

Comportamiento dinámico de puentes de ferrocarril para tráfico de alta velocidad y reacondicionamiento mediante disipadores viscoelásticos pasivos

EMMANUELA MOLINER CABEDO

EDITORIAL
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Departamento de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de
Ingeniería Civil

**Comportamiento dinámico de puentes de
ferrocarril para tráfico de alta velocidad y
recondicionamiento mediante disipadores
viscoelásticos pasivos**

TESIS DOCTORAL

Autor

Emma Moliner Cabedo

Directores:

Pedro Museros Romero

María Dolores Martínez Rodrigo

Valencia, julio de 2012



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Esta editorial es miembro de la UNE, lo que garantiza la difusión y comercialización de sus publicaciones a nivel nacional e internacional.

© Emmanuela Moliner Cabedo

Primera edición, 2012

© de la presente edición:

Editorial Universitat Politècnica de València

www.editorial.upv.es

ISBN: 978-84-8363-961-0 (versión impresa)

Queda prohibida la reproducción, distribución, comercialización, transformación, y en general, cualquier otra forma de explotación, por cualquier procedimiento, de todo o parte de los contenidos de esta obra sin autorización expresa y por escrito de sus autores.

Resumen

En la actualidad, una de las variables de mayor relevancia en el proyecto de puentes de ferrocarril de alta velocidad es la aceleración vertical del tablero, cuyo valor máximo se ve limitado por la normativa vigente y constituye uno de los Estados Límites de Servicio (ELS) ligado a la seguridad del tráfico. En especial, los puentes isostáticos de luces medias-cortas y situados en líneas de ferrocarril convencionales son los más susceptibles de experimentar vibraciones inadmisibles, causadas por la aparición de fenómenos de resonancia ante el progresivo aumento de la velocidad de circulación de los trenes.

El problema de vibraciones excesivas ha llevado a que se tome la decisión de sustituir algunos tableros de puentes antiguos para mejorar su comportamiento dinámico ante los nuevos requerimientos de tráfico. Esta decisión debe tomarse sobre la base de un cálculo riguroso y acorde a la normativa. El modelo numérico a utilizar es, por tanto, un factor clave que queda a elección del calculista del puente. Tradicionalmente se han empleado modelos de viga simplemente apoyada para el cálculo dinámico de los tableros isostáticos, una aproximación ventajosa en términos de costes computacionales aunque podría no ser suficiente para los puentes de vía doble, debido a la contribución de las formas modales tridimensionales. Otra práctica frecuente en la modelización de estos tableros es la de despreciar el efecto de los apoyos elásticos (neoprenos) situados en los estribos, una tendencia que se ha extendido a los modelos de emparrillado y de placa ortótropa. En el marco de esta Tesis Doctoral se analiza la influencia de estas prácticas habituales de modelización en la verificación del ELS de la aceleración vertical, a través del estudio del

comportamiento dinámico de un conjunto de puentes isostáticos de diferentes tipologías y relaciones anchura/luz. Los tableros seleccionados se han modelizado empleando modelos numéricos de elementos finitos espaciales, basados en la aproximación de la placa ortótropa e incluyendo la rigidez vertical de los apoyos elásticos. Con ellos se ha cuantificado la conveniencia de emplear modelos tridimensionales frente a los tradicionales de tipo viga, además de evaluar la influencia de los neoprenos en el cálculo dinámico desde un punto de vista práctico.

Como alternativa a la sustitución o recrecido de los tableros que puedan presentar un comportamiento dinámico inaceptable ante los nuevos requerimientos de tráfico, en este trabajo se estudia la posibilidad de incrementar su nivel de amortiguamiento empleando amortiguadores viscoelásticos. Esta solución de reacondicionamiento propuesta transformaría las oscilaciones verticales del tablero en deformación tangencial del material viscoelástico, logrando una disipación de energía y, en consecuencia, una atenuación del comportamiento resonante de la estructura. Las propiedades mecánicas particulares del material viscoelástico, dependientes de aspectos como la frecuencia de excitación, los ciclos de oscilación experimentados por el dispositivo o la temperatura ambiental, han llevado a emplear dos modelos numéricos diferentes para simular su comportamiento dinámico en el sistema de reacondicionamiento. En una primera instancia, y a través del uso de una ley de comportamiento simplificada del material, se ha propuesto una metodología para el dimensionado del sistema de reacondicionamiento basada en un planteamiento analítico. Por último, empleando una ley de comportamiento más realista del comportamiento viscoelástico (basada en la derivada fraccional), se ha verificado la efectividad del sistema de reacondicionamiento y de la metodología de dimensionado propuesta a través de su aplicación al ejemplo de un tablero con un comportamiento dinámico inadmisibles. En base a los cálculos realizados, la alternativa del reacondicionamiento con amortiguadores viscoelásticos parece prometedora, pudiendo dar lugar a importantes reducciones de la aceleración de los tableros con una intervención mínima en la estructura.

Abstract

Today, one of the most important variables for the design of high-speed railway bridges is the vertical acceleration of the deck, whose maximum value is limited by the Standards and it constitutes one of the Serviceability Limit States (SLE) associated to traffic safety. In particular, simply supported isostatic bridges of short-to-medium span lengths belonging to conventional railway lines are quite critical in this regard, since they may experience unadmissible vertical acceleration levels due to resonance situations.

The problem of excessive vibrations has led to the decision of replacing some old bridge decks to improve their dynamic behavior when subjected to new traffic requirements. This decision must be based on rigorous dynamic calculations and according to the Standards. Traditionally, planar numerical simply supported beam models have been very common in literature, which may be advantageous in terms of computational costs although it may not be accurate enough for double track bridges, due to the contribution of three-dimensional modes. Another common practice of modelling is to neglect the effect of the elastic supports (neoprene) located on the bridge abutments, a trend that has been extended to orthotropic plate models and grillage analysis. In the framework of this Thesis the influence of these practices of modeling in the verification of the SLE of vertical acceleration is evaluated, through the study of the dynamic behavior of a set of isostatic bridges of different types and relations width /span length. The behaviour of the bridges of study has been simulated using spatial finite element models, based on the approximation of the thin orthotropic plate and including the vertical

stiffness of the elastic bearings. The convenience of using three-dimensional models over the traditional beam-type and the influence of the elastic bearings in the prediction of their dynamic behaviour has been quantified with the implemented numerical models.

As an alternative to the classical strengthening or deck replacement process in existing railway bridges that exhibit an unadmissible dynamic behaviour when subjected to higher specifications, in this work the possibility of increasing their level of damping using viscoelastic dampers is studied. The proposed solution transforms the vertical oscillations of the slab into shear deformation of the viscoelastic material, achieving an energy dissipation and therefore, the attenuation of the resonant behavior of the structure. The particular mechanical properties of viscoelastic materials, dependent on aspects such as the excitation frequency, the cycles of oscillation experienced by the damping device or the ambient temperature, have encouraged the use of two different numerical models in a view to simulate their dynamic behavior in the retrofitting system. In a first approach, and through the use of a simplified law of the dynamic behavior of the damping material, a dimensioning procedure of the retrofitting system has been proposed, based on an analytical approach. Finally, using a more realistic law of the viscoelastic behavior (based on the fractional derivatives), the effectiveness of the proposed damping system and also of the dimensioning methodology has been proven, through its application to the example of a bridge with excessive vertical oscillations. Numerical results show that the dynamic response of the structure can be significantly reduced in resonance with the proposed retrofitting system.

Resum

En l'actualitat, una de les variables de major rellevància en el projecte de ponts de ferrocarril d'alta velocitat és l'acceleració vertical del tauler; la normativa vigent limita el seu valor màxim, constituint un dels Estats Límits de Servei (ELS) lligat a la seguretat del trànsit. En especial, els ponts isostàtics de llums mitges-curtes i situats en línies de ferrocarril convencionals són els més susceptibles d'experimentar vibracions inadmissibles, causades per l'aparició de fenòmens de ressonància davant el progressiu augment de la velocitat de circulació dels trens.

El problema de vibracions excessives ha fet que es prengui la decisió de substituir alguns taulers de ponts antics per millorar el seu comportament dinàmic davant els nous requeriments de trànsit. Aquesta decisió s'ha de prendre sobre la base d'un càlcul rigorós i d'acord amb la normativa. El model numèric a utilitzar és, per tant, un factor clau que queda a elecció del calculista del pont. Tradicionalment s'han emprat models de biga simplement recolzada per al càlcul dinàmic dels taulers isostàtics, una aproximació avantatjosa en termes de costos computacionals; encara que podria no ser suficient per als ponts de via doble a causa de la contribució de les formes modals tridimensionals. Una altra pràctica freqüent en la modelització d'aquests taulers és la de menysprear l'efecte dels suports elàstics (neoprens) situats en els estreps, una tendència que s'ha estès als models d'engraellat i de placa ortótropa. En el marc d'aquesta Tesi Doctoral s'analitza la influència d'aquestes pràctiques habituals de modelització en la verificació del ELS de l'acceleració vertical, a través de l'estudi del comportament dinàmic d'un conjunt de ponts isostàtics de diferents tipologies i relacions amplada / llum. Els taulers seleccionats

s'han modelitzat emprant models numèrics d'elements finits espacials, basats en l'aproximació de la placa ortótropa i inclouen la rigidesa vertical dels apojos elàstics. Amb ells s'ha quantificat la conveniència d'emprar models tridimensionals enfront dels tradicionals de tipus biga, a més d'avaluar la influència dels neoprenos en el càlcul dinàmic des d'un punt de vista pràctic.

Com a alternativa a la substitució o recrescut dels taulers que puguin presentar un comportament dinàmic inacceptable davant els nous requeriments de tràfic, en aquest treball s'estudia la possibilitat d'incrementar el seu nivell d'amortiment emprant amortidors viscoelàstics. Aquesta solució de reacondicionament proposada transformaria les oscil·lacions verticals del tauler en deformació tangencial del material viscoelàstic, aconseguint una dissipació d'energia i, en conseqüència, una atenuació del comportament ressonant de l'estructura. Les propietats mecàniques particulars del material viscoelàstic, dependents d'aspectes com la freqüència d'excitació, els cicles d'oscil·lació experimentats pel dispositiu o la temperatura ambiental, han portat a emprar dos models numèrics diferents per simular el seu comportament dinàmic en el sistema de reacondicionament. En una primera instància, i a través de l'ús d'una llei de comportament simplificada del material, s'ha proposat una metodologia per al dimensionament del sistema de reacondicionament basada en un plantejament analític. Finalment, emprant una llei de comportament més realista del comportament viscoelàstic (basada en la derivada fraccional), s'ha verificat l'efectivitat del sistema de reacondicionament i de la metodologia de dimensionat proposada a través de la seva aplicació a l'exemple d'un tauler amb un comportament dinàmic inadmissible. Sobre la base dels càlculs realitzats, l'alternativa del reacondicionament amb amortidors viscoelàstics sembla prometedora, podent donar lloc a importants reduccions de l'acceleració dels taulers amb una intervenció mínima en l'estructura.

Agradecimientos

Una vez concluida la redacción de esta Tesis Doctoral quisiera mostrar mi agradecimiento a todos aquellos que me han acompañado durante esta etapa de mi vida, contribuyendo de diferentes formas a la culminación de este trabajo.

En primer lugar, quisiera agradecer a mi familia su cariño y apoyo incondicional en todo aquello que he emprendido. Mención especial a mis padres, por sus esfuerzos, su comprensión y por haberme dado todo. Sin ellos esto nunca habría sido posible. Esta Tesis se la dedico a ellos.

En segundo lugar, me gustaría agradecer a mis directores, Pedro Museros y Lola Martínez, en primer lugar, la oportunidad que me ofrecieron de seguir aprendiendo, introduciéndome en este intenso mundo que es la investigación. Han sido muchas horas las invertidas tratando de sacar este trabajo adelante, de las que me gustaría destacar su gran implicación en el mismo, la paciencia que han tenido conmigo, sus valiosas palabras de aliento en los momentos de desánimo y el aprecio que me han demostrado todo este tiempo. Todavía me queda mucho por aprender de ellos, espero tener la oportunidad de seguir haciéndolo.

Quisiera expresar también mi agradecimiento a Jorge Nasarre y Pepe Lavado, por esas reuniones del grupo de investigación en Granada en las que siempre aprendía algo nuevo, y que me hacían volver a casa con nuevas ideas para la Tesis y mucha energía positiva. Gracias a su experiencia y conocimientos prácticos he podido disponer de información muy valiosa, que me ha ayudado a salvar algunos obstáculos encontrados durante el desarrollo de este trabajo.

Dinámica de puentes de FFCC de AV y reacondicionamiento con VED

También quiero agradecer a mis compañeros del día a día en la UJI, Alejandro, José Manuel, David, Enrique, Chus y José Vicente, el haber estado siempre apoyando la causa, ofreciendo optimismo, consejo y buen humor en los momentos oportunos. Y aunque los fines de semana laborables hayan sido bastante más llevaderos gracias a la compañía de Dani y Salva, espero a partir de ahora poder convertir algunos de ellos en festivos, para dedicarlos a esas pequeñas cosas que por falta de tiempo no he podido hacer.

Por último, me gustaría dar las gracias a todos los que me habéis dado ánimos durante esta etapa, en especial, a mis amigos fuera de los muros de la universidad y a mis compañeros barranquistas, por las risas, por demostrarme vuestro aprecio día a día y ayudarme tanto siempre. Y a Javi, por hacer la vida tan fácil y por tu buen humor todos los días del año.

Gracias a todos.

Emma Moliner

ÍNDICE

<u>1. INTRODUCCIÓN, OBJETIVOS Y CONTENIDO.....</u>	<u>1</u>
1.1. ANTECEDENTES	1
1.2. OBJETIVOS DE LA TESIS DOCTORAL	10
1.3. CONTENIDO DE LA TESIS DOCTORAL.....	12
<u>2. CÁLCULO DINÁMICO Y REACONDICIONAMIENTO DE PUENTES DE FERROCARRIL DE ALTA VELOCIDAD: ESTADO DEL ARTE</u>	<u>15</u>
2.1. ORÍGENES Y EVOLUCIÓN DEL CÁLCULO DINÁMICO DE LOS PUENTES DE FERROCARRIL.....	15
2.2. MODELOS NUMÉRICOS UTILIZADOS PARA EL ESTUDIO DE LA DINÁMICA PUENTE-VEHÍCULO	18
2.3. REACONDICIONAMIENTO DE PUENTES DE FERROCARRIL CON ELEMENTOS DE DISIPACIÓN PASIVA (EDP)	24
2.4. OTRAS CONTRIBUCIONES CIENTÍFICAS RELACIONADAS CON EL EMPLEO DE VED COMO DISIPADORES PASIVOS	29
2.5. CONCLUSIONES	34
<u>3. FENÓMENOS DE RESONANCIA Y CANCELACIÓN EN PUENTES DE FERROCARRIL ISOSTÁTICOS.....</u>	<u>37</u>

3.1. INTRODUCCIÓN	37
3.2. VIBRACIONES PRODUCIDAS POR UNA CARGA MÓVIL AISLADA CIRCULANDO SOBRE UNA VIGA	40
3.2.1. Viga simplemente apoyada	40
3.2.1.1. Condiciones de máxima vibración libre.....	45
3.2.1.2. Condiciones de cancelación.....	49
3.2.2. Viga elásticamente apoyada.....	53
3.2.2.1. Condiciones de máxima vibración libre.....	61
3.2.2.2. Condiciones de cancelación.....	62
3.2.2.3. Expresión aproximada para la determinación de las velocidades de cancelación del primer modo de vibración	64
3.3. VIBRACIONES PRODUCIDAS POR UN TREN DE CARGAS MÓVILES CIRCULANDO SOBRE UNA VIGA	67
3.3.1. Cancelación de resonancias	69
3.3.1.1. Viga simplemente apoyada	69
3.3.1.2. Viga elásticamente apoyada.....	70
3.3.2. Máxima resonancia.....	71
3.3.3. Influencia de la rigidez de los apoyos elásticos en la amplitud de las resonancias del primer modo de vibración	74
3.4. EJEMPLO NUMÉRICO.....	77
3.5. GENERALIZACIÓN A PLACAS RECTANGULARES ORTÓTROPAS	79
3.6. EFECTO DE LA INTERACCIÓN VÍA-ESTRUCTURA EN LAS VELOCIDADES DE CANCELACIÓN.....	85
3.7. CONCLUSIONES.....	91

4. CÁLCULO DINÁMICO DE PUENTES DE FFCC ISOSTÁTICOS DE LUCES MODERADAS..... 95

4.1. INTRODUCCIÓN	95
4.2. PUENTES ANALIZADOS	98
4.2.1. Tableros característicos de líneas convencionales	102
4.2.1.1. Losas macizas.....	102
4.2.1.2. Puentes de vigas.....	104
4.2.2. Tableros característicos de líneas de ferrocarril de AV de nueva construcción	107
4.2.2.1. Losas aligeradas.....	107

4.3. MODELOS NUMÉRICOS IMPLEMENTADOS PARA EL ESTUDIO DE LOS TABLEROS DIMENSIONADOS.....	109
4.3.1. Introducción al análisis de tableros por el método de la placa ortótropa.....	110
4.3.2. Modelo de placa ortótropa para puentes de vigas y losas macizas	111
4.3.3. Modelo de placa ortótropa para las tipologías aligeradas	113
4.3.4. Resolución de las ecuaciones de movimiento de los modelos numéricos por Superposición Modal	115
4.3.5. Limitaciones de los modelos numéricos implementados	118
4.4. ESTIMACIÓN DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS TABLEROS DE ESTUDIO	119
4.4.1. Cálculo de constantes de ortotropía	119
4.4.1.1. Tablero de losa sobre vigas pretensadas	119
4.4.1.2. Tablero de losa maciza	123
4.4.1.3. Tablero de losa aligerada.....	124
4.4.2. Estimación de la masa y amortiguamiento estructural	126
4.4.3. Estimación de la rigidez vertical de los apoyos elásticos.....	129
4.4.3.1. Apoyos de neopreno zunchado	129
4.4.3.2. Apoyos tipo pot	134
4.4.4. Resumen de las propiedades mecánicas de los tableros	135
4.5. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS	138
4.5.1. Descripción general	138
4.5.2. Nomenclatura adoptada.....	140
4.5.3. Postproceso y presentación de resultados.....	141
4.6. ANÁLISIS DE RESULTADOS	144
4.6.1. Comentarios relativos a las frecuencias de vibración, formas modales y puntos críticos de postproceso en los tableros.....	144
4.6.1.1. Frecuencias propias	144
4.6.1.2. Formas modales	147
4.6.1.3. Puntos críticos de postproceso.....	151
4.6.2. Comportamiento dinámico de los tableros en función de su tipología y luz	153
4.6.2.1. Losas macizas	153
4.6.2.2. Puentes de vigas	155
4.6.2.3. Losas aligeradas	166

4.6.3. Efecto de la contribución de modos superiores al fundamental sobre la respuesta dinámica	168
4.6.3.1. Losas macizas	168
4.6.3.2. Puentes de vigas.....	170
4.6.3.3. Losas aligeradas.....	172
4.6.4. Influencia de la rigidez de los apoyos elásticos en la respuesta dinámica de los tableros.....	174
4.6.4.1. Tipología de losa maciza.....	175
4.6.4.2. Puentes de vigas.....	182
4.7. VALIDACIÓN DE LOS MODELOS NUMÉRICOS DE PLACA ORTÓTropa EMPLEADOS EN EL ESTUDIO.....	193
4.7.1. Validación del modelo numérico de placa ortótropa para el análisis de puentes de vigas	195
4.7.1.1. Modelo de placa isotrópica sobre vigas	195
4.7.1.2. Comprobaciones realizadas.....	197
4.7.1.3. Resultados estáticos	198
4.7.1.4. Resultados dinámicos	202
4.7.1.5. Conclusiones.....	205
4.7.2. Validación del modelo numérico de placa ortótropa para el análisis de losas aligeradas	206
4.7.2.1. Modelo de EF sólidos.....	206
4.7.2.2. Comprobaciones realizadas.....	208
4.7.2.3. Resultados dinámicos	209
4.7.2.4. Conclusiones.....	214
4.8. CONCLUSIONES GENERALES	214
<u>5. REACONDICIONAMIENTO DE PUENTES DE FFCC EXISTENTES MEDIANTE AMORTIGUADORES VISCOELÁSTICOS.....</u>	219
5.1. INTRODUCCIÓN	219
5.2. CARACTERÍSTICAS Y PROPIEDADES DE LOS AMORTIGUADORES VISCOELÁSTICOS	222
5.3. MODELOS NUMÉRICOS PARA AMORTIGUADORES VISCOELÁSTICOS.....	230
5.3.1. Modelos clásicos	230
5.3.2. Modelos basados en la derivada fraccional	234
5.4. SISTEMA DE REACONDICIONAMIENTO PROPUESTO	235

5.5. JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DE VED EN EL SISTEMA DE REACONDICIONAMIENTO.....	236
5.6. MODELO BIDIMENSIONAL PRELIMINAR PARA EL ESTUDIO DEL REACONDICIONAMIENTO.....	237
5.6.1. Descripción general.....	237
5.6.2. Modelo preliminar de VED: modelo de Kelvin.....	240
5.6.3. Formulación de las ecuaciones de movimiento del sistema reacondicionado sometido a un tren de cargas móviles	244
5.6.4. Formulación de las ecuaciones de movimiento del sistema reacondicionado ante excitación senoidal.....	247
5.6.5. Análisis paramétrico de la respuesta de la viga principal reacondicionada.....	253
5.7. MODELO NUMÉRICO BASADO EN LA DERIVADA FRACCIONAL	259
5.7.1. Introducción.....	259
5.7.2. Modelo de VED basado en la derivada fraccional	262
5.7.3. Formulación de las ecuaciones de movimiento del sistema reacondicionado sometido a un tren de cargas móviles	266
5.7.4. Algoritmo para la integración numérica del sistema de ecuaciones del modelo.....	269
5.8. OPTIMIZACIÓN DEL SISTEMA REACONDICIONADO CON VED	273
5.8.1. Determinación de la tasa de amortiguamiento ζ_D óptima.....	274
5.8.2. Estimación de la tasa de amortiguamiento introducida por el sistema de reacondicionamiento en la viga principal	280
5.8.3. Relación entre las NECESIDADES de amortiguamiento del puente y el canto de la viga auxiliar	284
5.9. PROCEDIMIENTO DE DIMENSIONADO DEL SISTEMA DE REACONDICIONAMIENTO.....	286
5.10. EJEMPLO DE APLICACIÓN: REACONDICIONAMIENTO DE UN PUENTE ISOSTÁTICO REAL	288
5.10.1. Cálculo dinámico del tablero sin reacondicionar	289
5.10.2. Estimación de las necesidades de amortiguamiento en el puente y selección del material viscoelástico.....	291
5.10.3. Selección del canto mínimo de la viga auxiliar y del amortiguador óptimo.....	294
5.10.4. Respuesta de la estructura reacondicionada	297
5.11. CONCLUSIONES.....	308

6. CONCLUSIONES Y DESARROLLOS FUTUROS..... 313

6.1. INTRODUCCIÓN 313
6.2. RESUMEN DEL TRABAJO REALIZADO 313
6.3. CONCLUSIONES..... 316
6.4. LINEAS DE INVESTIGACIÓN PROPUESTAS 320

BIBLIOGRAFÍA..... 323

ANEXO I. ESTIMACIÓN DE LA RIGIDEZ VERTICAL DE LOS APOYOS DE NEOPRENO ZUNCHADO..... 335

I.1. INTRODUCCIÓN 335
I.2. CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DEL PUENTE VINIVAL..... 338
I.3. CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DEL PUENTE ARROYO BRACEA 343
I.4. CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DEL PUENTE ARGAMASILLA 347
I.5. CONCLUSIONES..... 352

ANEXO II. INFLUENCIA DEL NÚMERO DE CONTRIBUCIONES MODALES Y DE LA FLEXIBILIDAD DE LOS APOYOS DE NEOPRENO. RESULTADOS 353

II.1. INTRODUCCIÓN..... 353
II.2. LOSAS MACIZAS..... 354
II.3. RESULTADOS PUENTES DE VIGAS..... 372
II.4. RESULTADOS LOSAS ALIGERADAS..... 393

ANEXO III. FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DE LA RIGIDEZ VERTICAL DE LOS APOYOS ELÁSTICOS 399

III.1. INTRODUCCIÓN 399
III.2. APUNTES DE PUENTES DE MANTEROLA [60] 399
III.3. STRUCTURAL ENGINEERING DOCUMENTS (IABSE) [81] 401
III.4. CATÁLOGO COMERCIAL MECANOGUMBA 401

ANEXO IV. TRENES DE CARGA PARA EL CÁLCULO DINÁMICO..403

IV.1. INTRODUCCIÓN	403
IV.2. TREN DINÁMICO UNIVERSAL (HSLM-A)	403
IV.3. TRENES REALES DE ALTA VELOCIDAD	405

1

INTRODUCCIÓN, OBJETIVOS Y CONTENIDO

1.1. ANTECEDENTES

Durante las últimas décadas el estudio del comportamiento dinámico de los puentes de ferrocarril ante la circulación de tráfico a alta velocidad (AV) se ha convertido en una cuestión de gran interés para numerosos científicos e ingenieros. Como causas principales de esta preocupación creciente podría destacarse la ampliación y construcción de nuevos trazados de AV, así como la adaptación de líneas existentes para su uso a mayores velocidades de paso de los convoyes ferroviarios.

En la actualidad existen en nuestro país varias líneas que se han acondicionado total o parcialmente para la AV, tales como la línea de ferrocarril convencional Madrid-Sevilla, que se pretende adaptar para tráfico a 250 km/h; y la Valencia-Barcelona, en la que la velocidad de circulación del tren Euromed está previsto que alcance los 220 km/h. La reciente puesta en servicio de los 391 kilómetros que unen Madrid con Albacete, Cuenca y Valencia ha situado a España como el país que cuenta con la red de AV más extensa de Europa (más de 2200 km en servicio) y la segunda del mundo, sólo superada por China. Según el Plan Estratégico de Infraestructuras y Transporte (PEIT), que culminará en el 2020, nuestro país dispondrá de 10.000 km en líneas de AV, cubriendo toda la Península Ibérica [2]. A ello se añade también que el servicio ferroviario de AV español es el que actualmente circula a la mayor velocidad comercial del mundo, a una media de 221.05 km/h, superando a la de 218.8 km/h registrada en Japón y a la de Francia (216 km/h) [19].



