^L\dot{\zeta} \\ \mathbf{J}({}^L\zeta) &= \frac{\partial \mathbf{h}({}^L\zeta)}{\partial {}^L\zeta} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n} \end{aligned} \quad (5)$$

sea de rango completo. Por ejemplo, la función $\mathbf{h}({}^L\zeta)$ podría entregar las distancias relativas entre los distintos robots y el baricentro de la formación.

El vector ${}^L\dot{\zeta}$ posee dos componentes diferentes, es decir ${}^L\dot{\zeta} = {}^L\dot{\zeta}_s - {}^L\dot{\zeta}_l$, donde ${}^L\dot{\zeta}_s$ es la variación temporal de ${}^L\zeta$ debida a las velocidades de los robots seguidores; y ${}^L\dot{\zeta}_l$ es la variación temporal de ${}^L\zeta$ debida a las velocidades del robot líder. Entonces, la primera ecuación de (5) puede escribirse,

$$\dot{\mathbf{h}} = \mathbf{J}({}^L\zeta) [{}^L\dot{\zeta}_s - {}^L\dot{\zeta}_l] \quad (6)$$

4. DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL

El objetivo de control del sistema propuesto en este trabajo es garantizar que el sistema multi-robot alcance la formación deseada \mathbf{h}_d asintóticamente. Formalmente, se debe diseñar un sistema de control que cumpla,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{h}}(t) = \mathbf{0} \quad (7)$$

Para ello, se define primero un vector de velocidades de referencia para los robots seguidores como,

$${}^L\dot{\zeta}_r = \mathbf{J}^{-1}({}^L\zeta) [\dot{\mathbf{h}}_d + \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{h}}} \tilde{\mathbf{h}}] + {}^L\dot{\zeta}_l \quad (8)$$

donde $\mathbf{f}_{\tilde{\mathbf{h}}}(\tilde{\mathbf{h}}) = [f_{\tilde{h}_1}(\tilde{h}_1) \ f_{\tilde{h}_2}(\tilde{h}_2) \ \dots \ f_{\tilde{h}_n}(\tilde{h}_n)]^T$ es una función de saturación continua y acotada aplicada al error de salida, tal que $\tilde{h}_i f_{\tilde{h}_i}(\tilde{h}_i) > 0 \ \forall \tilde{h}_i \neq 0$ (lo cual implica que $\tilde{\mathbf{h}} \mathbf{f}_{\tilde{\mathbf{h}}}(\tilde{\mathbf{h}}) > \mathbf{0} \ \forall \tilde{\mathbf{h}} \neq \mathbf{0}$), por ejemplo, $f_{\tilde{h}_i}(\tilde{h}_i)$ puede seleccionarse como $f_{\tilde{h}_i}(\tilde{h}_i) = \tanh(k_{\tilde{h}_i} \tilde{h}_i)$ con $k_{\tilde{h}_i} > 0$; $\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{h}}}$ es una matriz de ganancia diagonal y definida positiva. El vector ${}^L\dot{\zeta}_r$ obtenido con la (8) representa las velocidades de los robots seguidores en el marco de referencia asociado al robot líder que les permite alcanzar la formación deseada y mantenerla mientras siguen al líder.

Considérese por ahora que la velocidad de referencia es alcanzada instantáneamente por el vehículo (suposición de seguimiento perfecto de velocidad), es decir que ${}^L\dot{\zeta}_s \equiv {}^L\dot{\zeta}_r$. Reemplazando (8) en (6) se obtiene el siguiente sistema de lazo cerrado,

$$\dot{\tilde{\mathbf{h}}} + \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{h}}} \tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{0} \quad (9)$$

A continuación, y a los fines de realizar un análisis de estabilidad basado en la teoría de Lyapunov, se considera la siguiente función candidata de Lyapunov, y su derivada temporal en las trayectorias del sistema (Slotine and Li, 1991),

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{h}}^T \dot{\mathbf{h}} \\ \dot{V} &= \dot{\mathbf{h}}^T \ddot{\mathbf{h}} = -\dot{\mathbf{h}}^T \mathbf{K}_{\mathbf{h}} \mathbf{f}_{\mathbf{h}}(\dot{\mathbf{h}}) < 0 \end{aligned} \quad (10)$$

verificando que $\dot{\mathbf{h}}(t) \rightarrow 0$ con $t \rightarrow \infty$. Est3 claro que esta conclusi3n es v3lida solo para el caso ideal en que los robots siguen exactamente la velocidad de referencia, lo cual no ser3 cierto para un controlador real, el cual lograr3 eventualmente que los robots seguidores alcancen la velocidad de referencia asint3ticamente. La convergencia a cero de los errores de formaci3n bajo esta condici3n real ser3 analizada al final de la presente secci3n.

El vector ${}^L\dot{\zeta}_i$ necesario para calcular las velocidades de referencia en (8) se obtiene en base al conocimiento de las velocidades lineal y angular del robot l3der y de la posici3n de cada robot seguidor en el marco de referencia asociado al robot l3der,

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{v'}{\Omega} ; r_{2i} = \sqrt{(r_1 + x_i)^2 + y_i^2} \\ \beta_i &= \text{atan} \frac{y_i}{(r_1 + x_i)} ; |{}^L\dot{\zeta}_{li}| = \Omega r_{2i} \\ {}^L\dot{\zeta}_{lxi} &= |{}^L\dot{\zeta}_{li}| \sin \beta_i ; {}^L\dot{\zeta}_{lyi} = |{}^L\dot{\zeta}_{li}| \cos \beta_i \end{aligned} \quad (11)$$

donde r_1 y r_{2i} son los radio de giro virtuales del marco de referencia m3vil y de la posici3n del i -3simo robot seguidor ${}^L\zeta_i$ respectivamente. El sufijo i denota el i -3simo robot seguidor del sistema multi-robot. Esta situaci3n se observa en la Figura 3. N3tese que considerar v' y Ω conocidas no supone una gran restricci3n debido a que, al ser un sistema centralizado, todo el algoritmo de control se ejecuta en el robot l3der, por lo que se asume que el robot l3der conoce sus propias velocidades.

