

## DISEÑO INTEGRADO DE PROCESOS DE DEPURACIÓN DE AGUAS UTILIZANDO CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELOS

Mario Francisco\*, Pastora Vega\*

\* Dpto. Informática y Automática. E.T.S. Ingeniería Industrial  
Universidad de Salamanca

Av. Fernando Ballesteros 2, 37700 Béjar, Salamanca, (España). Fax: +34 923 408127  
e-mail: [mfs@usal.es](mailto:mfs@usal.es) , [pvega@usal.es](mailto:pvega@usal.es)

Resumen: En este trabajo se ha desarrollado el Diseño Integrado del proceso de fangos activados en una planta de depuración de aguas, incluyendo un controlador predictivo lineal multivariable con restricciones. Matemáticamente se plantea un problema de optimización multiobjetivo no lineal con restricciones, que considera costes y controlabilidad. Los índices de desempeño para la sintonía automática del controlador predictivo son la integral del error cuadrático (ISE) y la norma  $H_\infty$  de las funciones de transferencia de las perturbaciones y de la señal de error. La resolución del problema de optimización se realiza en dos pasos iterativos incluyendo una parte de optimización estocástica. Copyright © 2006 CEA-IFAC

Palabras clave: Diseño Integrado, Control Predictivo, Controlabilidad, Optimización no lineal, Optimización estocástica.

### 1. INTRODUCCIÓN

La metodología tradicional para el diseño de procesos consiste en la utilización de conocimiento heurístico para determinar la configuración óptima del proceso desde el punto de vista económico, eligiendo entre las posibles alternativas existentes. Una vez que la configuración ha sido seleccionada, se evalúan los parámetros del proceso de tal manera que se satisfagan los requerimientos operacionales y se reduzcan los costes de construcción. En este procedimiento no se tienen en cuenta ni la controlabilidad ni la operabilidad, resultando así en diseños de plantas muy difíciles de controlar, entendiendo por controlabilidad la capacidad de conseguir un desempeño aceptable del controlador (controlabilidad de entrada – salida). Una vez que el

proceso ha sido diseñado, el siguiente paso es la selección del controlador y su sintonía. El diseño y control de los procesos son tareas que se realizan secuencialmente, y el estudio de la controlabilidad se realiza únicamente cuando la configuración óptima del proceso y sus parámetros han sido ya determinados.

La metodología de Diseño Integrado permite la evaluación de los parámetros de la planta y el sistema de control al mismo tiempo, haciendo que el sistema diseñado sea más fácilmente controlable (Fisher, 1988; Luyben, 1993). En la etapa de diseño, se evalúan diversos índices de controlabilidad junto con consideraciones económicas para producir una planta óptima. Esta metodología se plantea matemáticamente como un problema de optimización multiobjetivo de programación no lineal con

restricciones diferenciales y algebraicas (NLP/DAE). Muchos trabajos aplican técnicas de Diseño Integrado, particularmente al diseño de procesos químicos tales como columnas de destilación o reactores químicos, destacando las interacciones entre diseño y control (Ross, 2001; Gil, 2001). Estos trabajos también consideran el problema de la selección de la estructura del proceso resolviendo un problema de síntesis. Una completa revisión de avances en el área se presenta en Sakizlis (2004).

Algunos ejemplos de Diseño Integrado aplicados al proceso de fangos activados se detallan en Francisco (2003), donde la planta se diseña junto con controladores de tipo PI, incluyendo desigualdades lineales matriciales (LMI) para imponer condiciones de estabilidad y cierto comportamiento deseado en lazo cerrado; y en Vega (1999), que presenta un estudio del Diseño Integrado con controladores PI aplicado a diferentes estructuras de la planta. A pesar de que el proceso a diseñar posee una dinámica complicada, no se han encontrado trabajos en la literatura que incluyan controladores avanzados en el Diseño Integrado, lo cual podría ser una buena manera de mejorar el desempeño del control. En este trabajo se ha utilizado control predictivo basado en modelos (MPC) como método de control avanzado, debido a la existencia de varias aplicaciones exitosas de este tipo de controladores al proceso de fangos activados (Vega, 1999; Sotomayor, 2002).

Un aspecto importante dentro del Diseño Integrado es la sintonía de los parámetros del controlador. Normalmente estos parámetros se ajustan en base a la experiencia de un experto y mediante un procedimiento de prueba y error. Existen muchos trabajos previos relativos a la sintonía de controladores predictivos que abordan el problema de diversas formas. Ali (1993) propuso un procedimiento fuera de línea para la sintonía de un controlador predictivo no lineal especificando criterios de desempeño en el dominio temporal, pero incorporando una búsqueda aleatoria en rejilla para la determinación de los horizontes. Para controladores MPC lineales, Al-Ghazzawi (2001) ha desarrollado una estrategia de sintonía en línea basada en la aproximación lineal entre la salida predicha en lazo cerrado y los parámetros de sintonía del MPC, pero sin considerar restricciones en las salidas en la etapa de optimización en línea. Existen también otros trabajos entre los que destaca (Li, 2002), en el que se utilizan criterios de decisión borrosos para determinar los parámetros óptimos. Recientemente, Francisco (2005) ha desarrollado un nuevo método teniendo en cuenta restricciones de entrada y de salida, pero sólo considerando el ISE y los esfuerzos de las variables manipuladas como índices de desempeño del controlador.

A la vista de los resultados previos, las principales contribuciones de este trabajo son las siguientes. En primer lugar, se ha desarrollado un método para la

sintonía automática de controladores predictivos, teniendo en cuenta índices basados en la norma  $H_\infty$  de la función de transferencia de las perturbaciones ( $G_d$ ) y la norma  $H_\infty$  de la señal de error, así como el ISE. Este método de sintonía utiliza una búsqueda aleatoria específica basada en el método de optimización de Solis (1981) para la sintonía de los parámetros enteros del MPC. Además se han desarrollado técnicas de Diseño Integrado para obtener al mismo tiempo el diseño de la planta óptima y el MPC lineal óptimo para el proceso de fangos activados, incluyendo la técnica de sintonía presentada. Para Diseño Integrado se han considerado costes y especificaciones de diseño basadas también en los índices mencionados arriba. Tanto el Diseño Integrado como la sintonía automática han sido probados en un ejemplo de simulación del proceso de fangos activados en una planta de depuración de aguas residuales.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera. En primer lugar se explica el proceso de fangos activados y la forma de implementar un MPC para este proceso. En segundo lugar, se presenta un método para sintonía automática del MPC y se aplica al proceso de fangos activados. Luego el problema de Diseño Integrado se plantea y se resuelve, presentando algunos resultados, y finalizando con las conclusiones del trabajo.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE FANGOS ACTIVADOS Y DEL CONTROLADOR PREDICTIVO

