

## Estudio de Algoritmos 2-Deslizantes Aplicados al Control de Pilas de Combustible

Cristian Kunusch\* Paul F. Puleston\* Miguel A. Mayosky\*

\* Laboratorio de Electrónica Industrial Control e Instrumentación, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata. Calle 48 y 116 (CC 91), La Plata, Argentina. (e-mail: ckunusch@ing.unlp.edu.ar)

Resumen: En este trabajo se hace un estudio comparativo de tres diferentes técnicas de control por modo deslizante de segundo orden, aplicadas al problema específico del control de respiración de una pila de combustible PEM. Los algoritmos diseñados se contrastan por simulación utilizando el modelo completo del sistema, poniendo particular énfasis en la respuesta transitoria y la robustez frente a perturbaciones. Copyright © 2008 CEA-IFAC.

Palabras Clave: Pilas de Combustible, Control no lineal, Modo Deslizante.

### 1. INTRODUCCIÓN

El consumo mundial de energía crece a un ritmo alarmante. Este incremento en la demanda será excesivo para las reservas de combustibles fósiles, las cuales se encuentran en franca disminución y pronto poseerán costos de extracción y comercialización muy elevados. Por otra parte, la combustión de hidrocarburos produce una excesiva emisión de gases generadores de efecto invernadero European-Commission (2003). Sumado a esto, la seguridad energética es un tema que últimamente ha cobrado una importancia relevante. El combustible fósil, particularmente el petróleo crudo, está confinado a pocas áreas del planeta y la continuidad de su suministro está gobernada por factores políticos, económicos y ecológicos, los que conspiran contra la estabilidad de su precio.

Para combatir esto, se requiere de una estrategia energética coherente y sustentable que resuelva el problema de demanda en forma segura. Es así que se vislumbra como una alternativa promisoriosa una economía basada fuertemente en fuentes de energía renovables no contaminantes, esquema en el cual el hidrógeno podría jugar un papel preponderante como vector energético, proporcionando un desarrollo sostenido y competitivo desde el punto de vista económico y ambiental. Dentro de este esquema las pilas de combustible (PdC) cumplen un papel fundamental, siendo en la actualidad el dispositivo electroquímico más eficiente y limpio para convertir la energía almacenada en el hidrógeno en energía eléctrica y calor.

En la actualidad la tecnología de las PdC transita por una fase decisiva donde se esperan grandes cambios en el proceso de innovación. En todo el mundo, el esfuerzo puesto en el desarrollo por parte de grandes compañías como así también el gran apoyo de los programas públicos del hemisferio norte, confirman la viabilidad del uso de esta nueva tecnología como solución a la dependencia energética de combustibles fósiles en todos los ámbitos. Diversos informes aseguran que la tecnología del hidrógeno está relacionada con el futuro de los automóviles cero contaminantes y plantas de energía más

eficientes y ecológicas, perspectiva que a mediano plazo se completa con una opción plausible como lo es el uso de PdC, funcionando estas como puente entre la energía eólico/solar y el hidrógeno como producto energético. Cabe resaltar que el hidrógeno puede obtenerse a partir de la electrólisis del agua, en particular, utilizando energía proveniente de fuentes renovables.

En el caso puntual del mundo del transporte, se vislumbra un nuevo escenario, en el cual tanto vehículos livianos como pesados serán accionados por estas nuevas y eficientes fuentes de energía. Para ello, la PdC es vista como uno de los principales candidatos que posibilitará reemplazar, en el largo plazo, a las fuentes de energía convencionales por una tecnología libre de emisiones y de producción masiva. En este aspecto, tanto la solución de problemas técnicos como económicos está más cerca que nunca, ya que el avance de la I+D ha hecho y hace posible esta realidad en la cual ya se está trabajando experimentalmente y se poseen auspiciosos resultados. En particular, el desafío que se debe afrontar desde el área de la teoría y aplicación del control automático es el desarrollo de controladores simples, confiables y robustos. En ese sentido, este trabajo analiza la utilización de estrategias de control por Modos Deslizantes de Orden Superior (MDOS), en particular de Segundo Orden (MDSO). Estas técnicas poseen atractivas propiedades, entre las que merecen citarse las siguientes:

- Robustez ante deficiencias de modelado e identificación, incertidumbres paramétricas y perturbaciones externas.
- Reducción de oscilaciones de alta frecuencia (“chattering”), en comparación con estrategias basadas en modos deslizantes clásicos de primer orden.
- Simplicidad de implementación, al no requerir la medición del estado completo, o el desarrollo de observadores del mismo.
- Diseño de control en base al modelo no lineal, lo cual permite trabajar en un rango extendido de operación.

Estas dos últimas características se presentan como claras ventajas ante soluciones de control previamente publicadas basadas en técnicas de control lineal que requieren realimentación completa de estados. Existen en la literatura diversas propuestas de controladores basados en MDSO. En este trabajo se contrastan

\* Este trabajo ha sido financiado por la Universidad Nacional de La Plata (UNLP), Consejo de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) y la Comisión de Investigaciones Científicas de la provincia de Buenos Aires (CICPBA). Argentina.

los resultados de tres diferentes alternativas: los algoritmos “twisting”, “super-twisting” y “sub-optimal”.

## 2. MODELO DE LA PILA DE COMBUSTIBLE

Una PdC esta conformada por un conjunto de celdas de combustible conectadas eléctricamente en serie. Estas celdas están compuestas por membranas poliméricas de intercambio protónico que generan electricidad en virtud de una reacción catódica (reducción del oxígeno) y una reacción anódica (oxidación del hidrógeno). En el caso de las celdas de combustible a base de hidrógeno, el único subproducto es agua caliente pura.