Figura 1.1. Mapa de la alta velocidad en Europa. (fuente: Wikipedia)

El progresivo aumento de la velocidad de circulación de los trenes modernos, por encima de los 200 km/h, ha propiciado la aparición de problemas de vibraciones en puentes situados en líneas convencionales, que se traducen en una amplificación excesiva de la respuesta dinámica de los mismos. Este tipo de problemas suele tener su origen en el denominado efecto de resonancia; un fenómeno que se produce por la combinación de dos factores: en primer lugar, la regularidad de las distancias entre ejes de los coches de pasajeros; en segundo lugar, la velocidad de circulación del tren sobre el puente, que debe ser tal, que el tiempo transcurrido entre el paso de grupos de cargas que se repiten sea igual o múltiplo de alguno de los periodos naturales de vibración de la estructura; una condición que no suele dar lugar a amplificaciones inadmisibles de la respuesta a velocidades inferiores a 200 km/h.

Entre los puentes de ferrocarril existentes en las líneas convencionales, los más susceptibles de sufrir problemas de resonancia ante el aumento de la velocidad de circulación son los compuestos por vanos isostáticos y de luces moderadas (entre 10 y 25 m). Una muestra de ello se tiene en los

ferrocarriles franceses, en cuya primera línea de AV, la París-Lyon, con parte del trazado sobre línea convencional acondicionada, se detectaron problemas de aceleraciones verticales excesivas en varios de sus puentes isostáticos cortos [25]. El fenómeno se manifestó como una prematura degradación y desconsolidación de la capa de balasto, incrementándose así las operaciones de mantenimiento y, por tanto, el coste de explotación de la línea.

Esta mayor sensibilidad de los puentes de luces moderadas a los fenómenos de resonancia viene asociada a las tipologías de tablero empleadas tradicionalmente para salvar estas pequeñas luces, siendo algunas de las más habituales en España las losas hormigonadas in situ sobre vigas pretensadas (*puentes de vigas*), las losas macizas o aligeradas y las pseudolosas. El efecto combinado de una reducida masa del tablero, sumado a una baja rigidez en comparación con las tipologías características de las líneas de AV más recientes (tableros en cajón o vigas artesa), favorece la aparición de elevadas aceleraciones verticales en el tablero ante la circulación de las composiciones ferroviarias a velocidad incrementada.

La aparición de estos problemas ha provocado un gran cambio en la normativa europea y española a lo largo de la última década: la aceleración vertical del tablero, en particular, se ha convertido en una de las variables de mayor relevancia en el proyecto de puentes de ferrocarril de AV, constituyendo uno de los Estados Límites de Servicio ligados a la seguridad del tráfico. Su valor máximo está limitado a $0.35 g^1$ en puentes nuevos de vía sobre balasto para cualquier vibración de frecuencia igual o inferior a 30 Hz, según la *Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril* (IAPF-07) [66]. En el caso de puentes antiguos, que no se proyectaban considerando esta limitación, el problema de vibraciones excesivas se corrige habitualmente reforzando o reemplazando el tablero original por uno nuevo de mayor rigidez, elevando de esta forma sus frecuencias naturales y mejorando así su

¹ Este valor está afectado por un coeficiente de seguridad de 2, según el informe final del ERRI [25]

comportamiento dinámico ante los nuevos requerimientos de tráfico. En la línea convencional Madrid-Sevilla puede encontrarse un ejemplo de este tipo de actuación, en concreto en el puente sobre el río Zancara, construido mediante losas de reparto sobre nervios longitudinales, ambos hormigonados in situ. Se acordó sustituir el tablero de este puente ante la posible aparición de problemas vibratorios con el incremento de la velocidad de circulación.

Como ejemplo ilustrativo de los efectos dinámicos producidos por el fenómeno de la resonancia, se muestran a continuación algunos resultados de aceleraciones correspondientes al cálculo dinámico del puente sobre el río Guadiana, extraídos de la Tesis Doctoral de Martínez [63]. Se trata de un puente de vigas sin esviaje y compuesto por dos vanos isostáticos de 13 m de longitud, que salva el cauce del Río Guadiana en el punto kilométrico 160+000 de la línea de alta velocidad Madrid-Alcázar de San Juan-Jaén. El cálculo dinámico se realizó empleando un modelo de placa ortótropa discretizado mediante elementos finitos, calibrado en base a la información extraída de la prueba de carga del puente. El tablero se sometió al paso de las 10 composiciones del modelo de cargas puntuales HSLM-A² que propone el Eurocódigo 1 (EC1) [22], en un rango de velocidades comprendidas entre 140 y 325 km/h, y los resultados se obtuvieron mediante integración directa en el tiempo de los modos de vibración de frecuencia inferior a 30 Hz, tal y como establece la IAPF-07. En la figura 1.2(a) se muestra la envolvente de aceleraciones máximas en el borde de la banqueta de balasto del puente, destacando un pico de aceleración máximo de 5.31 m/s² a la velocidad de 241.2 km/h. Este valor se corresponde con una tercera resonancia del modo fundamental del puente, producida por la circulación de la composición HSLM-A3. En la figura 1.2(b) se ha incluido el registro temporal de aceleración a la velocidad crítica de paso del mismo tren, donde se pone de manifiesto el crecimiento gradual de la respuesta del puente con el tiempo debido al fenómeno de resonancia.

² High Speed Load Model-A (o Tren dinámico Universal-A según la IAPF [66])

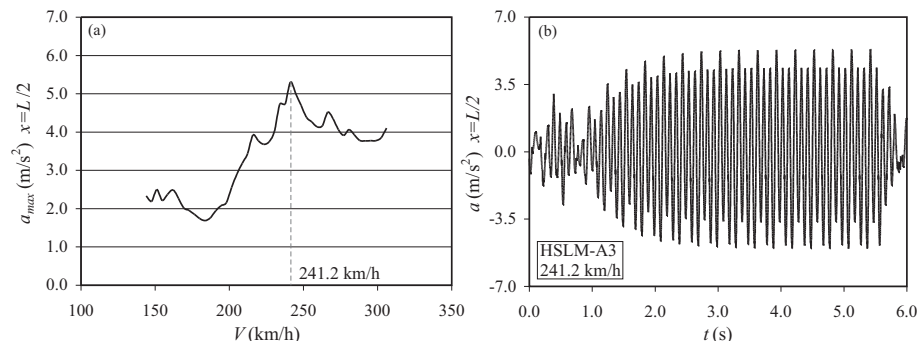


Figura 1.2. Aceleraciones máximas en el puente Guediana. (a) Envolvente de aceleraciones máximas ante el paso de las composiciones HSLM-A. (b) Registro temporal a la velocidad de 241.2 km/h. [63]

En casos como éstos, en los que la aceleración excede el límite de 0.35 g ($3.5m/s^2$) recomendado por la IAPF-07 y se opta por la sustitución del tablero como medida correctiva, a los costes propios de las operaciones de demolición y construcción de los nuevos tableros deben añadirse otros difíciles de cuantificar, como los derivados del cierre temporal de la línea durante las operaciones.

En el marco de la Tesis Doctoral de Martínez [63] se planteó una alternativa a la rigidización o sustitución del tablero, consistente en aumentar externamente el nivel de amortiguamiento de la estructura mediante el uso de elementos de disipación pasiva, en concreto amortiguadores fluido-viscosos (FVD, siguiendo su denominación en inglés, *fluid-viscous dampers*). Dicho sistema de reacondicionamiento podría ser introducido en el puente sin afectar a las circulaciones, lo que supone una clara ventaja desde el punto de vista operativo frente a soluciones convencionales, y su efectividad fue constatada numéricamente analizando el comportamiento dinámico de varios puentes isostáticos reales de la red ferroviaria española. Partiendo de estos resultados prometedores y con la concesión a la Universidad de Granada del Proyecto de Investigación del Ministerio de Fomento, Plan Nacional 2004-2007, denominado “*Elementos de disipación pasiva aplicados al reacondicionamiento y al proyecto de puentes de ferrocarril. Estudio de la viabilidad técnica y económica, y desarrollo de modelos analíticos de cálculo*” (80021/A04), cuyo investigador responsable fue P. Museros, la autora de esta Tesis Doctoral inició el estudio de la posible aplicación de

otro tipo de elementos de disipación pasiva para la atenuación de vibraciones en puentes cortos isostáticos: los denominados amortiguadores viscoelásticos, (VED, *viscoelastic dampers*). Estos dispositivos, que se utilizan ampliamente en obra civil como disipadores de energía ante acciones sísmicas y cargas de viento, parecen una buena alternativa a los FVD debido a su bajo coste, su geometría sencilla, su durabilidad en el tiempo y sus buenas propiedades disipativas. Los resultados del estudio de la aplicabilidad de los VED en la disipación de vibraciones en puentes de ferrocarril se recogen en el Capítulo 5 de esta Tesis Doctoral.

La utilización de materiales viscoelásticos en el control de vibraciones data de los años cincuenta, cuando fueron utilizados por primera vez en aviones como medio de control de la fatiga provocada por las vibraciones en el fuselaje [84]. A partir de entonces su uso se extendió también al ámbito aeroespacial (Morgentaler [72]; Gehling, [32]). Sin embargo, su aplicación en el ámbito de la ingeniería civil comenzó en el año 1969, con la instalación de 10.000 amortiguadores viscoelásticos en cada una de las torres gemelas del World Trade Center de Nueva York, para atenuar las vibraciones provocadas por la acción del viento hasta niveles inferiores a la percepción humana [58].

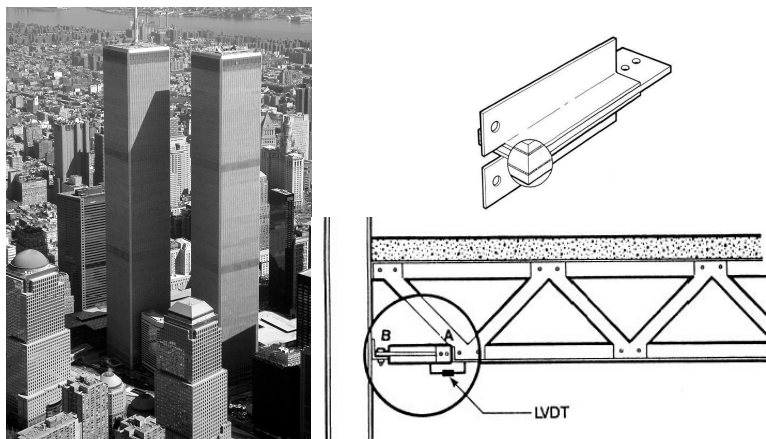


Figura 1.3. Vista general, detalle e instalación de los amortiguadores viscoelásticos en el World Trade Center de Nueva York

Desde su instalación en las Torres Gemelas algunos de estos amortiguadores fueron monitorizados exhibiendo una excelente

resistencia al deterioro debido al paso del tiempo, estimándose para ellos una vida útil de 45 años. Esta aplicación de los viscoelásticos fue seguida de otras similares dentro y fuera de Estados Unidos. Entre ellas, cabe destacar la instalación de 260 VED en el Columbia Seafirst Building en Seattle, en el año 1982 [44], y también en otros edificios de gran altura en Japón, como el Seavans S Tower en Tokio, equipado con amortiguadores viscoelásticos en 1991.

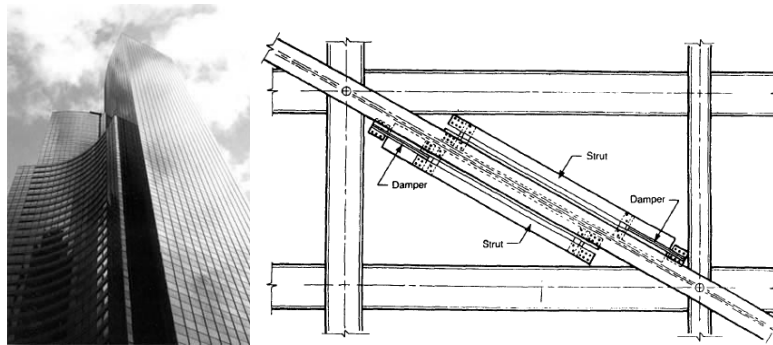


Figura 1.4. Vista general y detalle de los amortiguadores viscoelásticos en el Columbia Seafirst Building en Seattle

Además de las aplicaciones para la protección contra el viento en edificios de gran altura, su uso se ha extendido también a otros tipos de estructuras. Más recientemente, en 1994, se emplearon esta clase de amortiguadores en la cubierta de la estación de ferrocarril de Chien-Tan en Taipei, para garantizar su estabilidad aerodinámica. Y en el año 2002 se instalaron también en la pasarela de Forchheim sobre el río Reignitz, en Bavaria.



Figura 1.5. Estación de Chien-Tan y pasarela de Forchheim

El uso de los VED en otros campos, como el de la atenuación de vibraciones ante acciones sísmicas, tiene un origen más reciente. Amplios estudios tanto analíticos como experimentales en el campo de la sísmica permitieron en 1993 llevar a cabo el primer reacondicionamiento sismorresistente de un edificio ya existente utilizando VED. Es el caso del Santa Clara County Building en San José, California, ubicado en una región de alto riesgo sísmico.

Como puede observarse, existen antecedentes históricos destacados que demuestran la viabilidad técnica de estos dispositivos para el control de vibraciones en estructuras. Sus principales ventajas, como son su bajo coste, durabilidad en el tiempo y simple construcción y mantenimiento, los hacen idóneos para la aplicación que se plantea. Las razones de su elección y sus particularidades y características técnicas se detallan en el Capítulo 5.

Un factor clave a la hora de tomar la decisión de demoler un tablero de puente para reemplazarlo por otro de mayor rigidez, o bien optar por otras soluciones, como la del reacondicionamiento con elementos de disipación pasiva, es el coste de cada una de las alternativas analizadas. Martínez estimó en su Tesis Doctoral la viabilidad económica del reacondicionamiento con FVD frente a la sustitución de tablero de algunos puentes reales de la red ferroviaria de AV española, previendo que esta solución innovadora podría resultar más económica. Otro factor clave es, sin duda, el modelo numérico a utilizar para simular el comportamiento dinámico de los puentes en aquellas líneas que se pretendan adaptar a los nuevos requerimientos de tráfico. En estos casos, la decisión sobre demoler o no el tablero debe tomarse sobre la base de un cálculo dinámico riguroso y acorde con la normativa vigente, la recién aprobada IAPF-07. Por esta razón la utilización de un modelo numérico que sea capaz de reproducir fielmente el comportamiento dinámico del puente objeto de estudio resulta fundamental. Tradicionalmente se han empleado modelos de viga simplemente apoyada para el cálculo dinámico de puentes isostáticos, una aproximación que desprecia la contribución de modos de vibración tridimensionales en la respuesta dinámica del puente, y podría no estar del lado de la seguridad en el caso de tableros esviados o con excentricidad en la vía. Con este tipo de modelos no se tiene en cuenta por lo general la presencia de apoyos elásticos (neoprenos) en los

estribos, una tendencia que se ha extendido también a los modelos de emparrillado y de placa ortótropa. En los puentes isostáticos de luces cortas, la presencia de dichos apoyos da lugar a una reducción de las frecuencias naturales del tablero y, en consecuencia, de las velocidades de resonancia. Adicionalmente la presencia de estos elementos deriva en una modificación de las amplitudes en resonancia del tablero debido a la alteración que sufren los modos de vibración, hechos que han sido demostrados mediante modelos simplificados planos por algunos autores, como Yang y sus colaboradores [105]. En la Tesis doctoral de Martínez se observó la misma tendencia utilizando modelos tridimensionales de placa ortótropa; la figura 1.6 es un ejemplo representativo de los resultados obtenidos en dicho estudio. En ella se ha representado la aceleración máxima en centro de vano de un puente isostático de 15.25 m ante la circulación de las composiciones ferroviarias del modelo HSLM-A del Eurocodigo 1, en un rango de velocidades entre 90 y 420 km/h. La respuesta se ha obtenido aplicando superposición modal, considerando únicamente la contribución del modo fundamental del tablero.

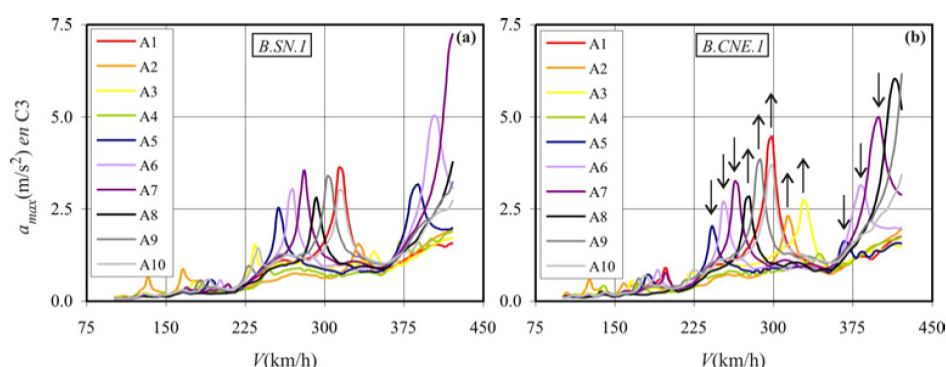


Figura 1.6. Aceleraciones máximas en centro de vano de un puente corto isostático. a) Sin considerar los apoyos de neopreno b) Introduciendo los apoyos de neoprenos en el modelo numérico [63]

Los resultados de la gráfica (a) se han obtenido sin considerar los apoyos de neopreno del puente, mientras que en la gráfica (b) se han incluido los neoprenos en el modelo numérico. Como puede observarse claramente, los máximos de aceleración originados por cada uno de los trenes, asociados a resonancias del modo fundamental, se trasladan hacia velocidades inferiores al incluir los neoprenos. Ello es una consecuencia

directa de la reducción de las frecuencias naturales del tablero, que dan lugar también a la aparición de nuevas situaciones de resonancia en el rango de velocidades considerado, como es el caso de la composición HSLM-A8. Sin embargo, la amplitud de las resonancias se ve afectada de forma menos predecible con la inclusión de los neoprenos. En la figura 1.6(b) se han indicado mediante flechas la variación en amplitud de los picos de resonancia más significativos; como puede observarse, algunos de ellos aumentan y otros disminuyen en amplitud al introducir en el modelo la rigidez vertical de los apoyos elásticos.

En el marco del Proyecto de Investigación del Ministerio de Ciencia e Innovación, de título “*Modelos numéricos avanzados para el análisis de vibraciones detectadas en puentes de ferrocarril pertenecientes a líneas convencionales acondicionadas para alta velocidad*”,(BIA2008-04111), la autora de esta Tesis Doctoral ha analizado el comportamiento dinámico de un conjunto representativo de puentes isostáticos de doble vía y luces moderadas. El estudio ha permitido identificar, en primer lugar, aquellas formas modales que contribuyen de forma más significativa en la respuesta dinámica de los tableros, en función de su tipología y luz; poniéndose de manifiesto si resulta necesario el empleo de modelos numéricos tridimensionales para garantizar una predicción de su comportamiento del lado de la seguridad. También se han extraído conclusiones definitivas sobre la importancia de la introducción de los apoyos elásticos en el modelo numérico de cálculo. Los resultados obtenidos en esta línea de investigación son presentados en el Capítulo 4 de esta Tesis Doctoral.

1.2. OBJETIVOS DE LA TESIS DOCTORAL

Los objetivos de esta Tesis Doctoral se pueden resumir en los dos bloques siguientes:

- 1) Dar respuesta a dos aspectos básicos relacionados con la modelización de puentes de ferrocarril isostáticos de vía doble y luces moderadas para el cálculo dinámico, que son:

- 1.1) La importancia de emplear modelos numéricos tridimensionales frente a los modelos planos tradicionales, en la determinación de la respuesta dinámica máxima de la estructura.
- 1.2) La importancia de incluir los apoyos elásticos de los tableros en los modelos numéricos de cálculo.

Para alcanzar los objetivos propuestos se abordarán las siguientes cuestiones:

- ✓ Estudio del estado del conocimiento en el cálculo dinámico de puentes de ferrocarril, revisando los modelos numéricos más comúnmente empleados y sus limitaciones.
 - ✓ Estudio de la influencia de los modos tridimensionales en la respuesta dinámica de los tableros, en función de su tipología y de la relación luz de cálculo / anchura de tablero.
 - ✓ Estudio de la influencia de los apoyos elásticos en el comportamiento dinámico de los tableros. El estudio se enfocará en primer lugar desde un punto de vista teórico, obteniendo una formulación analítica capaz de predecir la aparición y cancelación de resonancias en vigas elásticamente apoyadas. Posteriormente se cuantificará en qué medida la respuesta de los puentes de luces medias-cortas se ve afectada por los apoyos elásticos y, por tanto, si es necesario incluirlos en los modelos numéricos empleados para su simulación dinámica ante nuevos requerimientos de tráfico.
- 2) Evaluar la viabilidad técnica de un nuevo sistema de disipación pasiva para puentes isostáticos de luces moderadas basado en amortiguadores viscoelásticos. Para la consecución de este objetivo se realizarán las tareas siguientes:
 - ✓ Selección de un modelo de comportamiento adecuado para la simulación dinámica de los VED.
 - ✓ Determinar los parámetros fundamentales de los que depende la amplificación dinámica de la respuesta del puente reacondicionado en resonancia, a través de un estudio paramétrico del mismo.

- ✓ Establecer una metodología para el dimensionado óptimo del sistema de reacondicionamiento propuesto, en función de las propiedades de la estructura original y del nivel de reducción de la respuesta requerido.
- ✓ Comprobar la efectividad del sistema de reacondicionamiento propuesto en un rango amplio de velocidades de paso y condiciones de temperatura ambiente, mediante su aplicación al control de vibraciones de un tablero real con un nivel de aceleraciones inadmisibles.

1.3. CONTENIDO DE LA TESIS DOCTORAL

Esta Tesis Doctoral se ha estructurado en un total de 6 capítulos. En el primero de ellos se ha realizado una breve introducción al comportamiento dinámico de los puentes de ferrocarril, presentando los problemas derivados del progresivo aumento de la velocidad de circulación de los trenes y una posible solución alternativa para el control de las vibraciones inadmisibles que pueden experimentar. Esta propuesta, basada en métodos de control pasivo empleando amortiguadores viscoelásticos (VED), se analiza en profundidad en esta Tesis Doctoral. En este primer capítulo se ha realizado también un breve resumen de los modelos numéricos de cálculo empleados tradicionalmente para el análisis dinámico de los tableros en aplicaciones prácticas, unos modelos en los que habitualmente no se incluyen los apoyos elásticos de los mismos. Las consecuencias derivadas de estas simplificaciones asumidas en la modelización se evaluarán también en este trabajo.

En el Capítulo 2 se presenta un estado del arte del cálculo dinámico y el reacondicionamiento de puentes de ferrocarril. Se han resumido las contribuciones científicas más relevantes encontradas en la literatura, relacionadas con los modelos numéricos empleados en el cálculo dinámico y las alternativas propuestas para el control de vibraciones excesivas en los tableros, basadas en el control pasivo. Adicionalmente, se han recogido algunas contribuciones científicas de interés relacionadas con la disipación pasiva utilizando VED, de las que se ha extraído información relevante relacionada con la modelización de estos elementos y las principales propiedades mecánicas del material viscoelástico.

El Capítulo 3 se ha dedicado a un estudio en profundidad de los dos fenómenos que condicionan de manera más significativa la respuesta dinámica de los tableros: el fenómeno de cancelación y el de resonancia; obteniéndose además expresiones teóricas para la predicción de las velocidades de cancelación, así como de las condiciones que deben cumplirse para que tenga lugar una resonancia de máxima amplitud o una cancelación de resonancia. También se ha propuesto una expresión aproximada para la predicción de las variaciones de amplitud de los picos de resonancia con la flexibilidad del apoyo. Los conocimientos adquiridos tras este estudio se han aplicado en el Capítulo 4 al análisis del comportamiento dinámico de un conjunto de puentes isostáticos de doble vía y luces moderadas, que pretende constituir una muestra amplia y representativa de los tableros que pueden encontrarse en líneas de ferrocarril existentes. Se han analizado aspectos como la influencia de las contribuciones modales en la respuesta dinámica de los mismos, así como el efecto de introducir la rigidez vertical de los apoyos elásticos en el modelo numérico de cálculo. Ello ha permitido extraer conclusiones definitivas sobre (i) la conveniencia de incorporar estos elementos en el cálculo dinámico para garantizar una predicción conservadora de la respuesta dinámica; y (ii) la importancia de emplear modelos numéricos de cálculo tridimensionales frente a los modelos numéricos planos.

En el Capítulo 5 se trata el control de las vibraciones inadmisibles en los puentes de ferrocarril empleando amortiguadores viscoelásticos. En primer lugar se describen las propiedades mecánicas principales de estos dispositivos, y se hace una revisión de los modelos numéricos más habitualmente empleados para la simulación del comportamiento viscoelástico. A continuación, haciendo uso de modelos numéricos planos del puente reacondicionado, se estudia la evolución de la amplitud en resonancia del tablero ante variaciones en las propiedades principales que definen el sistema de reacondicionamiento. Las conclusiones extraídas de este estudio constituyen la base para definir la metodología de dimensionado del sistema de control de vibraciones propuesto. Por último, se evalúa la viabilidad técnica del reacondicionamiento con VED mediante su aplicación al control de vibraciones de un tablero con un nivel de aceleraciones inadmisibles, empleando un modelo numérico de VED que permite reproducir la degradación de sus propiedades ante

factores como la temperatura o los ciclos de oscilación. Los resultados ponen de manifiesto que el sistema de reacondicionamiento propuesto resulta efectivo para el control de vibraciones resonantes producidas por la circulación de trenes a alta velocidad.

Por último, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones principales de esta Tesis Doctoral, proponiéndose también posibles líneas de investigación futuras que completarían el trabajo presentado.

