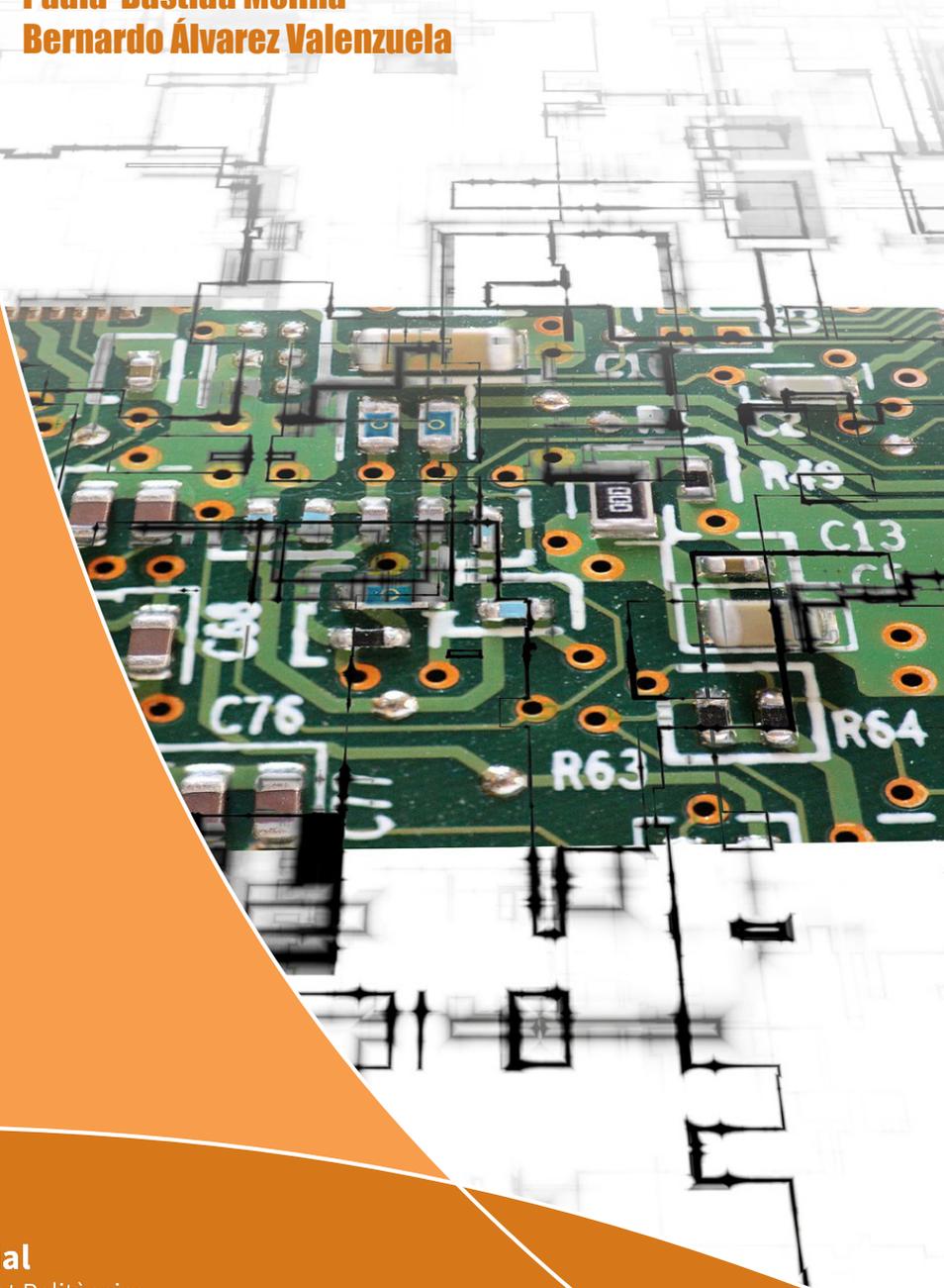




# Circuitos eléctricos

## Problemas resueltos

**M<sup>a</sup> Pilar Molina Palomares**  
**Paula Bastida Molina**  
**Bernardo Álvarez Valenzuela**



**Editorial**  
Universitat Politècnica  
de València

M<sup>a</sup>. Pilar Molina Palomares  
Paula Bastida Molina  
Bernardo Álvarez Valenzuela