### 2.1. Descripción de la planta

Para aplicar la metodología de Diseño Integrado y sintonía automática, se ha seleccionado el proceso de fangos activados dentro de una planta de depuración de aguas residuales. La estructura general de la planta está representada en la figura 1, y consiste en un banco de pruebas de simulación (benchmark) desarrollado por el programa de investigación europeo COST 624 como marco para comparar distintas estrategias de control (Copp, 2002). El banco de pruebas de simulación completo incluye control de sustrato, oxígeno y nitrógeno, con dos reactores anaeróbicos, tres aeróbicos, y un decantador secundario, pero en este trabajo únicamente se considera control de sustrato y oxígeno. Nuestra planta simplificada consiste en un tanque aerobio (reactor) y un decantador secundario (Figura 2). El fundamento del proceso consiste en mantener una población de microorganismos (biomasa) en el reactor, la cual elimine los desechos biodegradables (sustrato) cuando exista oxígeno disuelto proporcionado por las turbinas de aireación incorporadas al reactor. El agua que sale del reactor va hacia el decantador, donde los fangos activados se separan del agua limpia y se recirculan de nuevo al

reactor para mantener allí un nivel de microorganismos adecuado.

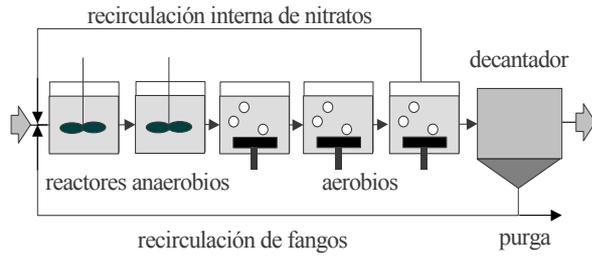


Figura 1. Estructura global de la planta que conforma el banco de pruebas de simulación

Para la planta simplificada se ha obtenido un modelo del sistema basado en primeros principios, considerando balances de masas del oxígeno disuelto, biomasa y sustrato, junto con las ecuaciones de equilibrio para los caudales de agua y fangos. El modelo completo se presenta en el anexo y los valores numéricos concretos de los parámetros del modelo se han tomado de Gloria (2000).

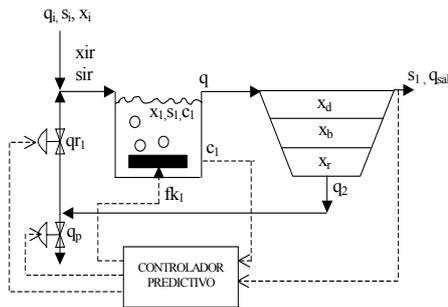


Figura 2. Estructura de la planta simplificada y el controlador

2.2. Problema de control

El control de este proceso consiste mantener el sustrato en el efluente ( $s_f$ ) por debajo de un determinado límite legal a pesar de las importantes variaciones del caudal de entrada ( $q_i$ ) y de la concentración de sustrato en dicho caudal ( $s_i$ ), que son las perturbaciones de entrada al sistema. Otro objetivo de control es mantener la concentración de oxígeno disuelto ( $c_f$ ) alrededor de 2 mg/l, concentración necesaria para el adecuado desarrollo de las reacciones del proceso de fangos activados.

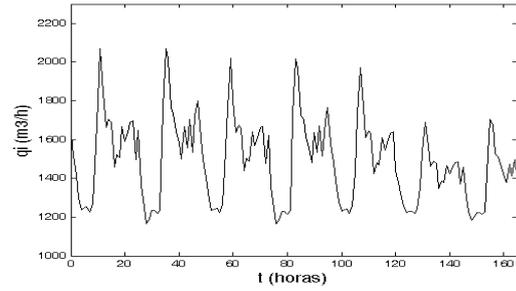
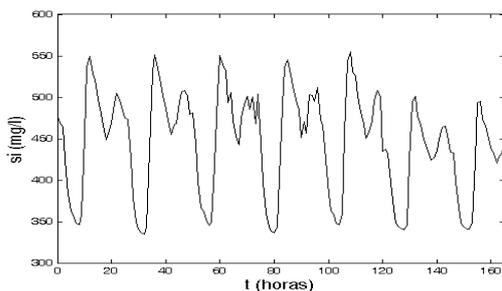


Figura 3. Perturbaciones de sustrato y caudal en el influente ( $s_i, q_i$ )

El perfil de perturbaciones utilizado en las simulaciones dinámicas (Figura 3) ha sido también determinado por el programa COST 624 y su banco de pruebas de simulación.

La estructura general de un controlador multivariable aplicado al proceso de fangos activados puede verse en la figura 4. Se consideran tres variables manipuladas: caudal de recirculación ( $qr_f$ ), factor de aireación ( $fk_f$ ) y caudal de purga ( $qp$ ); y también tres salidas: sustrato ( $s_f$ ), biomasa ( $x_f$ ) y oxígeno disuelto ( $c_f$ ) en el reactor. En este caso la concentración de biomasa no se controla, únicamente se acota para conseguir un buen desempeño del proceso.

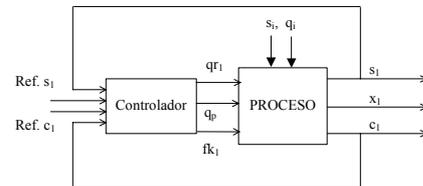


Figura 4. Estructura general del controlador

2.3. MPC aplicado al proceso

El MPC considerado está basado en un modelo de la planta en el espacio de estados discreto como el siguiente:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + B_d d(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (1)$$

donde el vector de estados  $x(k)$ , de entradas  $u(k)$  y de perturbaciones  $d(k)$ , quedan definidos de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} x(k) &= (s_1, x_1, x_d, x_b, x_r, c_1) \\ u(k) &= (q_{r1}, f_{k1}, q_p) \\ d(k) &= (s_i, q_i) \end{aligned}$$

y las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $B_d$  y  $C$  son de dimensiones adecuadas.

El controlador predictivo calcula las variables manipuladas resolviendo en línea el siguiente problema de optimización con restricciones:

$$\min_{\Delta u} V(k) = \sum_{i=H_w}^{H_p} W_y \cdot (\hat{y}(k+i|k) - r(k+i|k))^2 + \sum_{i=0}^{H_c-1} W_u \cdot (\Delta \hat{u}(k+i|k))^2 \quad (2)$$

sujeto a las restricciones siguientes sobre las variables manipuladas, las predicciones y los cambios de las variables manipuladas, a lo largo de los horizontes de predicción y de control:

$$\begin{aligned} 0 < s_1 < 125 & \quad 0 < q_{r_1} < 3500 & \quad 0 < \Delta q_{r_1} < 10000 \\ 0 < x_1 < 3000 & \quad 0 < f_{k_1} < 1 & \quad 0 < \Delta f_{k_1} < 1 \\ 0 < c_1 < 10 & \quad 0 < q_p < 100 & \quad 0 < \Delta q_p < 10000 \end{aligned} \quad (3)$$

donde  $k$  denota el período de muestreo actual,  $\hat{y}(k+i|k)$  es la salida predicha en tiempo  $k+i$ , con medidas hasta  $k$ ,  $r(k+i|k)$  es la trayectoria de referencia,  $\Delta \hat{u}$  son los cambios en las variables manipuladas,  $H_p$  es el horizonte de predicción máximo,  $H_w$  es el horizonte de predicción mínimo,  $H_c$  es el horizonte de control,  $W_u$  es un vector con los pesos asociados a los cambios de las variables manipuladas y  $W_y$  es otro vector con los pesos asociados a los errores de seguimiento de la referencia.

