

Formación del profesorado en modelización: primeros pasos de una profesora novel

Teacher training in modelling: first steps of a novice teacher

Paz Mata Codes
COLEGIO CEU-SAN PABLO
paz.matacodes@colegioceu.es

César Gallart Palau
UNIVERSIDAD CEU-CARDENAL HERRERA
gallartcesar@uchceu.es

Abstract

Ante la mayor demanda de actividades que conecten las matemáticas con el mundo real, el curso de formación para el profesorado, ‘Setmana de la modelització’, nace con el objetivo de dotar a los profesores de secundaria y bachillerato de los conocimientos y las herramientas que faciliten la introducción de la modelización matemática en sus aulas. En el presente artículo se describe este curso de formación, objetivos y contenidos, y sus resultados se ilustran a través de la descripción de la experiencia de una de sus participantes. Esta experiencia incide en tres aspectos: el diseño de la tarea de modelización, la implementación de la actividad en el aula y la evaluación. Por último, se exponen las reflexiones y conclusiones a las que se han llegado al implementar la actividad, cómo se han superado las dudas iniciales respecto a la misma y sus implicaciones respecto al propio proceso de enseñanza-aprendizaje y el diseño del curso de formación..

Given the increased demand for activities that connect mathematics with the real world, the teacher training course ‘Setmana de la modelització’ arose with the aim of equipping secondary and baccalaureate teachers with the knowledge and tools that facilitate the introduction of mathematical modelling in their classrooms. The present article describes this training course, objectives and contents, and its results are illustrated through the description of the experience of one of its participants. This experience affects three aspects: the design of the modelling task, the implementation of the activity in the classroom and the assessment. Finally, the reflections and conclusions reached when implementing the activity, the way in which the initial doubts were overcome and its implications regarding the teaching-learning process and the design of the training course itself are exposed.

Palabras clave: Modelización, educación secundaria, formación del profesorado, experiencia de aula.
Keywords: [Modeling](#), [secondary level classroom](#), [teacher training](#), [classroom experience](#).

1. Introducción

La matematización de situaciones reales, así como la interpretación, reflexión y validación de los resultados matemáticos en la realidad son procesos esenciales en la resolución de problemas reales. La modelización matemática resulta ser una vía idónea en los sistemas educativos actuales (OCDE, 2017), que demandan más actividades y ejemplos que conecten las matemáticas con la realidad. Así, su integración en las aulas ‘prepara a los estudiantes para actuar con integridad como ciudadanos individuales y en sociedad’ (Maaß, 2005, p. 70).

Si bien numerosos argumentos avalan la incorporación de la modelización matemática a las prácticas diarias en nuestras aulas, no son pocas las dificultades que encuentran los docentes al intentar introducir la modelización en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En efecto, las actividades de modelización permiten desarrollar una comprensión más profunda y fuerte de los contenidos curriculares (Zbiek y Conner, 2006); generan un elevado nivel de implicación y participación, predisponiendo favorablemente a los alumnos (Planas, 2011); y contribuyen a la adquisición integrada de las propias competencias matemáticas (Gallart, 2016).

Sin embargo, los profesores a menudo tienen miedo de no tener tiempo suficiente para terminar los extensos programas oficiales (Cabassut y Fernando, 2016), que no incluyen la modelización como un contenido específico, aunque sí lo recogen como uno de los procesos que se deben tratar (Decreto 87/2015). Además, las creencias de profesores y alumnos sobre qué son y para qué sirven las matemáticas, así como la actitud y predisposición ante una materia que muchos consideran reservada a unos pocos (Schukajlow y otros, 2012) dificultan la introducción de este tipo de actividades. En efecto, las clases en modelización son más exigentes y menos predecibles que las tradicionales, con actividades rutinarias más sencillas de entender y que se resuelven siguiendo recetas (Burkhardt, 2006). Por otro lado, las referencias al mundo real hacen que las clases sean más abiertas y difíciles de evaluar y preparar pues requieren de conocimientos adicionales fuera de las matemáticas (Aparisi y Pochulu, 2013). Como resultado de estas limitaciones, muchos profesores no se sienten capaces de tratar con situaciones reales tomadas fuera del mundo de las matemáticas y no conocen suficientes ejemplos de modelización que sean apropiados para sus clases, haciéndose necesaria una formación previa en este ámbito (Borromeo, Mena-Lorca y Huincahue, 2018).

Sin embargo, en los últimos años se están haciendo esfuerzos encaminados a difundir y facilitar las prácticas en modelización de los profesores: desde las publicaciones especializadas en didáctica (la propia revista MSEL), diferentes congresos y jornadas (el congreso CTEM de Valencia), y el más reciente curso de formación del profesorado, ‘Setmana de la modelització. Connecta les matemàtiques amb el món real’, basado en los cursos de modelización para profesores llevados a cabo por todo el mundo por la profesora Rita Borromeo Ferri de la Universidad de Kassel (Borromeo-Ferri, 2018).