El sistema de generación completo bajo consideración consta de una PdC cuyo ánodo es alimentado con hidrógeno a través de un tanque presurizado y el cátodo recibe aire por medio de un compresor eléctrico (Fig.1). El compresor trabaja conectado eléctricamente en paralelo a la carga, comportándose como una carga parásita. Para su mejor modelado y análisis el sistema básicamente puede ser descompuesto en cuatro subsistemas principales interactuantes:

- Subsistema electroquímico de la tensión generada por la pila.
- Subsistema de flujo de masa por el ánodo.
- Subsistema de flujo de masa por el cátodo.
- Subsistema de hidratación de la membrana polimérica.

También se podría incluir un subsistema térmico para contemplar los intercambios calóricos internos, aunque su dinámica admite que, en la práctica, se pueda utilizar un lazo de control independiente que regule la temperatura de la pila.

Una descripción intensiva del sistema de generación compuesta por nueve variables de estado puede encontrarse en (Pukrushpan *et al.*, 2004). A los efectos del diseño de los controladores

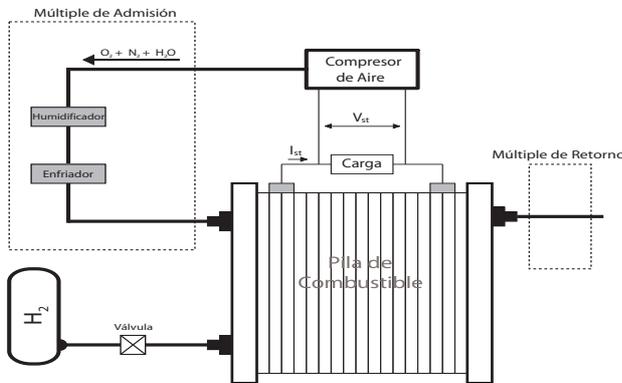


Figura 1. Sistema Pila de Combustible

se utilizará un modelo reducido y adaptado propuesto por los autores en Kunusch *et al.* (2005a), y resumido en el Apéndice de este trabajo. El mismo es un modelo de 6º orden que recrea el comportamiento dinámico del cátodo de la pila y el compresor de aire, al tiempo de adecuarse a los requerimientos de cálculo para algoritmos de modo deslizante de segundo orden. Cabe resaltar que aquellos apartamientos que existan respecto del sistema real, quedarán cubiertos por la robustez de la estructura de control propuesta. El sistema queda descrito por un conjunto de ecuaciones diferenciales del tipo:

$$\dot{x} = f(x(t)) + g(x(t), u(t)) \quad (1)$$

$$x \in \mathcal{R}^6; u \in \mathcal{R}; f: \mathcal{R}^6 \rightarrow \mathcal{R}^6; g: \mathcal{R}^6 \rightarrow \mathcal{R}^6$$

Siendo  $f$  y  $g$  campos vectoriales de funciones continuas y con derivadas continuas ( $\mathcal{C}^1$ ). Los 6 estados del modelo se corresponden con las variables de estado del apéndice, son los siguientes:

- $\omega_{cp}$ : velocidad del motor del compresor que alimenta al cátodo a través del múltiple de admisión ( $x_1$ ).
- $p_{sm}$ : presión total dentro del múltiple de admisión ( $x_2$ ).
- $m_{sm}$ : masa total de aire en el múltiple de admisión ( $x_3$ ).
- $m_{o2,ca}$ : masa instantánea de oxígeno en el cátodo ( $x_4$ ).
- $m_{N2,ca}$ : masa instantánea de nitrógeno en el seno del cátodo ( $x_5$ ).
- $p_{rm}$ : presión total del múltiple de retorno ( $x_6$ ).

La variable efectiva o física de control del sistema es la tensión de armadura  $V_{cm}$  del compresor, y la entrada  $u$  se define como una versión normalizada de dicha tensión. En términos de la teoría de control de estructura variable, esta normalización permite mantener la  $|u_{eq}| < 1$  (requerimiento del diseño por MDSO). Para la PdC bajo consideración se utiliza una constante de normalización  $V_{nor} = 180 v$ , la cual ha sido fijada acorde al máximo entre los valores de tensión  $V_{cm}$  que se requieren para mantener al sistema operando en cualquier punto de su zona de trabajo nominal. Por otra parte, algunas de las variables de interés medibles en tiempo real son: la potencia neta entregada por el sistema ( $P_{net}$ ), la tensión en bornes de la pila ( $V_{st}$ ) y el flujo másico de oxígeno que libera el compresor ( $W_{cp}$ ). La corriente requerida por la carga ( $I_{st}$ ) se modela como una perturbación medible.

Por razones de espacio, para una descripción detallada de las ecuaciones que conforman el modelo para diseño (1), se refiere al lector al trabajo de los autores Kunusch *et al.* (2005a).

## 3. DISEÑO DE CONTROLADORES 2-DESLIZANTES

### 3.1 Modos Deslizantes de Orden Superior

La teoría de control por modos deslizantes de orden superior generaliza la idea del control deslizante de primer orden, actuando en las derivadas temporales superiores de la función de restricción  $s(x)$ , en lugar de hacerlo sólo sobre la primera derivada como ocurre en el modo deslizante de primer orden o estándar. Manteniendo las principales ventajas del enfoque original, el control por MDOS permite además reducir el efecto de “chattering” o ripple de alta frecuencia, que es considerablemente perjudicial en muchas aplicaciones prácticas Levant (1993).

En términos generales, la expresión función de restricción  $s(x)$  se diseña según las especificaciones de control, siendo necesario que  $s$  se anule para que las mismas se verifiquen. En este contexto, el orden de deslizamiento está definido por el número de derivadas totales continuas de  $s$  que se anulan en la vecindad del punto de deslizamiento (incluyendo la de orden cero). Por lo tanto, el  $r$ -ésimo orden de modo deslizante será determinado por las igualdades

$$s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0 \quad (2)$$

Formándose así una condición  $r$ -dimensional en el estado dinámico del sistema.