La implementación del controlador está basada en la correspondiente Toolbox de MPC de Matlab® y algunas modificaciones basadas en Maciejowski (2002). El modelo interno de predicción es un único modelo lineal discreto de la planta en el espacio de estados, obtenido linealizando las ecuaciones diferenciales del modelo del proceso en un punto de trabajo estacionario. Se incluyen también en la formulación del MPC trayectorias de referencia, que se aproximan al valor de consigna exponencialmente desde el valor actual de la salida, con  $T_{ref}$  como constante de tiempo de la exponencial.

### 3. SINTONÍA AUTOMÁTICA DEL MPC

#### 3.1. Parámetros de sintonía del MPC

Los principales parámetros de sintonía son aquellos que afectan al comportamiento del sistema en lazo cerrado que engloba la planta y el MPC. Los más importantes son la matriz de pesos  $W_u$  en la función de coste del controlador, los horizontes de predicción máximo y mínimo ( $H_p$ ,  $H_w$ ), el horizonte de control ( $H_c$ ), y  $T_{ref}$  en las trayectorias de referencia. El parámetro  $W_y$  no se incluye en la sintonía porque su influencia sobre las características de la respuesta del sistema en lazo cerrado es análoga a la de  $W_u$ .

El parámetro  $W_u$  que realmente se sintoniza se encuentra normalizado debido a las diferentes magnitudes de las variables involucradas.

El proceso de fangos activos tiene un retraso en la respuesta cuando se aplican variaciones en la entrada del orden de algunas horas, debido a que mezcla en el reactor biológico no es perfecta. Debido a esto, el horizonte de predicción mínimo  $H_w$  también ha sido sintonizado, permitiendo un cierto retraso antes de que el controlador empiece a penalizar desviaciones del sustrato respecto a la referencia marcada.

Finalmente, cuando se sintoniza el MPC, también es interesante seleccionar la referencia óptima de sustrato, debido a que las no linealidades del proceso hacen que el comportamiento de la planta dependa bastante de este valor. Este parámetro ha sido incluido por lo tanto en el procedimiento de sintonía automática. Sin embargo, para el oxígeno disuelto la referencia es fija de 2 mg/l.

#### 3.2. Problema de optimización

El procedimiento de sintonía automática de los parámetros del MPC se basa en la minimización de diferentes índices de desempeño dinámicos. En este trabajo se han considerado los siguientes, todos calculados en base al modelo no lineal del proceso, excepto (6), que se calcula a partir de una función de transferencia.

- Integral del error cuadrático (ISE)

$$ISE = \int_{t=0}^{T_{max}} (s_{1r} - s_1)^2 \cdot dt + \beta \int_{t=0}^{T_{max}} (c_{1r} - c_1)^2 \cdot dt \quad (4)$$

donde  $c_{1r}$  es la referencia del oxígeno disuelto,  $s_{1r}$  la referencia de sustrato, y  $T_{max}$  el tiempo de simulación que en nuestro caso ha sido de 166 horas.

- Índice basado en la norma  $H_\infty$  de las señales de error, o equivalentemente, basado en las desviaciones máximas de las referencias (DEV).

$$DEV = \|s_{1r} - s_1\|_\infty + \delta \|c_{1r} - c_1\|_\infty \quad (5)$$

- Norma  $H_\infty$  de la función de transferencia de las perturbaciones con respecto de las salidas  $s_1$  y  $c_1$ , que son las que se pretende controlar.

$$\|G_d\|_\infty = \max_w \bar{\sigma}(w) \quad (6)$$

donde  $G_d$  es la matriz de transferencia respecto a las perturbaciones,  $\bar{\sigma}$  es el máximo valor singular, y  $w$  es la frecuencia.

- Integral de las variaciones de control (CTR)

$$CTR = \lambda \int_{t=0}^{T_{\max}} (\Delta q r_1)^2 dt + \mu \int_{t=0}^{T_{\max}} (\Delta f k_1)^2 dt + \gamma \int_{t=0}^{T_{\max}} (\Delta q p)^2 dt \quad (7)$$

Debido a las diferentes magnitudes de las variables, se incluyen en las ecuaciones factores de normalización  $\beta, \lambda, \mu, \delta$  y  $\gamma$ . Esto se realiza para que todas las variables contribuyan por igual a los distintos índices y así unificar los criterios de sintonía. Por ejemplo, si se considera el índice CTR, al encontrarse los distintos términos normalizados, se estarán penalizando por igual las variaciones de control de las tres variables manipuladas. La selección de estos factores es crítica puesto que puede llevar a diferentes soluciones del problema de optimización. En este caso, se han determinado a partir de los valores máximos que toman los términos de los distintos índices.

El procedimiento de sintonía consiste en minimizar la siguiente función:

$$f_2(c_1, c_2) = w_1 IND + w_2 CTR + \alpha \quad (8)$$

donde  $c_1 = (H_p, H_c, H_w)$ ,  $c_2 = (W_u, s_{lr})$ ,  $w_1$  y  $w_2$  son pesos adecuados para la optimización, e IND es uno de los índices de desempeño, excluyendo ya CTR. Los pesos  $w_1, w_2$  se eligen según la importancia que se desee dar a los esfuerzos de control o al cumplimiento del índice correspondiente. En nuestro caso se ha fijado  $w_1=1$  y  $w_2$  es el peso que puede variar. El parámetro  $\alpha$  es un factor de penalización añadido a  $f_2$  cuando el controlador obtenido en el proceso iterativo es no factible o las variables manipuladas del caudal de purga y de recirculación se saturan en su límite superior. A pesar de realizar una optimización sujeta a restricciones, en algunos casos estas se encuentran activas, por lo que es conveniente incluir este término en la función de coste. Concretamente se elige un valor  $\alpha=10^7$  lo suficientemente elevado para que la optimización no seleccione esos puntos.

A pesar de esta definición de la función de coste  $f_2$ , se podría plantear un problema de optimización en el cual se incluyera más de un índice de los propuestos, como por ejemplo, seguimiento de referencias (4) y rechazo de perturbaciones (6), o alguna otra combinación de los índices.