2. El curso de formación, ‘Setmana de la modelització’

Este curso de formación continua pretende dar respuesta a la necesidad de buscar formas de integrar el conocimiento matemático de los estudiantes con la realidad y dotarlo así de un contexto de uso, además de potenciar las competencias relacionadas con la resolución de problemas, el razonamiento matemático y la toma de decisiones. El curso fue organizado por el CEFIRE-CTEM (Centre de Formació, Innovació i Recursos per al Professorat específic

del ámbito científico, tecnológico y matemático), dependiente de la Consellería d'Educació de València, y se impartió en la Facultat de Magisteri de la Universitat de València por los profesores César Gallart Palau e Irene Ferrando Palomares durante la segunda mitad del curso 18/19. La formación, de carácter semipresencial, tuvo una duración de 30 horas, repartidas a lo largo de cinco sesiones presenciales de tres horas de duración, más 15 horas de trabajo no presencial. Con 20 profesores participantes, el objetivo último del curso es que implementen en sus aulas una tarea de modelización, dotándoles para ello de las herramientas y recursos necesarios, tanto teóricos como prácticos. Durante la primera sesión se reflexionó sobre qué es una tarea de modelización y cuáles son sus características diferenciadoras respecto a otro tipo de tareas:

- Abiertas: pueden abordarse desde diferentes vías y admiten más de una solución posible.
- Complejas: no hay un procedimiento directo de resolución.
- Realistas: parten de una situación basada en el mundo real.
- Completas: su resolución requiere de todo el ciclo de modelización (aunque podemos encontrar también tareas que se centren solo en algunas de sus fases).

En la Figura 1 se muestran ejemplos de tareas que fueron analizadas durante esta primera sesión. El objetivo de esta actividad es mostrar a los participantes, de forma práctica, las características de las tareas de modelización.

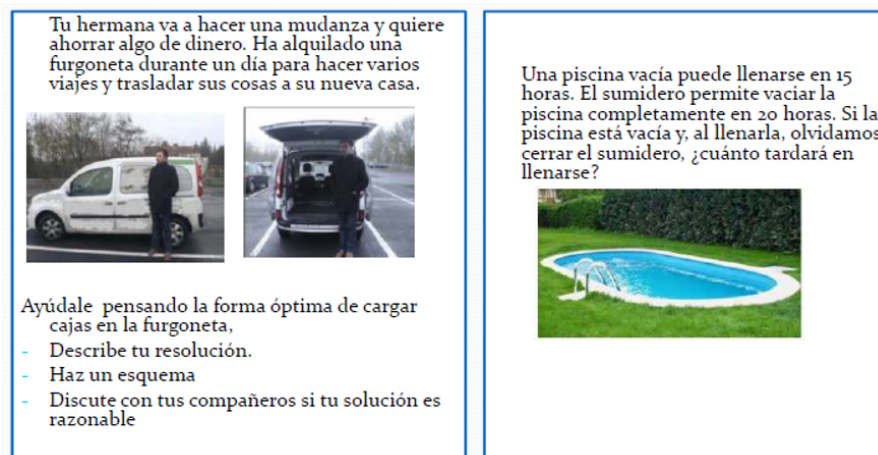


Figura 1: Dos tareas utilizadas en la primera sesión del curso: la primera corresponde a una tarea de modelización, la segunda no lo es.

Además, se analizaron diferentes tareas de modelización (algunos de los ejemplos utilizados pueden verse en Gallart, Ferrando y García-Raffi, 2019), pertenecientes a distintas perspectivas: las Modelling Eliciting Activities (Lesh y Doerr, 2003), los proyectos Matemáticos Realistas (Sol, 2008), los problemas de Fermi (Ferrando y otros, 2017) o el proyecto Lema (Maaß y Gurlitt, 2011). A continuación, se confrontaron las ventajas y las dificultades derivadas de la introducción de este tipo de actividades en el aula y se presentaron los objetivos educativos que tiene la implementación de este tipo de tareas: como vehículo para introducir un conocimiento matemático concreto; como vía para desarrollar la competencia en resolución de problemas. En este último objetivo es en el que se centró el curso.

Durante la segunda sesión se introdujo la gestión de las dinámicas de trabajo con los alumnos asociadas a la resolución de una tarea de modelización. Se trataron diferentes aspectos: la

secuencia didáctica, que incluye la presentación de la actividad, la resolución de la tarea y la comunicación de resultados; la metodología, que favorece el trabajo autónomo y cooperativo del alumnado; el rol del profesor, que pasa a actuar, fundamentalmente, como observador y moderador, pero también como gestor de recursos y asesor en caso de auténtico bloqueo de sus alumnos. Se incidió también en la importancia del debate, tanto el que se produce dentro del grupo de trabajo, como el que se produce entre diferentes grupos que han trabajado la misma tarea durante la presentación final. Además, se presentó el ciclo de modelización como herramienta útil para documentar y guiar el proceso de resolución de los alumnos (ver Figura 2).