Observaci3n. En los casos en que $\Omega = 0$, el vector ${}^L\dot{\zeta}_i$ se calcula como ${}^L\dot{\zeta}_i = [0 \ v']^T$. ■

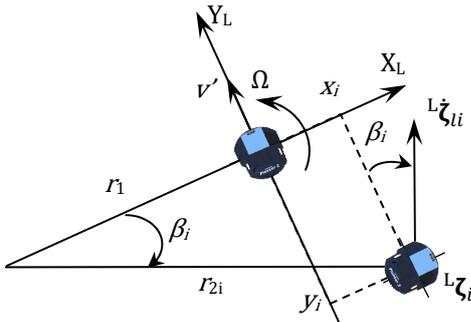


Figura 3. C3lculo del vector ${}^L\dot{\zeta}_i$.

Seguidamente es necesario encontrar las acciones de control para las velocidades lineal y angular para cada robot seguidor, para que estos puedan alcanzar asint3ticamente la velocidad de referencia ${}^L\dot{\zeta}_r$. Se propone la siguiente ley de control para la orientaci3n de cada robot seguidor,

$$\omega_{ci} = k_{\omega i} f(\tilde{\alpha}_i) + \dot{\alpha}_{ri} + \Omega \quad (12)$$

donde $\tilde{\alpha}_i = \alpha_{ri} - \alpha_i$ es el error angular entre el i -3simo robot y la orientaci3n de su propia velocidad de referencia; α_{ri} es la

derivada temporal de la orientaci3n de la velocidad de referencia del i -3simo robot; $f(\tilde{\alpha}_i)$ es una funci3n de saturaci3n continua y acotada aplicada al error angular, tal que $\tilde{\alpha}_i f(\tilde{\alpha}_i) > 0 \ \forall \tilde{\alpha}_i \neq 0$, por ejemplo, la funci3n $f(\tilde{\alpha}_i)$ puede seleccionarse como $f(\tilde{\alpha}_i) = \tanh(k_{\tilde{\alpha}i} \tilde{\alpha}_i)$ con $k_{\tilde{\alpha}i} > 0$.

Igualando (12) con la tercera ecuaci3n de (2) se obtiene el siguiente sistema de lazo cerrado,

$$k_{\omega i} f(\tilde{\alpha}_i) + \dot{\tilde{\alpha}}_i = 0 \quad (13)$$

Considerando la siguiente funci3n candidata de Lyapunov, y su derivada temporal en las trayectorias del sistema (Slotine and Li, 1991),

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \tilde{\alpha}_i^2 \\ \dot{V} &= \tilde{\alpha}_i \dot{\tilde{\alpha}}_i = -k_{\omega i} \tilde{\alpha}_i f(\tilde{\alpha}_i) < 0 \end{aligned} \quad (14)$$

se puede concluir que $\tilde{\alpha}_i(t) \rightarrow 0$ con $t \rightarrow \infty$.

Para el control de la velocidad lineal se propone la siguiente ley,

$$v_{ci} = |{}^L\dot{\zeta}_{ri}| \cos \tilde{\alpha}_i \quad (15)$$

la cual obviamente producir3 que $v_{ci}(t) \rightarrow |{}^L\dot{\zeta}_{ri}(t)|$ ya que se ha probado que $\tilde{\alpha}_i(t) \rightarrow 0$. El factor $\cos \tilde{\alpha}_i$ se ha agregado para atenuar la correcci3n del modulo de la velocidad lineal cuando existen grandes errores angulares.

Consid3rese ahora una situaci3n m3s real en que la velocidad de los robots seguidores ${}^L\dot{\zeta}_s$ no coincide exactamente con la velocidad de referencia ${}^L\dot{\zeta}_r$ calculada con (8), sino que existe un error $\rho(t)$ tal que ${}^L\dot{\zeta}_s - {}^L\dot{\zeta}_r = \rho$. Sin embargo, durante el dise1o de las leyes de control se ha probado que ${}^L\dot{\zeta}_s(t) \rightarrow {}^L\dot{\zeta}_r(t)$ asint3ticamente, lo cual implica que $\rho(t) \rightarrow 0$ con $t \rightarrow \infty$. Entonces, considerando el error de velocidad $\rho(t)$, el sistema de lazo cerrado (9) resulta,

$$\dot{\mathbf{h}} + \mathbf{K}_{\mathbf{h}} \mathbf{f}_{\mathbf{h}}(\dot{\mathbf{h}}) = \mathbf{J}\rho \quad (16)$$

Considerando la siguiente funci3n candidata de Lyapunov, y su derivada temporal en las trayectorias del sistema,

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{h}}^T \dot{\mathbf{h}} \\ \dot{V} &= \dot{\mathbf{h}}^T \ddot{\mathbf{h}} = -\dot{\mathbf{h}}^T \mathbf{K}_{\mathbf{h}} \mathbf{f}_{\mathbf{h}}(\dot{\mathbf{h}}) + \dot{\mathbf{h}}^T \mathbf{J}\rho \end{aligned} \quad (17)$$

se deduce que una condici3n suficiente para que \dot{V} sea definida negativa es que

$$\|\dot{\mathbf{h}}^T \mathbf{K}_{\mathbf{h}} \mathbf{f}_{\mathbf{h}}(\dot{\mathbf{h}})\| > \|\dot{\mathbf{h}}^T \mathbf{J}\rho\| \quad (18)$$

Ahora, recordando que la funci3n $\mathbf{f}_{\mathbf{h}}(\dot{\mathbf{h}})$ es una funci3n de saturaci3n (por ejemplo una tangente hiperb3lica), se cumplir3 que (ver esquema de la Figura 4),

$$\|\mathbf{f}_{\mathbf{h}}(\dot{\mathbf{h}})\| > \frac{\|\mathbf{f}_{\mathbf{h}}(\dot{\mathbf{h}}(0))\|}{\|\dot{\mathbf{h}}(0)\|} \|\dot{\mathbf{h}}\| \quad (19)$$

siendo $\tilde{\mathbf{h}}(0)$ el error de formación inicial. Y, a través de la propiedad submultiplicativa de las normas, se cumplirá que,

$$\|\tilde{\mathbf{h}}^T \mathbf{J} \boldsymbol{\rho}\| \leq \|\tilde{\mathbf{h}}\| \|\mathbf{J}\| \|\boldsymbol{\rho}\| \quad (20)$$

