

Control Vectorial de un Motor de Inducción con Carga Desconocida Basado en un Nuevo Observador No Lineal

Marco A. Gallegos-Lara * Ricardo Álvarez-Salas ** Jaime A. Moreno ***
Gerardo Espinosa-Pérez ****

* Universidad Politécnica de San Luis Potosí, Urbano Villalón n° 500, C.P. 78363, San Luis Potosí, S.L.P., México (e-mail: mgallegos@uaslp.mx)

** CIEP-FI Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Av. Manuel Nava n° 8, C.P. 78290, San Luis Potosí, S.L.P., México (e-mail: ralvarez@uaslp.mx)

*** II - Universidad Nacional Autónoma de México, A.P. 70-472, C.P. 04510, D.F., México (e-mail: jmorenop@ii.unam.mx)

**** DEPMI - Universidad Nacional Autónoma de México, A.P. 70-256, C.P. 04510, D.F., México (e-mail: gerardoe@unam.mx)

Resumen: En este trabajo se presenta un esquema de control vectorial sin sensores mecánicos para un motor de inducción, el cual puede trabajar en un amplio rango de velocidades. El controlador se basa en un nuevo algoritmo de observación de bajo orden que estima simultáneamente los flujos y la velocidad del rotor en presencia de par de carga constante y desconocido. El desempeño del controlador por campo orientado sin sensores mecánicos propuesto se verifica mediante simulaciones numéricas y resultados experimentales. Se realiza el seguimiento de trayectorias de velocidad variable, que incluyen la velocidad cero, y se comparan con resultados obtenidos para el mismo esquema de control basado en un observador adaptable por modelo de referencia. Copyright © 2010 CEA.

Palabras Clave: Control vectorial sin sensores mecánicos, motor de inducción, observador de velocidad.

1. INTRODUCCIÓN

En la última década los manejadores de motores de inducción, controlados por la técnica del campo orientado (FOC *Field Oriented Control*), han sido los más empleados en aplicaciones industriales de alto desempeño. Sin embargo, debido a los requerimientos de una mayor confiabilidad, lograda a través de la reducción del número de sensores, un costo mínimo y una baja sensibilidad al ruido (Rajashékara *et al.*, 1996), existe un fuerte interés industrial por evitar el uso del sensor de posición/velocidad en el lazo cerrado del control de velocidad. Es bien sabido que el control sin sensores mecánicos (CSSM) del motor de inducción (MI) es un problema altamente no lineal, en el que los estados del sistema no están completamente disponibles para su medición, que el motor está sujeto a una perturbación (par de carga) desconocida y que sus parámetros tienen incertidumbre. Una solución atractiva consiste en el uso de observadores que estimen la velocidad y otras variables de estado. Sin embargo, su complejidad hace que la solución a este problema no sea una tarea trivial.

Durante las últimas décadas, varios esquemas para identificar la velocidad del rotor de las máquinas a partir de únicamente la medición de voltajes y corrientes han sido propuestos (Gallegos *et al.*, 2006). A causa de la existencia de condiciones de operación para las cuales el modelo del MI sin sensores mecánicos (SSM) es no observable (Ibarra-Rojas *et al.*, 2004; Canudas *et al.*, 2000), en la mayoría de los casos existen problemas en la estimación de la velocidad, sobre todo para el rango de

baja velocidad. En consecuencia, bastantes esfuerzos han sido dedicados a desarrollar algoritmos de observación de velocidad y flujo de rotor para lograr un alto desempeño en el control por campo orientado sin sensor mecánico para baja velocidad, y de ser posible en velocidad cero (Bostan *et al.*, 2003; Ilas *et al.*, 1994; Mitronikas and Safacas, 2005; Yaonan *et al.*, 2004; Rudolph *et al.*, 2004; Rasmussen *et al.*, 2002).

Este artículo aborda el problema del FOC SSM para el MI desde una perspectiva de estimación, sin considerar que la velocidad es constante. Esta, aunque representa una situación realista, ha sido poco utilizada en los trabajos previamente reportados. El observador propuesto, desarrollado originalmente en (Moreno and Espinosa-Pérez, 2006), explota el hecho que la dinámica del error de observación puede interpretarse como la interconexión en retroalimentación negativa, sujeta a una señal de perturbación, de dos subsistemas dinámicos. Estos pueden pasivarse mediante la elección adecuada de las ganancias de inyección de salida del observador, haciendo que el sistema en lazo cerrado sea pasivo, y por lo tanto su punto de equilibrio sea estable. Para trayectorias que aseguren la observabilidad del MI, se puede concluir convergencia exponencial del observador. El observador convergente resultante es altamente no lineal y de bajo orden, comparado con los algoritmos previamente reportados (Gallegos *et al.*, 2007a), que estima simultáneamente los flujos y la velocidad del rotor en presencia de par de carga constante y desconocido (Moreno and Espinosa-Pérez, 2006).

Puesto que el observador presentado es un esquema de orden completo y con propiedades pasivas, pueden esperarse características de robustez con respecto a variación en los parámetros, lo cual contribuye a mejorar la efectividad del FOC SSM para la región de baja velocidad. La sencillez en la sintonización de las ganancias, tanto del controlador como del observador, se mantiene para el esquema completo en lazo cerrado. El desempeño del controlador propuesto se verifica mediante simulaciones numéricas y pruebas experimentales, que consisten en el seguimiento de trayectorias de velocidad variable, que incluyen condiciones de operación de baja velocidad, para las que puede haber pérdida de observabilidad (Ibarra-Rojas *et al.*, 2004). Además, los resultados obtenidos con el observador no lineal son comparados con un esquema FOC cuya estimación de velocidad se basa en un sistema adaptable por modelo de referencia, que es el algoritmo más ampliamente reportado en el área del CSSM. Para las pruebas en lazo cerrado (control-observador), la medición de la velocidad se sustituye directamente por la velocidad estimada en los algoritmos de observación tratados, sin embargo, es necesario asentar que no se realiza una prueba formal de estabilidad para el sistema completo.

2. MODELO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

El modelo matemático del MI en el marco de referencia fijo (a, b) con respecto al estator es (Rajasekara *et al.*, 1996)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}i &= \beta[\alpha\psi + p\omega J_2\psi - (Ma + b)i + cu] \\ \frac{d}{dt}\omega &= -f\omega + \alpha\psi^T J_2 i - \frac{T_L}{J} \\ \frac{d}{dt}\psi &= -a\psi - p\omega J_2\psi + Mai \end{aligned} \quad (1)$$

con

$$\begin{aligned} i &= \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix}; \psi = \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \end{bmatrix}; u = \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix}; \\ J_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}; I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \alpha = \frac{pM}{JL_r}; \\ a &= \frac{R_r}{L_r}; b = \frac{L_r R_s}{M}; c = \frac{L_r}{M}; \beta = \frac{M}{L_r L_s - M^2} \end{aligned}$$

y dónde i, u son los vectores de corrientes y voltajes de estator, respectivamente, ψ es el vector de flujos de rotor, R_s y R_r son las resistencias de estator y rotor, respectivamente, L_s y L_r son las inductancias de estator y rotor respectivamente, M es la inductancia mutua, ω es la velocidad de rotor, f es el coeficiente de fricción viscosa, $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}$ es el coeficiente de dispersión, p es el número de pares de polos, T_L es el par de carga y J es la inercia.