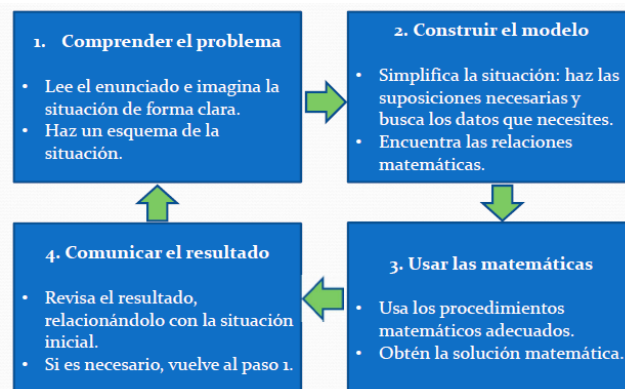


Figura 2: Ciclo de modelización simplificado.

En la tercera sesión se abordó el proceso de evaluación de dos elementos: por un lado, la evaluación del proceso de modelización y, por otro, la evaluación del producto final. Para evaluar el proceso, el ciclo de modelización, que consta de las fases descritas en la Figura 3 resulta un instrumento clave. El producto final se evalúa en base a aspectos tales como su adecuación, utilidad y adaptabilidad a nuevas situaciones. Se presentaron diferentes ejemplos de rúbricas que facilitan la evaluación desde estos dos elementos.

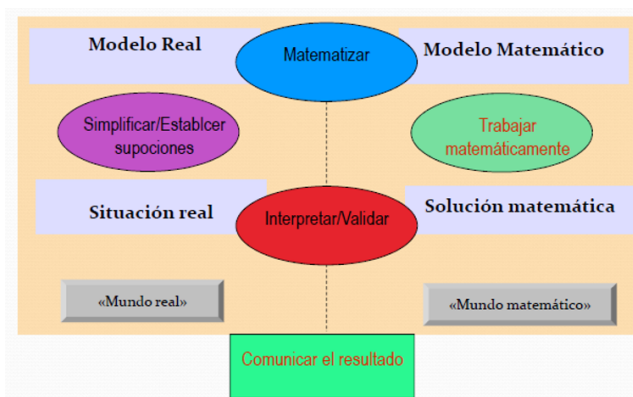


Figura 3: Categorías utilizadas en la evaluación del proceso de modelización de los alumnos, integradas en el propio ciclo y presentadas en el curso.

En la cuarta sesión, un grupo de ‘expertos’, profesores universitarios y con una larga experiencia en el uso de la modelización en sus aulas (Lluís Miguel García Raffi, José Manuel Calabuig y Enrique Sánchez Pérez, de la Universitat Politècnica de València, e Ignacio García, de la Universitat de València), presentaron algunas propuestas de actividades de modelización

(en la Figura 4 se muestra uno de los ejemplos presentados). El objetivo de esta sesión era lanzar ideas sobre diferentes campos de aplicación de las matemáticas: se presentaron ejemplos en el tratamiento de imágenes digitales, la animación por ordenador, la criptografía, el análisis semántico latente, la gestión de bases de datos, las redes neuronales o la propagación de incendios forestales y de manchas de contaminación en el mar. Por otro lado, esta sesión permitió a los participantes compartir su experiencia sobre el uso de la modelización desde la educación superior.

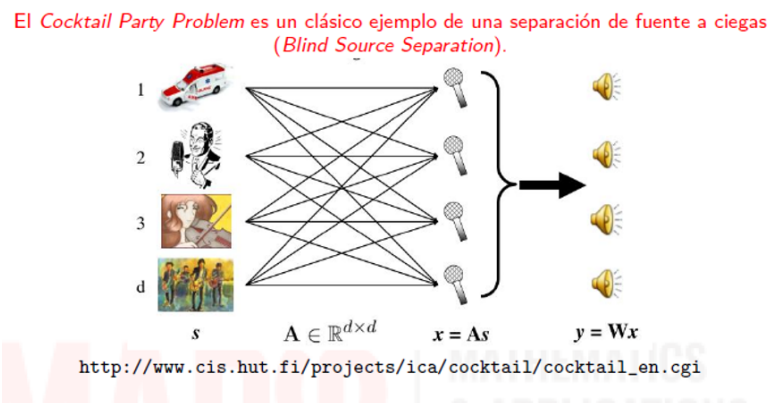


Figura 4: Uno de los ejemplos presentados en la cuarta sesión del curso.