Por lo que, considerando (19) y (20), una condición suficiente para que se satisfaga la (18) es que,

$$\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{h}}}) \frac{\|\mathbf{f}_{\tilde{\mathbf{h}}}(\tilde{\mathbf{h}}(0))\|}{\|\tilde{\mathbf{h}}(0)\|} \|\tilde{\mathbf{h}}\|^2 > \|\tilde{\mathbf{h}}\| \|\mathbf{J}\| \|\boldsymbol{\rho}\| \quad (21)$$

$$\|\tilde{\mathbf{h}}\| > \frac{\|\mathbf{J}\| \|\boldsymbol{\rho}\| \|\tilde{\mathbf{h}}(0)\|}{\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{h}}}) \|\mathbf{f}_{\tilde{\mathbf{h}}}(\tilde{\mathbf{h}}(0))\|}$$

Por lo tanto, se puede concluir que el error de formación estará finalmente acotado, con cota,

$$\|\tilde{\mathbf{h}}\| \leq \frac{\|\mathbf{J}\| \|\boldsymbol{\rho}\| \|\tilde{\mathbf{h}}(0)\|}{\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{h}}}) \|\mathbf{f}_{\tilde{\mathbf{h}}}(\tilde{\mathbf{h}}(0))\|} \quad (22)$$

Del análisis de la desigualdad (22) surge que la cota del error de formación dependerá del error de formación inicial $\tilde{\mathbf{h}}(0)$, pero como se probó que $\boldsymbol{\rho}(t) \rightarrow \mathbf{0}$ con $t \rightarrow \infty$, se puede concluir que $\|\tilde{\mathbf{h}}(t)\| \rightarrow 0$ con $t \rightarrow \infty$, para cualquier condición inicial del sistema multi-robot.

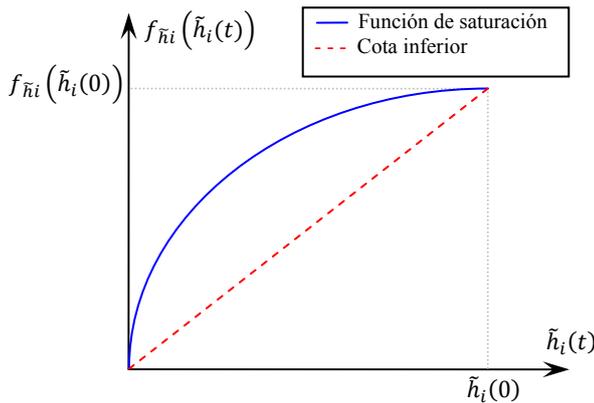


Figura 4. Esquema representativo de la cota inferior de la función de saturación.

4.1. Análisis de Robustez ante errores en la estimación de $\dot{\alpha}_{ri}$ y en la medición de ${}^L\boldsymbol{\zeta}$.

En la Sección anterior se presentó el diseño de un algoritmo de control centralizado de formación para la navegación autónoma de un equipo de robots móviles del tipo unicyclo. Las ecuaciones (8), (12) y (15) muestran que es necesario medir el vector de posiciones ${}^L\boldsymbol{\zeta}$ y estimar $\dot{\alpha}_{ri}$. Los posibles errores en estas estimaciones y mediciones hacen surgir inmediatamente el problema de analizar sus efectos en los errores de control.

Se considera primero la acción de control para la velocidad angular (12) con una estima de $\dot{\alpha}_{ri}$,

$$\omega_{ci} = k_{\omega i} f(\tilde{\alpha}_i) + \hat{\alpha}_{ri} + \Omega \quad (23)$$

donde $\hat{\alpha}_{ri} = \dot{\alpha}_{ri} + \varepsilon_1$; siendo ε_1 el error en la estimación de $\dot{\alpha}_{ri}$, tal que $\|\varepsilon_1\| < \infty$.

Igualando (21) con la tercera ecuación de (2) se obtiene el siguiente sistema de lazo cerrado,

$$k_{\omega i} f(\tilde{\alpha}_i) + \dot{\tilde{\alpha}}_i + \varepsilon_1 = 0 \quad (24)$$

Considerando la siguiente función candidata de Lyapunov, y su derivada temporal en las trayectorias del sistema (Slotine and Li, 1991),

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\alpha}_i^2 \quad (25)$$

$$\dot{V} = \tilde{\alpha}_i \dot{\tilde{\alpha}}_i = -k_{\omega i} \tilde{\alpha}_i f(\tilde{\alpha}_i) - \tilde{\alpha}_i \varepsilon_1$$

se observa que una condición suficiente para que \dot{V} sea definida negativa es que,

$$\|k_{\omega i} \tilde{\alpha}_i f(\tilde{\alpha}_i)\| > \|\tilde{\alpha}_i \varepsilon_1\| \quad (26)$$

Entonces, haciendo un análisis similar al realizado para la (18) y tomando en cuenta que $|\tilde{\alpha}_i| \leq \pi$, una condición suficiente para que \dot{V} sea definida negativa es $k_{\omega i} \frac{f(\pi)}{\pi} \|\tilde{\alpha}_i\|^2 > \|\tilde{\alpha}_i\| \|\varepsilon_1\|$, lo que implica que $\tilde{\alpha}_i$ está finalmente acotado por,

$$\|\tilde{\alpha}_i\| \leq \frac{\pi \|\varepsilon_1\|}{f(\pi) k_{\omega i}} = \Phi \quad (27)$$