Si bien los resultados teóricos para modos deslizantes de alto orden son prometedores, en la actualidad los algoritmos de MDSO son los que poseen mayor aplicabilidad en la implementación, debido a su mayor simplicidad de diseño y menor requerimiento de información.

### 3.2 Algoritmos MDSO Aplicados a la PdC

Las metas del control pueden estar relacionadas con diferentes aspectos de la operación de la pila, tales como la maximización de su vida útil, optimización de sus prestaciones eléctricas, minimización del mantenimiento, etc. El objetivo propuesto en este trabajo es la maximización del rendimiento de conversión del conjunto PdC-Compresor. La misma puede lograrse regulando adecuadamente el caudal másico de oxígeno que entra al cátodo de la pila. Esto permite mantener en todo momento un flujo de comburente capaz de reducirse en forma eficiente en las cercanías de la membrana y así satisfacer el requerimiento de potencia solicitado por la carga considerando el consumo parásito del compresor. Es así que la maximización de la potencia neta generada:

$$P_{net} = P_{st} - P_{cp} \quad (3)$$

$P_{st}$ : Potencia generada por la pila.

$P_{cp}$ : Potencia que consume el compresor.

se puede lograr definiendo una función de restricción  $s(x)$  tal que imponga el seguimiento de una ley de referencia para el flujo másico de oxígeno que libera el compresor ( $W_{cp}$ ):

$$s(x) = W_{cp} - W_{cpref} = 0 \quad (4)$$

donde la referencia  $W_{cpref}$ , para condiciones ambientales estables, sólo es función de constantes y de la variable medible  $I_{st}$  Kunusch *et al.* (2005b).

Derivando con respecto al control la variable de deslizamiento y su derivada temporal, se llega al siguiente resultado:

$$\frac{\partial}{\partial u} s = 0, \quad \frac{\partial}{\partial u} \dot{s} \neq 0 \quad (5)$$

Este resultado indica que la salida  $s$  del sistema descrito por (1) es de grado relativo 1 con respecto a  $u$ , por lo tanto sería posible aplicar algún algoritmo de control por modo deslizante de primer orden. Sin embargo, esta opción no representa una buena alternativa para el control de la PdC, ya que esta estrategia generaría una acción de control de naturaleza discontinua de alta frecuencia sobre el estator del compresor que, entre otras cosas, deterioraría gravemente el desempeño de la potencia neta de salida, la cual presenta una relación de grado relativo 0 con  $u$ . Esto implica que la señal de alta frecuencia de entrada se manifestaría explícitamente como *ripple* en la salida. Frente a este escenario, surge como propuesta natural la implementación de una estructura de control por MDSO, ya que es de vital importancia lograr una característica suave en la tensión de armadura del compresor ( $V_{cm}$ ) para evitar un deterioro en la calidad de  $P_{net}$ . Para ello se puede aumentar el orden en 1, expandiendo el modelo de la PdC con un integrador en la entrada, agregando un estado integral  $x_I = u$ , resultando la siguiente representación no lineal afín en el control:

$$\dot{x}_e = F(x_e(t)) + G(x_e(t))v(t) \quad (6)$$

$$x_e \in \mathcal{R}^7; v \in \mathcal{R}; F: \mathcal{R}^7 \rightarrow \mathcal{R}^7; G: \mathcal{R}^7 \rightarrow \mathcal{R}^7$$

donde  $x_e$  está conformado por los 6 estados de la pila detallados en la ecuación (1) más el antes mencionado estado integral. De este modo  $v = \dot{u}$  es la entrada de control del nuevo sistema expandido, concordante con la entrada del integrador.

La salida  $s(t)$  tiene grado relativo dos con respecto a la nueva entrada de control  $v$  y la expansión no comprometió la suavidad de los campos vectoriales  $F$  y  $G$  en el rango de operación de la PdC. También se cumplen las condiciones necesarias para el diseño de los algoritmos de control por MDSO:

1. Los valores del control pertenecen al conjunto  $\mathcal{U} = \{u : |u| \leq U_m\}$ , donde  $U_m > 1$  es una constante real.
2. Existe  $u_1 \in (0, 1)$  tal que para cualquier función continua  $u(t)$  con  $|u(t)| > u_1$ , existe un  $t_1$ , tal que  $s(t)u(t) > 0$  para cada  $t > t_1$ . Por lo tanto, el control  $u(t) = -\text{sig}(s(t_0))$ , donde  $t_0$  es el valor inicial del tiempo, permite alcanzar la variedad  $s = 0$  en un tiempo finito. Para ello se definió  $u = \frac{V_{cm}}{V_{nor}}$  con  $V_{nor} = 180$  volt.
3. Sea  $\dot{s}(t, x, u)$  la derivada temporal total de la variable de deslizamiento  $s(t, x)$ . Existen constantes positivas  $s_0, u_0 < 1, \Gamma_m, \Gamma_M$  tal que si  $|s(t, x)| < s_0$  entonces:

$$0 < \Gamma_m \leq \frac{\partial}{\partial u} \dot{s}(t, x, u) \leq \Gamma_M \\ \forall u \in \mathcal{U}, x \in \mathcal{X}$$

siendo esas constantes para la PdC:  $\Gamma_m = 0,5$  y  $\Gamma_M = 0,9$ .

4. Existe una constante positiva  $\Phi$  tal que dentro de la región  $|s| < s_0$  se mantiene la siguiente desigualdad  $\forall t, x \in \mathcal{X}, u \in \mathcal{U}$ .

$$\left| \frac{\partial}{\partial t} \dot{s}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}(t, x, u) \cdot f(t, x, u) \right| \leq \Phi$$

para el sistema bajo control resulta:  $\Phi = 0,01$ .