Llegado a este punto del curso, se espera que los profesores participantes diseñen y desarrollen su propia actividad de modelización para implementarla en sus aulas. Es por ello que en la segunda parte de esta cuarta sesión se abrió un turno de discusión y de trabajo en grupo durante el cual los participantes, con la ayuda de los profesores y los expertos, empezaron el diseño de sus propuestas. En la quinta y última sesión del curso, desarrollada seis semanas después, los participantes compartieron sus experiencias y reflexiones finales.

A continuación, para ilustrar mejor el desarrollo de la formación, se describe la experiencia de una de las participantes. Se trata de un estudio de caso único que pretende poner en valor los puntos fuertes de la formación al tiempo que permitirá detectar debilidades o aspectos a mejorar. La experiencia que se describe se estructura en torno a los aspectos tratados en las primeras sesiones del curso: diseño de la tarea, gestión de las dinámicas del aula, evaluación y reflexiones personales. La profesora, que no contaba con experiencia previa en modelización, pero con cinco años de experiencia docente en matemáticas, llevó a cabo su actividad en una clase de cuarto de ESO de un colegio privado, compuesta por 26 alumnos con un perfil, tanto académico como actitudinal, bueno. El 65 % de los estudiantes admitió haber trabajado previamente en alguna tarea de modelización de manera esporádica en cursos anteriores y el 35 % restante, o no lo sabía con exactitud o afirmaba que no lo había hecho.

3. Diseño de la actividad

Un aspecto básico para tener en cuenta durante el diseño de la actividad es el objetivo que se quiere alcanzar con la misma. Al diseñar una tarea de modelización los objetivos pueden ser dos: que el alumnado conozca y adquiera un contenido en concreto del currículo, o que desarrolle la competencia de resolución de problemas utilizando y, por tanto, afianzando contenidos matemáticos ya aprendidos con anterioridad. En este caso, el objetivo planteado fue el segundo, puesto que, al estar prevista la actividad para la segunda mitad del tercer trimestre del curso,

los alumnos ya contaban con una serie de recursos adquiridos a lo largo del mismo, tanto a nivel conceptual como procedimental. Para ello, la actividad pretendía ser lo más abierta posible, tomando como referencia la tarea ‘La sombra en el patio del colegio’ (descrita en Gallart, Ferrando y García-Raffi, 2014). La actividad debe, además de contener un enunciado lo suficientemente abierto como para permitir diferentes aproximaciones, pertenecer a un contexto real y cercano al alumno, y en la medida de lo posible, resultar estimulante. Así, una de las condiciones en el diseño de la actividad fue que los datos necesarios para su resolución pudieran obtenerse in situ, trabajando sobre el propio entorno en el que se enmarca el problema, permitiendo al alumno salir del aula en alguna de las sesiones. El enunciado de la tarea puede verse en la Figura 5.

Como sabemos, el patio central del Colegio es un lugar destinado al descanso, ideal para reponer fuerzas. Si os fijáis con atención, os daréis cuenta de que parte importante de este patio es la vegetación. ¿Os lo imagináis sin césped, sin árboles y sin arbustos? El mantenimiento de esta estética vegetal requiere una serie de esfuerzos entre los que se encuentra un buen sistema de riego.



Después de observar con detenimiento el patio y tomar los datos que consideréis necesarios, se os plantea el problema de diseñar un sistema de riego óptimo y, una vez diseñado, calcular el coste que supondría para el colegio su utilización durante un año (de enero a diciembre, ambos incluidos). ¿Creéis que un rosal y un arbusto, por ejemplo, necesitan la misma cantidad de agua?, ¿pensáis que el horario de riego o el clima pueden influir en la elección del sistema? Pensad con detenimiento qué preguntas os debéis hacer antes de comenzar con la toma de datos.

Figura 5: Enunciado de la tarea utilizada durante la ‘semana de la modelización’.

Prever qué contenidos y procedimientos pueden utilizarse durante la resolución de una tarea de modelización es una parte importante de su diseño y puede ayudar al profesor a supervisar y desbloquear la producción de sus alumnos. En este caso era posible abordar la tarea usando conceptos y procedimientos de álgebra, funciones, geometría y trigonometría. Esta previsión, según se pudo comprobar, fue particularmente útil durante su implementación. Una vez establecido el enunciado de la tarea y los contenidos asociados, se decidió abordar su temporalización: la actividad se secuenció en ocho sesiones de clase, entre las que se incluyeron las de introducción a la modelización (dos sesiones), resolución de la tarea (cinco sesiones) y evaluación del modelo (una sesión), que se explican con detenimiento a continuación.

4. Gestión del aula y puesta en práctica de la actividad.

Atendiendo a las pautas establecidas en el curso de formación, los alumnos fueron organizados por la profesora en seis equipos heterogéneos de trabajo: cuatro grupos de cuatro miembros y dos de cinco.