# **Circuitos eléctricos**

## **Problemas resueltos**

Colección *Académica*

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita: Molina Palomares, M<sup>a</sup>. P.; Bastida Molina, P.; Álvarez Valenzuela, B. (2020). *Circuitos eléctricos: problemas resueltos*. Valencia: Editorial Universitat Politècnica de València

© M<sup>a</sup>. Pilar Molina Palomares  
Paula Bastida Molina  
Bernardo Álvarez Valenzuela

© 2020, Editorial Universitat Politècnica de València  
Venta: [www.lalibreria.upv.es](http://www.lalibreria.upv.es) / Ref.: 0271\_06\_01\_01

Imprime: Byprint Percom, S. L.

ISBN: 978-84-9048-913-0  
Impreso bajo demanda

Si el lector detecta algún error en el libro o bien quiere contactar con los autores, puede enviar un correo a [edicion@editorial.upv.es](mailto:edicion@editorial.upv.es)

La Editorial UPV autoriza la reproducción, traducción y difusión parcial de la presente publicación con fines científicos, educativos y de investigación que no sean comerciales ni de lucro, siempre que se identifique y se reconozca debidamente a la Editorial UPV, la publicación y los autores. La autorización para reproducir, difundir o traducir el presente estudio, o compilar o crear obras derivadas del mismo en cualquier forma, con fines comerciales/lucrativos o sin ánimo de lucro, deberá solicitarse por escrito al correo [edicion@editorial.upv.es](mailto:edicion@editorial.upv.es)

Impreso en España

# Prólogo

Este libro se ha pensado para el aprendizaje basado en problemas de asignaturas relacionadas con la tecnología eléctrica de distintos grados de ingeniería. Los conceptos abordados parten de los estudiados en electrostática, electrocinética y electromagnetismo, que forman la base de los circuitos eléctricos. Aun así, se ha pretendido que la resolución de los problemas pueda entenderse con las definiciones aportadas y las explicaciones dadas.

La obra se ha organizado en cuatro capítulos, que recogen los principales bloques temáticos de los circuitos eléctricos: elementos de los circuitos eléctricos, corriente alterna senoidal, teoremas y resonancia. La estructura de cada capítulo comienza con una introducción teórica de los elementos, teoremas, señales, aparatos, etc. que aparecen nuevos en cada bloque. Seguidamente, se presentan una serie de problemas vinculados a la temática en cuestión que incluyen el desarrollo completo y ampliamente explicado de la resolución del problema. Todos estos problemas están relacionados entre sí y presentados siguiendo una ordenación gradual: desde los más sencillos hasta aquellos que requieren un amplio conocimiento de la materia.

Es importante destacar la aparición de una gran parte de estos problemas en los ejercicios de evaluación (exámenes) de distintas de las citadas asignaturas de ingeniería. Este libro puede suponer así una ayuda a los estudiantes en el proceso de preparación y estudio de dichas materias, enfocada a mejorar sus resultados en las correspondientes pruebas evaluativas.



# Índice

<b>Prólogo .....</b>	<b>I</b>
<b>Capítulo 1. Elementos de los circuitos eléctricos .....</b>	<b>1</b>
Introducción.....	1
1. Elementos de los circuitos .....	2
2. Asociaciones de elementos .....	3
3. Criterios de sentidos .....	4
4. Leyes de Kirchhoff .....	5
5. Método de “Mallas y Nudos” .....	6
Problemas resueltos .....	6
<b>Capítulo 2. Corriente alterna senoidal .....</b>	<b>29</b>
Introducción.....	29
1. Definición .....	30
2. Trabajo en el dominio del tiempo .....	30
3. Cálculo fasorial.....	32
4. Potencia en CA .....	34
Problemas resueltos .....	38