Ahora, considerando la ley de control lineal propuesta (15) y recordando que $\tilde{\alpha}_i$ esta finalmente acotado, es claro que $|{}^L\dot{\boldsymbol{\zeta}}_s(t)| \rightarrow |{}^L\dot{\boldsymbol{\zeta}}_r(t)| \cos \Phi$, lo que implica que el error de velocidad lineal, definido como,

$$\tilde{v} = |{}^L\dot{\boldsymbol{\zeta}}_r| - |{}^L\dot{\boldsymbol{\zeta}}_s| \quad (28)$$

está finalmente acotado por,

$$\|\tilde{v}\| \leq |{}^L\dot{\boldsymbol{\zeta}}_r| (1 - \cos \Phi) = \Theta \quad (29)$$

Debido a que se ha probado que los errores de orientación y de velocidad están finalmente acotados por (27) y (29), entonces (Carelli *et al.*, 2006b),

$${}^L\dot{\boldsymbol{\zeta}}_s - {}^L\dot{\boldsymbol{\zeta}}_r = \boldsymbol{\rho} \text{ con } \|\boldsymbol{\rho}(t)\| \rightarrow \mathbf{B}_R \quad (30)$$

donde \mathbf{B}_R es un entorno de radio R con,

$$R = \sqrt{|{}^L\dot{\boldsymbol{\zeta}}_r|^2 - |{}^L\dot{\boldsymbol{\zeta}}_r|^2 \cos^2 \Phi} = |{}^L\dot{\boldsymbol{\zeta}}_r| \sin \Phi \quad (31)$$

Finalmente, considerando los errores en las mediciones de ${}^L\boldsymbol{\zeta}$, se puede definir una estima de ${}^L\boldsymbol{\zeta}$ como ${}^L\hat{\boldsymbol{\zeta}} = {}^L\boldsymbol{\zeta} + \boldsymbol{\varepsilon}_2$, donde $\boldsymbol{\varepsilon}_2$ es el error en la medición de ${}^L\boldsymbol{\zeta}$, tal que $\|\boldsymbol{\varepsilon}_2\| < \infty$. Existen tres variables diferentes en la expresión de la velocidad de referencia (8) que podrían verse afectadas por un error en la medición del vector ${}^L\boldsymbol{\zeta}$, estas son: el error de formación $\tilde{\mathbf{h}}$, la inversa de la matriz Jacobiana $\mathbf{J}^{-1}({}^L\boldsymbol{\zeta})$ y el vector de variación de ${}^L\boldsymbol{\zeta}$ producida por las velocidades del robot líder ${}^L\dot{\boldsymbol{\zeta}}_l$. Entonces, se pueden definir las siguientes variables estimadas,

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{h}} &= \mathbf{h}_d - \hat{\mathbf{h}} \\ \hat{\mathbf{h}} &= \mathbf{h}(\hat{\mathbf{L}}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}) = \mathbf{h}(\mathbf{L}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}) + \mathbf{g}(\mathbf{L}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}, \boldsymbol{\varepsilon}_2) \\ \hat{\mathbf{J}}^{-1} &= \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{L}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}) = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{L}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}) + \hat{\mathbf{J}}^{-1}(\mathbf{L}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}, \boldsymbol{\varepsilon}_2) \\ \mathbf{L}\hat{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_l &= \mathbf{L}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_l + \mathbf{L}\tilde{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_l\end{aligned}\quad (32)$$

Ahora, considerando los errores en la medici3n de $\mathbf{L}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_l$, la expresi3n de las velocidades de referenciam (8) puede escribirse de la siguiente manera,

$$\mathbf{L}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_r = \hat{\mathbf{J}}^{-1}[\mathbf{h}_d + \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{f}_{\hat{\mathbf{h}}}(\hat{\mathbf{h}})] + \mathbf{L}\hat{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_l \quad (33)$$

Mediante (6), (30), (32) y (33), se obtiene el siguiente sistema de lazo cerrado que contempla los errores de sensado y estimaci3n,

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{h}}} + \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{f}_{\hat{\mathbf{h}}}(\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{g}) &= \hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}[\mathbf{h}_d + \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{f}_{\hat{\mathbf{h}}}(\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{g})] \\ &\quad - \mathbf{J}[\mathbf{L}\tilde{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_l + \boldsymbol{\rho}]\end{aligned}\quad (34)$$

Ahora, considerando la siguiente funci3n candidata de Lyapunov, y su derivada temporal en las trayectorias del sistema,

$$V = \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{h}}^T\tilde{\mathbf{h}} \quad ; \quad \dot{V} = \tilde{\mathbf{h}}^T\dot{\tilde{\mathbf{h}}}$$

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\tilde{\mathbf{h}}^T\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{f}_{\hat{\mathbf{h}}}(\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{g}) + \tilde{\mathbf{h}}^T\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}[\mathbf{h}_d + \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{f}_{\hat{\mathbf{h}}}(\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{g})] \\ &\quad - \tilde{\mathbf{h}}^T\mathbf{J}[\mathbf{L}\tilde{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_l + \boldsymbol{\rho}]\end{aligned}\quad (35)$$

Para valores grandes de $|\tilde{h}_i|$, y con $|\tilde{h}_i| > |g_i|$, la funci3n $\mathbf{f}_{\hat{\mathbf{h}}}(\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{g})$ adopta su valor de saturaci3n \mathbf{Y} , es decir que $\mathbf{f}_{\hat{\mathbf{h}}}(\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{g}) \cong \mathbf{Y}$, por lo que

$$\dot{V} \cong -\tilde{\mathbf{h}}^T\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{Y} + \tilde{\mathbf{h}}^T\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}[\mathbf{h}_d + \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{Y}] - \tilde{\mathbf{h}}^T\mathbf{J}[\mathbf{L}\tilde{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_l + \boldsymbol{\rho}] \quad (36)$$

Operando la (36) se obtiene,

$$\dot{V} \cong -\tilde{\mathbf{h}}^T\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{Y} + \tilde{\mathbf{h}}^T[\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\mathbf{h}_d + \hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{Y} - \mathbf{J}\mathbf{L}\tilde{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_l - \mathbf{J}\boldsymbol{\rho}] \quad (37)$$