2

CÁLCULO DINÁMICO Y REACONDICIONAMIENTO DE PUENTES DE FERROCARRIL DE ALTA VELOCIDAD: ESTADO DEL ARTE

2.1. ORÍGENES Y EVOLUCIÓN DEL CÁLCULO DINÁMICO DE LOS PUENTES DE FERROCARRIL

En el siglo XVIII los trabajadores de diversas zonas mineras de Europa descubrieron que las vagonetas cargadas se desplazaban con más facilidad si las ruedas giraban guiadas por un carril hecho con planchas de metal, ya que de esa forma se reducía el rozamiento. Este principio mecánico, junto con el uso de la fuerza motriz, fueron combinados por primera vez por el ingeniero de minas inglés Richard Trevithick, quien en 1804 logró adaptar la máquina de vapor para que tirara de una locomotora que hizo circular a una velocidad de 8 km/h, en el sur de Gales.

Con la aparición de las primeras líneas férreas en Inglaterra durante la primera mitad del siglo XIX y la necesidad de construir puentes para salvar los accidentes del terreno, el estudio del comportamiento dinámico de los puentes de ferrocarril comenzó a adquirir un interés creciente. Para dar una explicación al problema del vehículo móvil desplazándose sobre un puente los ingenieros del momento adoptaron posturas enfrentadas. Algunos de ellos creían que el paso del vehículo sobre el puente podría asemejarse a un impacto, mientras que otros consideraban que la estructura no tendría suficiente tiempo para deformarse durante la circulación del convoy [28].

Los estudios teóricos llevados a cabo por Stokes [90] en 1847 demostraron que el efecto de la locomotora moviéndose sobre un puente se encontraba en un estadio intermedio entre las dos posturas defendidas hasta la fecha. Durante el resto del siglo otros autores intentaron profundizar en el problema, no sólo a nivel teórico sino también experimental, como es el caso de R. Willis [101], considerado el precursor de los ensayos en este campo. Sin embargo, la formulación teórica definitiva no se alcanzó hasta principios del siglo XX con los trabajos de Kryloff [49], quien resolvió analíticamente el problema de la viga biapoyada sometida a la circulación de una carga móvil; Inglis [38], que estudió teórica y experimentalmente el efecto de la locomotora de vapor sobre los puentes de ferrocarril; y Timoshenko [91], quien resolvió los dos problemas fundamentales del movimiento de una carga de módulo constante y de una carga armónica a lo largo de una viga. En puentes biapoyados, la solución de Kryloff se convirtió en una de las más populares, adoptándose como base teórica de algunas normativas, tales como el Eurocódigo 1 [22].

A partir de 1955 y hasta finales de la década de los 80 se llevaron a cabo en el seno de la UIC (Union Internationale des Chemins de Fer) numerosos estudios con el objeto de obtener un método de cálculo dinámico simplificado de puentes de ferrocarril, que se adaptara a todos los países europeos. Estos estudios, realizados por la ORE (Office de Recherches et d'Essais), se recogieron en la normativa a través de las llamadas Fichas UIC. La más destacada de ellas, la ficha 776-1R, constituyó la base para el dimensionado de puentes en Europa durante muchos años.

El método de cálculo propuesto en la ficha 776-1R se basa en la mayoración de la respuesta estática del puente sometido a un tren de cargas, el denominado UIC-71¹, mediante un *coeficiente de impacto* Φ . La expresión para el cálculo de Φ , recogida en la citada ficha, tiene su origen en una envolvente de los efectos dinámicos producidos por un conjunto

¹ El tren de cargas UIC-71, definido en la ficha 702-0, constituye una envolvente de la acción estática de un conjunto de 6 trenes representativos de las composiciones ferroviarias habituales.

representativo de trenes, tanto de pasajeros como de mercancías. Su valor es tal que los efectos producidos por el esquema de cargas UIC-71 mayorados por el coeficiente Φ deben ser superiores a la sollicitación producida por la circulación de los trenes reales.

Con la aparición de la alta velocidad la validez de esta formulación quedó en entredicho, al detectarse problemas de desconsolidación de balasto por exceso de aceleraciones en la línea de AV francesa París-Lyon. Posteriormente, en la década de los 90, se midieron en la línea de alta velocidad alemana de Hanover a Wurzburg amplificaciones dinámicas superiores a las contempladas por el coeficiente de impacto. Asimismo en la Tesis Doctoral de Museros [74] se muestra cómo la metodología basada en las fichas UIC que se utilizaba hasta finales de los ochenta puede no dar lugar al proyecto de puentes seguros cuando los fenómenos de resonancia se hacen significativos, debido a la circulación a alta velocidad. Y es que hasta el momento se habían estudiado los efectos dinámicos en términos de esfuerzos y desplazamientos, amplificando la respuesta estática de las cargas y dejando en un segundo plano las aceleraciones verticales, que no se consideraban como un factor que pudiera generar problemas de seguridad y mantenimiento. Evidentemente, la importancia de los fenómenos resonantes estaba siendo subestimada, lo que se iba haciendo patente con la adaptación de líneas a velocidades de explotación superiores en los diferentes países.

A raíz de estos problemas, a principios de los años 90 la UIC encomendó al ERRI (European Rail Research Institute) el estudio de todas las incidencias surgidas en los puentes situados en las líneas de alta velocidad y la forma de prevenirlas desde la fase de proyecto. Para ello se constituyó el comité de expertos D214, formado por miembros de las principales redes ferroviarias europeas, que se encargó de definir los métodos de cálculo a aplicar en puentes de líneas de alta velocidad ($V < 350$ km/h). Fruto de su trabajo fue la redacción de una propuesta de Ficha UIC [25], que supuso un importante avance en el cálculo dinámico y ha influido de forma evidente en el borrador del nuevo Eurocódigo y en la reciente Instrucción de Acciones española, la IAPF-07.

2.2. MODELOS NUMÉRICOS UTILIZADOS PARA EL ESTUDIO DE LA DINÁMICA PUENTE-VEHÍCULO

En el presente apartado se resumen algunas de las contribuciones científicas más relevantes consultadas por la autora de la presente Tesis en el ámbito de la modelización de puentes de ferrocarril y el estudio de los efectos dinámicos provocados por la circulación de las composiciones ferroviarias. La revisión bibliográfica se ha orientado hacia la obtención de una visión general sobre los modelos numéricos más aceptados y comúnmente empleados por los investigadores en este ámbito, así como las limitaciones de los mismos, rangos de validez e hipótesis simplificativas.

Según establece la normativa española IAPF-07, para verificar la seguridad del tráfico se debe incluir en el cálculo del Estado Límite de Servicio (ELS) de aceleración vertical del tablero, la contribución de los modos de vibración con frecuencias inferiores a 30 Hz, o aquellos con frecuencias inferiores al doble de la fundamental de la estructura, tomando el mayor de estos límites. Con ligeras variaciones respecto a estas condiciones, en el Eurocódigo [21] pueden encontrarse también recomendaciones muy similares. Pese a estos criterios establecidos por la normativa y pese a que en los puentes cortos de vía doble, cuya luz es similar a la anchura del tablero, entre las frecuencias de los modos de flexión recta suelen intercalarse las de torsión y flexión transversal, el modelo numérico más habitual para la simulación del comportamiento dinámico de los puentes ferroviarios ha sido el de viga recta Bernoulli-Euler (B-E). Además de la conocida monografía de Frýba [27], y un trabajo más reciente [29] en el que desarrolla expresiones sencillas para predecir las velocidades de resonancia, flecha máxima y aceleración en resonancia de vigas isostáticas B-E, existen numerosos ejemplos de utilización de estos modelos planos para la simulación del comportamiento dinámico de los puentes, como los empleados en la Tesis de Museros [74], donde se estudia la resonancia en puentes de ferrocarril isostáticos empleando modelos planos de viga. La decisión de emplear un modelo plano quedaba perfectamente justificada en este caso, teniendo en cuenta que el estudio se limitaba a puentes de vía única sin esviaje y sin excentricidad de la vía y, por tanto, puede prescindirse de los modos de

deformación transversal del tablero sin que las predicciones numéricas se alejen de la seguridad. Posteriormente, y completando el trabajo de Yang y colaboradores [106], en el que se concluye que en un modelo bidimensional B-E la contribución del modo fundamental es suficiente para obtener un cálculo preciso de la respuesta dinámica del puente, Museros y Alarcón [75] analizaron también la influencia del segundo modo de flexión en la respuesta dinámica del modelo B-E, obteniendo resultados que aunque no contradicen las conclusiones de Yang en términos de desplazamientos, sí muestran que en algunos casos concretos el segundo modo de flexión puede influir significativamente en el cálculo de las aceleraciones máximas experimentadas por el tablero. Basándose en este trabajo, Yau [110] obtiene expresiones analíticas de la aceleración vertical esperable en vigas (B-E) simplemente apoyadas en situación de resonancia, prestando una especial atención a las contribuciones de modos de alta frecuencia y al efecto del amortiguamiento estructural. Concluye que la contribución de modos de frecuencia superior a la fundamental queda atenuada por el amortiguamiento de la estructura y, por tanto, la respuesta dinámica en términos de aceleraciones se debe principalmente a la contribución del modo fundamental.

En todos los trabajos citados anteriormente, que se centran en el estudio de la respuesta dinámica de la estructura, el modelo numérico utilizado para simular el vehículo es el *modelo de Cargas Puntuales o Móviles* (ver figura 2.1.(a)), en el que el tren se representa como una sucesión de cargas concentradas de valor constante que circulan sobre el puente a una determinada velocidad de paso.

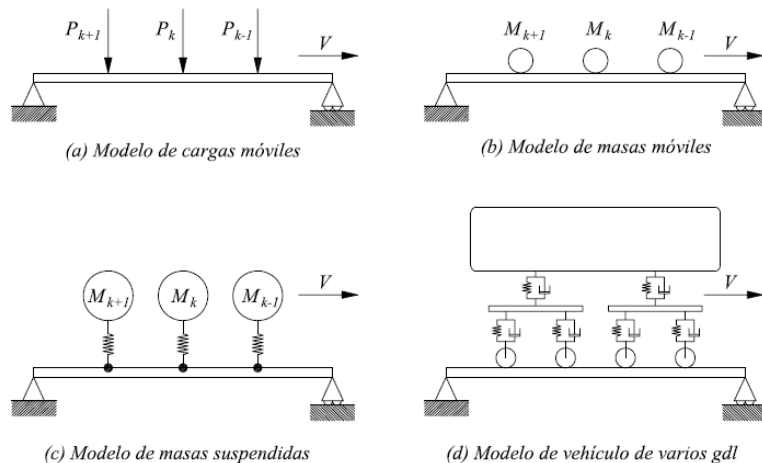


Figura 2.1. Modelos de vehículos para el cálculo dinámico de puentes [63]

El modelo de cargas móviles desprecia la fuerza de inercia experimentada por el vehículo, por tanto no sería válido cuando el interés del estudio se centra en analizar la respuesta dinámica del convoy ferroviario y de los fenómenos de interacción con la estructura portante. El grado de aproximación conseguido con este modelo empeora con el aumento de la velocidad de paso, la flexibilidad de la estructura, la masa del vehículo en relación con la del puente, la rigidez de las suspensiones del vehículo y las irregularidades de la vía. Sin embargo, tanto el Eurocodigo 1 como la IAPF-07 recomiendan la utilización de este modelo para el análisis dinámico de los puentes de líneas de alta velocidad, ya que da lugar a predicciones más conservadores de su comportamiento en resonancia. En la Tesis de Museros [74] se observa el efecto beneficioso que tiene en la respuesta del puente la utilización de modelos de vehículo más completos que permiten considerar dicha interacción. Las diferencias obtenidas en la respuesta de la estructura al considerar diferentes modelos de vehículo se pueden consultar en la monografía de Frýba, donde se presentan soluciones al comportamiento dinámico de vigas isostáticas sometidas al paso de vehículos modelizados como cargas móviles (figura 2.1.(a)), masas móviles (figura 2.1.(b)) y masas suspendidas (figura 2.1.(c)). En esta línea, Klasztorny y Langer [45] presentan una formulación adimensional de las ecuaciones que gobiernan la respuesta de un puente ante el paso del vehículo, modelizado empleando las diferentes aproximaciones

mencionadas. Los autores determinan los parámetros adimensionales de los que depende la respuesta de la estructura, indicando también cómo pueden preverse las velocidades de resonancia del sistema y señalando la influencia positiva de la interacción en resonancia.

La forma más adecuada para simular aspectos como el efecto de rebote u oscilación de la caja del vehículo, las fuerzas de interacción o el fenómeno del contacto rueda-carril, aspectos ligados al confort de los viajeros y a la seguridad del tráfico, es mediante la utilización de modelos de interacción completos similares al de la figura 2.1(d), en los que se dota al vehículo de varios grados de libertad. Sus principales inconvenientes son, en primer lugar, el elevado coste computacional de los cálculos, problema que va solventándose gracias a la continua evolución y mejora de los ordenadores; y en segundo lugar, la falta de datos fiables sobre las propiedades de los vehículos ferroviarios, una información que los fabricantes suelen reservar y que, por tanto, no es fácilmente accesible para el calculista. Algunos ejemplos de estos modelos pueden encontrarse en los trabajos de Yang y colaboradores [107].

Los estudios orientados al análisis del comportamiento dinámico de puentes ferroviarios empleando modelos tridimensionales son menos abundantes en la literatura, pese a que algunos autores recomiendan su uso [74, 107]. Pueden encontrarse algunas contribuciones en las que se simula el comportamiento del puente a través de modelos de elementos finitos de tipo viga tridimensional [50, 59], un modelo numérico que podría no resultar adecuado para simular el comportamiento dinámico de las tipologías analizadas en esta Tesis Doctoral, tales como las losas macizas de luces cortas o los tableros de vigas. Las características geométricas de estos tableros, con una anchura similar a su luz y con propiedades mecánicas de tipo ortótropo en el caso de las losas aligeradas o los puentes de vigas, pueden alejar su comportamiento dinámico del de una viga tridimensional que no considere la deformación transversal.

Algunos investigadores se centran en el estudio de la respuesta dinámica de placas delgadas rectangulares isótropas sometidas a la circulación de cargas móviles; un resumen de algunas de las soluciones analíticas obtenidas se recogen en el libro de Frýba [27]. Otro interesante estudio en esta línea es el realizado por Gbadeyan [31], en el que se obtienen

expresiones aproximadas de la respuesta dinámica de la viga de Rayleigh y de una placa isótropa rectangular, ante la circulación de un grupo de cargas puntuales y una serie de masas móviles, y considerando diferentes condiciones de contorno. Los resultados confirman que el modelo de cargas móviles da lugar a respuestas dinámicas mayores que el modelo de masas móviles en el caso de elementos biapoyados, pero esta premisa no se cumple con otros tipos de condiciones de contorno. Marchesiello *et al.* [61] obtienen una aproximación analítica al problema de interacción vehículo-estructura modelando un puente de varios vanos como una placa isótropa y empleado un modelo de vehículo similar al de la figura 2.1(d). Los autores hacen especial hincapié en la importancia de incluir la contribución de los modos de torsión en la deflexión del puente. Finalmente Zhu [111] amplía el estudio anterior utilizando una placa ortótropa para simular el comportamiento del puente. En la mayoría de estos trabajos mencionados sobre placas no se analiza la aparición de fenómenos de resonancia.

La versatilidad del método de los elementos finitos sumada al avance experimentado por las tecnologías computacionales permite en la actualidad la discretización espacial de cualquier tipología de puente. En esta línea se puede encontrar en el trabajo de Lee [54] la modelización de un puente de tipo cajón mediante elementos finitos tipo viga, en el que se aplica el método del emparrillado. También Xia [102] utiliza un modelo sólido de elementos finitos par estudiar la interacción vehículo-estructura en un puente de viga artesa. Este autor considera además en este trabajo la elasticidad de los apoyos de neopreno, un elemento estructural que no se incluye habitualmente en los modelos numéricos utilizados en el proyecto de puentes, salvo que se trate de calculistas muy especializados. Sin embargo, como ya se mencionó en el Capítulo 1 de este documento, existen indicios de que su influencia en la respuesta dinámica del puente puede resultar significativa [63].

Son muy escasas las publicaciones dedicadas al estudio de la influencia de los apoyos elastoméricos en la respuesta dinámica de los puentes de ferrocarril. Un estudio de tipo teórico puede encontrarse en el artículo de Yang *et al.* [105], en el que se estudia el efecto de los apoyos de neopreno en la respuesta dinámica de los puentes, empleando un modelo plano de viga B-E. Los resultados muestran cómo la presencia de estos elementos

altera la aparición y cancelación de resonancias e influye claramente sobre su amplitud. Algunos años antes, estos autores ya obtuvieron una fórmula envolvente para el cálculo de la flecha máxima en resonancia de una viga B-E con apoyos elásticos, sometida al paso de un tren de cargas móviles [108]. También en [89] Stancioiu *et al.* incluyen los apoyos de neopreno modelizándolos como muelles lineales, aunque el objetivo del estudio en este caso era el de analizar la influencia del despegue de rueda de un vehículo móvil en el comportamiento dinámico del puente.

Martínez estudia en su Tesis Doctoral [63] el comportamiento en resonancia de puentes de vigas de luces medias-cortas ante la circulación de composiciones ferroviarias de alta velocidad. En este trabajo el tablero se modeliza como una placa con una ley de comportamiento ortótropo, discretizada mediante elementos finitos triangulares. La principal ventaja de este modelo tridimensional es la de permitir el análisis de tableros esviados, de vía múltiple o con excentricidad. El modelo considera también la rigidez vertical de los apoyos de neopreno, introducida de manera distribuida a lo largo de ambos estribos, y simula el paso de los vehículos mediante un modelo de cargas puntuales.

El método de la losa ortótropa aproxima el comportamiento de un tablero con diferente geometría en dos secciones ortogonales al de una placa de comportamiento ortótropo, considerando por tanto una distribución continua de las rigideces a flexión y torsión del tablero. Por esta razón, en la bibliografía al respecto [14] se apunta a que este método es más preciso cuanto más se aproxime el tablero real a esta característica. En consecuencia, en el caso de un puente de vigas que cuente con un reducido número de ellas, el modelo de losa ortótropa podría resultar inadecuado.

Como demuestra la literatura técnica el cálculo de la respuesta dinámica de puentes ante la circulación de composiciones ferroviarias suscita un interés considerable entre científicos y técnicos. Se pueden encontrar modelos de diferente grado de complejidad para estudiar el problema, desde los más simples modelos de vigas recorridas por sucesiones de cargas o masas puntuales, hasta modelos muy detallados tridimensionales que consideran la interacción entre los vehículos y la estructura. Cabe remarcar, no obstante, que son pocos los autores que estudian la aparición

de fenómenos de resonancia relacionados con modos distintos a los de flexión recta, y la presencia de los apoyos elastoméricos tiende a ser despreciada.

2.3. REACONDICIONAMIENTO DE PUENTES DE FERROCARRIL CON ELEMENTOS DE DISIPACIÓN PASIVA (EDP)

Cualquier estructura sometida a un estado de vibración disipa energía de manera natural a través de diversos mecanismos, los cuales de acuerdo con Humar [36] se clasifican en dos tipos: fuerzas externas que se oponen al movimiento de la estructura, tales como la resistencia que ejerce el aire a la oscilación; y fuerzas de origen interno, como la resistencia que opone el material constitutivo a su deformación. Ambos tipos de fuerzas dan lugar a pérdidas energéticas en el sistema, en forma de calor o sonido. Cuanto mayor es la capacidad de disipación de la estructura, menores son las amplitudes de vibración.

Diversas campañas de ensayos llevadas a cabo por el Comité D-214 del ERRI sobre puentes de ferrocarril isostáticos mostraron que los niveles de amortiguamiento en estas estructuras podían ser bastante reducidos en algunos casos. Este hecho podría dar lugar a amplitudes de vibración considerables en situaciones de resonancia, ya que este tipo de fenómeno resulta muy condicionado por el nivel de amortiguamiento estructural.

Con el objetivo de incrementar la capacidad de disipación de las estructuras se desarrollaron los EDP, que abarcan un rango de materiales y dispositivos orientados a modificar las características de masa, rigidez o amortiguamiento de la estructura en la que se instalan. Esta capacidad de disipación de los EDP puede alcanzarse mediante la transformación de energía cinética en calor, o bien transfiriendo la energía cinética de los modos de vibración de mayor contribución sobre la respuesta estructural a los EDP. El primer grupo lo constituyen dispositivos cuyos principios de funcionamiento son la fricción, como es el caso de los amortiguadores de fricción o FD (*friction dampers*), la deformación de sólidos viscoelásticos, como en los amortiguadores viscoelásticos (VED, *viscoelastic dampers*), o el paso de un fluido confinado a través de orificios de pequeña sección, principio de funcionamiento de los amortiguadores fluido-viscosos (FVD, *fluid-viscous dampers*), entre otros. El segundo grupo incluye a los

osciladores mecánicos, cuyo ejemplo más representativo es el amortiguador de masa sintonizada (TMD, *tuned mass dampers*).

Aunque en esta Tesis Doctoral se estudia el reacondicionamiento de puentes de luces medias-cortas con amortiguadores viscoelásticos, se presenta en este apartado un resumen de algunas de las contribuciones encontradas en las que se analiza el control de vibraciones en puentes de ferrocarril utilizando EDP de los diferentes tipos mencionados anteriormente. Una visión global de las características, ventajas e inconvenientes de los distintos amortiguadores empleados para la atenuación de vibraciones permitirá justificar con mayor claridad los motivos que han llevado a la selección de los amortiguadores viscoelásticos para esta aplicación.

La utilización de EDP para el control de vibraciones en puentes o vigas sometidos al paso de vehículos móviles tiene un origen reciente. Das [15], Kwon [51] y Wang [99] estudiaron la aplicación de amortiguadores de masa sintonizada con este fin, aunque en el caso de [15] las vibraciones en la estructura son de origen aleatorio. Los TMD absorben vibraciones debido al balanceo de un contrapeso colgante, que se conecta a la estructura principal a través de muelles y también a través de elementos disipativos como amortiguadores viscosos. Para su correcto funcionamiento el TMD debe sintonizarse a la frecuencia de los modos de vibración de la estructura cuya contribución se desea reducir. Si las frecuencias de la estructura principal están muy separadas entre sí, Das propone la sintonización de los TMD a una única frecuencia, aquella cuya contribución tenga mayor influencia en la respuesta. En el caso de que las frecuencias propias de la estructura estén muy próximas, este mismo autor recomienda sintonizar varios TMD a las frecuencias de los modos de mayor participación. En el trabajo de Kwon [51], en el que se estudió el reacondicionamiento de un puente de varios vanos de gran longitud (40 m) ante el paso del TGV², los autores concluyen que el tiempo de paso del vehículo a la velocidad de resonancia no es suficiente para conseguir una

² Train à Grande Vitesse. Composición de alta velocidad desarrollada por ALSTOM y operada por la compañía de ferrocarriles francesa, SNCF. Une París con otras ciudades de Francia y la mayoría de países vecinos.

vibración a régimen del TMD y, por tanto, este disipador no constituye una solución efectiva para el reacondicionamiento. En el trabajo de Wang [99], en el que se estudian puentes de longitudes similares al anterior ante el paso de diferentes composiciones de alta velocidad (TGV, ICE³ y SKS⁴), afirman que la presencia del TMD sólo es eficiente en condiciones de resonancia y señalan que la sintonización de este dispositivo puede desviarse fácilmente de la óptima debido a errores en la estimación de la frecuencia del puente original, así como de la masa, a causa de la interacción vehículo-estructura. Para evitar la desintonización debida a estos errores Yau y Yang [109] proponen la utilización de varios sistemas constituidos por múltiples amortiguadores de masa sintonizada (MTMD), y cada uno de estos grupos cubriendo un determinado ancho de banda, centrado en la frecuencia natural del puente cuya contribución se desea limitar. Los resultados numéricos demuestran una correcta eficacia del sistema MTMD para la atenuación de vibraciones provocadas por trenes circulando a velocidad de resonancia.

Otro tipo de elemento de disipación pasiva que puede encontrarse en la bibliografía para este propósito son los disipadores por fricción. Minsili *et al.* proponen en [67] el uso de estos dispositivos para el control de vibraciones producidas por las acciones sísmicas y ante el paso de vehículos móviles. Utilizando un modelo de elementos finitos bidimensional simulan la respuesta dinámica de un puente celosía en situación de resonancia y fuera de ella, y ante diferentes tipos de excitación: armónica, sísmica y la derivada de la circulación de los vehículos. En los dos primeros casos, el sistema de reacondicionamiento logra reducir considerablemente la respuesta en desplazamientos de la estructura original, pero da lugar a aumentos importantes de la aceleración de la estructura.

Una diferente alternativa al reacondicionamiento es la que proponen Museros y Martínez en [76], donde investigan el uso de amortiguadores

³ Inter City Express. Tren de alta velocidad que opera en Alemania, uniendo sus principales capitales entre sí y con los países vecinos.

⁴ Shinkansen. Tren de alta velocidad japonés, también conocido como tren bala.

fluido-viscosos lineales para la disipación de vibraciones verticales en puentes biapoyados sometidos a la circulación de trenes de alta velocidad. Estos autores proponen el uso de un sistema de amortiguamiento consistente en una viga auxiliar, simplemente apoyada en los estribos del puente, que se sitúa por debajo del tablero sin ningún tipo de contacto con éste. Conectados a esta viga auxiliar y en disposición vertical se colocan una serie de FVD que vinculan el movimiento de ambos sistemas en determinados puntos concretos (figura 2.2). Considerando un comportamiento de viga B-E para el puente y el sistema auxiliar, desarrollan una formulación analítica del problema de viga doble y comprueban su efectividad empleando varios ejemplos numéricos de puentes de luz media-corta. Los resultados demuestran que la respuesta en resonancia del puente puede reducirse drásticamente con el sistema de reacondicionamiento propuesto.