<b>Capítulo 3. Teoremas .....</b>	<b>71</b>
Introducción .....	71
1. Teorema de Superposición .....	72
2. Teorema de Reciprocidad .....	72
3. Regla de sustitución .....	73
4. Teorema de Compensación .....	74
5. Teorema de Thévenin .....	75
6. Teorema de Norton .....	75
7. Conversión de fuentes reales.....	76
8. Teorema de la máxima transferencia de potencia .....	76
9. Teorema de Rosen.....	77
10. Teorema de Boucherot.....	78
Problemas resueltos .....	79
<b>Capítulo 4. Resonancia .....</b>	<b>123</b>
Introducción .....	123
1. Definiciones .....	123
2. Resonancia serie.....	124
3. Resonancia paralelo ideal .....	125
4. Resonancia paralelo real “tanque” .....	126
Problemas resueltos .....	127
<b>Bibliografía .....</b>	<b>157</b>

# Capítulo 1

## Elementos de los circuitos eléctricos

### INTRODUCCIÓN

En este capítulo se aborda el estudio de los elementos principales de los circuitos eléctricos. Para ello, se considera fundamental conocer una serie de conceptos previos, los cuales se describen a continuación:

**Circuito eléctrico:** asociación de elementos, cada uno de los cuales *modeliza* un fenómeno físico real.

**Intensidad de corriente:** velocidad con que las cargas atraviesan una determinada sección, determinada por la expresión  $I = \frac{dq}{dt}$  y medida en amperios (A).

**Diferencia de potencia:** trabajo que es necesario realizar para mover una carga eléctrica desde el punto A hasta el punto B, determinada por la expresión  $V_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B E \cdot dr$  y medida en voltios (V).

**Excitación de corriente continua constante:** causa de los efectos de tensión e intensidad en los circuitos eléctricos. Si son de corriente continua constante, se mantienen siempre con el mismo valor.

**Potencia eléctrica:** producto de la tensión eléctrica por la intensidad, determinada por la expresión  $p(t) = v(t) \cdot i(t)$  y medida en vatios (W). Es importante considerar el carácter de la tensión e intensidad, de forma que si  $v(t)$  es constante e  $i(t)$  también lo es, la potencia vendrá determinada por la expresión  $P = V \cdot I = cte$ .

**Energía eléctrica:** producto de la potencia eléctrica por el tiempo, determinada por la expresión  $E = \int p(t) \cdot dt$  y medida en watios por segundo (Ws), aunque en la mayoría de las ocasiones se emplea la unidad kilowatios por hora (kWh).

Una vez definidos estos conceptos, se procede a describir los elementos principales que componen los circuitos eléctricos y las metodologías para poder trabajar con ellos.

## 1. Elementos de los circuitos

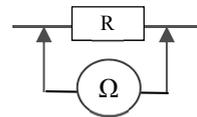
En esta sección se describen las principales características de los elementos que forman los circuitos eléctricos.

### Resistencia. Óhmetro



Elemento que se caracteriza por transformar la energía eléctrica en calor. Es un elemento prácticamente ideal, se mide en ohmios y su ley de Ohm es:  $v(t) = R \cdot i(t)$

Para medir resistencias se utiliza un aparato de medida denominado óhmetro. Se conecta en bornes del elemento o circuito del que se quiere determinar su resistencia. No debe haber ninguna fuente de alimentación conectada. El óhmetro alimenta el elemento o circuito con tensión continua, mide la corriente y obtiene el valor de la resistencia como la relación “V/I”.



### Condensador



Elemento capaz de almacenar energía eléctrica en forma de campo eléctrico. Se considera un elemento prácticamente ideal.

Se mide en faradios y su ley de Ohm es:

$$v(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i(t) \cdot dt \Leftrightarrow i(t) = C \cdot \frac{dv(t)}{dt} ; \text{ Si } v(t) = cte \left\{ \begin{matrix} \text{CORRIENTE} \\ \text{CONTINUA} \end{matrix} \right\} \Rightarrow I = 0$$

En corriente continua el condensador se comporta como un circuito abierto.