### 3.3. Descripción del algoritmo

La principal dificultad a la hora de resolver este problema de optimización radica en que los horizontes del controlador son números enteros, por lo que los algoritmos clásicos de optimización para números reales no se pueden utilizar. Debido a esto, se ha desarrollado un algoritmo iterativo de dos pasos consistente en una combinación de una búsqueda aleatoria basada en el método de Solis (1981), y el método clásico de optimización por programación

secuencial cuadrática (SQP). En el primer paso los horizontes se sintonizan usando el método de optimización aleatoria, manteniendo los restantes parámetros constantes, y en el segundo paso, se utiliza el método SQP para sintonizar los pesos  $W_u$  del controlador y la referencia de sustrato  $s_{lr}$ , con los horizontes obtenidos en el paso anterior. Este proceso se repite iterativamente hasta que se cumple un cierto criterio de finalización.

A continuación se describen los pasos del algoritmo para la parte de optimización aleatoria:

- I. Se selecciona un punto inicial para los horizontes  $c_1(0) = (H_p, H_c, H_w)$ . Se seleccionan también varianzas iniciales y finales para los vectores aleatorios de distribución gaussiana que generarán los puntos siguientes.
- II. Se genera un vector aleatorio de distribución gaussiana  $\xi(k) = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ , donde  $k$  representa la iteración actual y  $\xi_i$  son números enteros.
- III. Se obtienen nuevos puntos  $c_1(k) + \xi(k)$ ,  $c_1(k) - \xi(k)$ , y se verifica que las variables a optimizar no sobrepasen los límites marcados.
- IV. Se evalúa la función de coste  $f_2$  en el punto original y en los nuevos puntos, y el algoritmo selecciona el punto con el coste más pequeño.
- V. Se disminuye la varianza para generar los vectores aleatorios en el paso II, localizando así la búsqueda. Si se cumple el criterio de convergencia, detener el algoritmo. En caso contrario, volver al paso II y hacer  $k=k+1$ .

El criterio de convergencia utilizado para detener tanto los dos pasos por separado como el algoritmo global es que la disminución del valor de la función  $f_2$  a lo largo de varias iteraciones consecutivas sea menor que una determinada cota.

El tiempo de simulación ( $T_{\max}$ ) considerado influye en el paso IV a la hora de evaluar la función de coste, de tal forma que a mayor tiempo de simulación, mayor tiempo de cálculo.

La ventaja de utilizar este método de Solis frente a otros algoritmos evolutivos es su sencillez y rapidez, al no ser necesario disponer de una población de soluciones como en los algoritmos genéticos, por ejemplo.

### 3.4. Resultados de sintonía

El controlador estudiado en todos los casos es un MPC lineal con restricciones aplicado al modelo no lineal de la planta, con periodo de muestreo de 1 hora, adecuado para representar la dinámica del proceso. Las perturbaciones  $s_i$  y  $q_i$  se consideran medibles y se encuentran escaladas para las simulaciones. La concentración de biomasa  $x_l$  es solo

una variable limitada, y por eso su término asociado en el peso  $W_y$  es cero. Mientras no se indique lo contrario, en la función de coste del controlador (8),  $w_2=0$ .

En el caso de la sintonía automática, la planta es fija y tiene las siguientes dimensiones:

$$V_I=7268 \text{ m}^3; A=2770.88 \text{ m}^2$$

Además el punto estacionario de linealización del modelo para obtener un modelo en el espacio de estados es el siguiente, donde las concentraciones se expresan en mg/l y los caudales en  $\text{m}^3/\text{h}$ :

$$\begin{aligned} x_I &= 1701.97; s_I = 100.028; c_I = 2.0433 \\ x_d &= 74.8466; x_b = 480.526; x_r = 9158.39 \\ q_{rI} &= 295.513; q_p = 36.4865; f_{kI} = 0.15039 \\ s_i &= 366.67; q_i = 1300; x_i = 80 \end{aligned}$$

*Resultados considerando el ISE como índice de sintonía*

En la figura 5 se presentan las simulaciones de la planta para este caso de sintonía, y se observa como las variaciones de sustrato respecto al valor de referencia son considerablemente menores que en lazo abierto. Los valores de los parámetros de sintonía se muestran en la Tabla 1. En todas las gráficas, la línea continua corresponde al comportamiento en lazo abierto y la línea discontinua al comportamiento con el MPC.

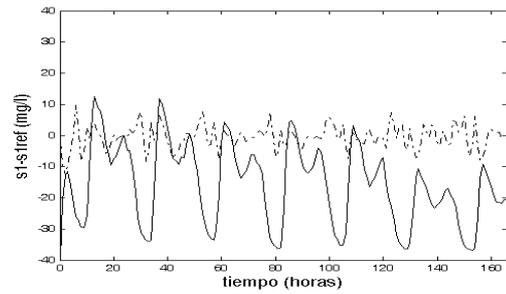


Figura 5. Resultados para la sintonía considerando ISE (Línea continua lazo abierto, línea discontinua lazo cerrado con MPC)

En este caso la variable manipulada  $q_p$  no cambia porque sus variaciones inducirían un mayor valor del ISE.