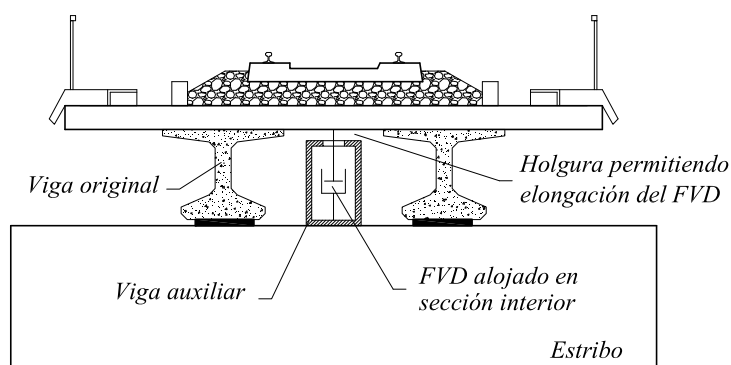


Figura 2.2. Sección transversal de puente de vía única con sistema de reacondicionamiento propuesto por Museros y Martínez [76]

La efectividad de este sistema de disipación pasiva fue demostrada también utilizando modelos más complejos para simular el comportamiento del puente. Para ello Martínez empleó un modelo de placa ortótropa conectado al conjunto de vigas auxiliares a través de los amortiguadores, que permitió estudiar el reacondicionamiento de puentes cuyo comportamiento puede no resultar asimilable al de una viga B-E. Es el caso de los puentes de vía doble o con esviaje, en los que la contribución de los modos de torsión y flexión transversal en la respuesta dinámica puede ser significativa. Los principales resultados de este estudio del reacondicionamiento empleando el modelo tridimensional descrito

anteriormente pueden consultarse en [64, 65], aunque es en su Tesis Doctoral donde se muestra en detalle la completa investigación realizada en este campo, como ya se mencionó en el Capítulo 1.

La configuración propuesta por Martínez se denomina genéricamente *sistema de viga doble*. Este sistema ha sido analizado previamente por investigadores como Aida *et al.* [3], Oniszczyk [78] y Vu [98], los cuales proponen diversas configuraciones para el control de vibraciones en una de las vigas del sistema doble. Aida *et al.* proponen la conexión de una viga auxiliar a otra principal a través de una distribución de muelles y amortiguadores, de modo que el conjunto actúe como un grupo de TMD sintonizados de forma idéntica y unidos entre sí. Oniszczyk y Vu estudian el comportamiento dinámico de dos vigas unidas a través de una capa de material elástico y proponen esta solución como una forma de controlar las vibraciones en una de ellas.

La aplicación de amortiguadores viscoelásticos (VED) al reacondicionamiento de puentes de ferrocarril ha sido muy poco investigada, pese a tratarse de elementos de amplia utilización en obra civil para el control de vibraciones ante acciones sísmicas y aerodinámicas. En la bibliografía puede encontrarse una interesante contribución al respecto, el trabajo de Choo *et al.* [13]. Los autores proponen el reacondicionamiento de puentes de ferrocarril de grandes luces utilizando VED. Defienden el uso de viscoelásticos en lugar de otro tipo de amortiguador debido a su gran capacidad de disipación de energía y simplicidad en el diseño. El puente objeto del estudio es un tablero mixto, caracterizado por una reducida masa y amortiguamiento estructural. Según comentan los autores el bajo coste y simplicidad de ejecución de este tipo de tableros ha propiciado que se esté evaluando la posibilidad de utilizar esta tipología en las nuevas líneas de alta velocidad de Corea, aunque sus características de reducida masa y amortiguamiento hacen prever que experimenten vibraciones excesivas ante el paso de las composiciones ferroviarias de alta velocidad. Con el fin de aumentar su capacidad de disipación energética los autores proponen un sistema de reacondicionamiento que, instalado debajo del tablero, transforma el giro relativo experimentado por dos secciones próximas en deformación tangencial de unos parches de material viscoelástico. Para simular el comportamiento dinámico de estos elementos disipadores utilizan el

modelo constitutivo de material viscoelástico propuesto por Tsai [94], que es también el mismo que se emplea en esta Tesis Doctoral y se describe con detalle en el Capítulo 5. La efectividad de este sistema de reacondicionamiento es verificada por los autores de manera numérica y experimental, llevando a cabo una campaña de ensayos en un modelo a escala del tablero reacondicionado sometido a excitación armónica. Finalmente evalúan de forma numérica el comportamiento dinámico de tres tableros isostáticos de luces entre 40 y 60 m, ante la circulación de trenes de cargas puntuales a velocidades de hasta 350 km/h. Los resultados demuestran cómo el sistema de reacondicionamiento propuesto logra reducir la respuesta en resonancia de los puentes analizados.

2.4. OTRAS CONTRIBUCIONES CIENTÍFICAS RELACIONADAS CON EL EMPLEO DE VED COMO DISIPADORES PASIVOS

En este último apartado del Capítulo 2 se desea incluir un resumen de otras referencias bibliográficas destacadas en las que se aborda la disipación pasiva utilizando VED, aunque en estos casos los amortiguadores se emplean para la protección sísmica de estructuras. Son muy numerosas las contribuciones que analizan esta cuestión, en contraste con la aplicación de VED para el control de vibraciones en puentes de ferrocarril, un campo apenas estudiado hasta el momento. Pese a que, como ya se ha comentado, las contribuciones a las que se hace referencia a continuación están dedicadas al uso de VED en el diseño sismorresistentes de estructuras, han aportado valiosa información sobre el funcionamiento de los VED y su aplicación a la estructura civil, la influencia de la temperatura y de la frecuencia en las propiedades mecánicas del material viscoelástico. Estas referencias han servido también para averiguar qué modelos numéricos son los más empleados para simular el comportamiento viscoelástico, así como su eficacia y limitaciones.

[47] Koh, C. G., Kelly, J. M., *Application of fractional derivatives to seismic analysis of base-isolated models*, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, 229-241, 1990.

Los autores aplican la derivada fraccional para modelizar el comportamiento dinámico de disipadores VED empleados en edificios para el control de las vibraciones provocadas por la excitación sísmica. Para representar la relación tensión-deformación del material viscoelástico emplean como modelo constitutivo del mismo el modelo fraccional derivativo de Kelvin (FKV). Demuestran la efectividad de este modelo frente a otros presentando un ejemplo de ajuste de las curvas de las propiedades mecánicas del material en función de la frecuencia, y comparándolas con el ajuste obtenido empleando otros modelos constitutivos de viscoelástico. Se observa claramente cómo el modelo FKV es el que exhibe una mejor correlación con los datos experimentales.

A continuación presentan la versión fraccional de la ecuación de movimiento de un oscilador mecánico de un grado de libertad, que incluye un VED. Los autores resuelven la ecuación de movimiento en el dominio del tiempo, utilizando las diferencias finitas como método de integración y obteniendo la respuesta del sistema ante diferentes tipos de excitación: impulso unitario, excitación seno y excitación sísmica.

Para verificar experimentalmente los resultados obtenidos con el modelo FKV, utilizan un modelo a escala de un tablero de puente sometido a excitación sísmica, montado sobre disipadores viscoelásticos. Debido a que en el rango de frecuencias considerado la respuesta se debe casi en su totalidad a la contribución del modo fundamental, el comportamiento dinámico del tablero se corresponde con el de un sistema de un grado de libertad (1gdl) como el analizado por los autores previamente. Al comparar los resultados experimentales con los obtenidos con sistema de 1gdl de ecuación fraccional se verifica el buen grado de ajuste obtenido mediante este tipo de modelo.

El inconveniente que a priori se puede señalar del método de integración por diferencias finitas que proponen estos autores, es que puede hacerse inestable al resolver por integración directa las ecuaciones de movimiento (sin aplicar superposición modal). Para evitarlo, es necesario utilizar un

paso de tiempo suficientemente pequeño para integrar las frecuencias de interés más elevadas, lo que puede ralentizar excesivamente los cálculos.

[94] Tsai, C.S., Lee, H. H., *Applications of viscoelastic dampers to High-Rise buildings*, *Journal of Structural Engineering*, 119 (4), 1993.

En este trabajo los autores investigan la capacidad de los amortiguadores viscoelásticos para absorber energía en edificios altos sometidos a excitación sísmica. Para analizar el comportamiento de una estructura con este tipo de amortiguadores, desarrollan un modelo analítico de VED y su correspondiente formulación en elementos finitos, basándose en el modelo *de derivada fraccional*. Una de las ventajas principales de este modelo frente a otros encontrados en la bibliografía es que permite considerar la variación de las propiedades del material con la temperatura, frecuencia y porcentaje de deformación, y puede utilizarse para cualquier tipo de excitación. La adecuación del modelo numérico es verificada por los autores comparándolo con resultados experimentales obtenidos a diferentes temperaturas, frecuencias y amplitudes de deformación del VED, observándose una correspondencia satisfactoria.

Para concluir calculan la respuesta dinámica de un edificio de 10 plantas equipado con VED ante acciones sísmicas, observándose que tanto los desplazamientos como los esfuerzos en la estructura se reducen considerablemente con la instalación de estos disipadores.

La adaptabilidad de este modelo de VED a otros tipos de excitación queda de manifiesto en el trabajo de Choo y colaboradores [13], donde como ya se mencionó en el apartado 2.3, los autores lo utilizan para simular el comportamiento dinámico de un puente de ferrocarril equipado con VED ante el paso de composiciones ferroviarias de alta velocidad. También la autora de esta Tesis Doctoral lo ha utilizado para el estudio del reacondicionamiento y se presenta en detalle en el Capítulo 5.

[87] Shen, K.L., Soong, T.T., *Modeling of viscoelastic dampers for structural applications*. Journal of Engineering Mechanics, 121(6), 1995.

En este artículo los autores proponen unas expresiones analíticas que permiten obtener los valores del *módulo de almacenamiento* y del *módulo de pérdidas*, que son dos de las propiedades mecánicas básicas que definen el comportamiento de un material viscoelástico, a diferentes frecuencias y temperaturas. Dichas expresiones dependen de parámetros que son propios de cada material y poseen un significado físico; por tanto, pueden determinarse experimentalmente a partir de ensayos en el dominio del tiempo y la frecuencia. Las expresiones propuestas para la obtención de las propiedades del material ante diferentes condiciones son comprobadas experimentalmente por los autores, concluyendo que permiten reproducir de forma ajustada el comportamiento mecánico de los amortiguadores viscoelásticos ante diferentes condiciones de carga.

[104] Xu, Z-D., Zhao, H-T., Li, A-Q., *Optimal analysis and experimental study on structures with viscoelastic dampers*. Journal of Sound and Vibration 273, 607-618, 2004.

En el presente artículo los autores muestran una aplicación práctica de amortiguadores viscoelásticos para atenuar la respuesta sísmica de un edificio de diez plantas. El trabajo está orientado al estudio de un método de optimización para definir una distribución eficiente de los amortiguadores en la estructura. Los autores verifican la efectividad de este método realizando simulaciones numéricas y a través de ensayos sobre un modelo a escala del edificio. No se detalla la metodología de cálculo empleada para obtener los resultados numéricos, pero los autores sí que especifican el modelo empleado para simular el comportamiento del amortiguador viscoelástico. En su caso utilizan el denominado elemento *Kelvin*, constituido por un muelle conectado en paralelo con un elemento viscoso puro. Las particularidades de este modelo se detallan en el Capítulo 5.

Las propiedades mecánicas de los materiales viscoelásticos varían con la frecuencia de excitación, la temperatura y el porcentaje de deformación a que son sometidos. Sin embargo, para obtener las constantes de rigidez y amortiguamiento del modelo numérico de Kelvin, los autores emplean

como aproximación las propiedades mecánicas del VED a la frecuencia propia de la estructura, temperatura ambiente y considerando un porcentaje de deformación concreto. Con este cálculo aproximado de los parámetros que definen el modelo de VED, los autores obtienen numéricamente la posición y área óptima de amortiguadores necesaria para mitigar los efectos sísmicos sobre el edificio objeto de estudio, y validan experimentalmente el resultado obtenido, comprobándose la importancia de una correcta ubicación de los VED en la reducción de desplazamientos y aceleraciones causados por las acciones sísmicas.

Aunque el modelo de viscoelástico utilizado es bastante simplificado y puede no reproducir fielmente el comportamiento real del material al no considerar los efectos de la temperatura, frecuencia y porcentaje de deformación, sirvió de base a la autora de esta Tesis para realizar un cálculo preliminar de la aplicabilidad de VED al reacondicionamiento de puentes.

[103] Xu, Zhao-Dong., *Earthquake mitigation study on viscoelastic dampers for reinforced concrete structures*. *Journal of Vibration and Control*, 13 (1), 29-43, 2007.

El autor realiza un estudio numérico y experimental sobre la capacidad de los VED para disipar energía en aplicaciones estructurales ante acciones sísmicas. Con este propósito desarrolla un modelo matemático para simular el comportamiento del VED basado en una combinación de muelles y elementos viscosos puros, que considera el efecto de la frecuencia y la temperatura en las propiedades del material viscoelástico. La efectividad del modelo numérico desarrollado y de los amortiguadores para el control de vibraciones es verificada realizando ensayos sobre modelos a escala de edificios de varias plantas, y comparando estos resultados con los obtenidos numéricamente.

Como demuestran los resultados obtenidos experimentalmente, la incorporación de VED a una estructura da lugar a un incremento de su rigidez y, por tanto, de la frecuencia propia de la estructura, así como de su amortiguamiento. Aunque se detectan diferencias entre los resultados experimentales y la predicción numérica, el autor considera que el modelo numérico utilizado es adecuado, y achaca los errores en la

predicción a las siguientes causas: i) la masa y rigidez calculada para la estructura difiere de la real, ii) la rigidez considerada en los VED no se corresponde con la de los amortiguadores reales, y iii) el amortiguamiento inicial de la estructura que se ha considerado no se corresponde con el real.

A pesar de las discrepancias entre resultados numéricos y experimentales los resultados demuestran que los VED son eficaces para el control de la respuesta dinámica de la estructura ante acciones sísmicas. Se observa cómo los desplazamientos se reducen hasta un 55% con la incorporación de los VED, y en las aceleraciones se alcanzan reducciones de hasta un 40%.

2.5. CONCLUSIONES

De este resumen presentado sobre la evolución del cálculo dinámico de puentes ferroviarios, elementos de disipación pasiva y de las contribuciones científicas más relevantes en estas materias, pueden extraerse las siguientes conclusiones:

- ✓ El estudio del comportamiento dinámico de los puentes de ferrocarril ha generado desde sus orígenes un interés creciente entre científicos y técnicos, impulsado en la actualidad por la adaptación de líneas ferroviarias existentes para su uso a mayores velocidades de paso y la ampliación y construcción de nuevos trazados de AV.
- ✓ En la literatura pueden encontrarse numerosas publicaciones que tratan esta materia empleando modelos numéricos de diferente grado de complejidad, que van desde los sencillos modelos de vigas recorridos por sucesiones de cargas o masas puntuales, hasta los modelos más sofisticados que incluyen el comportamiento tridimensional del tablero, o el movimiento de las cajas de los vehículos a través de masas interconectadas mediante muelles, amortiguadores, dispositivos de fricción, etc. La rápida evolución de los medios de cálculo y los avances en las tecnologías computacionales sumada a la versatilidad del método de los elementos finitos, han favorecido el desarrollo de estos modelos

más complejos, que permiten el estudio de fenómenos como el contacto rueda-carril o la interacción vehículo estructura.

- ✓ Con la aparición de los primeros problemas de desconsolidación de balasto en las líneas de AV francesas, el fenómeno de resonancia en puentes se convirtió en un problema de máxima prioridad, del que han derivado numerosas investigaciones orientadas a una mejor comprensión del fenómeno para lograr su prevención desde la fase de proyecto del puente. En esta línea se han estudiado aspectos relacionados con las condiciones de resonancia de los puentes, el efecto de la interacción-vehículo estructura en la amplificación dinámica de la respuesta en resonancia y otros factores. Se han analizado también las condiciones de cancelación y la influencia de los apoyos de neopreno en el comportamiento dinámico. Es habitual encontrar estudios relacionados con la aparición de resonancias en modos de flexión recta, utilizando por tanto modelos simplificados de vigas para simular el comportamiento de la estructura.
- ✓ Son poco frecuentes las contribuciones que estudian la aparición de fenómenos de resonancia asociados a modos diferentes a los de flexión recta, que podrían alcanzar una influencia considerable en la respuesta dinámica en el caso de puentes de vía doble, de luces moderadas o con esviaje. Las tipologías de tablero características de estas luces, que en nuestro país suelen ser los puentes de vigas o las losas macizas y aligeradas, hacen propicia la utilización de modelos de placa ortótropa para estudiar su comportamiento dinámico. Si embargo, el modelo de losa ortótropa podría no ser adecuado en algunos casos, tales como puentes de vigas con un número reducido de ellas.
- ✓ Existen indicios de que la presencia de los apoyos elastoméricos en los tableros pueda modificar significativamente la aparición o cancelación de las resonancias, además de su amplitud. Sin embargo, estos elementos no se incluyen habitualmente en los modelos numéricos utilizados en el proyecto de puentes.
- ✓ Como alternativa a la sustitución o recrecido del tablero del puente en el caso de detectarse un nivel vibratorio excesivo

incumpliendo el Estado Límite de Servicio para la seguridad del tráfico, se ha analizado el estado del arte en materia de reacondicionamiento de tableros empleando EDP. Los trabajos encontrados son muy escasos, y en su mayoría tratan el control de vibraciones mediante amortiguadores de masa sintonizada, analizando además estructuras de luces superiores a 30 m y con elevada masa lineal.

- ✓ Los amortiguadores viscoelásticos se utilizan con éxito en obra civil para el control de las vibraciones debidas a las acciones sísmicas o viento, y son numerosas las publicaciones y estudios que avalan su efectividad en este campo. Sin embargo, su aplicación al reacondicionamiento de vigas o puentes sometidos a cargas móviles apenas ha sido estudiada. Debido a que las propiedades mecánicas de los materiales viscoelásticos son dependientes de la frecuencia de excitación, la temperatura y el porcentaje de deformación al que son sometidos, pueden encontrarse numerosas contribuciones orientadas al desarrollo de modelos numéricos que permitan simular su comportamiento dinámico con precisión, siendo algunos de los modelos más aceptados el modelo clásico de Kelvin, constituido por combinaciones de muelles y amortiguadores discretos, y el modelo de la derivada fraccional.

3

FENÓMENOS DE RESONANCIA Y CANCELACIÓN EN PUENTES DE FERROCARRIL ISOSTÁTICOS

3.1. INTRODUCCIÓN

Tal y como se apuntaba en el Capítulo 1, el comportamiento dinámico de los puentes de ferrocarril puede verse afectado de forma notable por el fenómeno de resonancia, cuyo estudio ha suscitado un gran interés entre científicos e ingenieros tras la aparición de problemas de aceleraciones excesivas en diferentes líneas de alta velocidad.

La explicación al fenómeno de resonancia en puentes de ferrocarril puede encontrarse en el estudio de las vibraciones libres generadas por cada una de las cargas verticales móviles de los ejes de las composiciones ferroviarias. En los coches de pasajeros estas cargas se encuentran espaciadas regularmente, induciendo en la estructura una excitación periódica cuando la velocidad de circulación es constante. Si esta velocidad es tal que el tiempo transcurrido entre el paso de grupos de cargas que se repiten es igual o múltiplo de alguno de los períodos naturales de la estructura, las oscilaciones libres generadas por cada uno de éstos se van acumulando a medida que abandonan el puente, produciéndose un aumento progresivo de la respuesta dinámica. De ello se deduce que, cuanto mayor sea la amplitud de las oscilaciones libres generadas por cada uno de los grupos de cargas que se repiten, el puente experimentará una resonancia de mayor magnitud.

Otro fenómeno relacionado con las vibraciones libres, aunque menos conocido, es el de cancelación. Es posible encontrar, al menos

teóricamente, determinadas velocidades de circulación de una carga móvil aislada sobre una viga o placa simplemente apoyada para las que las oscilaciones libres asociadas con cada uno de los modos de vibración se anulan en ausencia de amortiguamiento estructural y, en consecuencia, una vez la carga abandona la estructura, ésta podría permanecer en una situación de cuasi reposo. Adicionalmente, si las velocidades de cancelación coinciden con alguna de las velocidades de resonancia, la amplitud de la respuesta se reduciría drásticamente.

En la literatura técnica los fenómenos de resonancia y cancelación han sido estudiados por diferentes autores. Entre ellos cabe citar el trabajo de Yang *et al.* [106], en el que se derivan las condiciones de resonancia de una viga biapoyada ante la circulación de un tren compuesto por una serie de grupos de cargas equidistantes. Asimismo se obtiene una expresión para la determinación de las velocidades de cancelación teóricas, un fenómeno que los autores de dicho trabajo asocian a la supresión de la suma de las vibraciones libres generadas por grupos de cargas equidistantes. Como se verifica en este capítulo, y ya fue señalado previamente por autores como Pesterev *et al.* [79] y Savin [86], esta explicación del fenómeno no es exacta, ya que la cancelación es independiente del número de cargas que circulen sobre la viga o de la separación entre ellas, y puede tener lugar ante la circulación de una única carga móvil. Más recientemente, Yau *et al.* [108] retoman el estudio de la resonancia y cancelación con un planteamiento análogo al de Yang, para una viga con apoyos elásticos. Los autores derivan las expresiones teóricas para la determinación de las velocidades a las que tienen lugar los fenómenos mencionados; aunque en el caso de la cancelación el estudio se limita al primer modo de vibración. Pesterev *et al.* [79] y Savin [86] analizan las vibraciones libres de una viga biapoyada debidas a la circulación de una carga móvil a velocidad constante, y considerando únicamente el primer modo de vibración de la misma. Ambos autores identifican las velocidades a las que tienen lugar las cancelaciones, así como aquéllas que maximizan la amplitud de las oscilaciones libres de la viga, aunque no proporcionan ninguna expresión que permita predecir estos máximos de forma analítica. Por último, cabe también destacar un artículo más reciente de Yang *et al.* [105] en el que se analizan nuevamente estos dos fenómenos en una viga sobre apoyos elásticos,

estudiando la influencia de la rigidez vertical de los mismos en la amplitud de las resonancias. Los autores concluyen que los apoyos elásticos dan lugar a una mayor respuesta en resonancia de la estructura, comparada con la obtenida en la viga simplemente apoyada.

Del conjunto de contribuciones científicas mencionadas pueden destacarse los siguientes aspectos: (i) limitan el estudio de las cancelaciones al primer modo de vibración de la viga; (ii) resulta imprecisa la interpretación del fenómeno de la cancelación dada por algunos autores; (iii) no se proporcionan expresiones para la predicción de las velocidades que maximizan la amplitud de las oscilaciones libres, las cuales pueden dar lugar a una resonancia de máxima amplitud (un aspecto que se trata en este capítulo).

Además de la importancia de predecir una situación de resonancia en una estructura, el conocimiento a priori de las velocidades teóricas de cancelación o de aquéllas que producen máximos en la amplitud de las oscilaciones libres puede tener un claro interés práctico para las campañas de ensayos dinámicos sobre los puentes, especialmente en lo que respecta a la determinación experimental de magnitudes dependientes de la amplitud, tales como el amortiguamiento estructural. Este valor se obtiene en las campañas de medida haciendo circular un vehículo sobre la estructura a diferentes velocidades, registrando la amplitud de las oscilaciones libres generadas tras su paso. Si esta velocidad coincidiera o fuera próxima a la de cancelación, la amplitud de estas oscilaciones sería muy reducida y poco representativa del comportamiento en servicio de la estructura, pudiendo dar lugar a errores en la estimación de su amortiguamiento. En estos casos interesa maximizar las vibraciones libres, para así lograr registros de señal de amplitud elevada en las medidas experimentales.

Dada la importancia de los fenómenos de resonancia y cancelación en las estructuras reales, y tras la detección de algunos aspectos importantes no tratados en la literatura científica, el siguiente capítulo se ha dedicado al análisis en profundidad de las vibraciones libres producidas por las cargas móviles al circular sobre vigas, simplemente y elásticamente apoyadas. Los objetivos del análisis que se presenta a continuación son los siguientes:

- ✓ Clarificar los fenómenos de resonancia y cancelación en puentes de ferrocarril a partir del estudio de las oscilaciones libres producidas por las cargas móviles. La interpretación física de estas dos situaciones desde la base de las vibraciones libres permite dar una explicación sencilla a determinados comportamientos dinámicos que pueden observarse en situaciones reales, tales como (i) situaciones de resonancia que han sido previstas teóricamente pero que no llegan a producirse; o (ii) trenes idénticos en número de cargas y módulo de éstas pero con un espaciado distinto entre ellas que, pese a lograr excitar una misma resonancia de la estructura, ésta alcanza amplitudes diferentes según la distancia entre las cargas.
- ✓ Obtener expresiones matemáticas de las velocidades teóricas de resonancia y cancelación, así como de las condiciones que deben cumplirse para que tenga lugar una resonancia de máxima amplitud o una cancelación de resonancia.
- ✓ Analizar la influencia de la rigidez de los apoyos elásticos en la amplitud de las resonancias del primer modo de vibración.

Como se verá al final del capítulo, los resultados obtenidos a partir del estudio de las vibraciones libres en vigas son también aplicables a tableros con comportamiento asimilable al de una placa ortótropa.

3.2. VIBRACIONES PRODUCIDAS POR UNA CARGA MÓVIL AISLADA CIRCULANDO SOBRE UNA VIGA

3.2.1. VIGA SIMPLEMENTE APOYADA

Como es bien sabido, la ecuación de equilibrio dinámico que rige el movimiento transversal de una viga, despreciando el amortiguamiento, la deformación por cortante y la inercia de rotación, puede escribirse como

$$m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI_z(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = q(x, t), \quad (3.1)$$

donde $y = y(x, t)$ representa el desplazamiento vertical de la sección de abscisa x en el instante de tiempo t ; $m(x)$ es la masa lineal de la viga; $EI_z(x)$

su rigidez a flexión, y $q(x,t)$ una carga genérica aplicada por unidad de longitud, positiva en el sentido del eje y .

En caso de que la viga sea prismática presentará una masa y rigidez constantes a lo largo de su longitud, por tanto $m(x) = m$ y $EI_z(x) = EI_z$, y sus modos de vibración serán la familia de senos dada en [43]:

$$\phi_n(x) = \text{sen} \frac{n\pi x}{L}, \quad (3.2)$$

siendo L la longitud de la viga.