3. OBSERVADOR DE VELOCIDAD

Para el diseño del observador que se describe en este trabajo se hicieron las siguientes consideraciones (Moreno and Espinosa-Pérez, 2006)

- Los parámetros del motor son constantes y conocidos.
- El par de carga T_L es constante y no medible.
- Las corrientes y voltajes de estator son las únicas variables medidas.

Aunque la suposición de que se conocen los parámetros del MI no es completamente realista, se hace aquí para facilitar el diseño del observador. Esto se puede aliviar extendiendo la metodología propuesta, para estimar algunos otros parámetros en línea. Como se verá, las propiedades de convergencia del observador permiten también concluir un cierto nivel de robustez ante incertidumbres en los parámetros.

Es importante hacer notar que, de acuerdo con el estudio de las propiedades de observabilidad del modelo del MI en operación SSM presentado en (Ibarra-Rojas *et al.*, 2004), la máquina exhibe pares de trayectorias que son indistinguibles, es decir, pares de trayectorias de estado que corresponden a las mismas parejas entrada/salida. Se sabe, adicionalmente, que existen trayectorias indistinguibles que no son convergentes, por lo que el motor no es observable ni detectable para cualquier trayectoria. Lo anterior implica que **no existe un observador** capaz de estimar flujos, velocidad y torque de carga para el MI en operación SSM, que pueda operar correctamente para todo el rango de operación del sistema. Sin embargo, dicho análisis permite esperar que sea posible construir observadores que funcionen de manera adecuada en los regímenes de operación para los cuales el MI es detectable, y que su desempeño se deteriore en los regímenes de operación en los que existan trayectorias indistinguibles. Por lo tanto, solamente se pueden diseñar observadores que converjan en un subconjunto de las trayectorias, por lo menos, detectables del MI.

3.1 Estructura del observador y dinámica del error de observación

Considerando el modelo del MI (1), y bajo la hipótesis de que el par de carga es constante pero desconocido, se propone el observador SSM con la siguiente estructura

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{i}}{dt} &= \beta[(aI_2 + p\hat{\omega}J_2)\hat{\psi} - (Ma + b)\hat{i} + cu] - K_i(\hat{i} - i) \\ \dot{\hat{\omega}} &= -f\hat{\omega} + \alpha\hat{\psi}^T J_2 \hat{i} - \frac{T_L}{J} - K_\omega(\hat{i} - i) \\ \dot{\hat{\psi}} &= -(aI_2 + p\hat{\omega}J_2)\hat{\psi} + Mai - K_\psi(\hat{i} - i) \\ \dot{\hat{T}}_L &= -K_T(\hat{i} - i) \end{aligned} \quad (2)$$

en dónde las ganancias de inyección de salida K_i, K_ω, K_ψ y K_T , que pueden depender de las señales disponibles $i, \hat{i}, \hat{\omega}, \hat{\psi}$, serán diseñados a continuación de tal forma que el observador converja.

Definiendo los errores de estimación como $e_i = \hat{i} - i, e_\psi = \hat{\psi} - \psi, e_\omega = \hat{\omega} - \omega$ y $e_T = \hat{T}_L - T_L$, su dinámica está descrita por

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= -[K_i + (aI_2 + p\omega J_2)]e_i + p\beta J_2 \hat{\psi} e_\omega + (aI_2 + p\hat{\omega} J_2)e_z \\ &\quad - p e_\omega J_2 e_z, \\ \dot{e}_\omega &= \left(-K_\omega + \frac{\alpha}{\beta} i^T J_2\right)e_i - f e_\omega - \frac{\alpha}{\beta} i^T J_2 e_z - \frac{e_T}{J}, \\ \dot{e}_z &= -K_z e_i, \\ \dot{e}_T &= -K_T e_i \end{aligned} \quad (3)$$

dónde se ha introducido la variable de error $e_z = \beta e_\psi + e_i$, $K_z = \beta K_\psi + K_i$, y ha sido utilizado el hecho de que $\hat{\omega} J_2 \hat{\psi} - \omega J_2 \psi = (\omega + e_\omega) J_2 e_\psi + e_\omega J_2 \psi$.

3.2 Diseño con par de carga constante y desconocido

El diseño de las ganancias de inyección se realizará en tres pasos:

1. Se descompondrá a la dinámica del error de observación (3) en un sistema nominal y una perturbación aditiva, dada por el término $pe_\omega J_2 e_z$.
2. El sistema nominal se descompondrá a su vez en dos subsistemas interconectados en retroalimentación negativa. Las ganancias de inyección de salida son diseñadas de tal forma que cada uno de estos subsistemas sea pasivo, con lo que el sistema nominal se hace pasivo, con el punto de equilibrio $e^T = [e_i^T, e_\omega, e_z^T, e_T] = 0$ global y uniformemente estable. La estabilidad global y exponencial se puede establecer cuando se tienen trayectorias que hacen observable al MI.
3. La estabilidad de $e = 0$ para el sistema (3) se sigue de los resultados clásicos de robustez de la estabilidad exponencial ante perturbaciones que se desvanecen en el origen (Khalil, 2002), como es el caso del término $pe_\omega J_2 e_z$.

El sistema nominal de la dinámica del error (3), cuando el término $pe_\omega J_2 e_z$ es excluido, puede ser descompuesta en dos subsistemas interconectados en retroalimentación, dados por

$$\begin{aligned} \Sigma_1 : & \begin{cases} \dot{e}_i = [-K_i - (aI_2 + p\omega J_2)] e_i + u_1, \\ y_1 = e_i \end{cases} \\ \Sigma_2 : & \begin{cases} \dot{e}_2 = A_2 e_2 + B_2 u_2, \\ y_2 = C_2 e_2 \end{cases} \end{aligned} \quad (4a)$$

dónde

$$A_2 = \begin{bmatrix} -f, & -\frac{\alpha}{\beta} i^T J_2, & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} K_\omega - \frac{\alpha}{\beta} i^T J_2 \\ K_z \\ K_T \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$C_2 = [p\beta J_2 \hat{\psi}, (aI_2 + p\hat{\omega} J_2), 0]$, $e_2 = [e_\omega \ e_z^T \ e_T]^T$ y las restricciones de interconexión $u_1 = y_2, u_2 = -y_1$.