Teniendo en cuenta que un 35 % del alumnado tenía experiencia nula o casi nula en modelización, era importante dedicar las dos primeras sesiones de trabajo a introducir a los estudiantes en un tipo de actividad nueva para ellos, con el objetivo de conseguir que los alumnos adquirieran herramientas y destrezas, tanto de organización como de resolución, que pudieran utilizar durante la actividad. Así, en estas primeras sesiones, se proporcionó al alumnado una batería

de ejercicios de modelización de corta duración, entre los cuales, cada equipo, pudo elegir, por consenso, aquellos que más les interesaban. Esta batería de ejercicios incluía problemas de Fermi. Su listado puede verse en la Figura 6.

Problemas de Fermi

1. *¿Cuántos afinadores de piano hay en Chicago?*
2. *¿Cuántos granos de arroz hay en una bolsa de 10 Kg?*
3. *¿Cuánto dinero se gasta el comedor escolar cada día? ¿Y semanalmente?*
4. *¿Cuántas personas se pueden colocar en un aula? ¿Y balones de fútbol?*
5. *Sin usar una factura, ¿qué cantidad de agua se gasta en un hogar en una semana?*
6. *¿Cuántos latidos producirá tu corazón a lo largo de tu vida?*

Figura 6: Problemas de Fermi utilizados durante la presentación de la actividad.

La observación de la resolución de estos problemas iniciales resultó clave para comprobar algunos aspectos comentados en la parte presencial del curso de formación: la resolución de una actividad de modelización no puede entenderse como un proceso lineal, sino que se trata de un proceso cíclico, en un continuo estado de reflexión y revisión. Esto pudo verse durante la puesta en común que siguió a la resolución de estos ejercicios: la disparidad de resultados y los argumentos utilizados por los compañeros llevaron a algunos grupos a una segunda y hasta a una tercera reinterpretación de su resolución. Atendiendo a los comentarios de algunos alumnos durante estas dos sesiones, parece que este tipo de tareas despertaron su interés (ciertamente que una causa de esto es, posiblemente, la predisposición que puedan tener hacia cualquier actividad que rompa, de alguna manera, el trascurso de una clase estándar). Por tanto, y ya con cierta confianza, se introdujo la tarea de modelización diseñada (Figura 5), cuya resolución ocuparía las cinco sesiones siguientes.

Así, al inicio de la tercera sesión se proporcionó a los alumnos el enunciado de la tarea, y también se mostró y comentó la rúbrica de evaluación (en el Anexo 7). Esta rúbrica pretendía evaluar su proceso de resolución en base a cinco aspectos, categorizados en cuatro niveles: planteamiento, resolución, validación, presentación y coordinación. Este último aspecto no se corresponde a ninguna de las fases del ciclo, pero se consideró oportuno valorar también el trabajo en equipo para incentivar la cooperación y el respeto entre sus miembros.

El tiempo restante de la tercera sesión se dedicó íntegramente a la organización interna de cada uno de los equipos, reparto de tareas entre sus miembros y preparación para las sesiones futuras, entre las que se encontraba fijar las variables y datos necesarios para la resolución de la actividad.

La cuarta sesión se inició con el trabajo de campo necesario para la recogida de datos. A partir de aquí, y en las siguientes sesiones, los alumnos se sumergieron en el proceso de resolución y en la búsqueda de un modelo matemático válido que diera respuesta al ejercicio propuesto. Como era previsible, parte del alumnado sufrió un bloqueo inicial, y en ese punto cuando algunos de los aspectos trabajados durante la fase presencial del curso resultaron particularmente útiles. En efecto, hay que tener en cuenta aspectos ligados a la gestión y control del aula cuando cada equipo lleva un ritmo de trabajo diferente y toma una orientación en su

resolución distinta. Así, la profesora responsable de la actividad tomó el papel de guía, con la misión de orientar al alumnado, sin inmiscuirse demasiado para no influir en sus decisiones.

La octava y última sesión se dedicó a la presentación de los trabajos por parte de cada equipo. Se trata de una sesión fundamental para el buen desarrollo de la actividad, puesto que los alumnos, al ver los modelos de los compañeros, descubren otras vías de resolución, fomentando así la capacidad de autocrítica y reflexión. En esta experiencia, por razones sobrevenidas, la sesión fue más breve de lo previsto, quedando, por tanto, incompleta. Sin embargo, para compensar esta falta de tiempo, la profesora se reunió con cada grupo para reflexionar sobre los trabajos presentados. Sorprendentemente, estas reuniones improvisadas resultaron muy provechosas ya que dieron lugar a entrevistas cargadas de valor que permitieron, no sólo que los estudiantes completaran el proceso de aprendizaje, sino también que reflexionaran sobre su capacidad para resolver problemas y enfrentarse a situaciones que, a priori, pueden resultar un reto. Sin duda, esta reflexión repercutió positivamente en su autoestima. Se muestran, a continuación (ver Figura 7), fragmentos extraídos de dichas entrevistas.