Aproximando el desplazamiento vertical $y(x,t)$ de la sección mediante la superposición de esta familia de senos, es decir

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^N \xi_n(t) \cdot \phi_n(x) = \sum_{n=1}^N \xi_n(t) \cdot \text{sen} \frac{n\pi x}{L}, \quad (3.3)$$

donde $\xi_n(t)$ es una función temporal que representa la amplitud del n -ésimo modo de vibración y N el número de modos utilizado en la aproximación, la ecuación (3.1) puede describirse como sigue, multiplicándola por la j -ésima forma modal ϕ_j e integrando sobre su longitud L :

$$\begin{aligned} \int_0^L m \phi_j(x) \left(\sum_{n=1}^N \ddot{\xi}_n(t) \phi_n(x) \right) dx + \int_0^L EI_z \phi_j(x) \left(\sum_{n=1}^N \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 \xi_n(t) \phi_n(x) \right) dx = \\ = \int_0^L \phi_j(x) q(x,t) dx. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Teniendo en cuenta la ortogonalidad de la familia de senos

$$\int_0^L \phi_n(x) \phi_j(x) dx = \begin{cases} L/2 & n = j \\ 0 & n \neq j \end{cases}, \quad (3.5)$$

se obtiene la ecuación diferencial que gobierna la evolución temporal de la n -ésima amplitud modal de la viga,

$$m \frac{L}{2} \ddot{\xi}_n(t) + (n\pi)^4 \frac{EI_z}{2L^3} \xi_n(t) = \int_0^L q(x,t) \text{sen} \frac{n\pi x}{L} dx. \quad (3.6)$$

Para introducir como excitación del sistema una carga móvil aislada de módulo P , la función $q(x,t)$ puede representarse mediante funciones Heaviside unitarias, $H(t-t_0)$, y una función Delta de Dirac particularizada en $x = V \cdot t$, siendo V la velocidad de circulación de la carga,

$$q(x,t) = -P \left[H(t) - H\left(t - \frac{L}{V}\right) \right] \delta(x-Vt). \quad (3.7)$$

Sustituyendo la expresión (3.7) en la (3.6), la ecuación diferencial de la evolución temporal del n -ésimo modo de vibración queda como sigue

$$\frac{mL}{2} \ddot{\xi}_n(t) + (n\pi)^4 \frac{EI_z}{2L^3} \xi_n(t) = -P \left[H(t) - H\left(t - \frac{L}{V}\right) \right] \text{sen} \frac{n\pi Vt}{L}. \quad (3.8)$$

Por analogía con la ecuación del oscilador simple, se puede deducir que la masa y rigidez asociadas al modo de vibración n -ésimo son

$$\tilde{m}_n = \frac{mL}{2}, \quad \tilde{k}_n = (n\pi)^4 \frac{EI_z}{2L^3}, \quad (3.9)$$

y la frecuencia natural de vibración ω_n resulta

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\tilde{k}_n}{\tilde{m}_n}} = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI_z}{m}}. \quad (3.10)$$

Por tanto,

$$\ddot{\xi}_n(t) + \omega_n^2 \xi_n(t) = -\frac{2P}{mL} \left[H(t) - H\left(t - \frac{L}{V}\right) \right] \text{sen} \frac{n\pi Vt}{L}. \quad (3.11)$$

Mientras la carga está sobre la viga, es decir, cuando $t \leq L/V$, la expresión (3.11) es la ecuación diferencial que gobierna la evolución temporal de las *vibraciones forzadas*,

$$\ddot{\xi}_n(t) + \omega_n^2 \xi_n(t) = -\frac{2P}{mL} \text{sen} \frac{n\pi Vt}{L}, \quad 0 \leq t \leq \frac{L}{V}; \quad (3.12)$$

mientras que cuando $t > L/V$ el término de la excitación forzada desaparece y la expresión (3.11) se transforma en la ecuación de las *oscilaciones libres*,

$$\ddot{\xi}_n(t) + \omega_n^2 \xi_n(t) = 0, \quad t > \frac{L}{V}. \quad (3.13)$$

Para resolver las ecuaciones (3.12) y (3.13) definiremos en primer lugar el parámetro adimensional de velocidad K_n ,

$$K_n = \frac{\Omega_n}{\omega_n} = \frac{n\pi V}{\omega_n L} = \frac{VL}{n\pi} \sqrt{\frac{m}{EI_z}} = \frac{1}{n} K, \quad (3.14)$$

donde Ω_n es la frecuencia de excitación forzada, tal y como se puede deducir, y $K = K_1$ es la velocidad adimensional¹ del primer modo de vibración:

$$K = K_1 = \frac{\pi V}{\omega_1 L} = \frac{VT_1}{2L}. \quad (3.15)$$

La solución a la ecuación de vibraciones forzadas (ec. (3.12)) para el modo fundamental es, considerando condiciones iniciales homogéneas,

$$\xi_n(t) = \frac{-2P}{mL\omega_n^2} \frac{1}{1-K_n^2} [\text{sen}(K_n\omega_n t) - K_n \text{sen}(\omega_n t)], \quad 0 \leq t \leq \frac{L}{V}, \quad K_n \neq 1. \quad (3.16a)$$

La solución correspondiente al caso $K_n = 1$, para la cual la frecuencia de excitación Ω_n es igual a la frecuencia natural del sistema ω_n , puede obtenerse por ejemplo aplicando la regla de L'Hôpital,

$$\xi_n(t) = \frac{-2P}{mL\omega_n^2} \frac{1}{2} [\text{sen}(\omega_n t) - \omega_n t \cos(\omega_n t)], \quad 0 \leq t \leq \frac{L}{V}, \quad K_n = 1. \quad (3.16b)$$

La ecuación (3.16a) proporciona directamente el desplazamiento vertical de la viga en centro de vano, considerando únicamente la contribución del modo n -ésimo. Tal y como puede observarse, consta de dos términos diferenciados: la solución *homogénea*, de frecuencia igual a la fundamental de la viga, ω_n , y la solución *particular*, de frecuencia igual a la de la excitación, $\Omega_n = K_n \omega_n$.

El primer factor contenido en las ecuaciones (3.16) y común a ambas, se corresponde con la deflexión estática asociada al modo n -ésimo debida a la carga P , que denominaremos $\xi_{n,st}$:

$$\xi_{n,st} = \frac{2P}{mL\omega_n^2}. \quad (3.17)$$

Conviene destacar que las velocidades máximas de circulación de las composiciones ferroviarias actuales sumadas a las propiedades mecánicas

¹ K es un parámetro empleado habitualmente en los trabajos de la ORE, ERRI y otros autores. Es una medida de la fracción de la semionda del n -ésimo modo recorrida por la carga móvil durante la mitad del período natural T_n .

típicas de los tableros isostáticos reales dan lugar a que situaciones en las que $K_n \geq 1$ no puedan llegar a producirse y, por tanto, carecen de interés práctico. Por esta razón, en lo que sigue se analizará con detalle el caso $K_n < 1$, que corresponde a la ecuación (3.16a).

Una vez que la carga abandona la viga, la oscilación forzada se transforma en una oscilación libre de forma que se conservan el desplazamiento y la velocidad entre los instantes inmediatamente anterior e inmediatamente posterior a la salida de la carga. La evolución temporal de estas oscilaciones libres para el caso $K_n \neq 1$ se obtiene como solución de la ecuación (3.13), tomando como condiciones iniciales los valores obtenidos con la ecuación (3.16a) particularizada en $t = L/V$. Definiendo un tiempo auxiliar $t' = t - L/V$, puede expresarse la solución a esta ecuación de una forma más compacta, tal y como se muestra a continuación:

$$\xi_n(t') = \frac{-2P}{mL\omega_n^2} \frac{K_n}{1-K_n^2} \left[\left(\cos(n\pi) - \cos\left(\frac{n\pi}{K_n}\right) \right) \text{sen}(\omega_n t') - \text{sen}\left(\frac{n\pi}{K_n}\right) \cos(\omega_n t') \right], t' > 0, \quad K_n \neq 1. \quad (3.18)$$

Si se reescribe la ecuación anterior como una única función senoidal o cosenoidal de frecuencia ω_n , la amplitud de la misma dividida por la deflexión estática dada por la ecuación (3.17), es igual a

$$R_n = \frac{K_n \sqrt{2}}{1-K_n^2} \sqrt{1 - \cos(n\pi) \cos\left(\frac{n\pi}{K_n}\right)}. \quad (3.19)$$

En lo que sigue, se denominará al término R_n amplitud normalizada de las vibraciones libres del n -ésimo modo de vibración de una viga simplemente apoyada sometida a la circulación de una carga móvil. Su evolución en función del valor de la velocidad adimensionalizada, K_n , se ha representado en la figura 3.1, para los tres primeros modos de vibración de la viga.

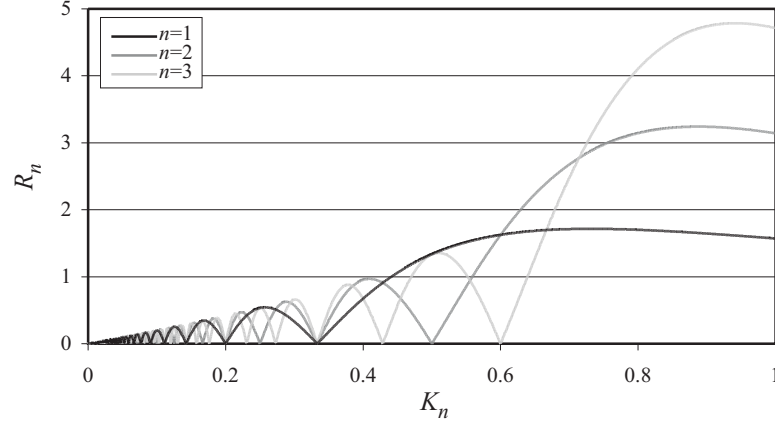


Figura 3.1. Amplitud de las vibraciones libres.

Tal y como se puede apreciar, las curvas de las oscilaciones libres de cada uno de los modos de vibración tienen un comportamiento similar: todas ellas presentan un máximo global y una serie de máximos locales (de mayor amplitud cuanto más elevado es el valor de la velocidad adimensional K_n), que se alternan con puntos de amplitud nula. Estos valores se corresponden con los fenómenos de máxima vibración libre y cancelación de la viga simplemente apoyada, que se discutirán en detalle en los siguientes subapartados.

3.2.1.1. CONDICIONES DE MÁXIMA VIBRACIÓN LIBRE

Los puntos de máxima amplitud de las vibraciones libres, que se aprecian claramente en la figura 3.1, pueden ser obtenidos igualando a cero la derivada de la expresión de R_n (ec. (3.19)). Operando por separado con los valores pares e impares del orden del modo, n , se obtienen las siguientes condiciones para la respuesta dinámica máxima:

$$\frac{\partial R_n}{\partial K_n} = 0 \Leftrightarrow \tan \frac{n\pi}{2K_n} = \frac{2K_n(1+K_n^2)}{n\pi(K_n^2-1)}, \quad n = 2j-1, \quad j \geq 1. \quad (3.20a)$$

$$\frac{\partial R_n}{\partial K_n} = 0 \Leftrightarrow \tan \frac{n\pi}{2K_n} = \frac{n\pi(1-K_n^2)}{2K_n(1+K_n^2)}, \quad n = 2j, \quad j \geq 1. \quad (3.20b)$$

Las soluciones a estas expresiones sólo pueden ser obtenidas numéricamente, y se denominarán en lo que sigue, K_{ni}^m , donde el

superíndice m hace referencia al valor de K_n asociado a un máximo local de las oscilaciones libres; el subíndice i designa la i -ésima raíz de las ecuaciones (3.20) para el modo n . De este modo, el valor $i=1$ se corresponde con la raíz a la mayor velocidad K_n , la cual, a su vez, es un máximo global en el n -ésimo modo de vibración; $i=2$ se correspondería con la siguiente raíz en orden decreciente de velocidad, y así sucesivamente.

En aras a clarificar la nomenclatura adoptada, en la figura 3.2 se han representado estos máximos locales de oscilación libre para $n=1$ junto con los puntos de amplitud nula, utilizando la designación mencionada anteriormente. Se ha definido además el valor \hat{K}_1^m , que se corresponde con la condición definida por $R_1(\hat{K}_1^m) = R_1(K_{12}^m)$ e indica valores de velocidad adimensional a partir de los cuales la amplitud de las vibraciones libres es muy elevada, aunque no llegue a alcanzarse el máximo K_{11}^m .

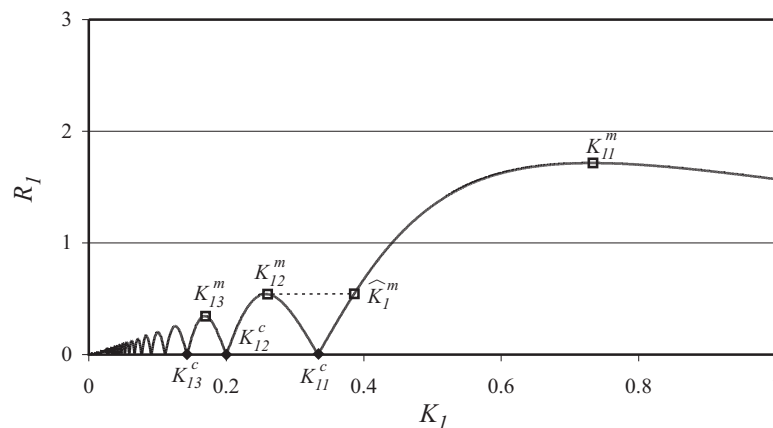


Figura 3.2. Amplitud de las vibraciones libres para $n=1$

Claramente la amplitud de las oscilaciones libres es mayor cuanto más elevado es el valor de la velocidad adimensional K_n . Para obtener conclusiones a nivel práctico de este estudio resulta por tanto fundamental acotar un rango de valores realista de K_n .

Anteriormente ya se justificó cómo los casos $K_n \geq 1$ carecían de interés en aplicaciones reales. Teniendo en cuenta además que i) las máximas velocidades de paso de los convoyes ferroviarios se dan en las líneas de

alta velocidad y en las Maglev; y que ii) la máxima velocidad adimensional se corresponde siempre con la del primer modo de vibración (ecuación (3.14)), es posible definir un límite superior de la velocidad K tomando datos realistas extraídos de líneas de ferrocarril existentes.

La figura 3.3, extraída del Eurocódigo y en la que se representan límites superiores e inferiores de la frecuencia natural n_0 de los puentes de ferrocarril en función de su luz L , se ha tomado como punto de partida para la estimación de un valor de frecuencia mínimo de referencia, calculado como el promedio de los límites superior e inferior representados en la gráfica mencionada.

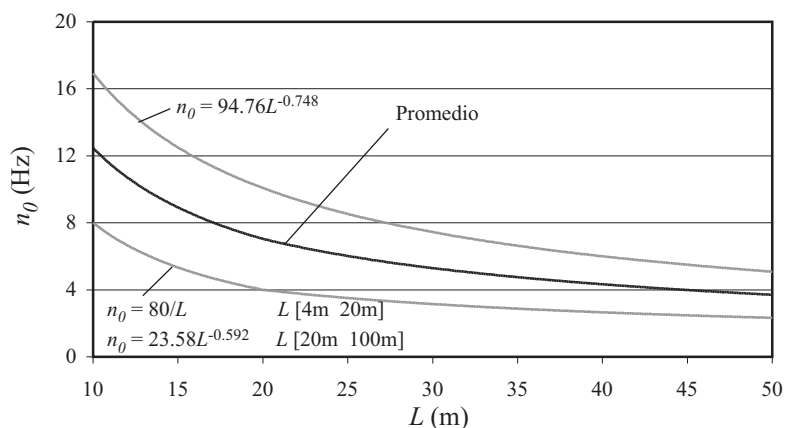


Figura 3.3. Límites de frecuencia natural n_0 según el Eurocódigo

Adicionalmente se ha tomado como máxima velocidad de circulación el valor de 500 km/h, el cual puede considerarse como un límite superior en las líneas de ferrocarril convencionales y un valor razonable para los vehículos que circulan en líneas Maglev.

Combinando las frecuencias promedio calculadas anteriormente con este valor máximo de velocidad, se obtiene una estimación del límite superior razonable para K , el cual se ha representado en la figura 3.4. En los puentes de luces menores K toma sus valores máximos, siendo 0.55 el correspondiente a una luz de 10 m.

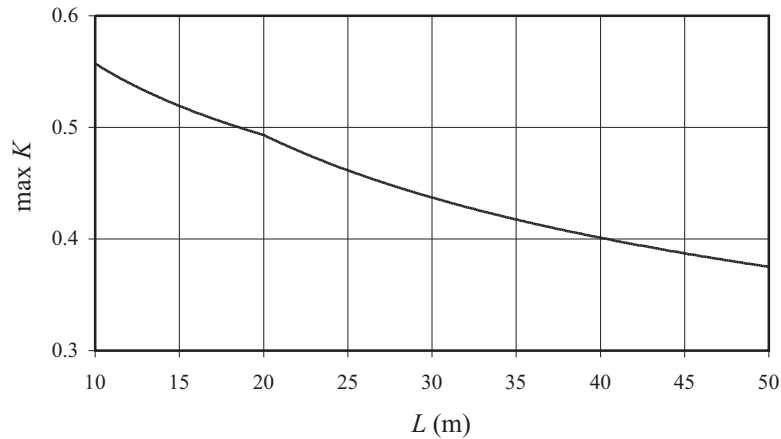


Figura 3.4. Valores máximos estimados de la velocidad adimensional K

La tabla 3.1 recoge, en orden decreciente, algunos valores de K_{ni}^m correspondientes a los máximos locales de los tres primeros modos de vibración. Se ha incluido también el valor \hat{K}_n^m , que ya fue ilustrado en la figura 3.2 para $n=1$.

K_{1i}^m	\hat{K}_1^m	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
	0.3860	0.7314	0.2576	0.1687	0.1258
K_{2i}^m	\hat{K}_2^m	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
	0.5570	0.8883	0.4094	0.2886	0.2235
K_{3i}^m	\hat{K}_3^m	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
	0.6530	0.9422	0.5099	0.3782	0.3015

Tabla 3.1. Valores de K_{ni}^m correspondientes a los máximos de las oscilaciones libres para los 3 primeros modos de vibración

Si consideramos el valor de 0.55 como un límite superior de K , de la observación de la tabla 3.1 se deduce que los máximos globales de las oscilaciones libres para cada modo de vibración, K_{ni}^m , no es previsible que lleguen a alcanzarse en situaciones reales. Las casillas sombreadas de la tabla hacen referencia a máximos que superan el valor $K=0.5$ ($K_2 = 0.275$, $K_3 = 0.183$); por tanto no cabe esperar que lleguen a producirse.

Prestando atención a los resultados obtenidos para el primer modo de vibración, cuya contribución en la respuesta dinámica es de especial interés como ya señalaron diversos autores [27, 106], puede apreciarse que si la máxima velocidad de circulación prevista para la carga móvil es tal que $K > \hat{K}_1^m = 0.3858$, las oscilaciones libres alcanzarán su valor máximo a esa velocidad. La figura 3.2 ilustra claramente este fenómeno.

3.2.1.2. CONDICIONES DE CANCELACIÓN

En las figuras 3.1 y 3.2 se observa que la amplitud de las oscilaciones libres se hace nula para ciertos valores de K_n , un fenómeno que ya fue constatado anteriormente por Savin [86] y Pesterev *et al.* [79]. La explicación a este comportamiento tiene su origen en la suma de las componentes homogénea y particular de la solución de las vibraciones forzadas, dada en la ecuación (3.16a), en el instante de salida de la carga. Las condiciones iniciales homogéneas de esta ecuación, en la que se cumple por tanto que

$$\xi_n(0) = \dot{\xi}_n(0) = 0, \quad (3.21)$$

hacen que las componentes homogénea y particular de la solución tengan una amplitud inicial nula y una pendiente igual pero de signo opuesto en $t=0$. Para valores $K_n \neq 1$, la solución particular experimenta siempre n semiondas mientras la carga móvil está sobre la viga, independientemente del valor de K_n . Si la velocidad de esta carga es tal que la solución homogénea experimenta un número positivo de semiondas igual a $n \pm 2i$, donde $i \geq 1$, ambas componentes de la respuesta tendrán un valor nulo en $t=L/V$, y sus pendientes serán nuevamente iguales y de sentido contrario. En consecuencia, la vibración libre desaparecerá, teniendo lugar el fenómeno de cancelación.

La figura 3.5 ilustra dicho fenómeno para el primer modo de vibración en una viga simplemente apoyada, sometida a la circulación de una carga móvil. En ella se ha representado la evolución temporal de las oscilaciones en centro de vano de la viga, $\xi_1/\xi_{1,st}$, en función de un valor de tiempo adimensionalizado τ , de manera que $\tau=1$ corresponde con el instante en el que la carga móvil abandona la misma y comienzan las oscilaciones libres en la viga. La figura 3.5(a) muestra cómo la solución homogénea y particular se combinan para dar lugar a una respuesta libre de amplitud no

nula. En este caso $K=0.375$. Contrariamente, en la figura 3.5b la amplitud de las componentes homogénea y particular se anula en $\tau=1$, y las pendientes de estas dos curvas son iguales y opuestas en ese mismo instante. Estas dos condiciones dan lugar a una cancelación de la respuesta libre en la viga, tal y como se observa en la figura. Esta situación se corresponde con el valor de velocidad $K=1/3$.

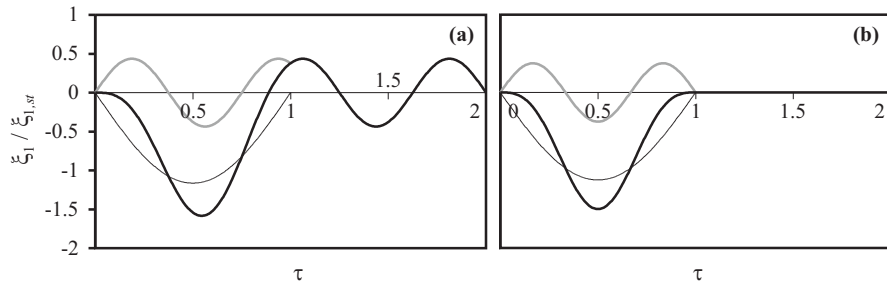


Figura 3.5. Vibraciones libres en la viga simplemente apoyada. a) Caso general. b) Situación de cancelación. Solución homogénea (—), particular (- - -) y total (—)

Tal y como se puede deducir de la figura anterior, la cancelación en el primer modo de vibración tiene lugar para cualquier número impar de semiondas de la solución homogénea, excepto para el caso $K=1$. En general, la cancelación no puede producirse en ningún modo cuando $K_n=1$. En esta situación, que se denomina *caso crítico*, la solución a las vibraciones forzadas viene dada por la expresión (3.16b), la cual nunca puede anularse para $t=L/V$ mientras que su derivada es cero en ese mismo instante. Por tanto, las condiciones de cancelación en este caso no se cumplen.

El número de semiondas de la solución homogénea mientras la carga está sobre la viga puede ser evaluado como

$$N_n = \frac{L/V}{T_n/2} = n \frac{\omega_n L}{n\pi V} = \frac{n}{K_n}, \quad T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}. \quad (3.22)$$

Tal y como se ha introducido anteriormente, la cancelación tendrá lugar en el n -ésimo modo de vibración si se cumple que

$$N_n = n \pm 2i > 0, \quad i \geq 1. \quad (3.23)$$

Alternativamente la condición de cancelación puede expresarse como

$$K_{ni}^c = \frac{n}{n \pm 2i} > 0, \quad i \geq 1, \quad (3.24)$$

donde la nomenclatura adoptada para las diferentes cancelaciones es similar a la utilizada para designar los máximos locales de vibración libre: el superíndice c indica cancelación y el subíndice i hace referencia a la i -ésima cancelación del modo n .

La ecuación (3.24) puede obtenerse también igualando a cero la raíz cuadrada de la ecuación (3.19), que conduciría a la expresión

$$\cos(N_n \pi) = (-1)^n, \quad N_n > 0, \quad N_n \neq n, \quad (3.25)$$

cuya solución es la misma que la de la ecuación (3.24).

La tabla 3.2 recoge las primeras cancelaciones correspondientes a los valores máximos de K_n para los tres primeros modos de vibración de la viga

K_{1i}^c	$i=1 (-)$	$i=1 (+)$	$i=2 (+)$	$i=3 (+)$	$i=4 (+)$
	-	1/3	1/5	1/7	1/9
K_{2i}^c	$i=1 (-)$	$i=1 (+)$	$i=2 (+)$	$i=3 (+)$	$i=4 (+)$
	-	1/2	1/3	1/4	1/5
K_{3i}^c	$i=1 (-)$	$i=1 (+)$	$i=2 (+)$	$i=3 (+)$	$i=4 (+)$
	3	3/5	3/7	1/3	3/11

Tabla 3.2. Valores de K_{ni}^c correspondientes a las cancelaciones de los tres primeros modos de vibración

Tal y como se aprecia en la tabla, el tercer modo de vibración presenta un valor negativo del índice i , lo que indica que se ha utilizado el signo negativo de la ecuación (3.24). En estos casos, la solución homogénea efectúa un número de ciclos inferior al de la particular. En la figura 3.6 se han representado las dos primeras cancelaciones correspondientes a los tres primeros modos de vibración.