### Bobina o autoinducción



Elemento capaz de almacenar energía eléctrica en forma de campo magnético. Se considera un elemento real que presenta siempre resistencia interna y a altas frecuencias capacidad entre espiras.

Se mide en henrios y su ley de Ohm es:

$$v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} ; \text{ Si } i(t) = cte \left\{ \begin{matrix} \text{CORRIENTE} \\ \text{CONTINUA} \end{matrix} \right\} \Rightarrow V = 0$$

En corriente continua la bobina se comporta como un cortocircuito.

### Fuente de excitación independiente

Elemento capaz de producir energía eléctrica a partir de otro tipo de energía. También se denominan generadores.

Las fuentes de excitación que no tienen resistencia interna y por lo tanto no producen pérdidas de potencia, es decir tienen un rendimiento del 100 %, se dice que son *ideales*. Si tienen resistencia interna, se produce pérdidas de potencia cuando se encuentran en carga, se dice que son *reales*.

Se diferencian dos tipos de fuentes de excitación independientes:

#### *Fuente de excitación independiente de tensión*

Tipo de fuente en la que se mantiene constante la tensión entre sus bornes o su ley de variación.

Si es ideal, no tiene pérdidas internas de potencia. Si es real, si las tiene y se modeliza mediante la conexión serie de la fuente ideal con una resistencia.

#### *Fuente de excitación independiente de intensidad*

Tipo de fuente en la que se mantiene constante su corriente o su ley de variación.

Si es ideal, no tiene pérdidas internas de potencia. Si es real, si las tiene y se modeliza mediante la conexión en paralelo de la fuente ideal con una resistencia.

### Receptor activo, motor

Las fuentes de excitación independientes son elementos capaces de producir energía eléctrica a partir de otro tipo de energía. Si consumen energía eléctrica se denominan receptores activos y un caso concreto de receptor activo es el motor.

### Fuente de excitación dependiente

Elemento que no existe como tal en la naturaleza, sino que se utiliza para modelizar elementos más complejos como son los transformadores o los transistores.

Las fuentes de excitación dependientes pueden ser de tensión o de intensidad. Su funcionamiento es análogo al de las fuentes independientes, pero su valor depende en este caso de otro valor del circuito eléctrico.

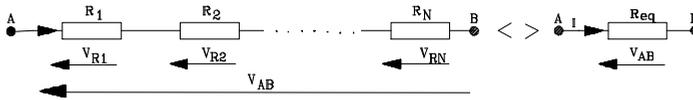
## **2. Asociaciones de elementos**

Los elementos de los circuitos eléctricos pueden conectarse de diversos modos, determinando así la configuración del circuito. Se describen a continuación los tipos de asociaciones, así como las incompatibilidades a tener en cuenta en la asociación de elementos.

Asociación serie

Se dice que dos o más elementos están en serie si están recorridos por la misma corriente. En el caso de las resistencias, se puede obtener una resistencia equivalente de “n” conectadas en serie sumando sus valores:

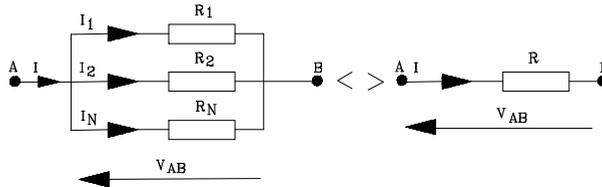
$$R_{EQ} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$



Asociación paralelo

Se dice que dos o más elementos están en paralelo si están sometidos a la misma tensión. En el caso de las resistencias, se puede obtener una resistencia equivalente de “n” conectadas en paralelo mediante la siguiente expresión:

$$\frac{1}{R_{EQ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad \text{Para dos: } R_{EQ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



Incompatibilidades

No se pueden conectar en paralelo dos fuentes ideales de tensión de diferente valor o una fuente ideal de tensión en paralelo con un cortocircuito. En las fuentes reales si se puede.

No se pueden conectar en serie dos fuentes ideales de intensidad de diferente valor o una fuente ideal de intensidad en serie con un circuito abierto. En las fuentes reales si se puede.