Entonces se pueden hallar las soluciones de (7) por medio de las soluciones de su inclusión diferencial equivalente:

$$\ddot{s} \in [-\Phi, \Phi] + [\Gamma_m, \Gamma_M] \dot{u} \quad (7)$$

Habiendo verificado que el sistema de generación cumple con las condiciones requeridas por el control por MDSO y calculados los parámetros de diseño, tres de los más difundidos algoritmos 2-deslizantes serán evaluados para el control de la PdC:

#### Algoritmo "twisting"

Uno de los algoritmos 2-deslizantes más ampliamente utilizado en la práctica ha sido el "twisting algorithm". El mismo se caracteriza por hacer que las trayectorias del sistema rodeen al origen del plano  $s\dot{s}$  un infinito número de veces (Fig. 2), logrando una convergencia al mismo en tiempo finito. El algoritmo

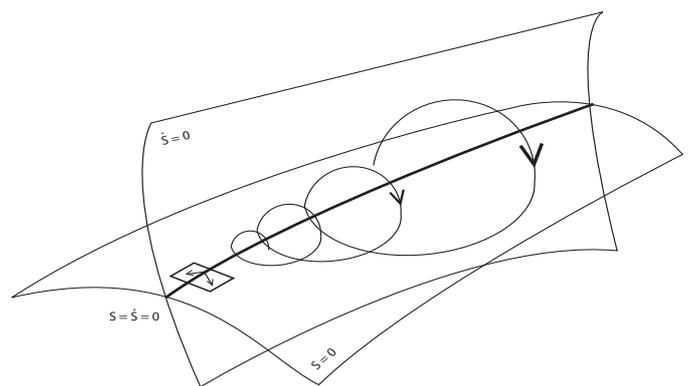


Figura 2. Trayectoria del algoritmo en el plano  $s\dot{s}$

de control "twisting" y sus condiciones de convergencia Levant (1993) están dadas por

$$v = \dot{u} = r_1 \text{sign}(s) - r_2 \text{sign}(\dot{s}) \quad (8)$$

con

$$r_1 > r_2 > 0 \\ (r_1 + r_2)\Gamma_m - \Phi > (r_1 - r_2)\Gamma_M + \Phi \\ (r_1 - r_2)\Gamma_m > \Phi \quad (9)$$

El principio general de este algoritmo, como el de la gran mayoría, es arribar al origen pero siempre intentando escapar del cuadrante  $s\dot{s} > 0$  con la mayor celeridad posible. Para ello, el término  $(r_1 + r_2)$  debe ser considerablemente más grande que  $(r_1 - r_2)$ .

#### Algoritmo “super-twisting”

El algoritmo “super-twisting” Levant (1993) fue específicamente diseñado para sistemas de grado relativo 1 con respecto a la variable de deslizamiento, esto se debe a que el propio algoritmo de control está compuesto por un estado integral. Con una correcta elección de los parámetros, este algoritmo converge en tiempo finito luego de describir una trayectoria similar a la del algoritmo “twisting”. La ventaja principal de este algoritmo con respecto al “twisting”, radica en el hecho de no necesitar la medida de  $\dot{s}$  para determinar la acción de control.

La acción de control  $u(t)$  está compuesta por dos términos. El primero se define a partir de su derivada (discontinua), mientras que el otro, que está presente en el modo de alcance, es una función de la variable de deslizamiento  $s$ .

El algoritmo está definido por:

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (10)$$

siendo

$$\begin{aligned} \dot{u}_1(t) &= \begin{cases} -u & \text{si } |u| > 1 \\ -\alpha \text{sign}(s) & \text{si } |u| \leq 1 \end{cases} \\ u_2(t) &= \begin{cases} -\lambda |s_0|^\rho \text{sign}(s) & \text{si } |s| > |s_0| \\ -\lambda |s|^\rho \text{sign}(s) & \text{si } |s| \leq |s_0| \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

donde  $\alpha > 0$ ,  $\lambda > 0$ ,  $\rho \in (0, 1)$  y los valores iniciales  $u_1(t_0)$  deben cumplir con la siguiente condición:

$$|u| = |u_1(t_0) + u_2(t_0)| \leq \alpha \quad (12)$$

Además, se requiere el cumplimiento de las siguientes desigualdades para garantizar la convergencia en tiempo finito Levant (1993):

$$\alpha > \Phi/\Gamma_m, \quad \alpha > 4\Gamma_M/s_0 \quad (13)$$

$$\rho(\lambda\Gamma_m)^{1/\rho} > (\Gamma_M\alpha + \Phi)(2\Gamma_M)^{1/\rho-2} \quad (14)$$

Notar que el algoritmo solo requiere del conocimiento de  $s$ .

Puede ser demostrado que si  $\rho = 1$  y  $\alpha$  y  $\lambda/\alpha$  son suficientemente grandes, existirá un modo deslizante estable de segundo orden. En este caso  $|s| + |\dot{s}|$  tiende a cero con cotas superiores e inferiores exponenciales, lo cual en la práctica puede ser un inconveniente, ya que no se podrán obtener algoritmos deslizantes a partir de su discretización Levant (1993). Llegado el caso lo que se puede hacer es asignar cotas de convergencia razonables para la aplicación en cuestión.

#### Algoritmo “sub-optimal”

Este es un algoritmo que ha evolucionado de algoritmos más básicos. Resuelve el problema de control en tiempo finito y posee ciertas propiedades que lo hace más robustos ante perturbaciones externas, sin embargo su complejidad suele ser importante y su aplicabilidad hasta el momento no es extensa.