Profesora: ¿Cuál es tu opinión sobre la actividad que hemos realizado? ¿Sientes que has aprendido con ella?

Alumno A: Este tipo de trabajos nos permiten ver otros campos donde se pueden aplicar las matemáticas y eso es importante y positivo a la hora de escoger una profesión u otra.

Profesora: ¿Os ha resultado difícil esta actividad? ¿Qué fase ha sido más complicada?

Alumno B: No, porque la dificultad del trabajo depende de hasta dónde tú quieras llegar.

Profesora: ¿Os ha resultado difícil esta actividad? ¿Qué fase ha sido más complicada?

Alumno C: La dificultad del ejercicio ha ido variando, al principio es más difícil porque no sabes por dónde empezar, pero cuando descubres cuáles son las variables con las que vas a trabajar, únicamente es ponerse en marcha, ¡tampoco es tan difícil!

Profesora: ¿Te gustaría hacer más ejercicios de este tipo?

Alumno D: Haría más ejercicios de este tipo porque es diferente a lo que normalmente hacemos y eso me gusta.

Profesora: Una vez superado el comienzo, que sé que os resultó algo complicado, ¿cómo evolucionó el desarrollo de la actividad?

Alumno E: Al principio no sabes por cómo comenzar el trabajo porque no tienes nada, pero luego es interesante porque se te van ocurriendo nuevas ideas y ves que lo puedes resolver.

Profesora: ¿Crees que se trata de un ejercicio interesante y de utilidad para vosotros, los alumnos?

Alumno F: Es un tipo de ejercicio muy útil porque te hace sacar todo tu intelecto para ponerlo sobre el trabajo.

Figura 7: Fragmentos de las entrevistas realizadas con alumnos.

5. Evaluación de la experiencia y resultados finales.

Tal y como se planteaba en el curso de formación, los resultados de la experiencia han de ser la respuesta a incertidumbres y miedos de distinta naturaleza.

Por un lado, para las dudas derivadas de la adquisición de contenidos y desde el punto de vista meramente académico, el siguiente gráfico (Figura 8) muestra datos reveladores. En él se comparan las calificaciones obtenidas por los alumnos en la actividad de modelización según la rúbrica planteada (Anexo 7), con las obtenidas en el último examen de la segunda evaluación (el examen más cercano en el tiempo y el anterior al desarrollo de la actividad).

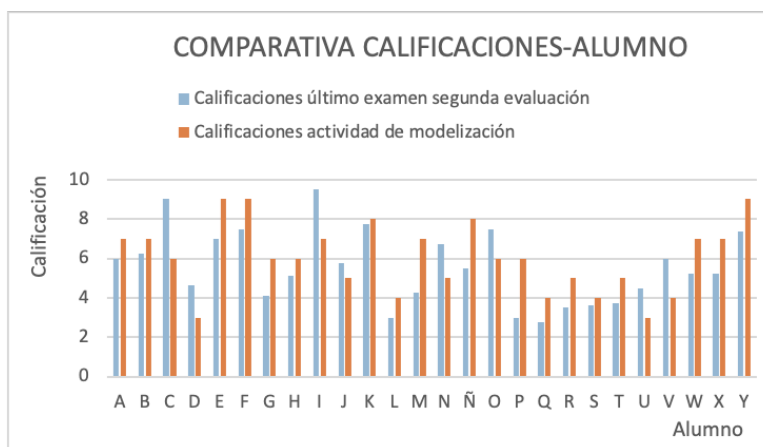


Figura 8: Comparativa entre la calificación obtenida en el último examen y la calificación en la actividad de modelización, por alumno.

Podemos ver que, de los veintiséis alumnos, siete son los más afectados por la introducción de la actividad de modelización: los alumnos C, I y V, que se habían declarado, durante las sesiones iniciales, poco atraídos por este tipo de actividades, obtienen una calificación menor en modelización (los dos primeros son, además, alumnos de ‘sobresaliente’ en los exámenes tradicionales), mientras que por el contrario, los alumnos E, M, Ñ y P, aumentan notablemente su calificación.

En base a estos datos, es posible aventurar que la introducción de las actividades de modelización no sólo no va en detrimento de la consecución de los contenidos establecidos en el currículo, sino que, en ciertos casos, es de gran apoyo pues ayuda a extraer el potencial matemático que determinados alumnos tienen y que, en ocasiones, no resulta fácil sacar a la superficie (especialmente en los exámenes tradicionales).