A continuación se probará que el mapa $u_1 \rightarrow y_1$ en Σ_1 puede hacerse estrictamente pasivo y que el mapa $u_2 \rightarrow y_2$ en Σ_2 puede hacerse pasivo, mediante una elección adecuada de las ganancias de inyección de salida.

Pasivación estricta del subsistema Σ_1 : La derivada temporal de la función de almacenamiento $V_1(e_i) = \frac{1}{2} e_i^T e_i$ para el subsistema Σ_1 está dada por

$$\dot{V}_1(e_i) = e_i^T \dot{e}_i = e_i^T [-K_i - aI_2] e_i + y_1^T u_1. \quad (6)$$

Seleccionando la inyección de salida como

$$K_i = k_i I_2; \quad k_i \geq 0 \quad (7)$$

este subsistema se hace estrictamente pasivo.

Pasivación del subsistema Σ_2 : La siguiente proposición, cuya prueba es simple, establece que la dinámica interna del subsistema Σ_2 es (uniformemente) estable.

Proposición 1. El punto de equilibrio $e_2 = 0$ del sistema Σ_2 , cuando $u_2 = 0$, es uniformemente estable si

- 1) $i(t)$ es uniformemente acotada y $f > 0, \delta$
- 2) $i(t)$ y $\int_0^t i(\tau) d\tau$ son uniformemente acotadas y $f = 0$.

Además, bajo las mismas condiciones, $V_2(t, e_2) = \frac{1}{2} e_2^T P(t) e_2$, dónde

$$P(t) = \frac{1}{k} \begin{bmatrix} 1 & g_1^T(t) & g_2(t) \\ g_1(t) & g_1(t)g_1^T(t) + I_2 & g_1(t)g_2(t) \\ g_2(t) & g_2(t)g_1^T(t) & g_2^2(t) + 1 \end{bmatrix}$$

$$\dot{g}(t) = \begin{bmatrix} \dot{g}_1(t) \\ \dot{g}_2(t) \end{bmatrix} = -fg(t) + \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{\beta} J_2^T i(t) \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix}, \quad g(0) = 0, \quad (8)$$

con $k > 0$, es una función de Lyapunov, cuadrática, decreciente y positiva definida, que asegura la estabilidad uniforme de $e_2 = 0$.

Observación 1. Dado que Σ_2 está estructuralmente definida por tres integradores, el punto de equilibrio no puede ser asintóticamente estable. Este hecho implica que Σ_2 no puede ser pasivado estrictamente.

La derivada temporal de $V_2(t, e_2)$ a lo largo de las trayectorias de Σ_2 está dada por

$$\dot{V}_2(t, e_2) = -\frac{f}{k} e_2^T \begin{bmatrix} 1 & g^T \\ g & gg^T \end{bmatrix} e_2 + e_2^T P(t) B_2 u_2.$$

Si se elige B_2 , es decir, las ganancias de inyección de salida K_ω, K_z y K_T , de tal forma que se satisfaga la igualdad

$$P(t) B_2 = C_2^T, \quad (9)$$

dónde B_2 y C_2 están definidas en (5), o equivalentemente,

$$K_\omega = \frac{\alpha}{\beta} i^T J_2 + k \left[p\beta (1 + g^T(t)g(t)) \hat{\psi}^T J_2^T - g_1^T(t) (aI_2 + p\hat{\omega} J_2^T) \right] \quad (10)$$

$$K_z = k \left(-p\beta g_1(t) \hat{\psi}^T J_2^T + aI_2 + p\hat{\omega} J_2^T \right) \quad (11)$$

$$K_T = -kp\beta g_2(t) \hat{\psi}^T J_2^T, \quad (12)$$

se concluye que el mapa $u_2 \rightarrow y_2$ de Σ_2 es pasivo, con $V_2(t, e_2)$ como función de almacenamiento. Nótese que estas ganancias de inyección son realizables, ya que solo dependen de señales disponibles. En síntesis se tiene

Proposición 2. El mapa $u_2 \rightarrow y_2$ de Σ_2 es pasivo, con $V_2(t, e_2)$ como función de almacenamiento, si las ganancias de inyección de salida son seleccionadas de acuerdo a (7), (10), (11) y (12).

Ya que la interconexión de Σ_1 y Σ_2 , una vez pasivados, es también pasiva, se sigue que su punto de equilibrio $e = 0$ es uniformemente estable. Para concluir convergencia asintótica se requiere imponer condiciones adicionales, como se verá en el siguiente párrafo.

3.3 Convergencia del observador

La convergencia asintótica del observador puede asegurarse para trayectorias que sean suficientemente distinguibles.

Teorema 1. Considere el modelo MI (1). Suponga que el par de carga es constante pero desconocido, que las condiciones de la Proposición 1 son satisfechas y que las trayectorias del MI permanecen acotadas. Bajo estas condiciones el observador SSM definido por (2), con ganancias de inyección de salida dadas por (7), (10), (11), (12), con $K_\psi = (K_z - K_i)/\beta$, es exponencialmente estable si existen números positivos T, α, δ tales que para todo $t \geq 0$ y todo vector unitario $w \in \mathbb{R}^6$ existe un $t^* \in [t, t + T]$ para los que se satisface

$$\left| \int_{t^*}^{t^*+\delta} \left[p\beta J_2 \hat{\psi}(\tau), -p\beta J_2 \hat{\psi}(\tau) g_1^T(\tau) + (aI_2 + p\hat{\omega}(\tau) J_2), \right. \right. \\ \left. \left. -p\beta J_2 \hat{\psi}(\tau) g_2(\tau) \right] w d\tau \right| \geq \alpha. \quad (13)$$

Prueba. Considere la siguiente transformación lineal, variante en el tiempo

$$\epsilon = T(t) e_2 = \begin{bmatrix} 1 & g^T(t) \\ 0 & I_3 \end{bmatrix} e_2, \quad T^{-1}(t) = \begin{bmatrix} 1 & -g^T(t) \\ 0 & I_3 \end{bmatrix}.$$

Bajo las condiciones de la Proposición 1, $T(t)$ es una transformación de Lyapunov, es decir, $T(t)$ y $T^{-1}(t)$ son diferenciables y acotadas. Por lo tanto $T(t)$ preserva las propiedades de estabilidad. Mediante esta transformación la dinámica del error de observación (3) se puede escribir como

$$\dot{\epsilon}(t) = A(t) \epsilon(t) + \begin{bmatrix} \delta(\epsilon) \\ \bar{A}_2 \epsilon \end{bmatrix}, \quad (14)$$

dónde

$$A(t) = \begin{bmatrix} [-K_i - (aI_2 + p\omega J_2)] & \bar{C}_2 \\ -\bar{B}_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \epsilon = \begin{bmatrix} e_i \\ \epsilon \end{bmatrix},$$

$$\delta(\epsilon) = p \left([1, -g^T(t)] \epsilon \right) J_2 e_z, \quad \bar{A}_2 = \begin{bmatrix} -f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_2 = T(t) B_2, \quad \bar{C}_2 = C_2 T^{-1}(t).$$