La base de este controlador fue desarrollada como una implementación sub-óptima del clásico control óptimo de un doble integrador. Luego de una fase de inicialización, el algoritmo se define a partir de la siguiente ley:

$$\begin{aligned} \nu(t) &= \alpha(t)U \text{sign}(\sigma - \beta\sigma_M) \\ \alpha(t) &= \begin{cases} 1 & \text{si } (\sigma - \beta\sigma_M)\sigma_M \geq 0 \\ \alpha^* & \text{si } (\sigma - \beta\sigma_M)\sigma_M < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

Donde  $U > 0$  es la magnitud mínima de la acción de control,  $\alpha^* > 1$  es conocido como el factor de modulación,  $0 \leq \beta < 1$  es el factor de anticipación y  $\sigma_M$  es el último valor extremo de la variable de deslizamiento  $s(t)$ .

Los parámetros  $U$ ,  $\beta$  y  $\alpha^*$  del controlador deben ser ajustados de acuerdo a las siguientes desigualdades:

$$\begin{aligned} U &> \frac{\Phi}{\Gamma_m} \\ \alpha^* &\in [1; +\infty) \cap \left[ \frac{\Phi + (1 - \beta)\Gamma_M U}{\beta\Gamma_m U}; +\infty \right) \end{aligned} \quad (16)$$

La primera es conocida como condición de dominancia, la cual asegura que el control tiene suficiente autoridad como para afectar el signo de  $\dot{s}$ . La segunda representa la condición de convergencia, suficiente para garantizar la estabilidad del régimen deslizante de segundo orden Bartolini *et al.* (2003).

## 4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

A los efectos de analizar el desempeño de los algoritmos de control propuestos, se llevaron a cabo diversos ensayos de simulación del sistema a lazo cerrado utilizando los controladores (8, 11 y 15) diseñados a partir del modelo (1). La verificación de los mismos se hizo controlando el sistema completo no lineal de noveno orden de (Pukrushpan *et al.*, 2004), al cual posteriormente se le incorporaron perturbaciones exógenas e incertidumbres en los parámetros para examinar su robustez.

### 4.1 Análisis de resultados en condiciones nominales

En una primera instancia se analizó el desempeño de los controladores en condiciones nominales de trabajo, esto es utilizando cada una de las estrategias control sobre el sistema, sin perturbaciones exógenas ni corrimientos en los parámetros. Considerando las cotas halladas para este modelo (sección 3.2), los parámetros de los controladores fueron seleccionados de forma tal de cumplir con la condición (9) para el caso de “twisting”, (13) y (14) para el caso de “super-twisting” y (16) para el caso de “sub-optimal”. Los siguientes fueron los valores finales escogidos:

$$\begin{aligned} T : & \quad V_m = 0,5 \quad V_M = 2 \\ ST : & \quad \alpha = 0,5, \quad s_0 = 10, \quad \lambda = 1, \quad \rho = 1 \\ SO : & \quad U = 0,5, \quad \beta = 0,5, \quad \alpha^* = 3 \end{aligned} \quad (17)$$

A continuación se presentan dos figuras en las que se muestra el desempeño de los controladores a partir la evolución temporal de dos salidas de interés del sistema. Por un lado, en la figura 4 a) se muestra la respuesta del flujo de aire del compresor ( $W_{cp}$ ) y por otro, en la figura 4 b) la potencia neta generada por el sistema ( $P_{net}$ ). Todo esto, considerando diferentes cambios en la corriente tomada por la carga, lo cual implica el trabajo en diferentes zonas de operación.

La secuencia de variación de carga se generó a partir de una serie de escalones de corriente filtrados, de modo tal de conservar características temporales semejantes a la de una carga real (Fig. 3). Se observa que, a pesar de considerarse diferentes puntos de operación, las tres propuestas de control presentan un buen desempeño en la regulación flujo de aire (Fig. 4). Incluso se observa que debido a la naturaleza continua de la acción de control, la potencia neta generada por el sistema contiene un bajo contenido de “chattering” (Fig. 5).

En la figura 6 se presenta la evolución temporal de la variable de deslizamiento  $s(t)$  controlada por los diferentes algoritmos

de MDSO. Puede observarse que la dinámica a lazo cerrado que imponen los tres controladores determina el clásico comportamiento de “*twisting*” en el plano  $s - \dot{s}$  durante el modo de alcance. Se muestra el diagrama de fase de la variable de deslizamiento durante un periodo de tiempo ilustrativo, comprendido entre  $t=10.1$  seg. y 11 seg.

Para avanzar en el análisis, considerando condiciones más realistas de operación, en la siguiente subsección se analizará el comportamiento del sistema bajo el efecto de variaciones paramétricas, perturbaciones dinámicas y ruido de medición.

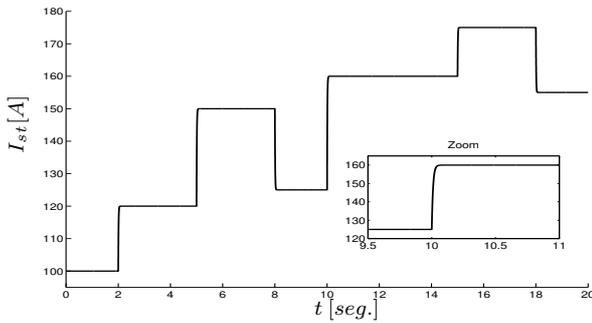


Figura 3. Corriente tomada por la carga

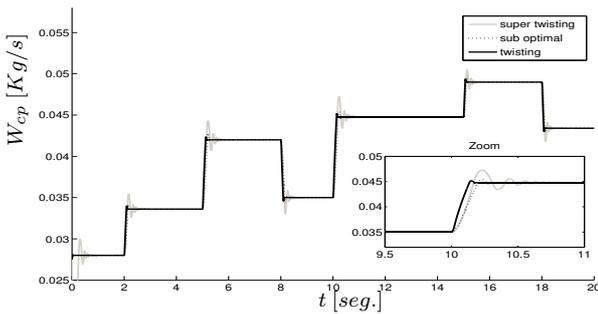


Figura 4. Flujo de aire (sistema sin perturbar)