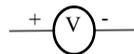
**3. Criterios de sentidos**

Al trabajar con circuitos eléctricos, es imprescindible aplicar correctamente el criterio de sentidos de las magnitudes corriente y diferencia de potencial.

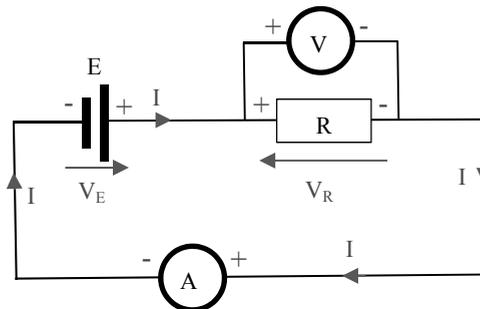


En el caso de la corriente, por convenio se establece que esta siempre circula del punto de mayor potencial al de menor potencial en todo el circuito, menos en el interior de los generadores. Se representa con una flecha sobre un conductor que indica el sentido de la corriente y se mide mediante *amperímetros* que se conectan en serie en la rama que se quiere medir la corriente.

En el caso de la diferencia de potencial, se representa con una flecha apuntando al borne de mayor potencial y se mide mediante *voltímetros* que se conectan en paralelo con los puntos del circuito que se quiere medir la diferencia de potencial.



En la siguiente figura se representa un circuito eléctrico formado por una fuente de tensión ideal  $E$  conectada en serie con un resistencia  $R$ . Se han representado las magnitudes de corriente  $I$  y diferencia de potencial  $V_E$ ,  $V_R$ , en los bornes de los elementos aplicando el criterio de signos establecido. Para medir la intensidad  $I$  se ha conectado un amperímetro en serie con la rama y para medir la diferencia de potencial en bornes de la resistencia  $V_R$  se ha conectado un voltímetro en paralelo con la resistencia.



#### 4. Leyes de Kirchhoff

Las leyes de Kirchhoff son una herramienta utilizada para resolver circuitos eléctricos, las cuales se enuncian:

**-Primera ley de Kirchhoff:** la suma algebraica de corrientes que concurren en un punto es igual a cero.

$$\sum I_i = 0$$

**-Segunda ley de Kirchhoff:** la suma algebraica de tensiones o diferencias de potencial a lo largo de un circuito cerrado es igual a cero.

$$\sum V_i = 0$$

## 5. Método de “Mallas y Nudos”

La aplicación de las leyes de Kirchhoff a los circuitos eléctricos da lugar a unos métodos abreviados de análisis de los mismos. La forma que toman las ecuaciones para su aplicación es:

$$\text{Mallas: } I_{\text{malla}} \cdot \sum R_{\text{malla}} - \sum I_{\text{adyacente}} \cdot R_{\text{entre}} = \sum \pm E_{\text{malla}}$$

“+” si tiene el mismo sentido de rotación que la corriente de la malla estudiada.

$$\text{Nudos: } V_{\text{nudo}} \cdot \sum \frac{1}{R_{\text{nudo}}} - \sum \frac{V_{\text{adyacente}}}{R_{\text{entrenudos}}} = \sum \pm \frac{E_{\text{nudo}}}{R_{\text{serie}}} + \sum \pm I_{\text{nudo}}$$

“+” si tiene el positivo en dirección al nudo estudiado.

## PROBLEMAS RESUELTOS

### PROBLEMA 1

Una fuente de tensión de corriente continua de 12 V alimenta distintas cargas. Determinar su tensión en bornes y su corriente suministrada sí:

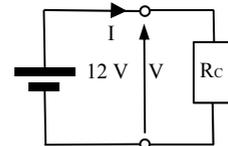
- La fuente es ideal y la carga  $R_C$  es de  $12 \Omega$
- La fuente es ideal y la carga  $R_C$  es de  $6 \Omega$
- La fuente es real de resistencia interna  $R_i$   $1 \Omega$  y la carga  $R_C$  es de  $11 \Omega$
- La fuente es real de resistencia interna  $R_i$   $1 \Omega$  y la carga  $R_C$  es de  $5 \Omega$