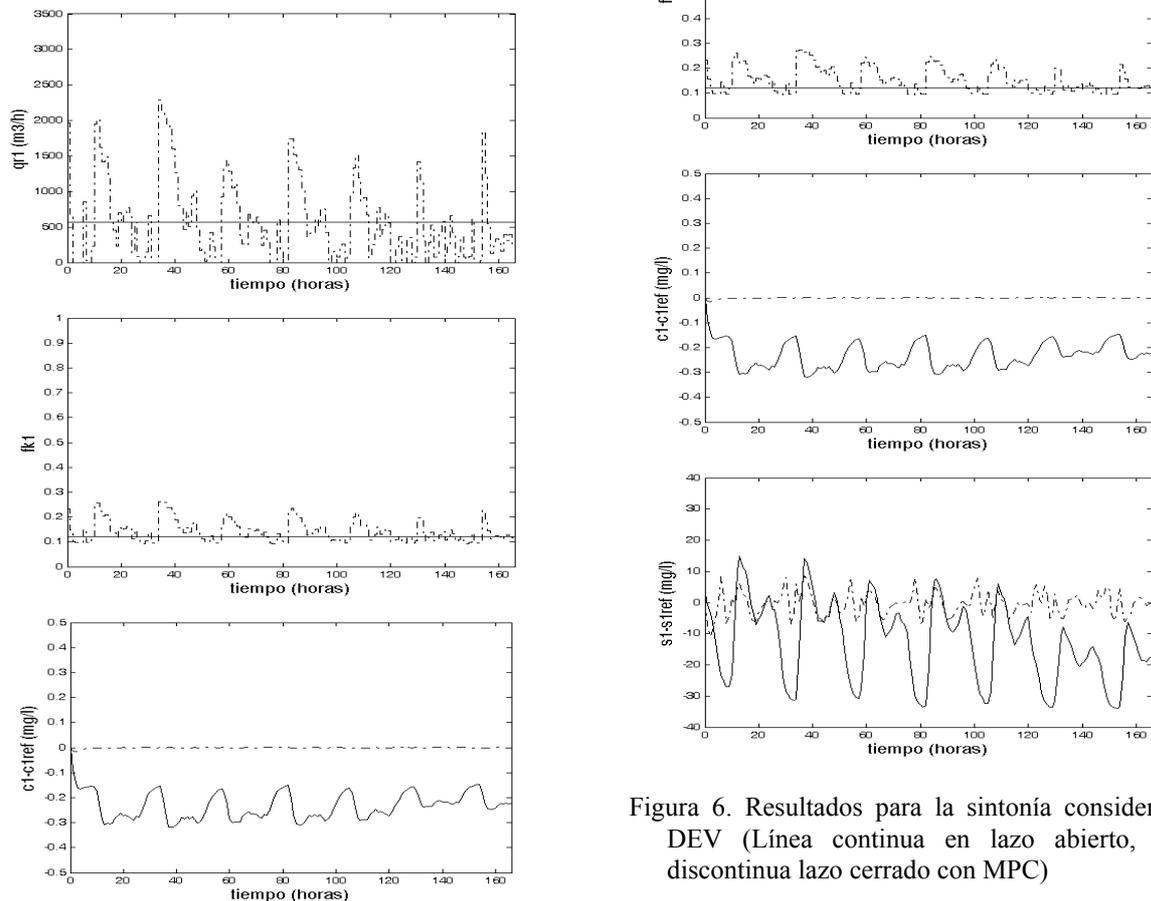


Figura 6. Resultados para la sintonía considerando DEV (Línea continua en lazo abierto, línea discontinua lazo cerrado con MPC)

### Resultados considerando DEV como índice de sintonía

En este caso se ha considerado el índice DEV para la sintonía del MPC. Los valores de los parámetros de sintonía se muestran en la Tabla 1, y las simulaciones de la planta se pueden ver en la figura 6. Como en el caso anterior, la evolución de  $q_p$  es también constante y no se muestra.

### Resultados considerando la norma $H_\infty$ de la función de transferencia de las perturbaciones como índice de sintonía

En este caso, se ha utilizado  $\|G_d\|_\infty$  para sintonizar el controlador, mostrándose algunos resultados en la figura 7. Aquí se ha evaluado también la estabilidad del sistema en lazo cerrado, desechando en la optimización los casos inestables.

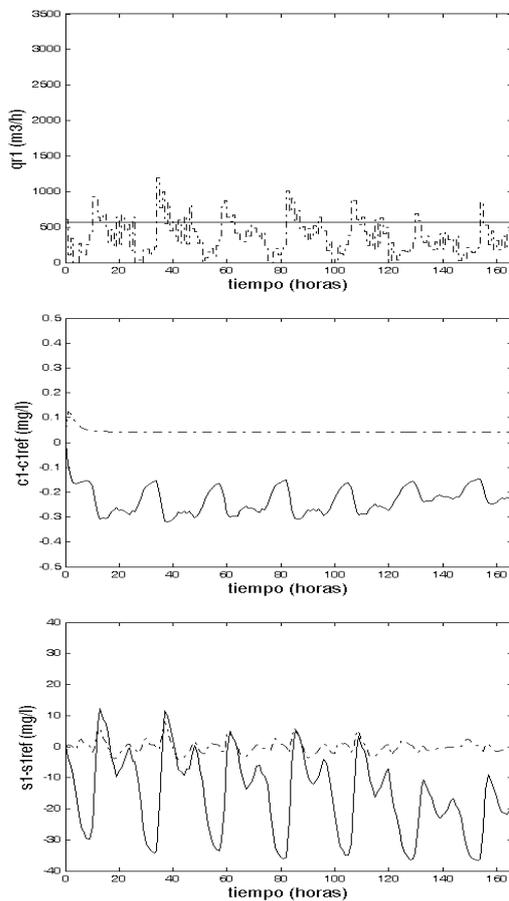


Figura 7. Resultados para la sintonía considerando  $\|G_d\|_\infty$  (Línea continua en lazo abierto, línea discontinua lazo cerrado con MPC)

En la tabla 1 se puede ver un resumen de los resultados de sintonía del MPC, tanto sus parámetros como su referencia óptima. Aunque los resultados son similares, se puede observar que la sintonía con la norma  $H_\infty$  de la función de transferencia proporciona los mejores resultados para todos los índices incluso con variaciones de control menores.

El hecho de que los horizontes sean tan pequeños en todos los casos es debido a la existencia de fuertes perturbaciones. Debido a la utilización de algoritmos de optimización que no garantizan un óptimo global, se observa que para los casos de sintonía mediante ISE o DEV se han obtenido soluciones subóptimas. No obstante, el desempeño del sistema de control es adecuado en todos los casos.

Todas estas pruebas se han realizado sin penalizar las variaciones de control. En la Tabla 2 se muestra una comparación entre el caso de la sintonía con la norma  $H_\infty$  y el caso en lazo abierto. En las tablas, los valores del ISE y de CTR han sido normalizados con respecto a su valor en lazo abierto.

Tabla 1: Resumen de resultados según el índice de sintonía considerado

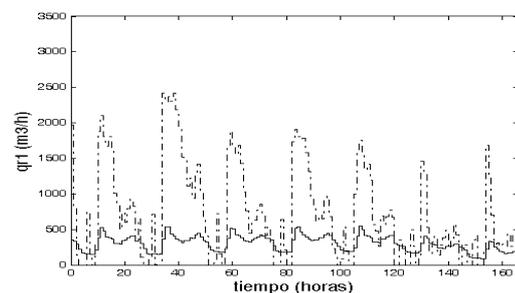
ÍNDICE	ISE	DEV	$\ G_d\ _\infty$
Wu(1)	0	0	0
Wu(2)	0	0	0
Wu(3)	2.47	10	0.66
T <sub>ref</sub>	0	0	0.5
H <sub>p</sub>	3	3	3
H <sub>c</sub>	1	1	3
H <sub>w</sub>	1	1	1
ISE	0.0326	0.0323	0.0104
DEV	12.98	11.01	8.98
$\ G_d\ _\infty$	0.073	8.75e-6	8.7e-6
S <sub>lr</sub>	100.17	97.36	100
CTR	0.8193	0.2904	0.2904

Tabla 2: Comparación de sintonía del MPC con la norma  $H_\infty$  y el comportamiento en lazo abierto

ÍNDICE	LAZO ABIERTO	$\ G_d\ _\infty$
CTR	0	0.2904
ISE	1	0.0104
DEV	39.83	8.98
$\ G_d\ _\infty$	0.174	8.7e-6

### Resultados considerando DEV como parámetro de sintonía y penalización del control

En este punto se presenta un caso de sintonía penalizando variaciones en las variables manipuladas, y se compara con el caso análogo sin esta penalización. Se ha utilizado el índice DEV, y el peso  $w_2$  en (8) se ha fijado distinto de cero. En la figura 8 se muestran los resultados para el sustrato y el caudal de recirculación.