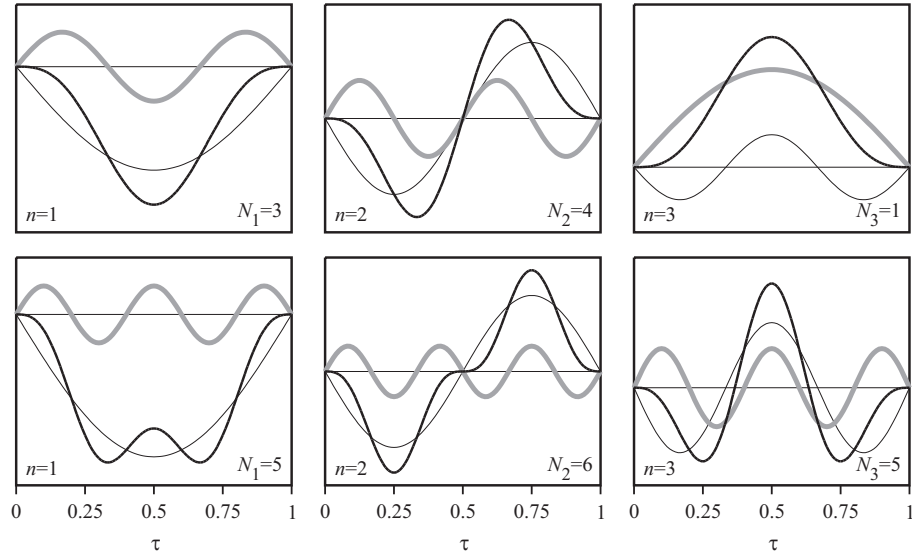


Figura 3.6. Situaciones posibles de cancelación de la viga simplemente apoyada.
Solución homogénea (- - -), particular (—) y total (—)

En cuanto a la influencia del amortiguamiento estructural en las velocidades de cancelación, el cual ha sido despreciado en todo lo expuesto anteriormente, Savin [86] ya apuntó que su presencia daba lugar a variaciones poco significativas de las velocidades de cancelación de los dos primeros modos de vibración, además de que la amplitud de las vibraciones libres no llegaba a anularse completamente. En la figura 3.7 se ilustra este fenómeno en el caso del primer modo de vibración, apreciándose claramente cómo las características principales de la cancelación no sufren alteraciones importantes al incluir el amortiguamiento.

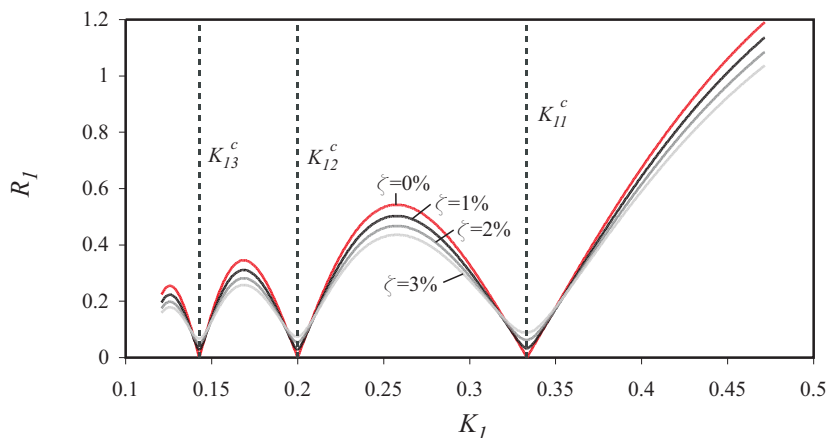


Figura 3.7. Amplitud de las vibraciones libres para diferentes valores de amortiguamiento estructural. ($n=1$).

3.2.2. VIGA ELÁSTICAMENTE APOYADA

Procediendo de un modo similar al caso anterior, en este apartado se estudiará en detalle la respuesta dinámica de una viga elásticamente apoyada sometida a la circulación de una carga móvil (figura 3.8).

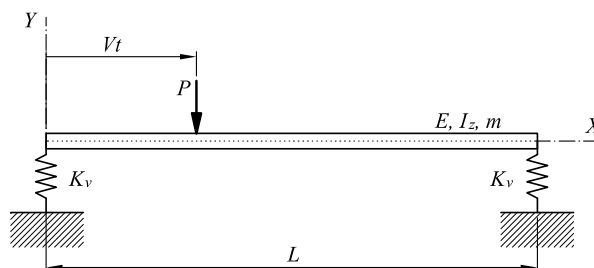


Figura 3.8. Viga elásticamente apoyada sometida a la circulación de una carga móvil

Asumiendo que (i) la rigidez vertical de cada uno de los apoyos elásticos es constante e igual a K_v ; (ii) la masa de los apoyos elásticos es despreciable frente a la masa total de la viga; (iii) se desprecia la deformación por cortante y la inercia de rotación; la ecuación de movimiento de una viga prismática sobre apoyos elásticos en ausencia de amortiguamiento estructural puede seguir expresándose mediante las ecuaciones (3.1) y (3.7), siendo las condiciones de contorno en este caso

$$\begin{aligned}
EI_z \frac{\partial^2 y(x=0,t)}{\partial x^2} &= EI_z \frac{\partial^2 y(x=L,t)}{\partial x^2} = 0, \\
EI_z \frac{\partial^3 y(x=0,t)}{\partial x^3} &= -K_v y(x=0,t), \\
EI_z \frac{\partial^3 y(x=L,t)}{\partial x^3} &= K_v y(x=L,t).
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Las formas modales y frecuencias propias de la viga elásticamente apoyada están perfectamente documentadas en bibliografía [43], siendo la ecuación de frecuencias

$$\left(\frac{\pi^3}{\kappa}\right)^2 + \frac{\pi^3}{\kappa} \lambda^3 \frac{(\sinh(\lambda) \cos(\lambda) - \cosh(\lambda) \sin(\lambda))}{\sin(\lambda) \sinh(\lambda)} + \lambda^6 \frac{(1 - \cos(\lambda) \cosh(\lambda))}{2 \sin(\lambda) \sinh(\lambda)} = 0. \tag{3.27}$$

El parámetro κ es una medida de la rigidez del apoyo elástico, expresada como el cociente entre la rigidez a flexión de la viga y la rigidez K_v del mismo, es decir

$$\kappa = \frac{EI_z \pi^3}{K_v L^3}. \tag{3.28}$$

Las raíces de la ecuación (3.27), $\lambda_n = \lambda_n(\kappa)$, guardan la siguiente relación con la frecuencia circular $\bar{\omega}_n$

$$\bar{\omega}_n = \left(\frac{\lambda_n}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI_z}{m}}. \tag{3.29}$$

En lo que sigue, todas las magnitudes de velocidad y frecuencia asociadas a la viga elásticamente apoyada se identificarán con un sobrrayado. Puede verificarse que las frecuencias anteriores coinciden con las de la viga simplemente apoyada cuando $\kappa = 0$, ya que $\lambda_n(\kappa=0) = n\pi$.

Los modos de vibración analíticos para cada valor de λ_n normalizados respecto a la amplitud modal máxima, vienen definidos por

$$\phi_n(\kappa, x) = \frac{\Psi_n(\kappa, x)}{\Psi_n^{\max}(\kappa)}, \quad \Psi_n^{\max}(\kappa) = \text{Max} |\Psi_n(\kappa, x)|, \tag{3.30a}$$

$$\begin{aligned} \Psi_n(\kappa, x) = & \sin\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) + \sinh\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \frac{\sin(\lambda_n)}{\sinh(\lambda_n)} + \\ & + \gamma_{1n} \left(\cos\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) + \cosh\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) + \gamma_{2n} \sinh\left(\frac{\lambda_n x}{L}\right) \right), \text{ y} \end{aligned} \quad (3.30b)$$

$$\gamma_{1n} = \frac{\sinh(\lambda_n) - \sin(\lambda_n)}{\frac{2}{\kappa} \left(\frac{\pi}{\lambda_n}\right)^3 \sinh(\lambda_n) + \cos(\lambda_n) - \cosh(\lambda_n)}, \quad \gamma_{2n} = \frac{\cos(\lambda_n) - \cosh(\lambda_n)}{\sinh(\lambda_n)}. \quad (3.30c)$$

De las expresiones (3.27), (3.30a) y (3.30b) se deduce que el valor máximo de la forma modal antes de normalizar $\Psi_n^{\max}(\kappa)$ sólo depende de κ .

En la figura 3.9 se han representado los cuatro primeros modos de vibración de la viga elásticamente apoyada, para valores de κ en el rango $[0, 0.2]$. Tal y como se desprende de los gráficos, la influencia de la flexibilidad del apoyo elastomérico en las formas modales se hace más evidente a medida que se incrementa el orden n del modo.

La figura 3.10(a) muestra la variación de la raíz de la ecuación de frecuencias λ_n en función de la rigidez κ para los tres primeros modos de vibración de la viga. Tal y como puede apreciarse, los valores de λ_n disminuyen con el incremento de la flexibilidad del apoyo.

En la figura 3.10(b) se ha representado el cociente entre las frecuencias naturales de la viga con apoyos elásticos y la simplemente apoyada para diferentes valores de κ , cumpliéndose la relación

$$\frac{\bar{\omega}_n}{\omega_n} = \left(\frac{\lambda_n(\kappa)}{n\pi} \right)^2. \quad (3.31)$$

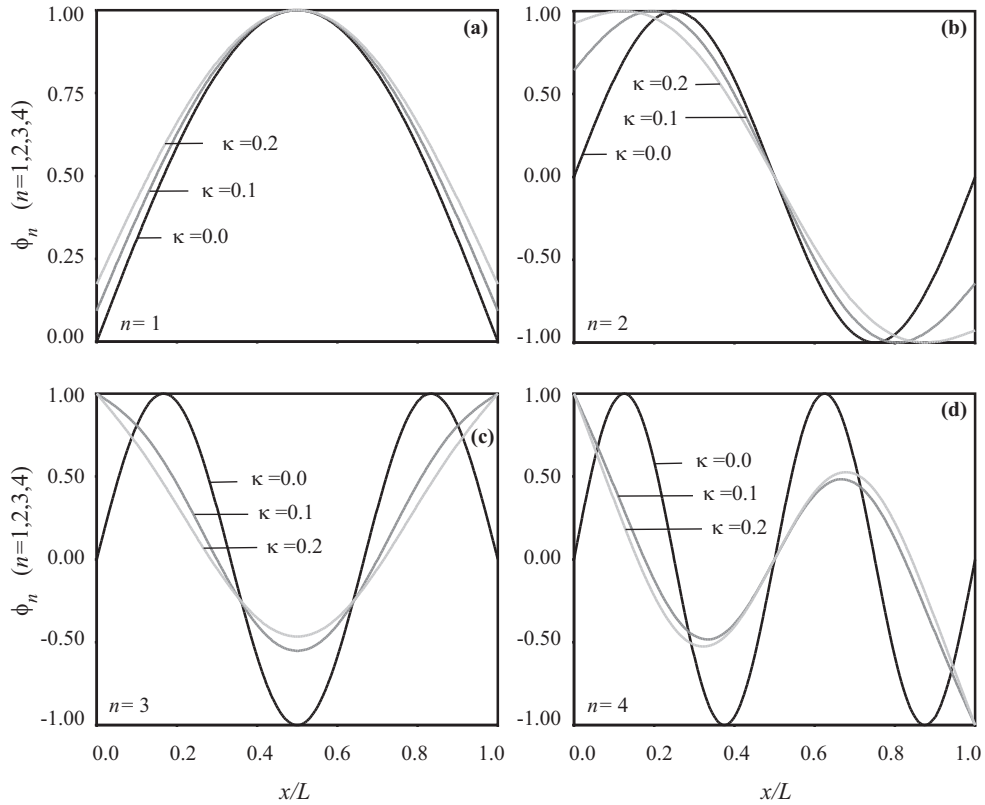


Figura 3.9. Formas modales analíticas de la viga elásticamente apoyada para valores de κ en el rango $[0, 0.2]$. (a) primero, (b) segundo, (c) tercero y (d) cuarto modo de vibración.

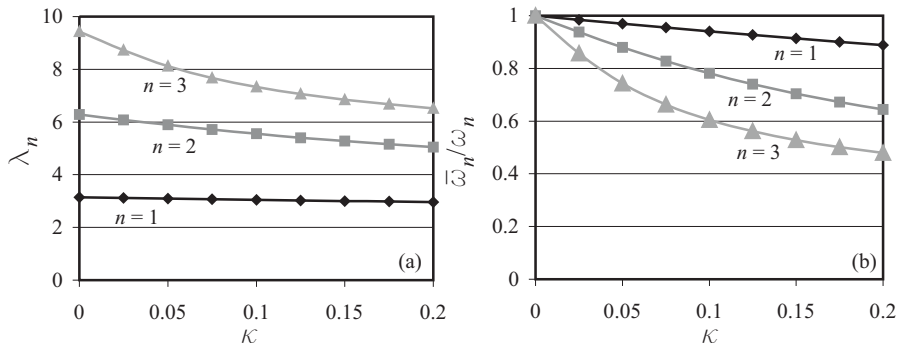


Figura 3.10. (a) Parámetro de frecuencia λ_n , y (b) cociente de frecuencias entre los casos elásticamente apoyado y el simplemente apoyado, para los tres primeros modos de vibración

La figura 3.10(b) muestra claramente cómo la reducción de las frecuencias naturales con el incremento de la flexibilidad del apoyo puede ser significativa, especialmente para modos altos. En el caso del primer modo de vibración, la frecuencia natural experimenta una reducción de 11.2% para $\kappa=0.2$; para el segundo y el tercer modo las reducciones son muy superiores, alcanzando un 35.5% y 52.1% respectivamente, al introducir el apoyo elástico.

Una vez conocidas las frecuencias y modos de vibración de la viga elásticamente apoyada, su desplazamiento vertical ante el paso de una carga móvil puede expresarse como combinación lineal de los modos de vibración ϕ_n , es decir

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n(t) \phi_n(\kappa, x). \quad (3.32)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.30) y (3.32) en la ecuación (3.1), multiplicando por la n -ésima forma modal e integrando a lo largo de la longitud de la viga, la ecuación diferencial que gobierna la evolución temporal de la n -ésima amplitud modal puede expresarse como

$$\ddot{\xi}_n(t) + \bar{\omega}_n^2 \xi_n(t) = -\frac{P}{M_n} \phi_n(\kappa, x = Vt), \quad 0 \leq t \leq L/V, \quad (3.33)$$

donde M_n hace referencia a la n -ésima masa modal. Teniendo en cuenta que las formas modales han sido normalizadas a amplitud unitaria

$$M_n = \int_0^L m \phi_n(\kappa, x)^2 dx = \frac{\int_0^L m \psi_n(\kappa, x)^2 dx}{[\psi_n^{\max}(\kappa)]^2}. \quad (3.34)$$

En lo sucesivo se admite que la masa lineal m es constante a lo largo de la viga; por lo tanto

$$M_n = mL \int_0^1 \phi_n(\kappa, l)^2 dl = mL \hat{\Psi}_n(\kappa), \quad \hat{\Psi}_n(\kappa) = \int_0^1 \phi_n(\kappa, l)^2 dl, \quad (3.35)$$

donde l designa la fracción de longitud de viga definida por $l=x/L$.

La solución a la ecuación (3.33), considerando condiciones iniciales nulas, puede expresarse como

$$\begin{aligned}
\frac{\xi_n(t)}{\xi_{n,st}} = \frac{-1}{\Psi_n^{\max}(\kappa)} & \left[\frac{\bar{K}_n \sin(\bar{\omega}_n t) - \sin(\bar{K}_n \bar{\omega}_n t)}{\bar{K}_n^2 - 1} + \right. \\
& + \left. \left(\frac{\sin(\lambda_n)}{\sinh(\lambda_n)} + \gamma_{1n} \gamma_{2n} \right) \frac{\sinh(\bar{K}_n \bar{\omega}_n t) - \bar{K}_n \sin(\bar{\omega}_n t)}{\bar{K}_n^2 + 1} + \right. \\
& \left. + \gamma_{1n} \frac{\cos(\bar{\omega}_n t) - \cos(\bar{K}_n \bar{\omega}_n t)}{\bar{K}_n^2 - 1} + \gamma_{1n} \frac{\cosh(\bar{K}_n \bar{\omega}_n t) - \cosh(\bar{\omega}_n t)}{\bar{K}_n^2 + 1} \right], \quad 0 \leq t \leq L/V,
\end{aligned} \tag{3.36}$$

donde $\xi_{n,st}$ es la respuesta estática, que como puede observarse depende de la rigidez adimensional del neopreno

$$\xi_{n,st} = \frac{P}{M_n \bar{\omega}_n^2} = \frac{P}{EI/L^3} \cdot \frac{1}{\hat{\Psi}_n(\kappa) \lambda_n^4(\kappa)}, \tag{3.37}$$

y el parámetro de velocidad \bar{K}_n se define, al igual que en el caso anterior, como el cociente entre la frecuencia de excitación forzada, $\bar{\Omega}_n = \lambda_n V / L$, y la n -ésima frecuencia circular de la viga elásticamente apoyada, es decir,

$$\bar{K}_n = \frac{\bar{\Omega}_n}{\bar{\omega}_n} = \frac{\lambda_n V}{\bar{\omega}_n L} = \frac{VL}{\lambda_n} \sqrt{\frac{m}{EI_z}}. \tag{3.38}$$

Cabe mencionar que la solución dada por la ecuación (3.36) fue obtenida previamente por Dmitriev [17], tratando separadamente los modos simétricos y antisimétricos. En este caso se ha obtenido una única expresión alternativa a la citada para la respuesta modal de la viga, partiendo de las formas modales analíticas extraídas de [43].

Otra relación de interés es la dada por la ecuación (3.39), que vincula el parámetro de velocidad de la viga con apoyos elásticos con el de su equivalente biapoyada,

$$K_n = \frac{\bar{K}_n \lambda_n}{n\pi}. \tag{3.39}$$

Una vez obtenida la respuesta forzada de la viga, la fase de vibraciones libres puede determinarse tomando como condiciones iniciales los valores $\dot{\xi}_n(t=L/V)$ y $\xi_n(t=L/V)$ de la ecuación (3.36). De este modo, la respuesta libre de la viga responde a la siguiente expresión

$$\xi_n(t) = \frac{\dot{\xi}_n(t=L/V)}{\bar{\omega}_n} \sin\left(\bar{\omega}_n\left(t - \frac{L}{V}\right)\right) + \xi_n(t=L/V) \cos\left(\bar{\omega}_n\left(t - \frac{L}{V}\right)\right), \quad t > L/V. \quad (3.40)$$

donde $\dot{\xi}_n(t=L/V)$ y $\xi_n(t=L/V)$ pueden escribirse como

$$\begin{aligned} \xi_n(t=L/V) = & -\xi_{n,st} \frac{1}{\Psi_n^{\max}(\kappa)} \left[\frac{\bar{K}_n \sin(\lambda_n(\kappa)/\bar{K}_n) - \sin(\lambda_n(\kappa))}{\bar{K}_n^2 - 1} + \right. \\ & + \left. \left(\frac{\sin(\lambda_n(\kappa))}{\sinh(\lambda_n(\kappa))} + \gamma_{1n}(\kappa) \gamma_{2n}(\kappa) \right) \frac{\sinh(\lambda_n(\kappa)) - \bar{K}_n \sin(\lambda_n(\kappa)/\bar{K}_n)}{\bar{K}_n^2 + 1} + \right. \\ & \left. + \gamma_{1n}(\kappa) \frac{\cos(\lambda_n(\kappa)/\bar{K}_n) - \cos(\lambda_n(\kappa))}{\bar{K}_n^2 - 1} + \gamma_{1n}(\kappa) \frac{\cosh(\lambda_n(\kappa)) - \cos(\lambda_n(\kappa)/\bar{K}_n)}{\bar{K}_n^2 + 1} \right], \end{aligned} \quad (3.41)$$

y

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_n\left(t = \frac{L}{V}\right) = & -\xi_{n,st} \frac{\bar{\omega}_n}{\Psi_n^{\max}(\kappa)} \left[\frac{\bar{K}_n \cos(\lambda_n(\kappa)/\bar{K}_n) - \bar{K}_n \cos(\lambda_n(\kappa))}{\bar{K}_n^2 - 1} + \right. \\ & + \left. \left(\frac{\sin(\lambda_n(\kappa))}{\sinh(\lambda_n(\kappa))} + \gamma_{1n}(\kappa) \gamma_{2n}(\kappa) \right) \frac{\bar{K}_n \cosh(\lambda_n(\kappa)) - \bar{K}_n \cos(\lambda_n(\kappa)/\bar{K}_n)}{\bar{K}_n^2 + 1} + \right. \\ & - \gamma_{1n}(\kappa) \frac{\sin(\lambda_n(\kappa)/\bar{K}_n) - \bar{K}_n \sin(\lambda_n(\kappa))}{\bar{K}_n^2 - 1} + \\ & \left. + \gamma_{1n}(\kappa) \frac{\bar{K}_n \sinh(\lambda_n(\kappa)) + \sin(\lambda_n(\kappa)/\bar{K}_n)}{\bar{K}_n^2 + 1} \right]. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Como puede observarse, los términos entre corchetes de las ecuaciones (3.41) y (3.42) dependen únicamente de la rigidez vertical del apoyo κ y del parámetro de velocidad \bar{K}_n .

Finalmente, la amplitud de la n -ésima respuesta modal en la fase de vibraciones libres dividida por la respuesta estática puede expresarse como

$$R_n = \frac{1}{\xi_{n,st}} \sqrt{\frac{\dot{\xi}_n(t=L/V)^2}{\bar{\omega}_n^2} + \xi_n(t=L/V)^2}. \quad (3.43)$$

La ecuación (3.43) es, por tanto, la amplitud normalizada de las vibraciones libres del n -ésimo modo de vibración de la viga elásticamente

apoyada, sometida al paso de una carga móvil a velocidad constante. Esta amplitud es únicamente función de κ y \bar{K}_n , luego $R_n = R_n(\kappa, \bar{K}_n)$.

En la figura 3.11 se ha representado, en función del parámetro de velocidad $K_n = \bar{K}_n \lambda_n (n\pi)^{-1}$, el valor de R_n para los dos primeros modos de vibración de la viga, en un rango de κ entre $[0, 0.2]$; el límite superior de este intervalo de κ se considera como un valor máximo de rigidez del apoyo que no se prevé que llegue a superarse en ningún caso en los puentes de luces moderadas. En el apartado 4.4.3 del Capítulo 4 se justifica este hecho.

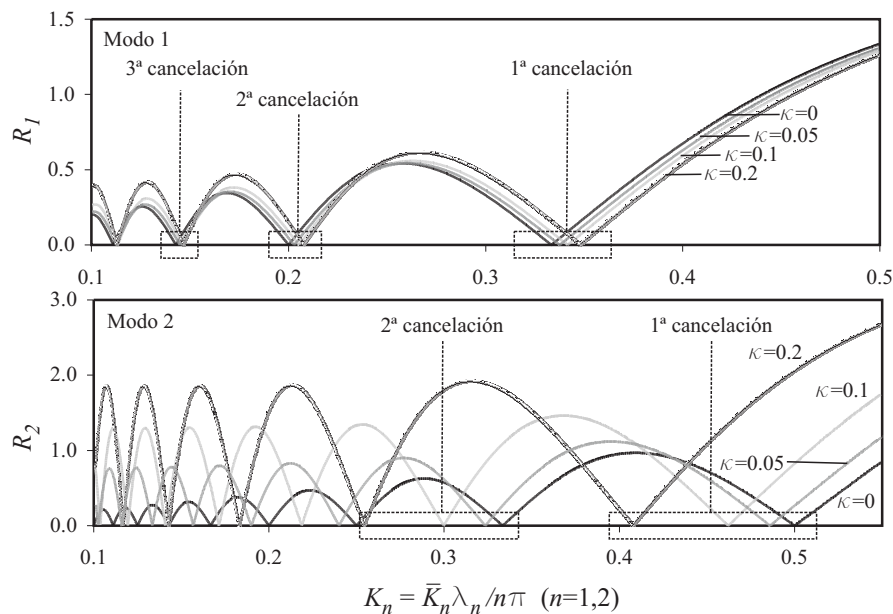


Figura 3.11. Amplitud de las vibraciones libres de los dos primeros modos de vibración para valores de κ en el rango $[0, 0.2]$

Como puede apreciarse en la figura anterior, las amplitudes modales normalizadas siguen una tendencia similar a la ya observada en el caso de la viga simplemente apoyada: a medida que se incrementa la velocidad, van alternándose situaciones de cancelación y de máxima amplitud de las vibraciones libres. Con el aumento de la flexibilidad del apoyo, que se traduce en un valor más elevado del parámetro κ , las velocidades en las que se producen estos fenómenos se reducen.

En los siguientes apartados se estudiarán en detalle las condiciones de cancelación y de máxima respuesta de las vibraciones libres.

3.2.2.1. CONDICIONES DE MÁXIMA VIBRACIÓN LIBRE

Los valores del parámetro de velocidad \bar{K}_n para los que se alcanza un máximo en la respuesta libre pueden obtenerse numéricamente a partir de la siguiente condición

$$\frac{\partial R_n}{\partial \bar{K}_n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \bar{K}_n} \sqrt{\frac{\dot{\xi}_n(t=L/V)^2}{\bar{\omega}_n^2} + \xi_n(t=L/V)^2} = 0. \quad (3.44)$$

Las soluciones numéricas de esta ecuación se denominarán $\bar{K}_{ni}^m(\kappa)$, y su correspondiente velocidad real, que puede determinarse empleando la ecuación (3.38), $\bar{V}_{ni}^m(\kappa)$. Con el propósito de emplear un único parámetro adimensional de velocidad, los valores $\bar{K}_{ni}^m(\kappa)$ pueden ser transformados en los equivalentes al caso de la viga simplemente apoyada mediante la ecuación (3.39), utilizándose para ellos la nomenclatura ya conocida, K_{ni}^m . La tabla 3.3 recoge algunos valores de K_{ni}^m para los dos primeros modos de vibración ($n=1,2$) y considerando diferentes rigideces del apoyo elástico, $\kappa=[0,0.2]$.

Se ha incluido también en la tabla el valor \hat{K}_n^m , correspondiente a la amplitud de las oscilaciones libres que cumple la condición $R_n(\hat{K}_n^m) = R_n(K_{n2}^m)$. Nuevamente las casillas sombreadas hacen referencia a máximos que superan el límite superior establecido para el parámetro K ($K=0.5$) en situaciones reales y, por tanto, no se prevé que lleguen a alcanzarse.