Nótese que

$$kP(t) = T^T(t) T(t)$$

que, junto con la igualdad (9), implica que

$$\bar{B}_2 = k\bar{C}_2^T.$$

Un resultado clásico para el sistema (Morgan and Narendra, 1977); (Narendra and Annaswamy, 1989)

$$\dot{x}(t) = A(t) x(t), \quad (15)$$

con $A(t)$ continua a tramos y acotada, permite asegurar que el punto de equilibrio $x = 0$ es global, uniforme y asintóticamente estable si existen números positivos T, α, δ tales que para todo $t \geq 0$ y vector unitario $w \in \mathbb{R}^6$ existe un $t^* \in [t, t+T]$ para los que se satisface

$$\left| \int_{t^*}^{t^*+\delta} \bar{C}_2(\tau) w d\tau \right| \geq \alpha. \quad (16)$$

Note que esta condición (16) equivale a la condición (13). La derivada de la candidata a función de Lyapunov

$$V(t, x) = x^T \begin{bmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k} I_2 \end{bmatrix} x$$

para el sistema (15) es

$$\dot{V} = -x^T \begin{bmatrix} 2(k_i + a) I_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x \leq 0.$$

La derivada de la misma candidata a función de Lyapunov

$$W(t, \epsilon) = \epsilon^T \begin{bmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k} I_2 \end{bmatrix} \epsilon$$

para el sistema (14), cuando consideramos que $\delta(\epsilon) = 0$, es

$$\dot{W} = -\epsilon^T \begin{bmatrix} 2(k_i + a) I_2 & 0 \\ 0 & 2\bar{A}_2 \end{bmatrix} \epsilon \leq 0.$$

Nótese que $\dot{W} \leq \dot{V}$, por lo que $W(t) \leq V(t)$ para todo $t \geq 0$ si $W(0) \leq V(0)$. Esto quiere decir que, si $\epsilon(0) =$

$x(0)$ la trayectoria del sistema (14) (con $\delta(\epsilon) = 0$) converge más rápidamente al origen que la del sistema (15). Cuando la condición (16) es satisfecha, entonces el origen de (14) (con $\delta(\epsilon) = 0$) es exponencialmente estable. Como $\delta(0) = 0$ y $\|\delta(\epsilon)\| \leq \eta \|\epsilon\|^2$, por un resultado clásico de robustez de la estabilidad exponencial (Khalil, 2002), el punto de equilibrio $\epsilon = 0$ del sistema (14) es local y exponencialmente estable si la condición (16) se satisface. \square

Es importante notar que la condición de convergencia del observador, dada por (13), está relacionada con la propiedad de distinguibilidad de las trayectorias del MI, estudiada en (Ibarra-Rojas *et al.*, 2004). Esto puede verse fácilmente de la condición equivalente (16), que equivale a la observabilidad uniforme de la pareja $[0, \bar{C}_2]$ en (14). Por lo tanto, si (13) es satisfecha, la trayectoria del MI correspondiente es observable.

La dimensión del observador propuesto es $n_o = n + 3 = 8$: el número de variables de estado de la planta más 3 variables de estado para realizar el filtro lineal requerido para generar la señal $g(t)$ (8). La dimensión del observador propuesto es relativamente baja, cuando se compara con diversos resultados en la literatura, tales como el filtro de Kalman, para el cual se tiene que resolver una ecuación diferencial de Ricatti, que incrementa considerablemente el número de estados.

La falta de observabilidad para el sistema con par de carga desconocido tiene dos posibles fuentes: La falta de distinguibilidad de las trayectorias de estado y/o la falta de identificabilidad del parámetro T_L . Para una estimación adecuada de los parámetros y de los estados no medibles se requiere que las trayectorias del MI sean suficientemente distinguibles.

Dada la robustez intrínseca de un sistema con punto de equilibrio exponencialmente estable, se puede fácilmente probar que el observador propuesto presenta una convergencia práctica cuando se presentan perturbaciones externas o incertidumbre paramétrica en el modelo.

Para mayores detalles sobre el diseño, propiedades de convergencia, pruebas de las proposiciones y desempeño del observador, consultar (Moreno and Espinosa-Pérez, 2006; Gallegos *et al.*, 2007b).

4. RESULTADOS EN SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES DEL OBSERVADOR

Para verificar la calidad de la estimación de velocidad del observador propuesto, se presentan algunos resultados de simulación y pruebas experimentales del algoritmo en un banco de pruebas (Figura 1), el cual consiste en un MI de rotor jaula de ardilla de 1,1kW acoplado a un motor de CD de 1,1kW, un inversor de 20kVA y una tarjeta dSpace 1103. Las mediciones de corrientes se hacen por medio de sensores de efecto Hall y la adquisición de voltajes se realiza con una tarjeta de sensado externa. El par de carga se aplica mediante resistencias conectadas en las terminales de alimentación del motor de CD que trabaja como generador. Se asume que los parámetros del motor son perfectamente conocidos, excepto para el par de carga que es estimado en línea. Las ganancias del observador para todas las pruebas son $k_i = 7000$ y $k = 20$. Los parámetros del MI utilizado son descritos en la Tabla 1.

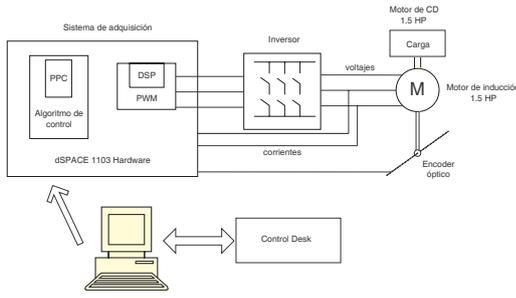


Figura 1. Plataforma experimental.

Tabla 1. Parámetros del motor de inducción.

Parámetro	Valor	unidades
R_s	7.83	Ω
R_r	2.98	Ω
M	0.11	H
L_s	0.113	H
L_r	0.11	H
J	0.015	kgm^2
p	2	
f	0.002	s^{-1}

4.1 Resultados en simulación

En la Figura 2 se muestran los errores de observación cuando el motor opera en condiciones nominales. Puesto que bajo esas condiciones la observabilidad del motor se satisface claramente, los errores de estimación convergen a cero rápidamente.