Por lo tanto, una condici3n suficiente para que \dot{V} sea definida negativa es que,

$$\|\tilde{\mathbf{h}}^T\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{Y}\| > \|\tilde{\mathbf{h}}^T[\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\mathbf{h}_d + \hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{Y} - \mathbf{J}\mathbf{L}\tilde{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_l - \mathbf{J}\boldsymbol{\rho}]\| \quad (38)$$

O bien, tomando una condici3n a3n m3s conservativa que la desigualdad (38) a trav3s de la propiedad submultiplicativa y la desigualdad triangular de las normas,

$$\begin{aligned}\|\tilde{\mathbf{h}}^T\|\|\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{Y}\| \cos \mu_{max} &> \|\tilde{\mathbf{h}}^T\|[\|\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\mathbf{h}_d\| \\ &\quad + \|\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\|\|\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{Y}\| + \|\mathbf{J}\mathbf{L}\tilde{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_l\| + \|\mathbf{J}\boldsymbol{\rho}\|]\end{aligned}\quad (39)$$

donde μ_{max} es el 3ngulo m3ximo posible entre los vectores $\tilde{\mathbf{h}}^T$ y $\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{Y}$, el cual depende del valor m3ximo de saturaci3n establecido para la funci3n $\mathbf{f}_{\hat{\mathbf{h}}}$ y de la selecci3n de la matriz de ganancia $\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}$. Por ejemplo, si la funci3n $\mathbf{f}_{\hat{\mathbf{h}}}$ satura todas las componentes del vector de error en el mismo valor y si todos los elementos de la diagonal de la matriz $\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}$ son iguales, entonces

$\mu_{max} = \frac{\pi}{4}$. De (39) se deduce que, si $\|\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\| < \cos \mu_{max}$, la \dot{V} ser3 definida negativa siempre que,

$$\|\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{Y}\| > \frac{\|\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\mathbf{h}_d\| + \|\mathbf{J}\mathbf{L}\tilde{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_l\| + \|\mathbf{J}\boldsymbol{\rho}\|}{\cos \mu_{max} - \|\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\|} \quad (40)$$

haciendo disminuir los errores de formaci3n $\tilde{\mathbf{h}}$.

Por otro lado, para valores de $\|\tilde{\mathbf{h}} - \mathbf{g}\|$ peque3os, se puede considerar que $\mathbf{f}_{\hat{\mathbf{h}}}(\tilde{\mathbf{h}} - \mathbf{g}) \cong \tilde{\mathbf{h}} - \mathbf{g}$. Por lo que la derivada temporal de la funci3n candidata de Lyapunov quedar3,

$$\begin{aligned}\dot{V} &\cong -\tilde{\mathbf{h}}^T\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}(\tilde{\mathbf{h}} - \mathbf{g}) + \tilde{\mathbf{h}}^T\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}[\mathbf{h}_d + \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}(\tilde{\mathbf{h}} - \mathbf{g})] \\ &\quad - \tilde{\mathbf{h}}^T\mathbf{J}[\mathbf{L}\tilde{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_l + \boldsymbol{\rho}]\end{aligned}\quad (41)$$

Operando

$$\begin{aligned}\dot{V} &\cong -\tilde{\mathbf{h}}^T\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\tilde{\mathbf{h}} + \tilde{\mathbf{h}}^T\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{g} + \tilde{\mathbf{h}}^T\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\mathbf{h}_d + \tilde{\mathbf{h}}^T\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\tilde{\mathbf{h}} \\ &\quad - \tilde{\mathbf{h}}^T\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{g} - \tilde{\mathbf{h}}^T\mathbf{J}\mathbf{L}\tilde{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_l - \tilde{\mathbf{h}}^T\mathbf{J}\boldsymbol{\rho}\end{aligned}\quad (42)$$

puede encontrarse una cota superior para la funci3n \dot{V} , dada por

$$\begin{aligned}\dot{V} &\leq -\lambda_{min}(\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}})\|\tilde{\mathbf{h}}\|^2 \\ &\quad + \|\tilde{\mathbf{h}}\|(\|\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{g}\| + \|\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\mathbf{h}_d\| \\ &\quad + \|\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\mathbf{g}\| + \|\mathbf{J}\mathbf{L}\tilde{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_l\| + \|\mathbf{J}\boldsymbol{\rho}\|) \\ &\quad + \|\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}\|\|\tilde{\mathbf{h}}\|^2\end{aligned}\quad (43)$$

$$\dot{V} \leq -\delta\|\tilde{\mathbf{h}}\|^2 + \eta\|\tilde{\mathbf{h}}\|$$

donde

$$\delta = \lambda_{min}(\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}}) - \lambda_{max}(\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}})\|\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\|$$

$$\begin{aligned}\eta &= \lambda_{max}(\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}})\|\mathbf{g}\| + \|\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\mathbf{h}_d\| + \lambda_{max}(\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}})\|\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\mathbf{g}\| + \|\mathbf{J}\mathbf{L}\tilde{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}_l\| \\ &\quad + \|\mathbf{J}\boldsymbol{\rho}\|\end{aligned}$$

Si se cumple la condici3n $\frac{\lambda_{min}(\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}})}{\lambda_{max}(\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{h}}})} > \|\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^{-1}\|$, entonces $\delta > 0$.

Bajo esta condici3n, \dot{V} es definida negativa para $\delta\|\tilde{\mathbf{h}}\|^2 > \eta\|\tilde{\mathbf{h}}\|$, lo que implica que el error de formaci3n $\tilde{\mathbf{h}}$ est3 finalmente acotado por,

$$\|\tilde{\mathbf{h}}\| \leq \frac{\eta}{\delta} \quad (44)$$

5. EXPERIMENTACI3N

El algoritmo de control de formaci3n propuesto fue implementado en un equipo formado por dos robots Pioneer de la empresa Mobile Robots, cada uno con su propia computadora a bordo. El equipo experimental se muestra en la Figura 5.