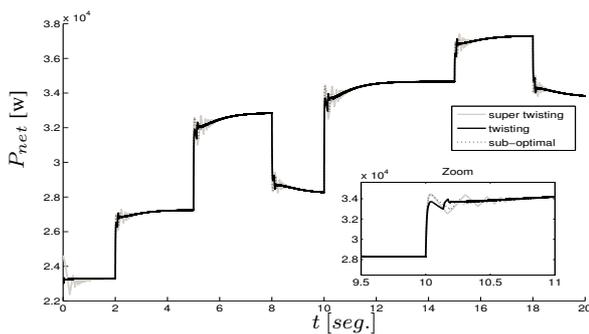


Figura 5. Potencia generada (sistema sin perturbar)

#### 4.2 Análisis de resultados del sistema perturbado

Dentro de las principales virtudes de esta propuesta de control por modo deslizante de segundo orden, se pueden destacar su gran rechazo e inmunidad a incertidumbres en los parámetros y perturbaciones externas. Cabe destacar que los algoritmos garantizan la estabilidad robusta ante variaciones del sistema que mantengan la inclusión diferencial (7) entendida en el sentido

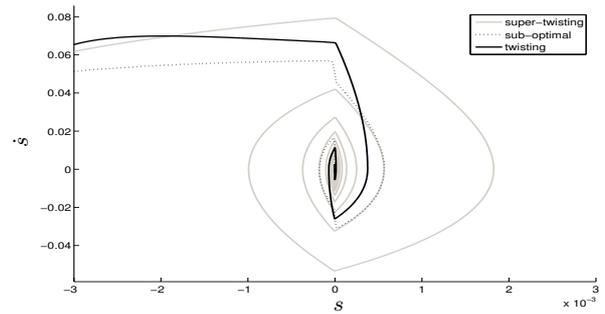


Figura 6.  $s(t)$  vs.  $\dot{s}(t)$

de Filippov Levant (1993). A continuación se examina la robustez que presentan los sistemas de control propuestos en diferentes condiciones de operación. Para ello, primeramente fueron incorporadas en forma concurrente perturbaciones dinámicas en la cupla del motor e incertidumbres en los parámetros del modelo. En particular, se agregó un término de rozamiento  $B$  que afecta la dinámica mecánica del motor eléctrico según la siguiente ecuación:

$$J\dot{\omega}(t) = T_e - T_{load} - B\omega(t) \quad (18)$$

Donde  $J$  es la inercia mecánica en el eje del motor,  $\omega$  la velocidad de giro,  $T_e$  la cupla eléctrica ejercida por el motor y  $T_{load}$  la carga mecánica del compresor. A modo ilustrativo, y para considerar una perturbación dinámica, se tomó un valor de rozamiento en el eje igual a  $B = 2,10^{-5} Nm.s$ . Además se incorporó un apartamiento en  $J$  del 10% e incertidumbres en los parámetros de la pila entre el 1% y el 10% (ver expresión de los parámetros en el Apéndice). Implementando las estrategias de control propuestas, el comportamiento del flujo es insensible a las perturbaciones antes mencionadas. Por otro lado, como era de esperarse la potencia neta de salida del sistema presenta similares características dinámicas a las del sistema sin perturbar, aunque con valores de estado estacionario menores debido a la incorporación del término de perturbación por rozamiento (Fig. 7). Más aún, con el objeto de someter el sistema a condiciones más exigentes, se incorporó en el periodo de  $W_{cp}$ , produciendo errores de sensado mayores al 100%. En la figura 7 se observa que tanto el algoritmo “*twisting*” como el “*sub-optimal*” presentan un buen rechazo a estas perturbaciones, mientras que el “*super twisting*” no conserva tanta inmunidad debido a su falta de información del signo de  $\dot{s}$ .

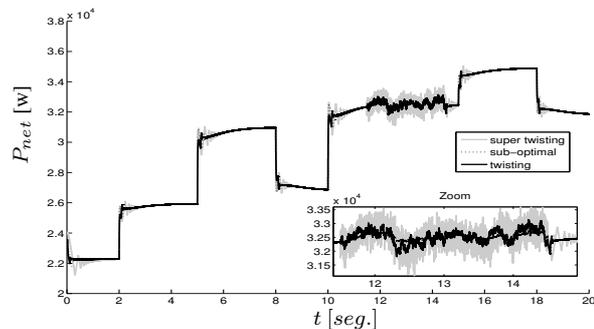


Figura 7. Potencia generada (sistema perturbado)

## 5. CONCLUSIONES

Las experiencias realizadas permiten apreciar la factibilidad y viabilidad del uso de modos deslizantes de segundo orden para el control de sistemas de celdas de combustible. En efecto, a partir de un diseño en base al modelo del sistema, se muestra que las tres técnicas propuestas regulan eficientemente la oxigenación del cátodo en todo el rango de operación del sistema, al tiempo que la incorporación de incertidumbres en el modelo, perturbaciones endógenas y exógenas no alteran su desempeño. Esta es una característica de importancia práctica, sobre todo en aplicaciones industriales. Además, debido a la reducida información requerida por los algoritmos para su operación, la propuesta es especialmente atractiva en aplicaciones de uso masivo como la industria automotriz, donde los sensores pueden afectar sensiblemente el costo final del producto. Por último, cabe destacarse que estos son algoritmos de sencilla implementación, bajo costo computacional y que pueden ser incorporados dentro de sistemas más complejos.