K_{li}^m	\widehat{K}_l^m	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
$\kappa=0$	0.3860	0.7314	0.2576	0.1687	0.1258
$\kappa=0.05$	0.3846	0.7287	0.2569	0.1683	0.1256
$\kappa=0.1$	0.3844	0.7242	0.2556	0.1673	0.1245
$\kappa=0.2$	0.3845	0.7112	0.2513	0.1634	0.1208
K_{2i}^m	\widehat{K}_2^m	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
$\kappa=0$	0.5570	0.8883	0.4094	0.2886	0.2235
$\kappa=0.05$	0.5464	0.8523	0.3953	0.2769	0.2125
$\kappa=0.1$	0.5330	0.7951	0.3682	0.2535	0.1924
$\kappa=0.2$	0.4919	0.6877	0.3159	0.2132	0.1605

Tabla 3.3. Valores de K_{ni}^m de los dos primeros modos de vibración para valores de κ en el rango $[0, 0.2]$

3.2.2.2. CONDICIONES DE CANCELACIÓN

Al igual que en el caso de la viga simplemente apoyada, los valores máximos de R_n se alternan con situaciones de cancelación, que se aprecian claramente en la figura 3.11. Para determinados \bar{K}_n , las componentes homogénea y particular de las vibraciones forzadas se cancelan entre sí en el instante de tiempo en el que la carga móvil abandona la viga, dando lugar a una amplitud nula de las oscilaciones libres de la estructura.

En la figura 3.12 se muestran las dos primeras cancelaciones de los tres primeros modos de vibración para $\kappa=0.2$, representando separadamente las componentes homogénea y particular de la respuesta forzada (ecuación (3.36)).

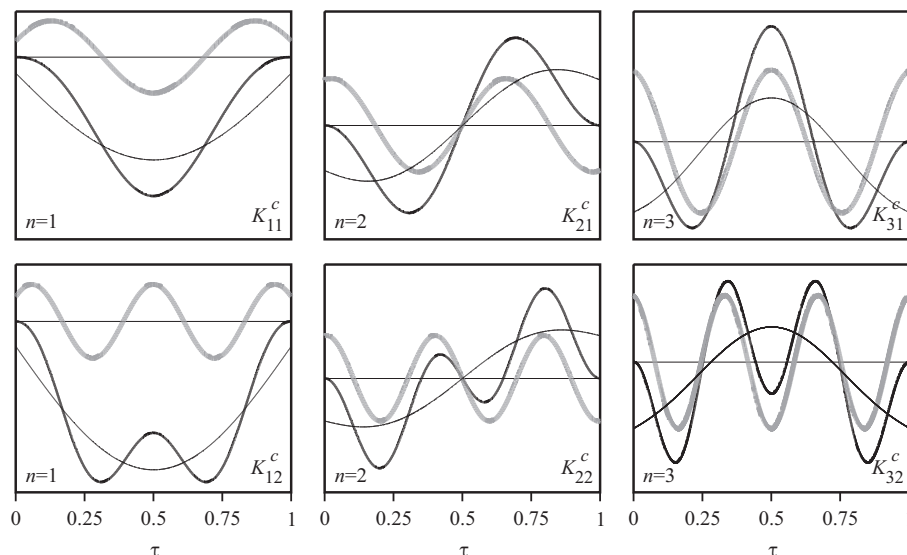


Figura 3.12. Dos primeras cancelaciones de los tres primeros modos de vibración en una viga elásticamente apoyada con $\kappa=0.2$. Solución homogénea (—), particular (---) y total (—)

Para determinar numéricamente las velocidades de cancelación basta con igualar a cero la ecuación de la amplitud de las vibraciones libres, es decir

$$R_n = 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{\dot{\xi}_n(t=L/V)^2}{\bar{\omega}_n^2}} + \xi_n(t=L/V)^2 = 0. \quad (3.45)$$

Las raíces de esta ecuación se denominarán $\bar{K}_{mi}^c(\kappa)$, y sus correspondientes velocidades reales, $\bar{V}_{mi}^c(\kappa)$. El parámetro de velocidad puede a su vez transformarse en el equivalente al caso de la viga simplemente apoyada empleando la ecuación (3.39). Tras la transformación, estas soluciones se designarán como K_{mi}^c . Los valores correspondientes a las cuatro primeras cancelaciones de los dos primeros modos de vibración se han incluido en la tabla 3.4, considerando diferentes rigideces de los apoyos elásticos, $\kappa=[0,0.2]$.

K_{1i}^c	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
$\kappa=0$	0.3333	0.2000	0.1429	0.1111
$\kappa=0.05$	0.3324	0.1998	0.1427	0.1109
$\kappa=0.1$	0.3312	0.1991	0.1419	0.1100
$\kappa=0.2$	0.3282	0.196	0.1385	0.1066
K_{2i}^c	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
$\kappa=0$	0.5000	0.3333	0.2500	0.2000
$\kappa=0.05$	0.486	0.3235	0.2400	0.1899
$\kappa=0.1$	0.4621	0.2998	0.2187	0.1715
$\kappa=0.2$	0.4079	0.2546	0.1832	0.1428

Tabla 3.4. Valores de K_{ni}^c de los dos primeros modos de vibración para valores de κ en el rango $[0, 0.2]$

3.2.2.3. EXPRESIÓN APROXIMADA PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS VELOCIDADES DE CANCELACIÓN DEL PRIMER MODO DE VIBRACIÓN

Alternativamente a la obtención de las raíces de la ecuación (3.45), puede emplearse una expresión más simple para calcular, de forma aproximada, las velocidades de cancelación del primer modo de vibración en la viga elásticamente apoyada. Esta expresión simplificada, que se basa en considerar una forma modal aproximada del primer modo de vibración, fue deducida previamente por Yang *et al.* [105], pero empleando un planteamiento diferente, al que se hace referencia al final del apartado.

Describiendo el primer modo de vibración de la viga con apoyos elásticos como una superposición de la primera forma modal de su equivalente simplemente apoyado (ecuación (3.2)) y el primer modo simétrico de una viga rígida elásticamente apoyada, es decir

$$\Phi(x) = \sin \frac{\pi x}{L} + \kappa; \quad (3.46)$$

la deflexión $y(x,t)$ de la viga sobre apoyos elásticos considerando únicamente el primer modo de vibración, puede describirse como

$$v(x,t) = \xi(t) \left(\sin \frac{\pi x}{L} + \kappa \right). \quad (3.47)$$

Nuevamente, si se sustituye la expresión anterior en la ecuación (3.1), se multiplican ambos lados de la igualdad por la forma modal aproximada, (ecuación (3.46)) y se integra a lo largo de toda la longitud de la viga, se obtiene la siguiente ecuación diferencial para las vibraciones forzadas:

$$\ddot{\xi}(t) + \tilde{\omega}^2 \xi(t) = -\frac{2}{mL} P \left(1 + \frac{8\kappa}{\pi} + 2\kappa^2 \right)^{-1} \left(\sin \left(\frac{\pi V t}{L} \right) + \kappa \right), \quad 0 \leq t \leq L/V, \quad (3.48)$$

donde $\tilde{\omega}$ hace referencia a la frecuencia de vibración aproximada de la viga con apoyos elásticos, que es

$$\tilde{\omega} = \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} \sqrt{\frac{\pi + 4\kappa}{\pi + 8\kappa + 2\pi\kappa^2}}. \quad (3.49)$$

En este caso, el parámetro de velocidad se designará con el símbolo \tilde{K} , siendo su valor

$$\tilde{K} = \frac{\pi V}{\tilde{\omega} L}. \quad (3.50)$$

Finalmente, resolviendo la ecuación (3.48) considerando condiciones iniciales homogéneas, se obtiene la evolución temporal de la coordenada generalizada $\xi(t)$ para el primer modo de vibración

$$\xi(t) = -\frac{2PL^3}{EI\pi^4 \left(1 + \frac{4\kappa}{\pi} \right)} \left[\kappa (1 - \cos(\tilde{\omega}t)) + \frac{\sin(\tilde{K}\tilde{\omega}t) - \tilde{K} \sin(\tilde{\omega}t)}{1 - \tilde{K}^2} \right], \quad 0 \leq t \leq L/V, \quad (3.51)$$

válida para $\tilde{K} \neq 1$.

Tal y como se ha mencionado anteriormente, la amplitud de las vibraciones libres que experimenta la viga una vez la carga ha salido de ella, viene determinada por el módulo y la pendiente de la ecuación (3.51) en $t=L/V$. Por tanto, para que la cancelación tenga lugar, la amplitud y pendiente de la parte homogénea y particular de la solución deberán ser idénticas y de signo opuesto, lo que se traduce en las siguientes condiciones:

$$\xi(t=L/V)=0 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2\tilde{K}}\right)\left(\kappa\sin\left(\frac{\pi}{2\tilde{K}}\right)-\frac{\tilde{K}}{1-\tilde{K}^2}\cos\left(\frac{\pi}{2\tilde{K}}\right)\right)=0, \quad (3.52)$$

$$\xi(t=L/V)=0 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2\tilde{K}}\right)\left(\kappa\sin\left(\frac{\pi}{2\tilde{K}}\right)-\frac{\tilde{K}}{1-\tilde{K}^2}\cos\left(\frac{\pi}{2\tilde{K}}\right)\right)=0. \quad (3.53)$$

Como ambas ecuaciones deben cumplirse simultáneamente, las condiciones de cancelación pueden obtenerse como una intersección de sus soluciones, es decir,

$$\kappa\sin\left(\frac{\pi}{2\tilde{K}}\right)-\frac{\tilde{K}}{1-\tilde{K}^2}\cos\left(\frac{\pi}{2\tilde{K}}\right)=0. \quad (3.54)$$

Las raíces de la ecuación (3.54) son las velocidades de cancelación adimensional $\tilde{K}_i^c(\kappa)$, que pueden traducirse a velocidad real $\tilde{V}_i^c(\kappa)$ mediante la ecuación (3.50).

En el artículo de Yang [105], esta misma condición de cancelación fue deducida a partir de la respuesta forzada de la viga elásticamente apoyada sometida al paso de un tren de cargas móviles equidistantes. Sin embargo, la ecuación (3.54) deja patente que el fenómeno de cancelación tiene lugar debido a la circulación de una única carga móvil a determinadas velocidades y, por lo tanto, es independiente del número de cargas que circulen sobre la viga o de la separación entre ellas.

Para concluir este apartado se evaluará la influencia de la rigidez del apoyo elástico en las velocidades de cancelación reales, $\bar{V}_{li}^c(\kappa)$, y aproximadas, $\tilde{V}_i^c(\kappa)$, para el modo fundamental. De las ecuaciones (3.14) y (3.38) se obtiene, para $n=1$,

$$\frac{\bar{V}_{li}^c(\kappa)}{V_{li}^c} = \frac{\lambda_1(\kappa)}{\pi} \frac{\bar{K}_{li}^c(\kappa)}{K_{li}^c}, \quad (3.55)$$

que es la relación entre valores de velocidad exactos para los casos con y sin apoyos elásticos. Otra relación de velocidades puede obtenerse a partir de las soluciones aproximadas \tilde{K}_i^c , combinadas con las ecuaciones (3.14) y (3.50),

$$\frac{\tilde{V}_i^c}{V_{li}^c} = \frac{\tilde{K}_i^c}{K_{li}^c} \sqrt{\frac{\pi+4\kappa}{\pi+8\kappa+2\pi\kappa^2}}. \quad (3.56)$$

En la figura 3.13 se han representado los resultados de las ecuaciones (3.55) y (3.56), para valores de κ comprendidos entre 0 y 0.25.

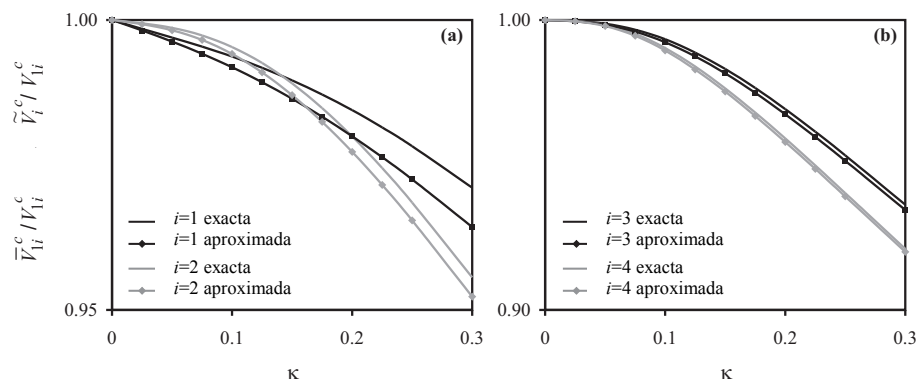


Figura 3.13. Variación de las velocidades de cancelación con la flexibilidad de los apoyos. (a) Primera, segunda y (b) tercera y cuarta cancelación del modo fundamental

En primer lugar puede observarse cómo las velocidades de cancelación aproximadas estiman adecuadamente el valor de las velocidades de cancelación reales, especialmente para valores de κ reducidos. Adicionalmente, la variación que experimentan las velocidades de cancelación de la viga con apoyos elásticos frente al caso simplemente apoyado es muy reducida en el rango de κ considerado. Por tanto, las velocidades de cancelación en el caso con apoyos elásticos podrían calcularse aproximadamente empleando los resultados de la viga simplemente apoyada.

3.3. VIBRACIONES PRODUCIDAS POR UN TREN DE CARGAS MÓVILES CIRCULANDO SOBRE UNA VIGA

Cuando sobre una viga circula un tren de cargas móviles y la separación entre ellas (o entre grupos de ellas) es constante, las vibraciones libres inducidas en la viga por cada una de estas cargas pueden ir superponiéndose hasta generar una situación de resonancia, que se traduce en una amplificación elevada de la respuesta total del sistema. El número de ciclos de oscilación j que la viga experimenta entre el paso de grupos consecutivos de cargas da lugar a la denominación que se emplea habitualmente para designar las resonancias. De este modo, $j=1$

corresponde con una *primera resonancia*; $j=2$ es la *segunda resonancia*, y así sucesivamente. El valor de j también se denomina a veces *orden de la resonancia*. Las velocidades a las que se suceden las consecutivas resonancias de un modo de vibración determinado cumplen la condición de ser submúltiplos de la primera velocidad de resonancia, y pueden predecirse teóricamente empleando sencillas expresiones que se mostrarán más adelante (ecuación (3.58)). El nivel de aceleración alcanzado en el tablero debido a este fenómeno, que constituye una de las variables de mayor relevancia en el proyecto de puentes de ferrocarril de AV, puede predecirse con mayor o menor nivel de seguridad en función del modelo numérico empleado para modelizar la estructura. En este sentido el apoyo elastomérico puede desempeñar un papel importante, ya que modifica la amplitud de las resonancias. Por tanto, cabe preguntarse si la introducción del apoyo en el modelo numérico conduce o no a una predicción conservadora de la respuesta dinámica de la estructura.

Contrariamente a la resonancia, el fenómeno de la cancelación es independiente del espaciado entre las cargas móviles, como ya se vio en el apartado anterior, ya que se produce a velocidades de paso fijas de la carga para una viga determinada. Por tanto, podría darse una situación en la que las velocidades de resonancia y cancelación coincidieran, una circunstancia que lograría inducirse ajustando adecuadamente las distancias entre las cargas que se repiten. En tal caso, las vibraciones libres generadas por cada una de las cargas serían de amplitud nula en el modo considerado y, por tanto, no se sumarían entre sí. Adicionalmente, si la velocidad de resonancia no coincidiera exactamente con la de cancelación pero fuera muy próxima a ella, las vibraciones libres generadas por las cargas serían de escasa amplitud y, por tanto, la resonancia sería poco significativa.

En los siguientes subapartados se estudiarán las condiciones necesarias para que tengan lugar dos situaciones derivadas de los fenómenos de resonancia y cancelación que afectan considerablemente a la respuesta dinámica que la estructura, que son (i) la *cancelación de la resonancia*, que sucede cuando los fenómenos de resonancia y cancelación se producen simultáneamente; y (ii) la *resonancia máxima*, que tiene lugar cuando este fenómeno alcanza su máxima amplitud posible. En relación con la respuesta dinámica de la estructura en una situación de resonancia,

se discutirá también cómo influye la rigidez del apoyo en la amplitud de las resonancias de la viga biapoyada.

3.3.1. CANCELACIÓN DE RESONANCIAS

3.3.1.1. VIGA SIMPLEMENTE APOYADA

En primer lugar, definiremos el parámetro d como la distancia característica entre grupos de cargas que se repiten en un tren, tal y como muestra la figura 3.14.

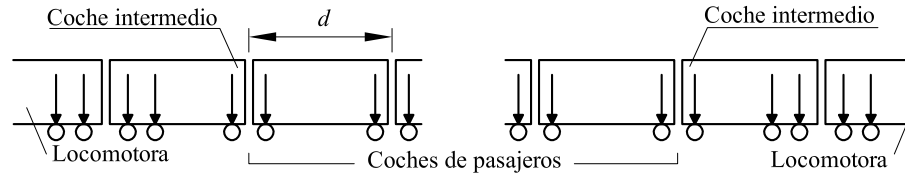


Figura 3.14. Tren constituido por grupos de cargas equidistantes

En una viga, las velocidades de resonancia correspondientes a los modos de flexión transversales cumplen la siguiente condición:

$$V_{nj}^r = \frac{d}{j \cdot T_n} = \frac{\omega_n d}{2\pi j}, \quad n, j \geq 1, \quad (3.57)$$

y sus correspondientes velocidades adimensionales son, por tanto,

$$K_{nj}^r = \frac{n\pi V_{nj}^r}{\omega_n L} = \frac{nd}{2jL}, \quad n, j \geq 1. \quad (3.58)$$

Si las velocidades dadas por la ecuación (3.58) coinciden con alguna de las cancelaciones que predice la ecuación (3.24), la resonancia no llegará a producirse. Igualando ambas expresiones se obtiene por tanto la condición de cancelación de resonancia:

$$K_{nj}^r = K_{ni}^c \Rightarrow \frac{nd}{2jL} = K_{ni}^c \Rightarrow \left(\frac{L}{d}\right)_{nji}^c = \frac{n}{2jK_{ni}^c}, \quad n, j, i \geq 1, \quad (3.59)$$

que puede reescribirse como

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{nji}^c = \frac{n \pm 2i}{2j} > 0, \quad n, j, i \geq 1. \quad (3.60)$$

La ecuación (3.60) permite predecir teóricamente los valores L/d que dan lugar a la i -ésima cancelación de la j -ésima resonancia del n -ésimo modo de vibración. Al igual que en el apartado 3.2.1.2, si se emplea el signo negativo de la ecuación y se obtiene un valor positivo del cociente L/d , se dice que el índice i toma un valor negativo. Cualquier otro ratio de L/d que sea próximo a los obtenidos con la ecuación (3.60), no producirá la cancelación total de la resonancia pero sí una amplificación dinámica reducida de la respuesta del sistema.

Teniendo en cuenta que las resonancias asociadas al primer modo de vibración son las que contribuyen en mayor medida en la respuesta total de los puentes de luces moderadas, en la tabla 3.5 se han recogido las primeras cancelaciones asociadas a este modo ($n=1$). Para su cálculo, se ha sustituido $n=1$ en la ecuación (3.60) y se ha empleado el signo positivo en todos los casos.

$(L/d)_{jji}^c$	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
$j=1$	1.5000	2.5000	3.5000	4.5000
$j=2$	0.7500	1.2500	1.7500	2.2500
$j=3$	0.500	0.8333	1.1667	1.5000
$j=4$	0.3750	0.6250	0.8750	1.1250

Tabla 3.5. Valores de L/d correspondientes a cancelaciones de las cuatro primeras resonancias del primer modo de vibración de la viga simplemente apoyada

3.3.1.2. VIGA ELÁSTICAMENTE APOYADA

La condición de resonancia para una viga con apoyos elásticos es idéntica a la del caso simplemente apoyado (ecuación (3.58)), con la excepción de que su frecuencia circular es $\bar{\omega}_n$. Por tanto,

$$\bar{K}_{nj}^r = \frac{\lambda_n \bar{V}_{nj}^r}{\bar{\omega}_n L} = \frac{\lambda_n d}{2\pi j L}, \quad n, j \geq 1, \quad (3.61a)$$

$$K_{nj}^r = \frac{\bar{K}_{nj}^r \lambda_n}{n\pi} = \left(\frac{\lambda_n}{n\pi} \right)^2 \frac{nd}{2jL}, \quad n, j \geq 1. \quad (3.61b)$$

Nuevamente, si las velocidades que predicen las ecuaciones (3.61) coinciden con alguna de las raíces de la ecuación (3.45), la cancelación de

la resonancia tendrá lugar. La condición que deberá cumplirse es, por tanto,

$$\bar{K}_{nj}^r = \bar{K}_{ni}^c \Rightarrow \left(\frac{L}{d}\right)_{nji}^c = \frac{\lambda_n}{2\pi j} \frac{1}{\bar{K}_{ni}^c} = \left(\frac{\lambda_n}{n\pi}\right)^2 \frac{n}{2jK_{ni}^c}, \quad n, j, i \geq 1. \quad (3.62)$$

La ecuación (3.62) estima los valores L/d que producen la i -ésima cancelación de la j -ésima resonancia del n -ésimo modo de vibración de la viga elásticamente apoyada. En la tabla 3.6 se recogen algunos de estos valores para diferentes valores de κ . Las velocidades de cancelación K_{ni}^c no experimentan cambios significativos con las variaciones del parámetro de rigidez κ , tal y como queda reflejado en la tabla 3.4. Por el contrario, en este caso el efecto de los apoyos elásticos se ve amplificado debido al factor $(\lambda_n/n\pi)^2$, y pueden detectarse variaciones más importantes debidas a κ en la tabla 3.6.

$\kappa=0.05$	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
$j=1$	1.4579	2.4254	3.3959	4.3697
$j=2$	0.7289	1.2127	1.6980	2.1848
$j=3$	0.4860	0.8085	1.1320	1.4566
$j=4$	0.3645	0.6064	0.8490	1.0924
$\kappa=0.1$	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
$j=1$	1.4195	2.362	3.3133	4.2731
$j=2$	0.7098	1.181	1.6567	2.1366
$j=3$	0.4732	0.7873	1.1044	1.4244
$j=4$	0.3549	0.5905	0.8283	1.0683

Tabla 3.6. Valores de L/d correspondientes a cancelaciones de las cuatro primeras resonancias del primer modo de vibración de la viga simplemente apoyada. $\kappa=0.05, 0.1$

3.3.2. MÁXIMA RESONANCIA

La situación opuesta a la cancelación de la resonancia tiene lugar, como se puede deducir, cuando la velocidad de resonancia coincide con alguna de las velocidades de amplitud máxima de las vibraciones libres. En tales

circunstancias, vibraciones libres de la mayor amplitud posible producidas por el paso de las cargas móviles se irán acumulando ciclo tras ciclo, dando lugar al peor escenario en términos de respuesta dinámica, *la máxima resonancia*.

En este apartado se estudiarán las condiciones que deben satisfacerse para alcanzar la situación de máxima resonancia. Dado que no es posible obtener una expresión analítica para determinar las velocidades de máxima respuesta dinámica en la viga simplemente apoyada, tal y como se vio en el apartado 3.2.1.1, ambos tipos de viga se tratarán conjuntamente limitándose este estudio al modo fundamental de flexión.

La situación de máxima resonancia puede tener lugar en dos circunstancias: en primer lugar, cuando el parámetro de velocidad de resonancia dado por las ecuaciones (3.61) con $n=1$, coincide con alguna de las raíces \bar{K}_{ij}^m de la ecuación (3.44); en segundo lugar, si la velocidad adimensional se sitúa en la rama ascendente de las gráficas de vibración libre puede alcanzarse una resonancia de amplitud muy elevada, especialmente si $K > \hat{K}_1^m$.

La primera condición se expresa como

$$K_{ij}^r = \frac{\bar{K}_{ij}^r \lambda_1}{\pi} = \left(\frac{\lambda_1}{\pi} \right)^2 \frac{d}{2jL} = K_{ij}^m, \quad j \geq 1 \quad i \geq 2, \quad (3.63a)$$

$$\left(\frac{L}{d} \right)_{ij}^m = \left(\frac{\lambda_1}{\pi} \right)^2 \frac{1}{2jK_{ij}^m}, \quad j \geq 1 \quad i \geq 2. \quad (3.63b)$$

Estos valores pueden considerarse como *máximas resonancias locales*, ya que K_{ij}^m son los máximos locales de amplitud de las vibraciones libres.

La segunda situación mencionada tiene lugar para valores de K_{ij}^r mayores que $\hat{K}_1^m(\kappa)$, a los que denominaremos como *máximas resonancias globales* por tener lugar debido a la superposición de vibraciones libres de la máxima amplitud posible. Los cocientes L/d asociados a este caso pueden obtenerse como sigue:

$$K_{ij}^r = \left(\frac{\lambda_1}{\pi} \right)^2 \frac{d}{2jL} > \hat{K}_1^m, \quad j \geq 1, \quad (3.64a)$$

$$\left(\frac{\hat{L}}{d}\right)_{1j}^m < \left(\frac{\lambda_1}{\pi}\right)^2 \frac{1}{2j\hat{K}_1^m}, \quad j \geq 1. \tag{3.64b}$$

En la tabla 3.7 se recogen algunos valores del cociente L/d que garantizan las máximas resonancias locales y globales, para $\kappa = \{0, 0.05, 0.1\}$. Cuanto menor es el subíndice i la resonancia alcanza amplitudes mayores. Teniendo en cuenta además que en el caso de los puentes reales la amplitud de las oscilaciones libres se ve amortiguada en cada ciclo de vibración, puede deducirse también que cuanto menor sea el valor j la resonancia será de mayor amplitud.