Figura 5. Sistema multi-robot experimental.

La información de postura del robot seguidor relativa al robot líder, necesaria para el cálculo de las acciones de control, se obtiene con un sistema de visión catadióptrico montado en el robot líder y un patrón cilíndrico de dimensiones conocidas en el robot seguidor. La imagen omnidireccional adquirida es transformada en una imagen panorámica, y esta última se procesa para obtener la distancia Z y los ángulos α y φ (ver Figura 6). Una vez que estos datos están disponibles, es posible obtener la postura de los robots seguidores relativa al robot líder.

De esta forma, el robot líder es quien sensa la postura del robot seguidor relativa a su propio marco de referencia y calcula y envía las acciones de control al robot seguidor vía Ethernet inalámbrica. Todas las variables sensadas por el robot líder son filtradas utilizando un *filtro* α - β (Kalata, 1994), el cual permite también estimar las derivadas temporales de dichas variables.

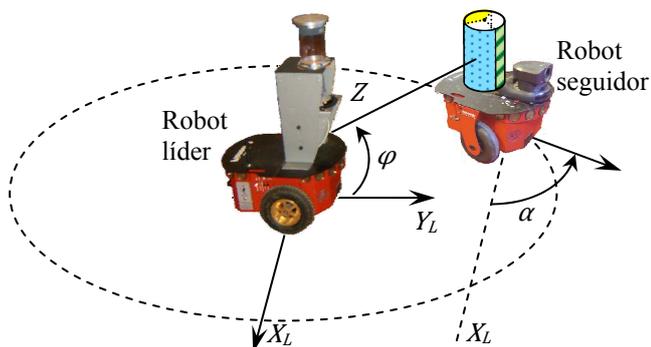


Figura 6. Esquema del sistema multi-robot.

Para el primer experimento se adoptó el vector de posición deseada como ${}^L\zeta_d = [400 \ -700]^T$, y el estado inicial del sistema multi-robot fue ${}^L\zeta(0) = [0 \ -1200]^T$ (ambos vectores expresados en milímetros). Se considera también que el robot líder navega siguiendo una línea recta en el espacio de trabajo con velocidad lineal constante. En el segundo experimento se adoptaron los vectores de posición deseada y posición inicial (expresados en milímetros) como ${}^L\zeta_d = [0 \ -900]^T$ y ${}^L\zeta(0) = [500 \ -1300]^T$ respectivamente. Se considera también que el robot líder navega describiendo una circunferencia en el espacio de trabajo con velocidades lineal y angular constantes. En la Figura 7 se muestran de manera esquemática la configuración inicial y la posición deseada para cada uno de los experimentos realizados.

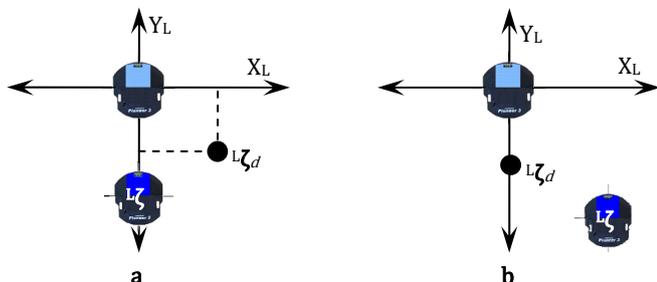


Figura 7. Configuración inicial y posición deseada considerados en los experimentos. a) Primer experimento. b) Segundo experimento.

Las figuras 8, 9, 10, 11, 12 y 13 muestran los resultados de los dos experimentos que se describieron anteriormente. Respecto al

primer experimento, la Figura 8 muestra la evolución del sistema multi-robot en el espacio de trabajo; la Figura 9 muestra la evolución temporal de los errores de control; y la Figura 10 muestra las acciones de control calculadas para el robot seguidor.

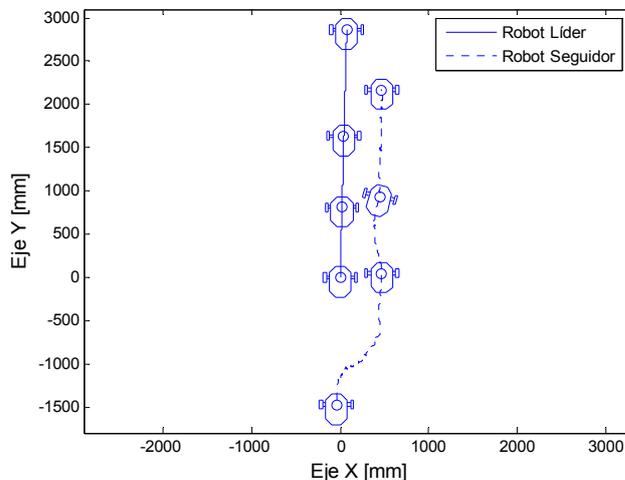


Figura 8. Trayectorias descritas por los robots.

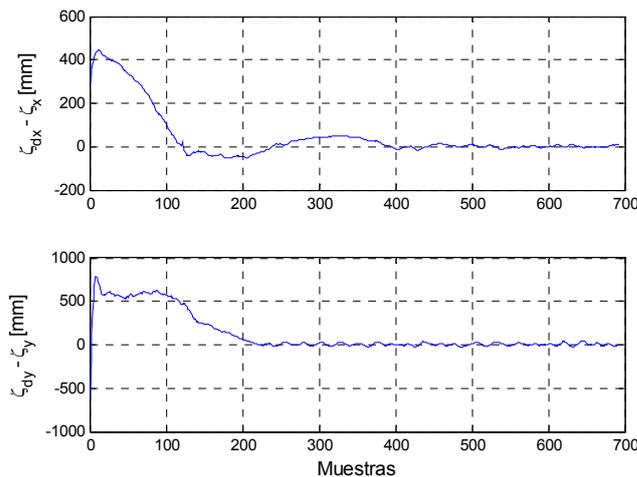


Figura 9. Evolución de los errores del control de formación.