### SOLUCIÓN

- La fuente es ideal y la carga  $R_C$  es de  $12 \Omega$

La fuente es ideal y no tiene resistencia interna. El circuito está formado, pues, por solo dos elementos con lo que la tensión de la fuente y la de la carga es la misma y, por tanto:

$$V = 12 \text{ V e } I = V/R = 12/12 = 1 \text{ A}$$

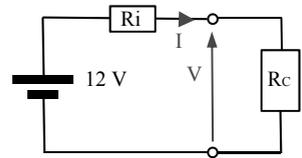


- La fuente es ideal y la carga  $R_C$  es de  $6 \Omega$

La fuente es ideal y no tiene resistencia interna. El circuito está formado, pues, por solo dos elementos con lo que la tensión de la fuente y la de la carga es la misma y, por tanto,  $V = 12 \text{ V e } I = V/R = 12/6 = 2 \text{ A}$

c) La fuente es real de resistencia interna  $R_i$   $1 \Omega$  y la carga  $R_C$  es de  $11 \Omega$

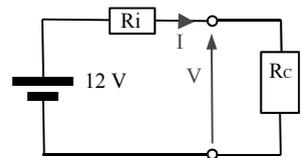
Ahora la fuente es real y tiene resistencia interna de un ohmio que, recordemos, para modelarla se sustituye por la fuente ideal y su resistencia interna conectada en serie.



El circuito está formado, pues, por tres elementos: la fuente ideal, su resistencia interna y la resistencia de la carga. La corriente que circulará será  $I = 12/(11+1) = 1 \text{ A}$ . La tensión de la carga y del generador real será  $V = R_C \cdot I = 11 \cdot 1 = 11 \text{ V}$ . También  $V = E - R_i \cdot I = 12 - 1 \cdot 1 = 11 \text{ V}$ .

d) La fuente es real de resistencia interna  $R_i$   $1 \Omega$  y la carga  $R_C$  es de  $5 \Omega$

Como la fuente es real el circuito está formado, pues, por tres elementos: la fuente ideal, su resistencia interna y la resistencia de la carga. La corriente que circulará será  $I = 12/(5+1) = 2 \text{ A}$ . La tensión de la carga y del generador real será  $V = R_C \cdot I = 5 \cdot 2 = 10 \text{ V}$ .



También  $V = E - R_i \cdot I = 12 - 1 \cdot 2 = 10 \text{ V}$ .

## PROBLEMA 2

Una fuente de intensidad de corriente continua de  $2 \text{ A}$  alimenta distintas cargas. Determinar su tensión en bornes y su corriente suministrada sí:

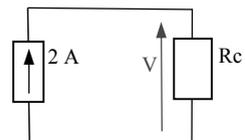
- La fuente es ideal y la carga  $R_C$  es de  $12 \Omega$
- La fuente es ideal y la carga  $R_C$  es de  $6 \Omega$
- La fuente es real de resistencia interna  $R_i = 10 \Omega$  y la carga  $R_C$  es de  $10 \Omega$
- La fuente es real de resistencia interna  $R_i = 10 \Omega$  y la carga  $R_C$  es de  $5 \Omega$

## SOLUCIÓN

a) La fuente es ideal y la carga  $R_C$  es de  $12 \Omega$

Tenemos solo dos elementos y la fuente ideal de intensidad garantiza que la corriente es de  $2 \text{ A}$ , por tanto la tensión en la resistencia de la carga y, también, la de la fuente valen:

$V = R_C \cdot I = 12 \cdot 2 = 24 \text{ V}$ . Como vemos la corriente de la fuente es la que marca y su tensión depende de la carga.



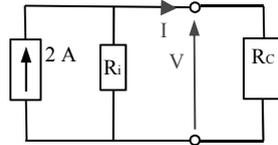
b) La fuente es ideal y la carga  $R_C$  es de  $6 \Omega$

Como en el caso anterior la corriente la marca la fuente y la tensión en ambos elementos es:  $V = R_C \cdot I = 6 \cdot 2 = 12 \text{ V}$

Como vemos la corriente de la fuente es la que marca y su tensión depende de la carga.

c) La fuente es real de resistencia interna  $R_i = 10 \Omega$  y la carga  $R_C$  es de  $10 \Omega$

Ahora la fuente es real y tiene resistencia interna de  $10 \text{ ohmios}$  que, recordemos, para modelizarla se sustituye por la fuente ideal y su resistencia interna conectada en paralelo.