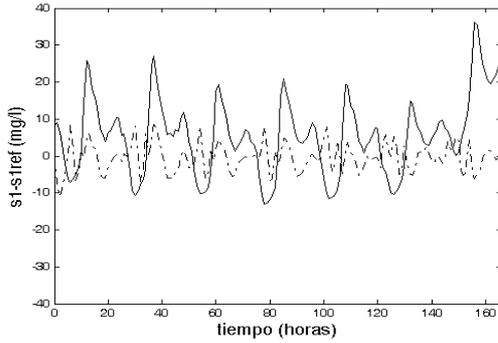


Figura 8. Comparación entre los resultados de sintonía considerando DEV con penalización en las variables manipuladas (línea continua) y sin penalización (línea discontinua)

#### 4. DISEÑO INTEGRADO DE LA PLANTA Y EL CONTROLADOR

El problema de Diseño Integrado consiste en determinar simultáneamente los parámetros de la planta y del controlador junto con un punto de trabajo estacionario, minimizando a su vez los costes de construcción y operación. La dinámica no lineal de la planta, la inclusión de simulaciones dinámicas y el número relativamente alto de variables involucradas incrementan la complejidad del problema, haciendo necesario el uso de un algoritmo de optimización iterativo de dos pasos. En el primer paso el MPC se sintoniza usando el método explicado en 3.3, y en el segundo paso la planta se diseña de acuerdo con el procedimiento explicado a continuación.

##### 4.1. Diseño de la planta

El paso del diseño de la planta dentro del procedimiento de Diseño Integrado consiste en minimizar la siguiente función de coste, representando los costes de construcción y de operación.

$$f_1(x) = w_1 \cdot V_1^2 + w_2 \cdot A^2 + w_3 \cdot f k_1^2 + w_4 \cdot q_2^2 \quad (9)$$

donde las variables de optimización son las siguientes:

$$x = (s_1, x_1, c_1, x_d, x_b, x_r, f k_1, q r_1, q_p, V_1, A)$$

En nuestro caso se ha establecido que los costes de construcción son una función cuadrática de las dimensiones de las unidades ( $V_1$ ,  $A$ ), y los costes de operación otra función cuadrática del factor de aireación en el reactor (costes de aireación) y del caudal de recirculación total (costes de bombeo).

La minimización de dicha función está sujeta a restricciones en los límites superiores e inferiores de

las variables de optimización ( $x$ ) y otras restricciones de proceso (ecuaciones 11,12,13,14) y de controlabilidad (ecuación 15). Los números  $w_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) son los pesos correspondientes para cada término, y se fijan según la importancia en el coste global que se le quiera proporcionar a cada unidad. Para este trabajo toman los siguientes valores:

$$w_1 = w_2 = w_3 = 0.1; w_4 = 0.05$$

Concretamente las restricciones son las siguientes:

- Restricciones sobre los límites de las variables de optimización:

$$\begin{aligned} 800 < x_l < 3000 \\ 50 < s_l < 110 \\ 2 < c_l < 8 \\ 40 < x_d < 300 \\ 200 < x_b < 3000 \\ 1000 < x_r < 10000 \\ 50 < q r_1 < 3000 \\ 10 < q_p < 200 \\ 0 < f k_1 < 1 \\ 1000 < V_l < 10000 \\ 800 < A < 4000 \end{aligned} \quad (10)$$

- Restricciones sobre el tiempo de residencia del agua en el reactor biológico para que se realicen las reacciones, y carga másica en los tanques aireados, que es la relación entre la masa de materia orgánica que entra en el reactor por unidad de tiempo y la masa de microorganismos existentes en el mismo:

$$2.5 \leq \frac{V_l}{q} \leq 5; 0.001 \leq \frac{q_i s_i + q r_1 s_1}{V_l x_1} \leq 0.06 \quad (11)$$

- Límites en la capacidad hidráulica del decantador, y la edad de los fangos en el decantador, que es el tiempo que deben permanecer los mismos en el decantador:

$$\frac{q}{A} \leq 1.5; 3 \leq \frac{V_l x_1 + A L_r x_r}{q_p x_r 24} \leq 10 \quad (12)$$

- Límites sobre el caudal de recirculación ( $q r_1$ ), que debe estar entre un 50 % y un 90 % del caudal de entrada ( $q_i$ ), y sobre el caudal de purga ( $q_p$ ), que debe permanecer entre un 3 % y un 7 % del caudal de recirculación:

$$0.03 \leq \frac{q_p}{q_2} \leq 0.07; 0.5 \leq \frac{q_2}{q_i} \leq 0.9 \quad (13)$$

- Restricciones sobre las ecuaciones diferenciales no lineales de la planta para obtener una solución cercana a un estado estacionario ( $\varepsilon$  próximo a cero). Por ejemplo, la restricción sobre la derivada de la concentración de sustrato en el reactor es la siguiente:

$$\left| \frac{ds_1}{dt} \right| = \left| -\mu \frac{s_1 x_1}{k_s + s_1} + f_{kd} k_d \frac{x_1^2}{s_1} + f_{kd} k_c x_1 + \frac{q}{V_1} (s_{ir} - s_1) \right| \leq \varepsilon \quad (14)$$

- Restricción sobre el correspondiente índice de controlabilidad lineal o no lineal considerado para sintonizar el controlador dentro del Diseño Integrado:

$$IND < \beta \quad (15)$$

donde IND es uno de los índices de las ecuaciones (4),(5),(6), y el valor de  $\beta$  es el valor óptimo alcanzado en el paso de sintonía del controlador para el índice correspondiente.

#### 4.2. Algoritmo de optimización en dos pasos

El algoritmo utilizado para resolver el problema de optimización no lineal generado consiste en un algoritmo iterativo de dos pasos (Figura 9). En primer lugar, con una planta inicial fijada, el controlador se sintoniza. Un vez que el controlador está sintonizado, en el segundo paso la planta se diseña con el controlador obtenido en el paso anterior. Entonces el controlador se diseña de nuevo, pero utilizando los nuevos parámetros de la planta obtenidos antes. El algoritmo se detiene cuando se alcanza un criterio de convergencia consistente en que la disminución del coste a lo largo de varias iteraciones sea menor que una determinada cota.