Así, la introducción de actividades de modelización matemática en la Educación Secundaria es un desafío no sólo para los alumnos, también para el docente, que debe formarse en la materia para conseguir que el proceso de enseñanza-aprendizaje no se vea afectado de manera negativa por la introducción de esta nueva herramienta.

Al tan necesario binomio esfuerzo-formación, cabe añadir un aspecto clave: la motivación, concepto tratado durante el curso de formación y estrechamente relacionado con el buen diseño de una actividad. Captar el interés del alumno es esencial para lograr en él una predisposición positiva ante la tarea, lo cual es altamente provechoso para su proceso de aprendizaje. Como resultado de esta experiencia, la profesora implicada ha podido comprobar cómo los alumnos son capaces de resolver de forma crítica un problema cotidiano, cómo su curiosidad va en aumento y cómo su competencia para trabajar en equipo y para reconocer el poder de las matemáticas se ve incrementada notablemente. Todas estas sensaciones son enormemente satisfactorias para el profesorado pues aplacan las reticencias iniciales e incrementan su motivación.

En definitiva, la introducción de la modelización en el aula es un arduo trabajo que plantea a los profesores noveles una serie de dudas, todas ellas justificadas. Dichas dudas pueden convertirse en las causantes del fracaso de la actividad si no son cuidadosos con el trabajo que conlleva. No obstante, si este trabajo es llevado a cabo de la manera oportuna y sin pasar por alto ninguno de los condicionantes que deben ser tenidos en cuenta (planificación, diseño de la actividad, secuenciación, metodología, evaluación), la incorporación de la modelización matemática en el aula proporciona resultados altamente satisfactorios en el proceso de enseñanza-aprendizaje y también en la realización personal y profesional del docente.

6. Conclusiones

Es evidente que, en su primera edición, el curso de formación precisa de una reflexión acerca de su diseño y sus contenidos. La mayoría de las tareas implementadas por sus asistentes corresponden a lo que podemos denominar como ‘tareas abiertas’, no vinculadas a un contenido matemático concreto y que precisan del ciclo completo de modelización para su resolución. Los mayores bloqueos de los alumnos se presentan en las fases iniciales del ciclo, precisamente aquellas menos trabajadas en los problemas tradicionales.

Esto lleva a considerar si fuera más conveniente comenzar con tareas que traten estas fases concretas (simplificar/establecer suposiciones en la realidad y matematizar) y que permitan una introducción más gradual hacia la modelización (de la misma forma que nuestra profesora utilizó los problemas de Fermi). Mostrar ejemplos de este tipo de tareas, más específicas, en futuras ediciones, quizás sea uno de los aspectos a mejorar. También, y como se ha señalado en la experiencia, reubicar la formación a la primera mitad del curso, para dar más tiempo a que los profesores diseñen e implementen su actividad. Sin embargo, y pese a las dificultades, todos los profesores participantes destacaron, durante la última sesión presencial, el alto grado de motivación que la modelización ha despertado en sus alumnos, motivación que habría que comprobar si perdura en el tiempo. Ciertamente, el éxito del curso dependerá, en gran medida, de si es capaz de modificar las prácticas tradicionales del aula de una manera sostenida en el tiempo, y no solo de modo puntual.

Es evidente la necesidad de introducir prácticas en nuestras aulas que muestren las aplicaciones de las matemáticas en la realidad y en otras disciplinas, pero esto no es fácil si no proporcionamos a nuestros profesores un apoyo claro desde las instituciones educativas (es fundamental contar con el respaldo y la colaboración de la dirección del centro y de los compañeros, tanto del propio departamento de matemáticas, como de otros departamentos) y una formación previa que les facilite los conocimientos y herramientas necesarias. En este sentido, el curso de formación, ‘Setmana de la modelització’, espera haber podido ayudar (y seguir haciéndolo) a los profesores en sus primeros pasos con la modelización matemática.