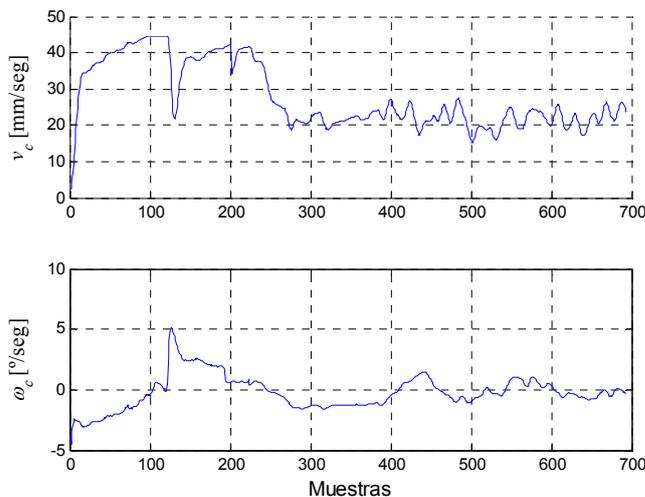


Figura 10. Evolución de las acciones de control para el robot seguidor.

Similarmente, las Figuras 11, 12 y 13 muestran la evolución del sistema multi-robot, los errores de control y las acciones de control respectivamente, obtenidos en el segundo experimento.

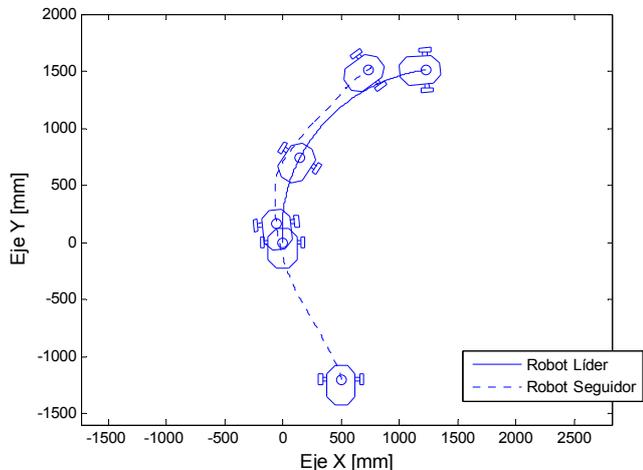


Figura 11. Trayectorias descritas por los robots.

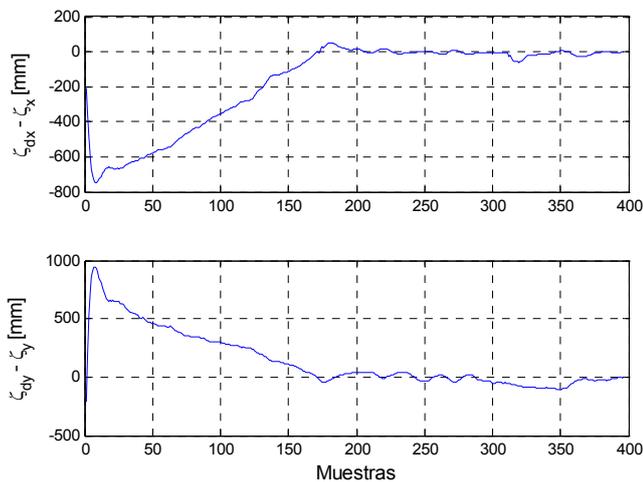


Figura 12. Evolución de los errores del control de formación.

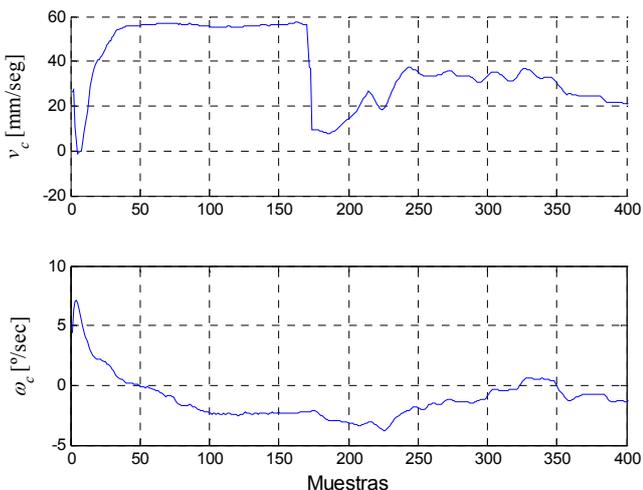


Figura 13. Evolución de las acciones de control para el robot seguidor.

En ambos experimentos puede apreciarse el buen desempeño del algoritmo de control propuesto, lográndose mantener acotado el error de formación mientras el sistema multi-robot navega por el espacio de trabajo.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrolló un nuevo algoritmo de control de formación centralizado para robots móviles no-holonómicos, basado en la postura de los robots seguidores relativa al marco de referencia asociado al robot líder. El objetivo del controlador es lograr que los robots seguidores alcancen una formación deseada y la mantengan mientras siguen al robot líder.

Se realizó una prueba rigurosa de estabilidad para el sistema propuesto basada en la teoría de Lyapunov, mostrando la convergencia a cero de los errores de control en ausencia de incertidumbres en las variables medidas y estimadas. Además se probó que los errores de control permanecen finalmente acotados cuando se considera una situación más realista en la que aparecen ciertas incertidumbres en las mediciones y en las estimas.

Se mostró el buen desempeño del algoritmo de control propuesto como así también de la técnica de sensado basada en visión omnidireccional mediante experimentaciones realizadas en robots móviles reales.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Concejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas de Argentina (CONICET) por financiar parcialmente las investigaciones de este trabajo.

REFERENCIAS

Antonelli G., F. Arrichiello, and S. Chiaverini. (2006) Experiments of formation control with collision avoidance using the null-space-based behavioral control, *Proceedings of IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp. 1-6, Ancona, Italy.