## REFERENCIAS

- Bartolini, G., A. Pisano, E. Punta and E. Usai (2003). A survey of applications of secon-order sliding mode control to mechanical systems. *International Journal of Control* **76**(9/10), 875–892.
- European-Commission (2003). Hydrogen energy and fuel cells, a vision for our future. Technical report. High level group for hydrogen and fuel cells.
- Kunusch, C., P.F. Puleston and M.A. Mayosky (2005a). Aspectos del modelado de una pila de combustible. In: *En anales de I Congreso Nacional de Hidrógeno y Fuentes Sustentables de Energía*. I Hyfusen 2005. ID 5-27, CD (ISBN 987-219-332-0).
- Kunusch, C., P.F. Puleston and M.A. Mayosky (2005b). Control por modo deslizante de una pila de combustible basado en un algoritmo twisting. In: *En anales de XI Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control*. XI RPIC. ID COE-00, CD (ISBN 950-665-340-2).
- Levant, A. (1993). Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control* **58**(6), 1247–1263.
- Pukrushpan, J.T., A.G. Stefanopoulou and H. Peng (2004). *Control of Fuel Cell Power Systems*. Springer. London.

## APÉNDICE

### Ecuaciones de estado y salida

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= B_3 n(x) (1 - d(x)) + (B_1 u^2 x_1^{-1} - B_2 u) \\ \dot{x}_2 &= B_6 (1 - d(x)) x_1 \left(1 + n(x) n_{cp}^{-1}\right) - \left(x_2^2 B_7 - x_2 B_8 - \right. \\ &\quad \left. - x_2 x_5 B_9 - x_2 x_4 B_{10}\right) x_3^{-1} \\ \dot{x}_3 &= B_{11} (1 - d(x)) x_1 - x_2 B_{12} + B_{13} + x_5 B_{14} + x_4 B_{15} \\ \dot{x}_4 &= \left((x_2 B_{59} - B_{60} - x_5 B_{61} - x_4 B_{62}) (x_2 - x_2 B_{21})^{-1} e(x) + \right. \\ &\quad \left. + (x_2 B_{63} - B_{64} - x_5 B_{65} - x_4 B_{66}) e(x)\right) k(x) - \\ &\quad - (B_{25} + x_5 B_{26} + x_4 B_{27} - x_6 B_{24}) j(x). \\ &\quad \cdot (j(x) B_{67} + M_{N2})^{-1} m(x) - I s t B_{32}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_5 &= \left((x_2 B_{50} - B_{51} - x_5 B_{52} - x_4 B_{53}) (x_2 - x_2 B_{21})^{-1} e(x) + \right. \\ &\quad \left. + (x_2 B_{54} - B_{55} - x_5 B_{56} - x_4 B_{57}) e(x)\right) k(x) - \\ &\quad - \left(1 - j(x) B_{30} (j(x) B_{68} + M_{N2})^{-1}\right) (B_{35} + x_5 B_{36} + \\ &\quad \left. + x_4 B_{37} - x_6 B_{34}) m(x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_6 &= B_{47} + x_5 B_{48} + x_4 B_{49} - x_6 B_{46} - B_{39} c(x)^5 - B_{40} c(x)^4 - \\ &\quad - B_{41} c(x)^3 - B_{42} c(x)^2 - B_{43} c(x) - B_{44} \\ y &= W_{cp} = B_{11} (1 - d(x)) x_1\end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}d(x) &= e^{-B_{69} \left(\left(\frac{x_2}{p_{atm}}\right)^{B_4} - 1\right) x_1^{-2-\beta}}; e(x) = \left(1 + \frac{x_2 B_{20}}{x_2 - x_2 B_{21}}\right)^{-1} \\ c(x) &= x_6 - B_{45}; j(x) = \frac{x_4}{x_5 B_{28} + x_4 B_{29}} \\ k(x) &= \left(1 + \frac{B_{22}}{x_2 - x_2 B_{21} + B_{23}}\right)^{-1} \\ m(x) &= \left(1 + B_{58} (j(x) B_{68} + M_{N2})^{-1} j(x) x_4^{-1}\right)^{-1} \\ n(x) &= \left(\frac{x_2}{p_{atm}}\right)^{B_4} - 1\end{aligned}$$