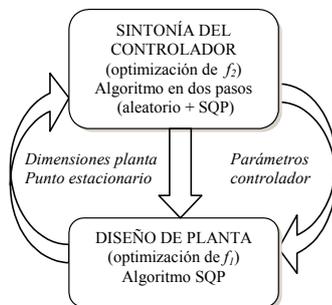


Figura 9. Algoritmo iterativo para Diseño Integrado

Para la optimización de la función  $f_1$  se ha usado el método SQP (Optimization Toolbox de Matlab®). Para la optimización de  $f_2$  se ha usado el procedimiento explicado en 3.3. Los tiempos de cálculo para la resolución del problema de Diseño Integrado son del orden de varias horas, dependiendo de las condiciones impuestas en cada caso.

#### 4.3. Resultados de Diseño Integrado

Se han estudiado dos casos de Diseño Integrado, uno considerando DEV como índice de desempeño del controlador, y el otro considerando la norma  $H_\infty$  de la función de transferencia de las perturbaciones. Los resultados para el sustrato se muestran en las figuras

10 y 11, y los correspondientes datos numéricos en la tabla 3. Para el oxígeno, no se muestran las simulaciones porque el seguimiento de su referencia es casi perfecto, dado que esta variable es mucho más sencilla de controlar. La mejora del Diseño Integrado se puede deducir de las concentraciones de sustrato, que para ambos casos son menores que en el correspondiente caso de sólo sintonía del MPC. Las plantas que se obtienen con este procedimiento son también óptimas en costes. Nótese también que el estado estacionario, que es la referencia del MPC, también se optimiza, y en este caso, a medida que la planta se optimiza, se modifica el modelo linealizado utilizado en la predicción del MPC.

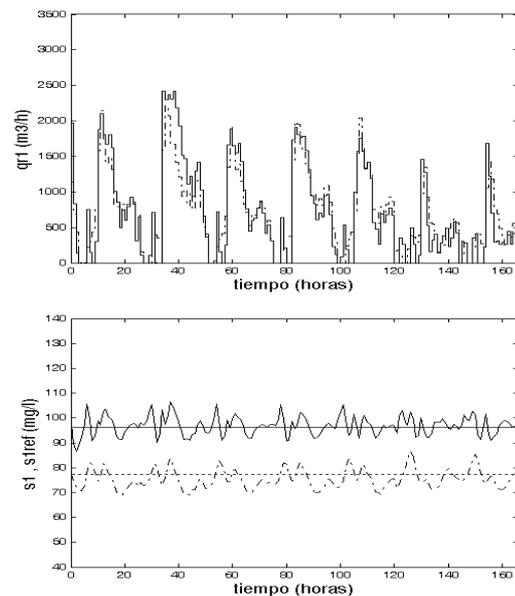


Figura 10. Resultados de Diseño Integrado utilizando el índice DEV (líneas discontinuas) comparados con la sintonía del MPC utilizando DEV (líneas continuas).  $S_{1r}$  son las líneas rectas

Tabla 3: Resultados de Diseño Integrado

IND en $f_2$	$\ G_d\ _\infty$	DEV
$W_u$	[0 0 10]	[0.003 0.007 0.045]
$T_{ref}$	0.5	3.89
$H_p, H_c, H_w$	8, 2, 1	7, 1, 3
$V_1$	7657	8806
$A$	2622	3998
$S_{1r}$	94.15	77.26
$x_1$	1720.6	2022.3
$c_1$	3.56	2.00
$x_d$	112.97	54.86
$x_b$	668.37	478.59
$x_r$	4841.7	5763.2
$qr_1$	755.99	755.58
$q_p$	23.38	23.37
$fk_1$	0.33	0.11
Coste = $f_1(x)$	6.5813e+006	9.3565e+007

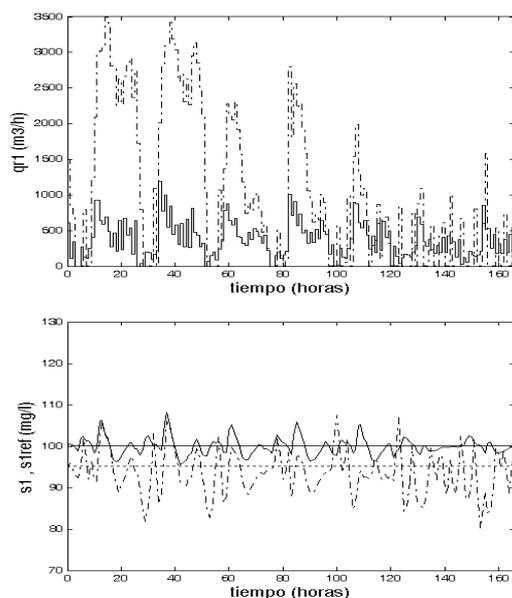


Figura 11. Resultados de Diseño Integrado utilizando  $\|G_d\|_\infty$  (líneas discontinuas) comparados con sintonía del MPC utilizando ese mismo índice (líneas continuas).  $S_{1r}$  son las líneas rectas

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha desarrollado un procedimiento de Diseño Integrado para obtener una planta óptima para el proceso de fangos activados y su controlador MPC sintonizado. Se observa que el Diseño Integrado proporciona plantas más controlables que el procedimiento de diseño clásico. Las respuestas para los diseños en lazo cerrado con MPC muestran un buen comportamiento para las variables de interés. Cuando se aplica el procedimiento de Diseño Integrado, la planta diseñada es capaz de rechazar las perturbaciones con unidades de proceso óptimas en cuanto a costes. Este es un resultado importante porque así se pueden obtener plantas óptimas con menores costes y mayor rechazo de perturbaciones. El problema resuelto también garantiza que se satisface el modelo dinámico no lineal de la planta, debido a la inclusión en la optimización de las ecuaciones diferenciales del proceso, y de índices de desempeño no lineales, así como el cumplimiento de todas las restricciones de operación y de proceso en estado estacionario.

La metodología propuesta aquí es general, pudiéndose considerar otros criterios de desempeño. El uso de modelos linealizados también permite la especificación de criterios convexos resolubles fácilmente dentro del marco de las desigualdades lineales matriciales (LMI). Esta metodología se podría ampliar también al caso del control del nitrógeno, sin más que incluir el modelo ASM1 completo y además considerar nuevas variables manipuladas y controladas.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida de la CICYT a través de los proyectos DPI2003-09392-C02-02 (Universidad de Salamanca) y DPI2003-09373 (Universidad de Valladolid).