En la Figura 3 la frecuencia de excitación es 1% de su valor nominal, es decir $\omega = 0,6Hz$, tal que las trayectorias del sistema están cercanas a la indistinguibilidad. Para mantener las corrientes de estator en valores aceptables, el voltaje de excitación se redujo a la cuarta parte de su valor nominal (V_N). Los errores de estimación convergen a cero, pero debido a la pérdida de excitación persistente de las trayectorias la convergencia de ψ_r y \tilde{T}_L son mucho más suaves.

En la Figura 4 se muestran los errores de observación cuando la frecuencia de excitación es cero ($\omega = 0Hz$), tal que los voltajes de estator son dos valores constantes $u_1 = V_N/10$ y $u_2 = -V_N/10$. El par de carga es $T_L = 0N$ en el intervalo $t = [0, 2]$ y se cambia abruptamente a $T_L = 4N$ en el intervalo $t = [2, 10]$. Esto corresponde al caso extremo de pérdida de observabilidad del motor, tal que ningún observador es capaz de estimar las variables de estado y el par de carga. Eso se refleja claramente en las simulaciones, ya que ninguno de los errores de estimación convergen a cero. Sin embargo, note que a pesar de la pérdida de observabilidad, las variables estimadas son acotadas. Esta es una característica importante del observador propuesto.

4.2 Resultados experimentales

Las condiciones de experimentación para los algoritmos de observación fueron las siguientes:

- 1.- Referencias de velocidad media y baja con par de carga.
- 2.- Referencias de velocidad variable (desde $\omega = 180rad/seg$ hasta $\omega = 5rad/seg$).

Un problema importante en el CSSM es la estimación de velocidad en condiciones de baja frecuencia de excitación. Se

realizaron dos diferentes pruebas que incluyen los rangos de velocidad media y baja. La primera prueba consiste en el arranque del motor hasta condiciones de velocidad media $\omega_N/2$ con par de carga variable. La Figura 5 muestra el comportamiento experimental para el observador bajo las condiciones anteriores. El observador semiglobal (SGO - *Semiglobal observer*) presenta buen desempeño, similar al presentado para condiciones nominales incluso con la presencia del par de carga. Entonces, se puede decir que el desempeño del algoritmo para velocidad

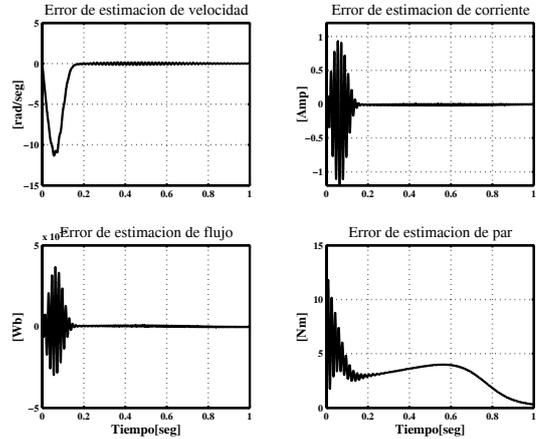


Figura 2. Errores de estimación en condiciones nominales.

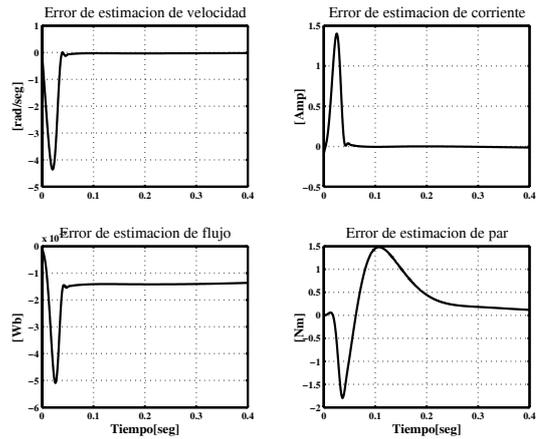


Figura 3. Errores de estimación en baja frecuencia de excitación.

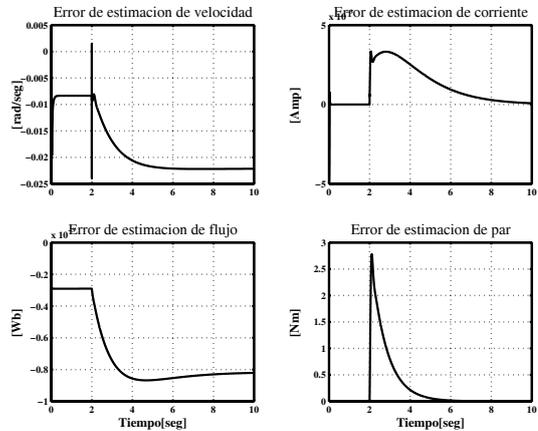


Figura 4. Errores de estimación para frecuencia cero de excitación.

nominal y media velocidad es satisfactorio. La segunda prueba comienza en velocidad cero y se incrementa hasta una velocidad baja de 45rad/seg con par de carga variable. La estimación de velocidad para baja frecuencia de excitación con par de carga variable se presenta en la Figura 6, en donde se puede observar que el error en baja velocidad y con presencia de par es mayor que en las condiciones anteriores, sin embargo el desempeño es aún aceptable.

Se realizaron dos pruebas con referencias de velocidad variable que incluyen el régimen de la baja velocidad. La primera prueba consiste en la variación de la referencia de velocidad desde $\omega = 180\text{rad/seg}$ hasta $\omega = 20\text{rad/seg}$ con par de carga variable. La Figura 7 muestra el comportamiento experimental para el observador bajo las condiciones anteriores. La Figura 8 muestra los resultados experimentales para el caso de una referencia variable en baja velocidad (5-40rad/seg) sin par de carga, y con un cambio en las ganancias constantes del observador ($k = 15$ y $k_i = 4000$). La calidad de la estimación del par de carga comienza a degradarse conforme la referencia de velocidad se acerca a cero, lo que podría ser la causa del menor desempeño en la estimación de la velocidad en régimen de baja frecuencia de excitación. Sin embargo, estos resultados dan una perspectiva de que se puede mejorar el desempeño en el rango completo de operación con una elección de ganancias apropiada para cada régimen.

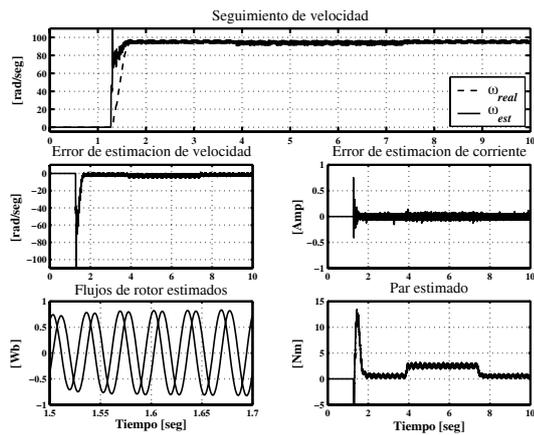


Figura 5. Estimación y errores de estimación en velocidad media ($\omega_N/2$) con par de carga variable.