Baker S. and S. K. Nayar. (1998). A Theory of Catadioptric Image Formation, *Proceedings of the 6th International Conference on Computer Vision*, pp. 35-42, Bombay, India.

Balch T. and R. C. Arkin. (1998). Behavior-based formation control for multirobot teams. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **14**(6), pp. 926-939.

Belta C. and V. Kumar. (2002). Trajectory design for formations of robots by kinetic energy shaping, *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2593-2598, Washington, USA.

Brooks R. A. (1986). A robust layered control system for a mobile robot. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **2**(1), pp. 14-23.

Carelli R., C. De la Cruz and F. Roberti. (2006a). Centralized formation control of non-holonomic mobile robots. *Latin American Applied Research*, **36**(2), pp. 63-69.

Carelli R., J. Santos-Victor, F. Roberti and S. Tosetti. (2006b). Direct visual tracking control of remote cellular robots. *Robotics and Autonomous Systems*, **54**(10), pp. 805-814.

Das A. K., R. Fierro, V. Kumar, J. P. Ostrowski, J. Spletzer and C. J. Taylor. (2002). A vision-based formation control framework. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **18**(5), pp. 813-825.

- De la Cruz C. and R. Carelli. (2008). Dynamic model based formation control and obstacle avoidance of multi-robot systems. *Robotica*, **26(3)**, pp. 345-356.
- Desai J. P., J. Ostrowski and V. Kumar. (1998). Controlling formations of multiple mobile robots, Proceedings of IEEE International Conference of Robotics and Automation, pp. 2864-2869, Leuven, Belgium.
- Do K. D. (2007). Formation tracking control of unicycle-type mobile robots, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 2391- 2396, Roma, Italy.
- Fierro R., P. Song, A. Das and V. Kumar. (2002). Cooperative control of robot formations. In: *Cooperative Control and Optimization* (R. Murphey and P. Pardalos (Ed.)), pp. 73-93. Kluwer Academic Press. Hingham, Massachusetts, USA.
- Fredslund J. and M. J. Mataric. (2001). Robot formations using only local sensing and control, Proceedings of IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation, pp. 308-313, Banff, Alberta, Canada.
- Gava C., R. Vassallo, F. Roberti, R. Carelli and T. Freire Bastos. (2007). Nonlinear control techniques and omnidirectional vision for team formation on cooperative robotics, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 2409-2414, Roma, Italy.
- Kalata, P. (1994). The tracking index: A generalized parameter for $\alpha - \beta$ and $\alpha - \beta - \gamma$ target trackers. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **20(2)**, pp. 174-182.
- Kelly R., R. Carelli, J. M. Ibarra Zannatha and C. Monroy. (2004). Control de una pandilla de robots móviles para el seguimiento de una constelación de puntos objetivo, Proceedings of VI Congreso Mexicano de Robótica, pp. 83-89, Torreón, Coahuila, México.
- Leonard N. E. and E. Fiorelli. (2001). Virtual leaders, artificial potentials and coordinated control of groups, Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control, pp. 2968-2973, Orlando, Florida, USA.
- Lewis M. A. and K. H. Tan. (1997). High precision formation control of mobile robots using virtual structures. *Autonomous Robots*, **4(4)**, pp. 387-403.
- Mariottini G., F. Morbidi, D. Prattichizzo, G. Pappas and K. Daniilidis. (2007). Leader-follower formation: uncalibrated vision-based localization and control, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 2403-2408, Roma, Italy.
- Mastellone S., D. Stipanovic and M. Spong. (2007). Remote formation control and collision avoidance for multi-agent non-holonomic systems, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1062-1067, Roma, Italy.
- Monteiro S., M. Vaz and E. Bicho. (2004). Attractor dynamics generates robot formations: from theory to implementation, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 2582-2587, New Orleans, USA.
- Shao J., G. Xie, J. Yu and L. Wang. (2005). Leader-following formation control of multiple mobile robots, Proceedings of IEEE International Symposium on Intelligent Control, pp. 808-813, Limassol, Cyprus.
- Slotine J. J. and W. Li. (1991). *Applied non linear control*, Prentice-Hall Inc. New Jersey, USA.
- Stipanovica D. M., G. Inalhana, R. Teo and C. J. Tomlina. (2004). Decentralized overlapping control of a formation of unmanned aerial vehicles. *Automatica*, **40(8)**, pp. 1285-1296.
- Tanner H. G. and A. Kumar. (2005a). Formation Stabilization of Multiple Agents Using Decentralized Navigation Functions. In: *Robotics: Science and Systems I*, (S. Thrun, G. Sukhatme, S. Schaal and O. Brock (Ed)), pp. 49-56. MIT Press. USA.
- Tanner H. G. and A. Kumar. (2005b). Towards decentralization of multi-robot navigation functions, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 4143-4148, Barcelona, Spain.
- Toibero J. M., F. Roberti, R. Carelli and P. Fiorini. (2008a). Hybrid Formation Control for Non-Holonomic Wheeled Mobile Robots. In: *Lecture Notes in Control and Information Sciences: Recent Progress in Robotics; Viable Robotic Service to Human* (L. Sukhan, S. I. Hong and K. M. Sang (Ed)), vol.370, pp. 21-34. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Toibero J. M., F. Roberti, R. Carelli and P. Fiorini. (2008b). Formation Control for Non-Holonomic Mobile Robots: A Hybrid Approach. In: *Recent Advances in Multi-Robot Systems* (A. Lazinica (Ed)), ch.12, pp. 233-248. I-Tech Education and Publishing.
- Yamaguchi H., T. Arai and G. Beni. (2001). A distributed control scheme for multiple robotic vehicles to make group formations. *Robotics and Autonomous Systems*, **36(4)**, pp. 125-147.
- Zhu Z., K. D. Rajasekar, E. M. Riseman and A. R. Hanson. (2002). Panoramic Virtual Stereo Vision of Cooperative Mobile Robots for Localizing 3D Moving Objects, Proceedings of IEEE Workshop on Omnidirectional Vision, pp. 29-36, Coenhagen, Denmark.