## REFERENCIAS

- Al-Ghazzawi, A., E. Ali, A. Nouh and E. Zafiriou (2001). On-line tuning strategy for model predictive controllers. *Journal of Process Control*, **11**, pp. 265-284.
- Ali, E. and E. Zafiriou (1993). On the tuning of Nonlinear Model Predictive Control Algorithms. *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 786-790.
- Copp, J.B. (2002). The COST Simulation Benchmark: Description and Simulator Manual. *Office for Official Publications of the European Community*. ISBN 92-894-1658-0.
- Gutiérrez, G. (2000). Diseño Integrado y Síntesis de Procesos aplicado al proceso de fangos activados. *Tesis doctoral (Universidad de Valladolid)*
- Fisher, W. R., M. F. Doherty and J. M. Douglas (1988). The Interface Between Design and Control. 1. Process Controllability. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **27**, pp. 597-605.
- Francisco, M., P. Vega, O. Pérez and M. Poch (2003). Dynamic Optimization for Activated Sludge Integrated Design. *European Control Conference (UK)*
- Francisco, M., P. Vega, O. Pérez (2005). Process Integrated Design within a Model Predictive Control framework. *IFAC'05 World Congress (Prague)*
- Gil, A., P. Vega and M. Francisco (2001). Integrated Design of pH processes. *IASTED MIC Conference*, pp 226-229.
- Li, S., Du, G. (2002). On-line tuning scheme for generalized predictive control via simulation-optimization. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pp. 1381-1386.
- Luyben, M. L. (1993). Analyzing the Interaction Between Process Design and Process Control. *Ph.D. Thesis, Princeton University*.
- Maciejowsky, J. M. (2002). Predictive Control with Constraints. *Prentice Hall*.
- Ross, R., J.D. Perkins, E. N. Pistikopoulos, G.L.M. Koot and J.M.G. van Schijndel. (2001). Optimal design and control of a high purity industrial distillation system. *Computers and Chemical Engineering*, **25**, pp. 141-150.
- Sakizlis, V., J. D. Perkins and E. N. Pistikopoulos (2004). Recent advances in optimization-based simultaneous process and control design. *Computers and Chemical Engineering*, **28**, pp. 2069-2086.
- Solis, F.J. and R. J-B. Wets (1981). Minimization by random search techniques. *Mathematics of Operations Research*, **6**, pp. 19-30.

Sotomayor, O. A. Z. and C. García (2002). Model-Based Predictive Control of a pre-denitrification plant: a linear state-space model approach. *Proceedings of the IFAC World Congress, Barcelona (Spain)*.

Vega, P. and G. Gutiérrez (1999). Optimal Design Control and Operation of wastewater treatment plants. *European Control Conference (Germany)*.

### ANEXO: Modelo no lineal del proceso

Ecuaciones para el reactor biológico:

$$\frac{dx}{dt} = \mu_{max} y \frac{sx}{(K_s + s)} - K_d \frac{x^2}{s} - K_c x + \frac{q}{V_1} (x_{ir} - x)$$

$$\frac{ds}{dt} = -\mu_{max} \frac{sx}{(K_s + s)} + f_{kd} K_d \frac{x^2}{s} + f_{kd} K_c x + \frac{q}{V_1} (s_{ir} - s)$$

$$\frac{dc}{dt} = K_{la} f k_1 (c_s - c) - K_{01} \mu_{max} \frac{x^2}{(K_s + s)} - \frac{q}{V_1} c$$

Ecuaciones para el decantador secundario, que se encuentra modelado mediante tres capas con concentraciones crecientes de biomasa:

$$A \cdot l_d \frac{dx_d}{dt} = q_{sal} x_b - q_{sal} x_d - A \cdot vs(x_d)$$

$$A \cdot l_b \frac{dx_b}{dt} = q x_1 - q_{sal} x_b - q_2 x_b + A \cdot vs(x_d) - A \cdot vs(x_b)$$

$$A \cdot l_r \frac{dx_r}{dt} = q_2 x_b - q_2 x_r + A \cdot vs(x_b)$$

$$vs(x_b) = nnr \cdot x_b \cdot \exp(aar \cdot x_b)$$

$$vs(x_d) = nnr \cdot x_d \cdot \exp(aar \cdot x_d)$$

Ecuaciones de equilibrio para los caudales:

$$q = q_i + q r_1$$

$$q_{sal} = q_i - q_p$$

$$q_2 = q r_1 + q_p$$

La nomenclatura utilizada en las ecuaciones del modelo no lineal del proceso es la siguiente, donde las concentraciones están expresadas en mg/l y los caudales en m<sup>3</sup>/h:

$V_1$  = volumen del reactor (m<sup>3</sup>)

$A$  = área del decantador (m<sup>2</sup>)

$x_I$  = concentración de biomasa en el reactor

$s_I$  = concentración de sustrato en el reactor

$c_I$  = concentración de oxígeno en el reactor

$x_d$  = biomasa en la capa superior del decantador

$x_b$  = biomasa en la capa intermedia del decantador

$x_r$  = biomasa en la capa inferior del decantador

$l_d$  = altura de la capa superior del decantador

$l_b$  = altura de la capa intermedia del decantador

$l_r$  = altura de la capa inferior del decantador

$q_{sal}$  = caudal de agua depurada a la salida (efluente)

$q_i$  = caudal de agua contaminada a la entrada

$q$  = caudal de entrada y salida del reactor

$q_p$  = caudal de purga de fangos

$q_2$  = caudal de recirculación total

$q r_1$  = caudal de recirculación de entrada al reactor

$x_{ir}, s_{ir}$  = concentraciones de biomasa y sustrato en el caudal de entrada al reactor

$vs(x_b), vs(x_d)$  = valor de las velocidades de sedimentación en el decantador de la capa intermedia a la capa inferior y de la capa superior a la capa intermedia, respectivamente

$nnr, aar$  = coeficientes empíricos para el cálculo de las velocidades de sedimentación

$\mu_{max}$  = velocidad específica máxima de crecimiento

$y$  = fracción de sustrato metabolizado que se convierte en biomasa

$f_{kd}$  = fracción de biomasa muerta que se transforma en sustrato

$K_s$  = constante de saturación

$K_d$  = coeficiente de descomposición endógena, o constante de mortandad

$K_c$  = coeficiente de actividad celular de los microorganismos

$c_s$  = concentración de saturación de oxígeno disuelto

$K_{la}$  = coeficiente de transferencia global de masa de oxígeno

$K_{01}$  = coeficiente de equivalencia entre crecimiento celular y velocidad de consumo de oxígeno

$f k$  = factor de aireación

Valores numéricos de los parámetros:

PARÁMETROS CINÉTICOS	VALOR
$\mu_{max}$ (h <sup>-1</sup> )	0.1824
$y$	0.5948
$K_s$ (mg/l)	300
$K_d$ (h <sup>-1</sup> )	5e-5
$K_c$ (h <sup>-1</sup> )	1.3333e-4
$f_{kd}$	0.2
$nnr$	3.1563
$aar$	-0.00078567
$K_{01}$	1e-4
$K_{la}$ (h <sup>-1</sup> )	0.7
$c_s$ (mg/l)	8

CAPAS DEL DECANTADOR	VALOR
$l_d$ (m)	2
$l_b$ (m)	1
$l_r$ (m)	0.5