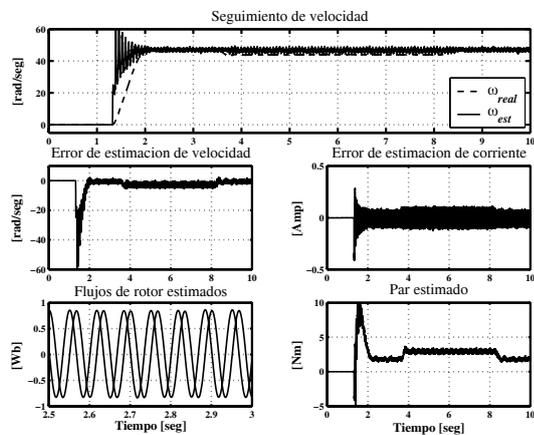


Figura 6. Estimación y errores de estimación en velocidad baja ($\omega \approx \omega_N/4$) con par de carga variable.

Una condición de pérdida de observabilidad en la operación del MI SSM es el régimen de operación de velocidad cero. En este trabajo, se realizó una prueba con una referencia de velocidad la cual cruza suavemente por esa condición con el fin de evaluar el desempeño del observador alrededor de la trayectoria inobservable. La Figura 9 muestra el resultado experimental para dicha condición. Como era de esperarse, la calidad de la estimación de velocidad se degrada conforme la referencia de velocidad se acerca a la velocidad cero, sin embargo, el observador es capaz de sobreponerse rápidamente al cruce por la trayectoria inobservable. De la prueba experimental, se pudo notar que la cota del error de observación depende de la sintonización correcta de las ganancias del observador.

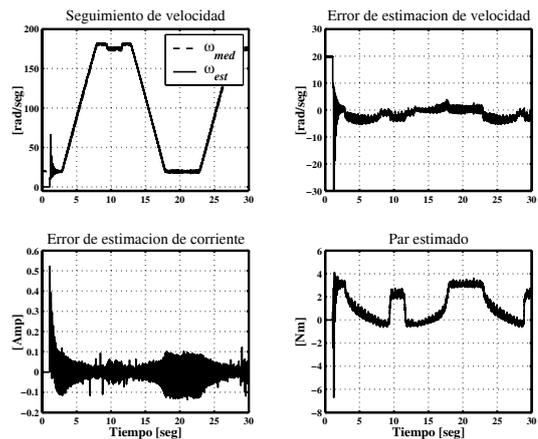


Figura 7. Estimación y errores de estimación para referencia de velocidad variable y con par de carga variable.

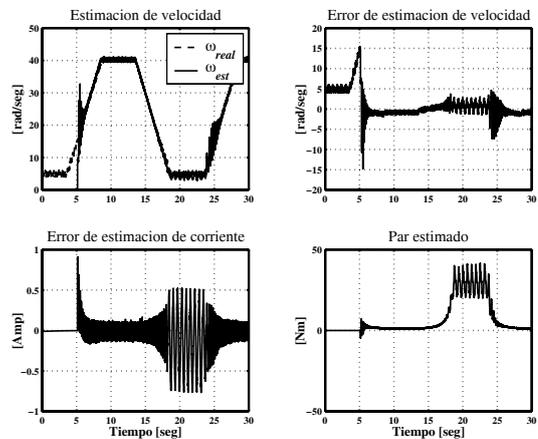


Figura 8. Estimación y errores de estimación para referencia variable a muy baja velocidad.

5. ESQUEMA DEL FOC

El FOC representa una solución al problema de control de alto desempeño para el MI, controlando los valores instantáneos de las variables eléctricas, con el fin de mantener el par instantáneo lo más cerca posible de su valor de referencia (Blaschke, 1972).

Como el FOC se basa en la alineación del eje d del marco de referencia con el vector de flujo de rotor, la dinámica de control de la estructura no-lineal y altamente acoplada del MI llega a ser linealizada parcialmente y, además el par y el flujo se desacoplan asintóticamente, manteniendo constante la norma

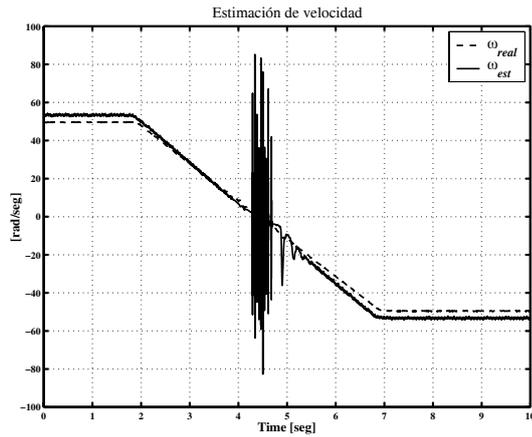


Figura 9. Estimación y errores de estimación para referencia variable con cruce por cero.

del flujo. Este arreglo provoca que el control sea más preciso tanto en respuesta transitoria como en estado estable.

En el FOC directo (DFOC), es esencial conocer la posición del flujo para conseguir la correcta orientación. Sin embargo, esto es muy costoso y de difícil acceso, por lo que en vez de medirlo, el flujo puede ser estimado basándose en las mediciones del voltaje, las corrientes y en ocasiones de la velocidad angular; además, se deben conocer los parámetros del motor. Una ventaja importante del DFOC, es la posibilidad de sustituir directamente, en el lazo cerrado, la medición de la velocidad para la retroalimentación por una señal estimada en un algoritmo de observación. Por otro lado, otra ventaja del algoritmo de observación propuesto es que también estima los flujos del rotor, por lo que es sencillo calcular la posición del flujo dentro del FOC.