7. Anexo

	1	2	3	4
Planteamiento	Los alumnos plantean el problema sin detenerse a buscar las variables que pueden afectar a la resolución.	Los alumnos plantean el problema pasando por alto una parte sustancial de las variables que pueden afectar a la resolución.	Los alumnos plantean con detenimiento el problema, atendiendo a muchas de las variables que afectan a la resolución, pero no a todas.	Los alumnos plantean con detenimiento el problema, buscando y atendiendo a todas las variables que afectan a la resolución.
Resolución	La solución no es correcta. Presenta errores de planteamiento.	La solución no es totalmente correcta. El proceso de resolución parte de un planteamiento insuficiente y presenta errores.	La solución es aceptable. El proceso de resolución no presenta errores sustanciales.	La solución obtenida es el producto de un buen trabajo. El proceso de resolución empleado no presenta errores y puede aplicarse a ejercicios similares.
Validación y reflexión	Los alumnos no reflexionan sobre la coherencia y validez de la solución obtenida.	Los alumnos reflexionan sobre la validez de la solución obtenida pero no lo suficiente como para detectar posibles errores.	Los alumnos reflexionan sobre la validez de su solución, en la medida que les permite localizar los errores, pero no tanto como para poder subsanarlos.	Los alumnos reflexionan sobre la validez de la solución obtenida, detectan errores y los corrigen de manera óptima.
Presentación	La presentación es difícil de entender, carece de explicaciones, presenta errores en el lenguaje matemático.	La presentación es aceptable, aunque requiere de explicaciones que faciliten el entendimiento y un uso más abundante y preciso del lenguaje matemático.	La presentación es correcta, no se necesitan apenas aclaraciones para entender el proceso y se hace un uso correcto del lenguaje matemático.	La presentación es totalmente entendible, refleja de manera apropiada el proceso seguido. El uso del lenguaje matemático carece de errores.
Coordinación y trabajo en equipo	Los alumnos no respetan los roles que les han sido asignados, no siguen un orden de trabajo. El trabajo en equipo es claramente deficiente.	Los alumnos intentan respetar los roles asignados y trabajar de manera ordenada, pero no lo consiguen en la mayor parte de las ocasiones.	Los alumnos, en la mayoría de las ocasiones, respetan los roles asignados y trabajan ordenadamente. El trabajo en equipo es aceptable, pero mejorable.	Los alumnos respetan los roles asignados a cada componente del grupo, trabajan de manera ordenada, cumpliendo plazos y respetando turnos.

Referencias

-  Aparisi, L.A. y Pochulu, M.D. (2013). *Dificultades que enfrentan los profesores en escenarios de modelización*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (ALME), 13, 1387–1397.
-  Borromeo-Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer.
-  Borromeo-Ferri, R., Mena-Lorca, J. y Huincahue, J. (2018). *Math modeling knowledge from reflection in math teachers initial training*. Enseñanza de las ciencias, 36(1), pp. 99–115.
-  Burkhardt, H. (2006). *Modelling in Mathematics Classrooms: reections on past developments and the future*. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(2), pp. 178–195.
-  Cabassut, R., and Ferrando, I. (2017). *Difficulties in teaching modelling: A French-Spanish exploration*. In Mathematical Modelling and Applications (pp. 223-232). Springer, Cham.
-  Ferrando, I., Albarracín, L., Gallart, C., García-Raffi, L. M., Gorgorió, N. (2017). *Análisis de los modelos matemáticos producidos durante la resolución de problemas de Fermi*. Bolema, 31(57), pp. 220–242.
-  Gallart, C. (2016). *La modelización como herramienta de evaluación competencial. Tesis Doctoral*. Universitat Politècnica de València.
-  Gallart, C., Ferrando, I. y García-Raffi, L. M. (2014). *Análisis competencial de una tarea de modelización abierta*. Números, 88, pp. 93–103.
-  Gallart, C., Ferrando, I. y García-Raffi, L. M. (2019). *Modelización matemática en la educación secundaria: manual de uso*. Modelling in Science Education and Learning, 12(1), pp. 71–85.
-  Lesh, R., Doerr, H. M. (2003). *Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem-solving*. En R. Lesh y H.M. Doerr (Eds.), Beyond Constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum and Associates (pp. 3–34).
-  Maaß, K. (2005). *Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study*. Teaching mathematics and its applications, 24(2-3), pp. 61–74.

-  Maaß, K., Gurlitt, J. (2011).
LEMA-Professional development of teachers in relation to mathematical modelling.
En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo y G. Stillman (Eds.), Trends in Teaching
and Learning of Mathematical Modelling. Dordrecht, Heidelberg, London,
New York: Springer. (pp. 629–639).
-  OCDE (2017).
PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic,
Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, PISA, OECD
Publishing, Paris.
<https://doi.org/10.1787/9789264281820-en>
-  Planas, N. (2011).
Buenas prácticas en la enseñanza de las Matemáticas en secundaria y bachillerato.
En J. M. Goñi (Coord.), Matemáticas. Investigación, innovación y
buenas prácticas. (pp. 57–160).
Barcelona: Editorial Graó.
-  Schukajlow, S., Leiss, D., Pekrun, R., Blum, W.,
Müller, M., and Messner, R. (2012).
Teaching methods for modelling problems and students? task-specific enjoyment,
value, interest and self-efficacy expectations.
Educational Studies in Mathematics, 79(2), pp. 215–237.
-  Sol, M. (2009).
Anàlisi de les competències i habilitats en el treball de projectes matemàtics amb alumnes
de 12-16 anys a una aula heterogènia. Tesis Doctoral.
Universitat de Barcelona.
-  Zbiek, R., Conner, A. (2006).
Beyond motivation: exploring mathematical modelling as a context for deepening students’
understandings of curricular mathematics.
Educational Studies in Mathematics, 63, pp. 89–112.