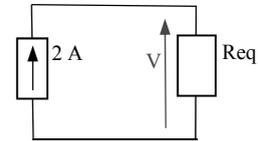
El circuito está formado, pues, por tres elementos: la fuente ideal, su resistencia interna y la resistencia de la carga. La resistencia equivalente de las dos que hay en paralelo es:

$$R_{eq} = (R_C \cdot R_i) / (R_C + R_i) = 10 \cdot 10 / (10 + 10) = 5 \Omega$$

La tensión de los tres elementos puestos en paralelo será:

$$V = R_{eq} \cdot I_f = 5 \cdot 2 = 10 \text{ V}$$

Una vez conocida la tensión, la corriente que circulará por la carga será  $I = V / R_C = 10 / 10 = 1 \text{ A}$ . También podemos obtenerla como la corriente de la fuente menos la que va por la resistencia interna:



$$I = I_f - V / R_i = 2 - 10 / 10 = 1 \text{ A}$$

d) La fuente es real de resistencia interna  $R_i = 10 \Omega$  y la carga  $R_C$  es de  $5 \Omega$

La fuente es real y tiene resistencia interna de  $10 \text{ ohmios}$ . La resistencia equivalente de las dos que hay en paralelo es:

$$R_{eq} = (R_C \cdot R_i) / (R_C + R_i) = 5 \cdot 10 / (5 + 10) = 3,33 \Omega$$

La tensión de los tres elementos puestos en paralelo será:

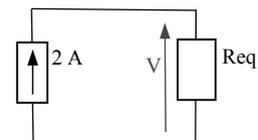
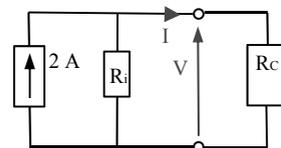
$$V = R_{eq} \cdot I_f = 3,33 \cdot 2 = 6,66 \text{ V}$$

La corriente que circulará por la carga será:

$$I = V / R_C = 6,66 / 5 = 1,33 \text{ A}$$

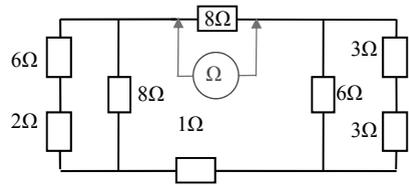
También podemos obtenerla como la corriente de la fuente menos la que va por la resistencia interna

$$I = I_f - V / R_i = 2 - 6,66 / 10 = 1,33 \text{ A}$$



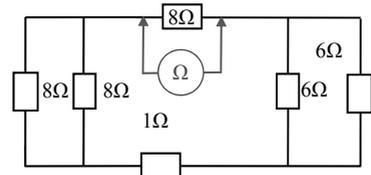
**PROBLEMA 3**

Determinar la medición del óhmetro tal y como está conectado.

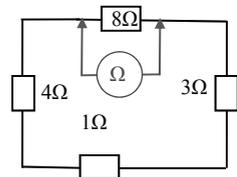


**SOLUCIÓN**

Por la izquierda del óhmetro vemos dos resistencias en serie de 6 y 2 ohmios respectivamente, su equivalente es 8 Ω. Por la derecha vemos dos en serie de 3 ohmios cuya equivalente será 6 Ω.



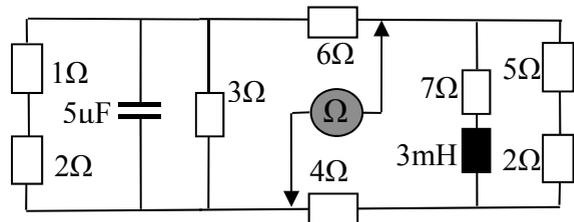
Por la izquierda han quedado en paralelo dos de 8 Ω que equivalen a una de 4 Ω. Por la derecha han quedado en paralelo dos de 6 Ω que equivalen a una de 3 Ω.