La dinámica de las corrientes son linealizadas y desacopladas a partir de las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} u_{sd} &= -\frac{1}{c} [\omega_a i_{sq} + a \psi_{rd} + \nu_{sd}] \\ u_{sq} &= \frac{1}{c} [\omega_a i_{sd} + p \omega \psi_{rd} + \nu_{sq}] \end{aligned} \quad (17)$$

Por lo tanto, el nuevo modelo del MI linealizado parcialmente queda de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_{sd} &= -\beta(Ma + b) i_{sd} + \nu_{sd} \\ \frac{d}{dt} i_{sq} &= -\beta(Ma + b) i_{sq} + \nu_{sq} \\ \frac{d}{dt} \psi_{rd} &= Ma i_{sd} - a \psi_{rd} \\ \frac{d}{dt} \omega &= \frac{3}{2} \frac{pM}{JL_r} \psi_{rd} i_{sq} - \frac{f}{J} \omega - \frac{T_L}{J} \end{aligned} \quad (18)$$

Las nuevas entradas son calculadas como sigue

$$\begin{aligned} \nu_{sd} &= k_{pd} (i_{sd}^* - i_{sd}) + k_{id} \int_0^t (i_{sd}^* - i_{sd}) dt \\ \nu_{sq} &= k_{pq} (i_{sq}^* - i_{sq}) + k_{iq} \int_0^t (i_{sq}^* - i_{sq}) dt \end{aligned} \quad (19)$$

donde k_{pd} , k_{id} , k_{pq} , k_{iq} son las ganancias de los controladores, i_{sd}^* e i_{sq}^* son las corrientes de referencia para i_{sd} e i_{sq} , respectivamente.

Como la amplitud del flujo del rotor es igual a la amplitud de su referencia constante (i.e. $\psi_{rd} = |\psi_r| = \psi_{rd}^*$), la dinámica

de la velocidad del rotor es también linealizada, por tanto, es posible realizar un control de flujo y de velocidad utilizando controladores PI diseñados de la siguiente manera

$$\begin{aligned} i_{sd}^* &= k_{p\psi} (\psi_r^* - \psi_{rd}) + k_{i\psi} \int_0^t (\psi_r^* - \psi_{rd}) dt \\ i_{sq}^* &= \frac{L_r}{pM} \left[k_{p\omega} (\omega^* - \omega) + k_{i\omega} \int_0^t (\omega^* - \omega) dt \right] / \psi_{rd} \end{aligned} \quad (20)$$

donde $k_{p\psi}$, $k_{i\psi}$, $k_{p\omega}$, $k_{i\omega}$ son determinadas de manera que se imponga una dinámica deseada a los errores $\psi_r^* - \psi_{rd}$ y $\omega^* - \omega$. Cabe señalar que si el flujo no es constante, es difícil asegurar un adecuado control del par.

Convencionalmente, los compensadores PI se han utilizado para generar el control de corriente y regulación de la velocidad, y debido a su simplicidad son ampliamente aceptados en la industria.

6. RESULTADOS DE SIMULACIÓN DEL FOC BASADO EN EL OBSERVADOR PROPUESTO

Para las simulaciones numéricas, se sustituye la retroalimentación de la velocidad medida en el esquema del DFOC por la velocidad estimada por el observador propuesto en este trabajo. Los parámetros del MI utilizado son los mismos descritos en la Tabla 1.

Con la finalidad de verificar y comparar el desempeño del controlador basado en el observador propuesto, se presentan también algunos resultados de simulación para el DFOC SSM cuya estimación de velocidad se basa en el sistema adaptable por modelo de referencia (MRAS *Model Reference Adaptive System*) presentado en (Gallegos *et al.*, 2007a; Yaonan *et al.*, 2004).

Las pruebas de simulación realizadas se establecen en los siguientes regímenes de operación

- 1 Seguimiento a referencia variable de velocidad desde cero hasta 180rad/s y aplicación de escalones de par de 2Nm.
- 2 Seguimiento a referencia senoidal en baja velocidad con cruce por cero y aplicación de escalón de par $T_L = 2Nm$.

Las asignaciones de las ganancias para el FOC basados en los observadores MRAS y el SGO, se presentan en las Tablas 2 y 3 respectivamente.

Las Figuras 10 y 11 muestran el desempeño del esquema de control basado en el MRAS y SGO respectivamente, para una referencia de velocidad que varía suavemente desde cero hasta la velocidad nominal y con par de carga constante $T_L = 2Nm$. En estas pruebas se puede notar el buen comportamiento en la estimación de velocidad de los dos observadores para la velocidad nominal. Sin embargo, en la gráfica del error de estimación de velocidad se observa el mejor desempeño del SGO en el régimen de la velocidad cero.

Las Figuras 12 y 13 muestran el desempeño del FOC basado en el MRAS y SGO respectivamente, para una referencia senoidal de muy baja velocidad y con par de carga constante. Aunque el FOC basado en el MRAS tiene un mal funcionamiento en el transitorio de inicio de la simulación, puede decirse que el desempeño es suficientemente bueno para baja velocidad. Sin embargo, y de acuerdo a los resultados mostrados, el FOC basado en el SGO tiene aún mejor desempeño tanto en

respuesta transitoria como en estado estable, por lo que se presenta como una solución más atractiva para el problema del CSSM del MI.

Tabla2. Ganancias del FOC basado en el MRAS.

Lazo de corriente		Lazo de par		Lazo de velocidad	
k_{pd}	k_{iq}	$k_{p\tau}$	$k_{i\tau}$	$k_{p\omega}$	$k_{i\omega}$
0,5	2000	3	1020	2	50

Lazo de flujo		Ganancias del MRAS	
$k_{p\psi}$	$k_{i\psi}$	$k_{p\omega MRAS}$	$k_{i\omega MRAS}$
50	4000	300	10000

Tabla3. Ganancias del FOC basado en el SGO.

Lazo de corriente		Lazo de par		Lazo de velocidad	
k_{pd}	k_{iq}	$k_{p\tau}$	$k_{i\tau}$	$k_{p\omega}$	$k_{i\omega}$
0,5	2000	3	1020	4	50

Lazo de flujo		Ganancias del SGO	
$k_{p\psi}$	$k_{i\psi}$	k_i	k
50	4000	7000	20

7. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un esquema de control vectorial sin sensores mecánicos para un motor de inducción, basado en un nuevo algoritmo no lineal de observación de bajo orden y convergencia semiglobal capaz de estimar simultáneamente los flujos y la velocidad del rotor en presencia de par de carga constante y desconocido, el cual trabaja para un amplio rango de velocidades. Puesto que el observador elegido es un esquema de orden completo y con propiedades pasivas, se contribuyó a mejorar la efectividad del método presentado para la región de baja velocidad e inclusive la velocidad cero. La sencillez en la sintonización de las ganancias tanto del controlador como del observador se mantuvo para el esquema completo en lazo cerrado. El desempeño del controlador propuesto se verificó mediante simulaciones numéricas y se comparó con los resultados obtenidos para un esquema FOC basado en un observador MRAS, el cual es ampliamente reportado como de buen desempeño, obteniendo resultados más favorables.