### Parámetros de las ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}B_1 &= n_{cm} / (R_{cm} J_{cp}); B_2 = K_v n_{cm} / (R_{cm} J_{cp}); \\ B_3 &= -C_p T_{atm} \phi_{max} \rho_a \pi d_c^2 K_{Uc} \delta / (4 n_{cp} \theta^{1/2} e f_{mec} J_{cp}); B_4 = (\gamma - 1) / \gamma; \\ B_5 &= 2 C_p T_{cp, in} K_{Uc}^{-2}; B_6 = \phi_{max} \rho_a \pi d_c^2 K_{Uc} \delta T_{atm} \gamma R_a / (4 \theta^{1/2} V_{sm}); \\ B_7 &= K_{sm, out} \gamma; B_8 = B_7 p_{v, ca}; B_9 = B_7 R_{N2} T_{st} / V_{ca}; B_{10} = B_7 R_{O2} T_{st} / V_{ca}; \\ B_{11} &= \phi_{max} \rho_a \pi d_c^2 K_{Uc} \delta / (4 \theta^{1/2}); B_{12} = K_{sm, out}; B_{13} = K_{sm, out} p_{v, ca}; \\ B_{14} &= K_{sm, out} R_{N2} T_{st} / V_{ca}; B_{15} = K_{sm, out} R_{O2} T_{st} / V_{ca}; \\ B_{16} &= M_v \phi_{des} p_{sat, T_{cl}} K_{sm, out} / M_a; B_{17} = B_{16} p_{v, ca}; B_{18} = B_{16} R_{N2} T_{st} / V_{ca}; \\ B_{19} &= B_{16} R_{O2} T_{st} / V_{ca}; B_{20} = M_v \phi_{atm} p_{sat, T_{atm}} / (M_a p_{atm}); \\ B_{21} &= \phi_{atm} p_{sat, T_{atm}} / p_{atm}; \\ B_{22} &= M_v \phi_{ca, in} p_{sat, T_{cl}} (Y_{O2, ca, in} M_{O2} + (1 - Y_{O2, ca, in}) M_{N2})^{-1}; \\ B_{23} &= \phi_{des} p_{sat, T_{cl}}^{-1} \phi_{ca, in} p_{sat, T_{cl}}; B_{24} = R_{O2} T_{st} M_{O2} k_{ca, out} / V_{ca}; \\ B_{25} &= B_{24} p_{v, ca}; B_{26} = B_{24} R_{N2} T_{st} / V_{ca}; B_{27} = B_{24} R_{O2} T_{st} / V_{ca}; \\ B_{28} &= R_{N2} T_{st} / V_{ca}; B_{29} = R_{O2} T_{st} / V_{ca}; B_{30} = B_{24} / k_{ca, out}; \\ B_{31} &= R_{O2} T_{st} M_{N2} / V_{ca}; B_{32} = M_{O2} n / (F_4); \\ B_{33} &= 1 - Y_{O2, ca, in} M_{O2} / (Y_{O2, ca, in} M_{O2} + (1 - Y_{O2, ca, in}) M_{N2}); B_{34} = k_{ca, out}; \\ B_{35} &= k_{ca, out} p_{v, ca}; B_{36} = k_{ca, out} R_{N2} T_{st} / V_{ca}; B_{37} = k_{ca, out} R_{O2} T_{st} / V_{ca}; \\ B_{38} &= R_a T_{st} / V_{rm}; B_{39} = B_{38} p_{a1} / std_a^5; B_{40} = B_{38} p_{a2} / std_a^4; B_{41} = B_{38} p_{a3} / std_a^3; \\ B_{42} &= B_{38} p_{a4} / std_a^2; B_{43} = B_{38} p_{a5} / std_a; B_{44} = B_{38} p_{a6}; B_{45} = mean_a; \\ B_{46} &= B_{34} B_{38}; B_{47} = B_{35} B_{38}; B_{48} = B_{36} B_{38}; B_{49} = B_{37} B_{38}; B_{50} = B_{33} B_{16}; \\ B_{51} &= B_{50} p_{v, ca}; B_{52} = B_{50} B_{28}; B_{53} = B_{50} B_{29}; B_{54} = B_{33} B_{12}; B_{55} = B_{33} B_{13}; \\ B_{56} &= B_{33} B_{14}; B_{57} = B_{33} B_{15}; B_{58} = M_v p_{v, ca}; B_{59} = X_{O2, ca, in} B_{16}; \\ B_{60} &= X_{O2, ca, in} B_{17}; B_{61} = X_{O2, ca, in} B_{18}; B_{62} = X_{O2, ca, in} B_{19}; \\ B_{63} &= X_{O2, ca, in} B_{12}; B_{64} = X_{O2, ca, in} B_{13}; B_{65} = X_{O2, ca, in} B_{14}; \\ B_{66} &= X_{O2, ca, in} B_{15}; B_{67} = B_{30} - B_{31}; B_{68} = B_{29} M_{O2} - B_{31}; \\ B_{69} &= \beta B_5 \Phi_{max}^{-1}; K_{Uc} = d_c / (2 \sqrt{\theta})\end{aligned}$$

### Parámetros físicos (unidades en sistema métrico)

$$\begin{aligned}\beta &= 14; \gamma = 1.4; \delta = p_{cp, in} / 1; \theta = T_{cp, in} / 298; \rho_a = 1.23; \phi_{atm} = 0.5; \phi_{ca, in} = 1; \phi_{des} = 1; \\ \phi_{max} &= 1.55 \times 10^{-3}; \Phi_{max} = 0.197; d_c = 0.2286; e f_{mec} = 0.9; k_{ca, out} = 2.17 \times 10^{-6}; \\ m_{v, ca, max} &= 0.0028; mean_a = 2.5 \times 10^5; n = 381; n_{cm} = 1; n_{cp} = 0.775; p_{a1} = 0.0012; \\ p_{a2} &= -0.0019; p_{a3} = -0.0015; p_{a4} = 0.0021; p_{a5} = 0.027; p_{a6} = 0.078; p_{amb} = 1; \\ p_{atm} &= 101325; p_{cp, in} = p_{amb}; p_{sat, T_{atm}} = 3.14 \times 10^3; p_{sat, T_{cl}} = 47.06 \times 10^3; \\ J_{cp} &= 5 \times 10^{-5}; K_{sm, out} = 0.36 \times 10^{-5}; K_v = 0.0153; M_a = 28.84 \times 10^{-3}; \\ M_{N2} &= 28 \times 10^{-3}; M_{O2} = 32 \times 10^{-3}; M_v = 18.02 \times 10^{-3}; R_a = 2.869 \times 10^2; R_{cm} = 1.2; \\ R_{O2} &= 259.8; R_{N2} = 296.8; R_v = 461.5; T_{amb} = 298; T_{atm} = T_{amb}; T_{cp, in} = T_{amb}; \\ T_{st} &= 353; T_{fc} = T_{st}; V_{ca} = 0.01; V_{rm} = 0.005; V_{sm} = 0.02; \\ X_{O2, ca, in} &= (Y_{O2, ca, in} M_{O2}) / (Y_{O2, ca, in} M_{O2} + (1 - Y_{O2, ca, in}) M_{N2}); \\ Y_{O2, ca, in} &= 0.21\end{aligned}$$