Ahora hay 3 resistencias en serie de 4, 1 y 3 ohmios respectivamente cuyo equivalente será 8 Ω. El óhmetro medirá el paralelo de la de arriba de 8 con la equivalente recién obtenida también de 8 Ω, es decir, 4 Ω.

**PROBLEMA 4**

Determinar la medición del óhmetro tal y como está conectado.



**SOLUCIÓN**

El óhmetro funciona inyectando en el circuito c. c. y, por tanto, la bobina es un cortocircuito y el condensador un circuito abierto.

Por la izquierda: 2 Ω en serie con 1 Ω equivalen a 3 Ω; dos resistencias en paralelo de 3 Ω equivalen a una de 1,5 Ω.

Por la derecha: 2 Ω en serie con 5 Ω equivalen a 7 Ω; dos resistencias en paralelo de 7 Ω equivalen a una de 3,5 Ω.

Queda una rama por la izquierda de 1,5 Ω en serie con 6 Ω que equivalen a 7,5 Ω. Por la derecha 3,5 Ω en serie con 4 Ω que equivalen a una de 7,5 Ω.

Quedan 2 resistencias en paralelo de 7,5 Ω que equivalen a 3,75 Ω que es lo que medirá el óhmetro.

**PROBLEMA 5**

Determinar el sentido y el valor de la intensidad en todos los elementos que forman el circuito.

**SOLUCIÓN**

En el circuito de la figura es evidente que la corriente circulará en el sentido de las agujas del reloj y, por tanto, las tensiones en los elementos serán las de la figura: las fuentes de tensión marcan su sentido y en las resistencias el sentido es contrario a la intensidad puesto que esta va de positivo a negativo.

Partiendo de la esquina superior izquierda y sumando algebraicamente las tensiones, positivas en el sentido de las agujas del reloj y negativas en contra, tenemos:

$$-V_2 - V_{10} - V_1 + V_{13} = 0 \rightarrow -2 \cdot I - 10 - 1 \cdot I + 13 = 0 \rightarrow I = (13-10)/(2+1) = 1 \text{ A}$$

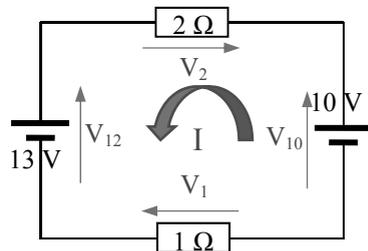
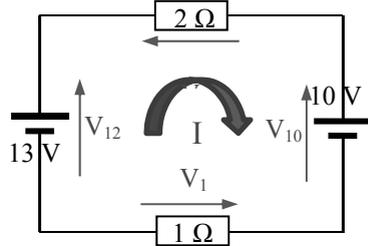
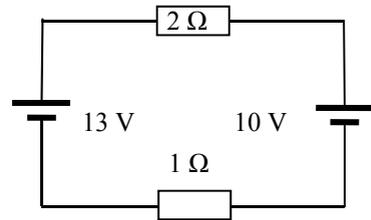
Si hubiéramos tomado como positivas las tensiones que van en contra de las agujas del reloj solo hubiésemos multiplicado la ecuación por (-1) y el resultado no varía:

$$V_2 + V_{10} + V_1 - V_{13} = 0 \rightarrow 2 \cdot I + 10 + 1 \cdot I - 13 = 0 \rightarrow I = (13-10)/(2+1) = 1 \text{ A}$$

Si hubiéramos equivocado el sentido de la intensidad el resultado tampoco varía, eso sí, recordando que el sentido de las tensiones en las resistencias lo marca el sentido de la intensidad. Tomando como positivas las tensiones en el sentido del reloj:

$$2 \cdot I - 10 + 1 \cdot I + 13 = 0 \rightarrow I = (10-13)/(2+1) = -1 \text{ A}$$

Al salir negativa nos indica que el sentido es el contrario.



**Para seguir leyendo, inicie el proceso de compra, click aquí**