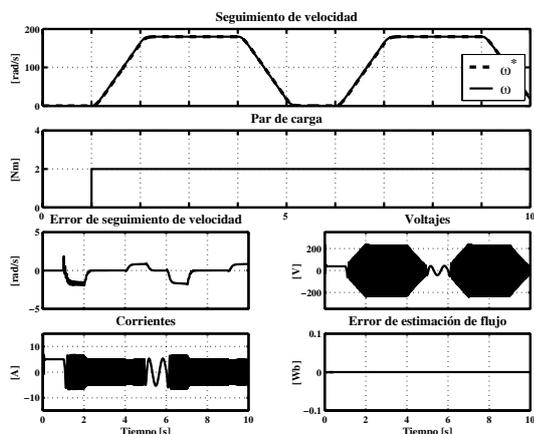


Figura 10. Seguimiento y errores de estimación del FOC basado en el MRAS para una referencia de velocidad variable y par de carga constante.

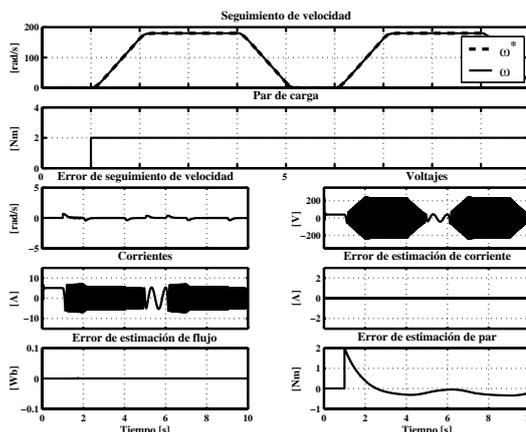


Figura 11. Seguimiento y errores de estimación del FOC basado en el SGO para una referencia de velocidad variable y par de carga constante.

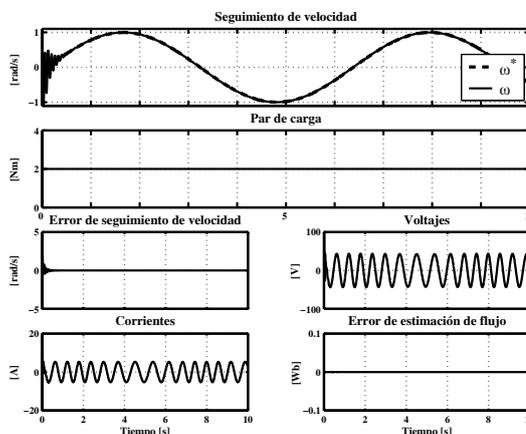


Figura 12. Seguimiento y errores de estimación del FOC basado en el MRAS para baja velocidad y par de carga constante.

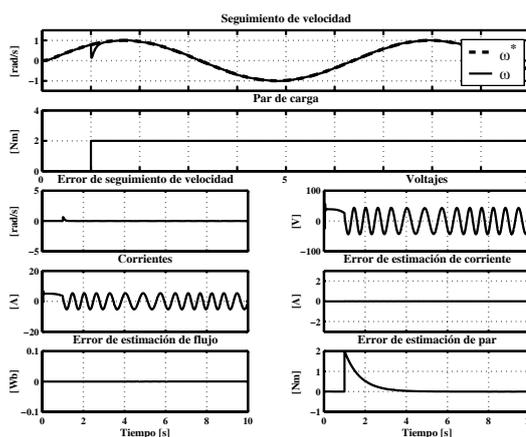


Figura 13. Seguimiento y errores de estimación del FOC basado en el SGO para baja velocidad y par de carga constante.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero de CONACyT, Proyecto 51244, y PAPIIT, UNAM, Proyecto IN117610.

REFERENCIAS

- Blaschke, F. (1972). The principle of field orientation as applied to new transvektor closed loop control system for rotating field machines. *Siemens Review* **Vol. 34**, 217–220.
- Bostan, V., M. Cuibus, C. Ilas and R. Magureanu (2003). High performance sensorless solutions for induction motor control. *34th. Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC'03)* pp. 556–561.
- Canudas, C., A. Youssef and F. Malrait J. P. Barbot, P. Martin (2000). Observability conditions of induction motors at low frequencies. *39th. IEEE Conference on Decision and Control (CDC'00)*, Sydney, Australia.
- Gallegos, M. A., R. Alvarez and C. A. Núñez (2006). A survey on speed estimation for sensorless control of induction motors. *Congreso Internacional de Electrónica de Potencia (CIEP'06)*.
- Gallegos, M. A., R. Alvarez and C. A. Núñez (2007a). Comparative study of nonlinear speed observers for induction motors. *International Review of Electrical Engineering* **Vol. 2**, 378–385.
- Gallegos, M. A., R. Alvarez, J. A. Moreno and G. Espinosa-Pérez (2007b). Evaluación experimental de un observador de velocidad de convergencia semiglobal y de bajo orden para motores de inducción. *Congreso Nacional de Control Automático (AMCA'07)*.
- Ibarra-Rojas, S., J. A. Moreno and G. Espinosa-Pérez (2004). Global observability analysis of sensorless induction motors. *AUTOMATICA* **Vol. 40**, 1079–1085.
- Ilas, C., A. Bettini, I. Ferraris, G. Griva and F. Profumo (1994). Comparison of different schemes without shaft sensors for field oriented control drives. *20th International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation (IECON'94)* **Vol. 3**, 1579–1588.
- Khalil, H. K. (2002). *Nonlinear Systems*. Third ed. Prentice-Hall. Upsaddle River, New Jersey.
- Mitronikas, E. D. and A.Ñ. Safacas (2005). An improved sensorless vector-control method for an induction motor. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*.
- Moreno, J. A. and G. Espinosa-Pérez (2006). A novel sensorless observer for induction motors. *Congreso Nacional de Control Automático (AMCA'06)*.
- Morgan, A. P. and K. S. Narendra (1977). On the stability of nonautonomous differential equations $\dot{x} = [a + b(t)]x$, with skew symmetric matrix $b(t)^*$. *SIAM J. Control and Optimization*.
- Narendra, K. S. and A. M. Annaswamy (1989). *Stable Adaptive Systems*. Prentice Hall.
- Rajashekara, F., A. Kawamura and K. Matsuse (1996). Sensorless control of ac motor drives. *IEEE Press*.
- Rasmussen, H., P. Vadstrup and H. Borsting (2002). Speed sensorless field oriented control of an induction motor at zero speed with identification of inverter model parameters. *IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE'02)* **Vol. 3**, 818–821.
- Rudolph, C., T. Laczynski and B. Orlik (2004). Sensorless field oriented control of induction motors considering main flux saturation effects on test signal injection. *35th. Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC'04)* pp. 556–561.
- Yaonan, W., L. Jiantao, H. Shoudao and Q. Sihai (2004). Speed sensorless vector control of induction motor based on the mras theory. *4th International Power Electronics and Motion Control Conference, (IPEMC'04)* **Vol. 2**, 645–648.