		$(L/d)_{1ji}^m$		
$\kappa=0$	$(\hat{L}/d)_{1j}^m$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
$j=1$	1.2953	1.9410	2.9638	3.9746
$j=2$	0.6477	0.9705	1.4819	1.9873
$j=3$	0.4318	0.6470	0.9879	1.3249
$j=4$	0.3238	0.4853	0.7410	0.9936
$\kappa=0.05$	$(\hat{L}/d)_{1j}^m$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
$j=1$	1.2600	1.8863	2.8793	3.8582
$j=2$	0.6300	0.9431	1.4397	1.9291
$j=3$	0.4200	0.6288	0.9598	1.2861
$j=4$	0.3150	0.4716	0.7198	0.9645
$\kappa=0.1$	$(\hat{L}/d)_{1j}^m$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
$j=1$	1.2232	1.8396	2.8105	3.7766
$j=2$	0.6116	0.9198	1.4052	1.8883
$j=3$	0.4077	0.6132	0.9368	1.2589
$j=4$	0.3058	0.4599	0.7026	0.9442

Tabla 3.7. Valores de L/d correspondientes a las máximas resonancias locales y globales del primer modo de vibración de la viga simplemente apoyada. $\kappa=\{0, 0.05, 0.1\}$

Por último cabe señalar que las resonancias máximas no pueden producirse si la velocidad máxima de circulación de la línea ferroviaria es inferior a la de sus respectivas velocidades de resonancia (ecuación (3.57)).

3.3.3. INFLUENCIA DE LA RIGIDEZ DE LOS APOYOS ELÁSTICOS EN LA AMPLITUD DE LAS RESONANCIAS DEL PRIMER MODO DE VIBRACIÓN

Como ya se ha visto, la amplitud de las oscilaciones de un puente en situación de resonancia debida a la circulación de un tren de cargas puede explicarse desde la perspectiva de las vibraciones libres que experimenta la viga biapoyada después de que una carga móvil circulando a velocidad constante sobre ella la haya abandonado. Partiendo de este planteamiento, se pretende determinar si es posible predecir a priori en qué sentido puede verse modificada la amplitud de las resonancias de la viga ante variaciones de la rigidez del apoyo elástico. Para ello, se ha retomado en primer lugar la expresión de la amplitud de las oscilaciones libres de la viga biapoyada (ecuación (3.43)) definiendo para ella una nueva normalización dividiendo por una flecha estática que no dependa de la rigidez del apoyo:

$$R_n^*(\kappa, \bar{K}_n) = \frac{1}{P/(EI/L^3)} \sqrt{\frac{\dot{\xi}_n(t=L/V)^2}{\bar{\omega}_n^2} + \xi_n(t=L/V)^2}. \quad (3.65)$$

Como se mostrará a continuación, la representación gráfica de esta nueva expresión para diferentes valores de κ permite observar en qué medida se modifica la amplitud de las oscilaciones libres de una viga ante variaciones en la rigidez de sus apoyos elásticos. Este aspecto no puede evaluarse en su verdadera magnitud a partir de la ecuación (3.43) debido al tipo de normalización empleado en la definición de R_n , consistente en dividir la respuesta por su valor estático $\zeta_{n,st}$. Tal y como se desprende de la ecuación (3.37), $\zeta_{n,st}$ no es constante para cada forma modal de la viga, sino que varía con la rigidez del apoyo κ .

Con el objeto de comparar de manera sencilla el valor que alcanza la expresión (3.65) en condiciones de resonancia para diferentes valores de κ , la amplitud R_1^* se representará gráficamente empleando como eje de abscisas el cociente adimensional $V/(2f_1L)$, designando como f_1 a la frecuencia del primer modo de vibración de la viga (simplemente apoyada o con apoyos elásticos). Para la viga elásticamente apoyada es inmediato

demostrar que $V/(2f_1L) = \bar{K}_1\pi/\lambda_1(\kappa)$, por lo que para cada valor de κ dado es indiferente representar $R_1^*(\bar{K}_1)$ o $R_1^*(V/(2f_1L))$. En particular, para la viga simplemente apoyada el eje de abscisas seleccionado coincide con la velocidad adimensional K .

En una situación de resonancia se cumplen la ecuaciones (3.61), y por tanto existe también la siguiente relación:

$$\frac{\bar{V}_{1j}^r}{2f_1L} = \left(\frac{d}{2jL} \right), \tag{3.66}$$

donde \bar{V}_{1j}^r hace referencia a la velocidad de la resonancia de orden j del primer modo de vibración, tanto en la viga con apoyos elásticos como, en particular, en la viga simplemente apoyada. En consecuencia, si se restringe el análisis a condiciones de resonancia, un mismo valor en el eje de abscisas está asociado a la resonancia de orden j del modo 1, debida a la circulación del tren de cargas de distancia característica d .

En la figura 3.15 se ha representado el valor de la amplitud R_1^* para diferentes valores de κ , en función del cociente adimensional $V/(2f_1L)$. Como puede apreciarse en el gráfico, se ha identificado el eje de abscisas con el cociente $d/(2jL)$; una equivalencia que se cumple únicamente en situaciones de resonancia, tal y como ya ha sido señalado.

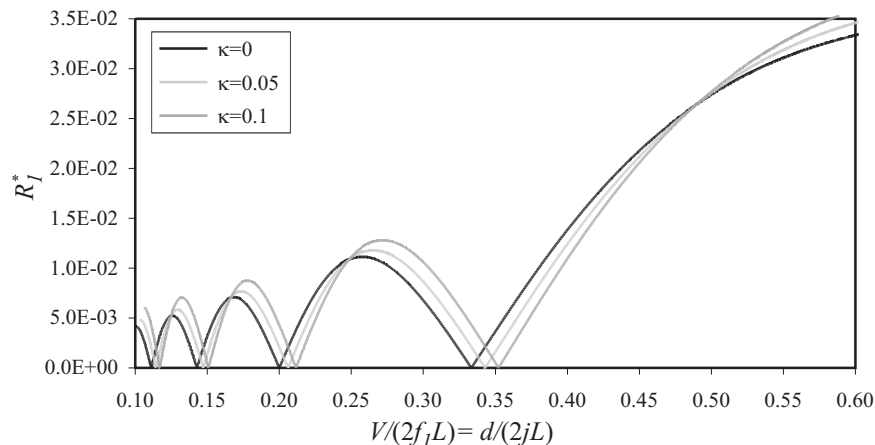


Figura 3.15. Amplitud de las vibraciones libres del primer modo de vibración para valores de κ en el rango $[0, 0.1]$

El nuevo eje de abscisas definido permite apreciar un patrón de comportamiento en las curvas que no era visible en las representaciones anteriores. Exceptuando los valores próximos a las cancelaciones, en estos diagramas pueden diferenciarse claramente zonas en las que la amplitud de las oscilaciones libres es mayor a medida que aumenta la flexibilidad del apoyo elástico; mientras que en otras la amplitud es mayor si se consideran apoyos rígidos, decreciendo ésta según se incrementa la flexibilidad del mismo. También puede observarse que las curvas obtenidas con diferentes valores de κ se intersectan en puntos comunes a lo largo del diagrama; y son estos puntos los que marcan el cambio de tendencia de la amplitud de las vibraciones libres. Estas intersecciones entre las curvas pueden determinarse numéricamente, aunque como puede apreciarse en la figura, se encuentran muy próximas a los máximos de vibración libre para la viga con apoyos rígidos ($\kappa=0$). La única excepción a esta regla es la intersección que tiene lugar en torno a $V/(2f_1L)=0.5$, la cual queda más alejada del primer máximo de las oscilaciones libres en la viga biapoyada, $K_{11}^m = 0.7314$. No obstante, el valor límite para la velocidad adimensional K de las líneas de ferrocarril existentes es aproximadamente igual a 0.55 como se mostró anteriormente.

A partir de esta información es posible tratar de determinar a priori qué resonancias producidas por un tren determinado deberían calcularse incluyendo los apoyos elásticos en el modelo numérico para obtener una predicción conservadora de su amplitud. Se pueden deducir las siguientes observaciones respecto de la relación $(d/2jL)$ de las diferentes resonancias de orden j del primer modo de vibración, producidas por la circulación de un tren de cargas a velocidad constante V :

- ✓ Un pico de resonancia concreto puede alcanzar una amplitud mayor al desprestigiar la rigidez de los apoyos elásticos ($\kappa=0$), cuando su relación $(d/2jL)$ cumple los siguientes requisitos:

$$K_{11}^c < \frac{d}{2jL} < 0.5 \text{ o bien } K_{ii}^c < \frac{d}{2jL} < K_{ii}^m, \quad i > 1 \quad (3.67)$$

o en términos de velocidades

$$2f_1LK_{11}^c < V < f_1L \text{ o bien } 2f_1LK_{ii}^c < V < 2f_1LK_{ii}^m, \quad i > 1. \quad (3.68)$$

- ✓ Por el contrario, el pico de resonancia puede alcanzar una amplitud mayor según se incrementa la flexibilidad del apoyo ($\kappa > 0$), si su relación ($d/2jL$) cumple lo siguiente:

$$K_{1(i+1)}^m < \frac{d}{2jL} < K_{1i}^c, \quad (3.69)$$

o alternativamente, en términos de velocidades

$$2f_1 L K_{1(i+1)}^m < V < 2f_1 L K_{1i}^c. \quad (3.70)$$

Los valores K_{1i}^m y K_{1i}^c que aparecen en estas fórmulas están recogidos en las tablas 3.1 y 3.2.

Las expresiones anteriores pueden resultar útiles para predecir de forma aproximada si resulta conservador o no incluir los apoyos elásticos en el modelo numérico de cálculo en la predicción de los niveles máximos de aceleración de los tableros. En el Capítulo 4 se verificará si estas relaciones deducidas a partir de las vibraciones libres de la viga biapoyada pueden ser aplicables también en los puentes de vía doble y luces moderadas.

3.4. EJEMPLO NUMÉRICO

Como ejemplo ilustrativo de los fenómenos de resonancia y cancelación en situaciones reales, a continuación se analiza la respuesta dinámica de un puente mixto de vía única, de luz entre apoyos $L = 27$ m, masa lineal $m = 15000$ kg/m y frecuencia fundamental $\omega_1 = 43.98$ rad/s, perteneciente a una línea de alta velocidad. De acuerdo con el Eurocódigo 1, se considerará una tasa de amortiguamiento igual a $\zeta = 0.5\%$.

El citado puente se ha sometido al paso del Tren Universal A1 definido en el Eurocódigo 1, el cual se caracteriza por poseer una distancia característica $d = 18$ m. Por tanto, el cociente $L/d = 1.5$. Según la tabla 3.5 este valor daría lugar a una cancelación de la primera resonancia del modo fundamental. Además de ello, el valor 1.5 está muy próximo a uno de los que garantizan una resonancia máxima, tal y como puede apreciarse en la tabla 3.7, donde para $\kappa = 0$, $L/d = 1.4819$, que corresponde con una segunda resonancia ($j=2$) del modo fundamental constituida por la

superposición de las vibraciones libres generadas en el tercer máximo local ($i=3$).

En la figura 3.16 se ha representado la máxima aceleración obtenida en el puente anterior en un total de 19 secciones del mismo, separadas a intervalos regulares $x/L=0.05$, y ante la circulación del tren A1 en un rango de velocidades entre 100 y 500 km/h. La respuesta dinámica se ha calculado por Superposición Modal, considerando la contribución de los cinco primeros modos de flexión longitudinal y en intervalos de velocidad de 1.8 km/h.

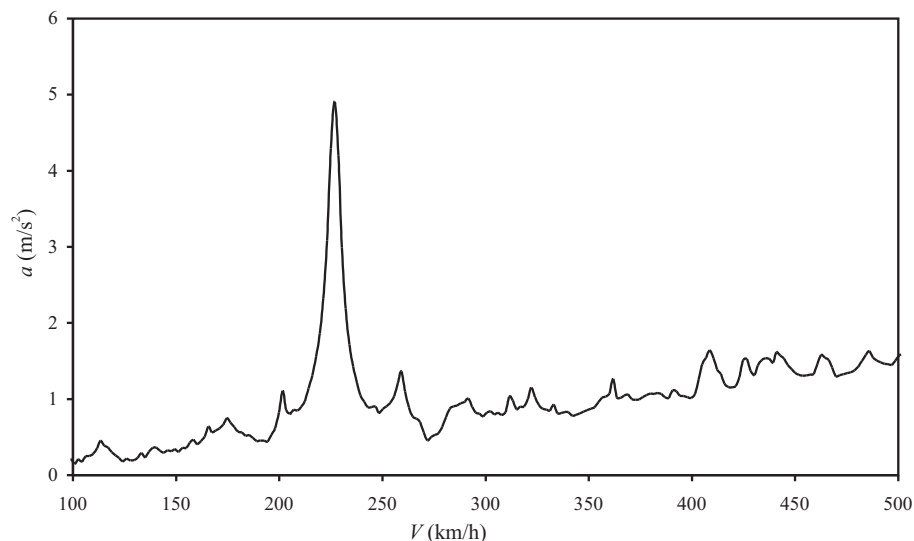


Figura 3.16. Aceleración máxima en centro de vano de un puente de 27m ante la circulación del tren A1

Tal y como se había deducido a priori, no se aprecia una amplificación significativa de la respuesta a la velocidad de resonancia $V_{11}^r = (43.98 \cdot 18 / 2\pi) \cdot 3.6 = 453.6$ km/h. Sin embargo, sí que aparece un pico de aceleración de 4.77 m/s² a la velocidad $V_{12}^r = V_{11}^r / 2 = 226.8$ km/h, un valor registrado en centro de vano ($x/L=0.5$).

3.5. GENERALIZACIÓN A PLACAS RECTANGULARES ORTÓTROPAS

Como se comprobará a continuación, algunos de los resultados obtenidos anteriormente pueden ser directamente aplicables a placas ortótropas con dos bordes opuestos simplemente apoyados. La validez de estos resultados guarda una relación directa con las formas modales $\Phi_{ij}(x,y)$ de la placa ortótropa con condiciones de contorno apoyado en bordes opuestos coincidentes con la entrada y salida de cargas y libre en los otros dos, cuyas expresiones analíticas pueden encontrarse en [37] y son,

$$\Phi_{ij}(x,y) = C_{ij} Y_{ij}(y) \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right), \quad (3.71)$$

donde

$$Y_{ij}(y) = \frac{\delta_{ij} \cosh(\phi_{ij} y/L) + \gamma_{ij} \cos(\vartheta_{ij} y/L)}{\gamma_{ij} \delta_{ij} (\cosh(\phi_{ij} B/L) - \cos(\vartheta_{ij} B/L))} - \frac{\vartheta_{ij} \gamma_{ij} \sinh(\phi_{ij} y/L) + \phi_{ij} \delta_{ij} \sin(\vartheta_{ij} y/L)}{\vartheta_{ij} \gamma_{ij}^2 \sinh(\phi_{ij} B/L) - \phi_{ij} \delta_{ij}^2 \sin(\vartheta_{ij} B/L)}, \quad (3.72)$$

$$\begin{aligned} \phi_{ij} &= \frac{i\pi}{\sqrt{D_y}} \left[\left(H^2 - D_x D_y + \frac{\rho h D_y L^4 \omega_{ij}^2}{i^4 \pi^4} \right)^{1/2} + H \right]^{1/2}, & \gamma_{ij} &= D_y \phi_{ij}^2 - i^2 \pi^2 \frac{D_1 + D_2}{2}; \\ \vartheta_{ij} &= \frac{i\pi}{\sqrt{D_y}} \left[\left(H^2 - D_x D_y + \frac{\rho h D_y L^4 \omega_{ij}^2}{i^4 \pi^4} \right)^{1/2} - H \right]^{1/2}, & \delta_{ij} &= D_y \vartheta_{ij}^2 + i^2 \pi^2 \frac{D_1 + D_2}{2}. \end{aligned} \quad (3.73)$$

En las ecuaciones anteriores C_{ij} es una constante que depende de la normalización del modo, mientras que D_x , D_y , D_1 y D_2 son respectivamente las rigideces a flexión y de acoplamiento a flexión longitudinal y transversal de la placa por unidad de ancho/largo; y H puede obtenerse de la expresión 3.77. Para cada valor de i es posible obtener un número infinito de raíces en la ecuación de frecuencias de la placa, que es

$$\begin{aligned} & (\vartheta_{ij}^2 \gamma_{ij}^4 - \phi_{ij}^2 \delta_{ij}^4) \sinh\left(\phi_{ij} \frac{B}{L}\right) \sin\left(\vartheta_{ij} \frac{B}{L}\right) + \\ & + 2\phi_{ij} \vartheta_{ij} \gamma_{ij}^2 \delta_{ij}^2 \left(\cosh\left(\phi_{ij} \frac{B}{L}\right) \cos\left(\vartheta_{ij} \frac{B}{L}\right) - 1 \right) = 0, \end{aligned} \quad (3.74)$$

y se relacionan con la frecuencia circular a través de la expresión

$$\omega_{ij} = \frac{\sqrt{D_y \phi_{ij}^4 - 2i^2 \pi^2 H \phi_{ij}^2 + i^4 \pi^4 D_x}}{L^2 \sqrt{\rho h}}. \quad (3.75)$$

Considérese a continuación que la placa se ve sometida al paso de una carga móvil de módulo P , que se desplaza a velocidad constante V y describiendo una trayectoria rectilínea paralela a los bordes libres de la placa (figura 3.17).

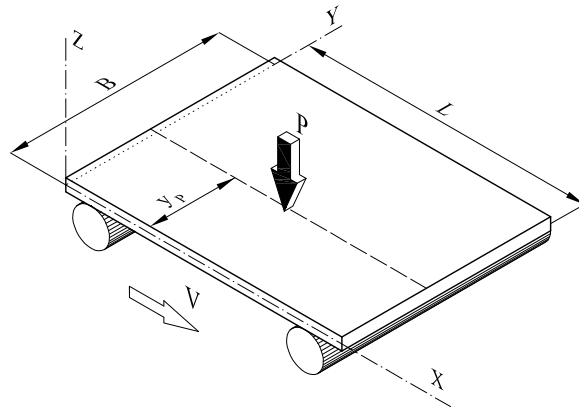


Figura 3.17. Placa simplemente apoyada con carga móvil

La ecuación diferencial que gobierna la deflexión $w(x,y,t)$ de su plano neutro, despreciando el amortiguamiento estructural, puede escribirse como

$$\begin{aligned} D_x \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial y^4} + \rho h \frac{\partial^2 w(x,y,t)}{\partial t^2} = \\ = P \delta(x-Vt) \delta(y-y_p), \quad 0 \leq t \leq \frac{L}{V}, \end{aligned} \quad (3.76)$$

siendo el término $2H$

$$2H = D_1 + D_2 + D_{xy} + D_{yx}, \quad (3.77)$$

que relaciona las rigideces torsionales de la placa D_{xy} y D_{yx} con las rigideces de acoplamiento a flexión longitudinal y transversal por unidad de anchura/longitud. En la ecuación (3.76), δ es la función Delta de Dirac, y el parámetro y_p la distancia de la carga móvil al borde libre de la placa indicado en la figura 3.17. La solución a la ecuación (3.76) puede obtenerse por superposición modal, expresando en primer lugar la deflexión de la placa $w(x,y,t)$ como una combinación lineal de $N_m \times N_n$ modos de vibración, $\Phi_{ij}(x,y)$,

$$w(x,y,t) = \sum_{i=1}^{N_m} \sum_{j=1}^{N_n} \psi_{ij}(t) C_{ij} Y_{ij}(y) \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right), \quad (3.78)$$

siendo $\psi_{ij}(t)$ la amplitud modal asociada al ij -ésimo modo de vibración de la placa. Sustituyendo la ecuación (3.78) en la (3.76), multiplicando por el nm -ésimo modo e integrando la ecuación resultante en el área de la placa, teniendo en cuenta la condición de ortogonalidad de sus modos de vibración [37], se obtiene la variación temporal de la amplitud del nm -ésimo modo de la placa, es decir

$$\ddot{\Psi}_{nm}(t) + \omega_{nm}^2 \Psi_{nm}(t) = -\frac{1}{M_{nm}} P C_{nm} Y_{nm}(y_p) \sin\left(\frac{n\pi Vt}{L}\right), \quad 0 \leq t \leq \frac{L}{V}, \quad (3.79)$$

siendo M_{nm} la masa modal asociada al nm -ésimo modo de vibración,

$$M_{nm} = \int_0^L \int_0^B \rho h \Phi_{nm}^2(x,y) dy dx = \int_0^L \int_0^B \rho h \left(C_{nm} \sin\frac{n\pi x}{L} Y_{nm}(y) \right)^2 dy dx. \quad (3.80)$$

De la ecuación (3.79) puede deducirse que el término $Y_{nm}(y_p)$ es constante para cada forma modal, ya que la carga móvil se desplaza siguiendo una trayectoria rectilínea de coordenada $y = y_p$. Por tanto la carga modal en este caso es idéntica a la de la viga simplemente apoyada (ecuación (3.12)), salvo por el factor $C_{nm} \cdot Y_{nm}(y_p)$. Por tanto, la solución a la ecuación (3.79) considerando condiciones iniciales homogéneas y dividida por la deflexión estática $\Psi_{nm,st}$, puede escribirse como

$$\frac{\Psi_{nm}(t)}{\Psi_{nm,st}} = \frac{-1}{1 - K_{nm}^2} \left[\sin(K_{nm} \omega_{nm} t) - K_{nm} \sin(\omega_{nm} t) \right], \quad 0 \leq t \leq \frac{L}{V}, \quad K_{nm} \neq 1, \quad (3.81)$$

siendo $\Psi_{nm,st}$,

$$\Psi_{nm,st} = \frac{PC_{nm} Y_{nm}(y_P)}{M_{nm} \omega_{nm}^2}, \quad (3.82)$$

y K_{nm} es el parámetro de velocidad adimensional definido por

$$K_{nm} = \frac{\Omega_{nm}}{\omega_{nm}} = \frac{n\pi V}{\omega_{nm} L} = \frac{V}{L/n} \frac{T_{nm}}{2}. \quad (3.83)$$

La ecuación (3.81), solución a las vibraciones forzadas de la placa, es análoga a la ecuación (3.16a) de la viga simplemente apoyada. Por tanto se puede afirmar que los resultados obtenidos en las secciones 3.2.1, 3.3.1 y 3.3.2 son directamente aplicables al caso de la placa ortótropa. La veracidad de esta afirmación se ha ilustrado también con un ejemplo numérico que se presenta a continuación.

3.5.1. EJEMPLO NUMÉRICO

El caso seleccionado como ejemplo es una placa ortótropa con dos de sus bordes opuestos simplemente apoyados, cuyas propiedades mecánicas y dimensiones principales se resumen en la tabla 3.8.

Masa y dimensiones		Constantes de ortotropía	
L (m)	15	D_x (Nm)	$2.09560 \cdot 10^9$
B (m)	11.6	D_y (Nm)	$4.53665 \cdot 10^7$
h (m)	0.25	$D_1 = D_2$ (Nm)	$9.07330 \cdot 10^6$
ρ (kg/m ³)	7883	D_{xy} (Nm)	$5.22372 \cdot 10^7$
M (kg/m)	22861	D_{yx} (Nm)	$3.62932 \cdot 10^7$

Tabla 3.8. Valores de L/d correspondientes a las máximas resonancias locales y globales del primer modo de vibración de la viga simplemente apoyada. $\kappa = \{0, 0.05, 0.1\}$

La figura 3.18 muestra los nueve primeros modos de vibración de esta placa y sus respectivas frecuencias, obtenidas numéricamente tras la discretización de la misma mediante elementos finitos y empleando el modelo numérico descrito en la sección 4.3.2.

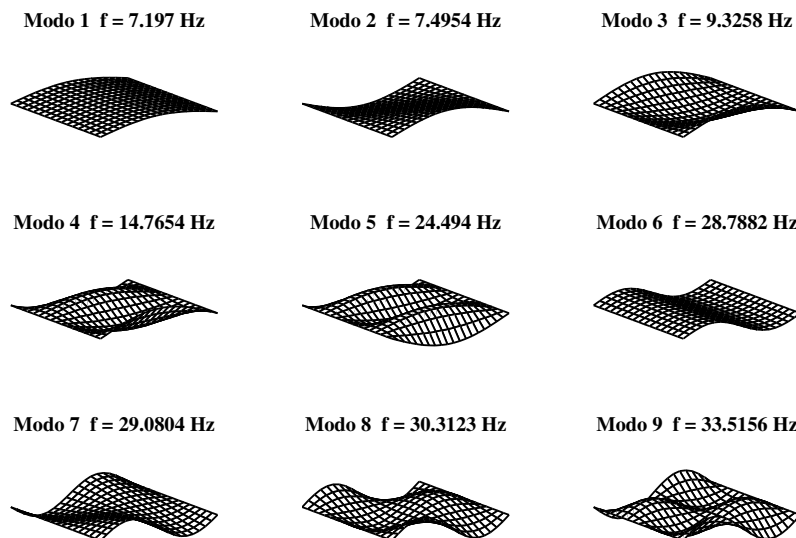


Figura 3.18. Nueve primeras formas modales de la placa ortótropa simplemente apoyada

Las cinco primeras formas modales mostradas anteriormente describen una única semionda a lo largo del eje X y, por tanto, se corresponden con el caso $n=1$ de la viga simplemente apoyada. Por tanto, de acuerdo con lo expuesto anteriormente, estas cinco primeras formas modales compartirían las mismas velocidades de cancelación, y se calcularían teóricamente con la ecuación (3.24), tomando $n=1$. Las velocidades de cancelación para los restantes modos de vibración mostrados en la figura 3.18, que describen dos semiondas a lo largo del eje longitudinal X, se calcularían por tanto tomando $n=2$ en la ecuación (3.24).

La comprobación numérica de estas velocidades de cancelación se ha realizado sometiendo a la placa anterior al paso de una carga móvil de módulo $P= 200 \text{ kN}$, circulando a velocidad constante a una distancia $y_p= 3.25\text{m}$ de uno de los bordes libres de la misma (figura 3.17). Variando la velocidad de circulación de la carga entre 20 y 440 m/s en intervalos de 0.1 m/s, se ha calculado, por integración numérica de las nueve formas modales de la figura 3.18 separadamente, la máxima respuesta de la placa en vibraciones libres. En la figura 3.19 se ha representado, en función de la velocidad adimensional K_{nm} , el desplazamiento máximo asociado a cada

una de las contribuciones modales, calculado en el punto de la placa correspondiente a la mayor amplitud modal en cada caso. Cada una de las curvas representadas en los gráficos (a) y (b) hace referencia al desplazamiento en vibraciones libres asociado a la contribución de una única forma modal, para $n=1$ y $n=2$ respectivamente.

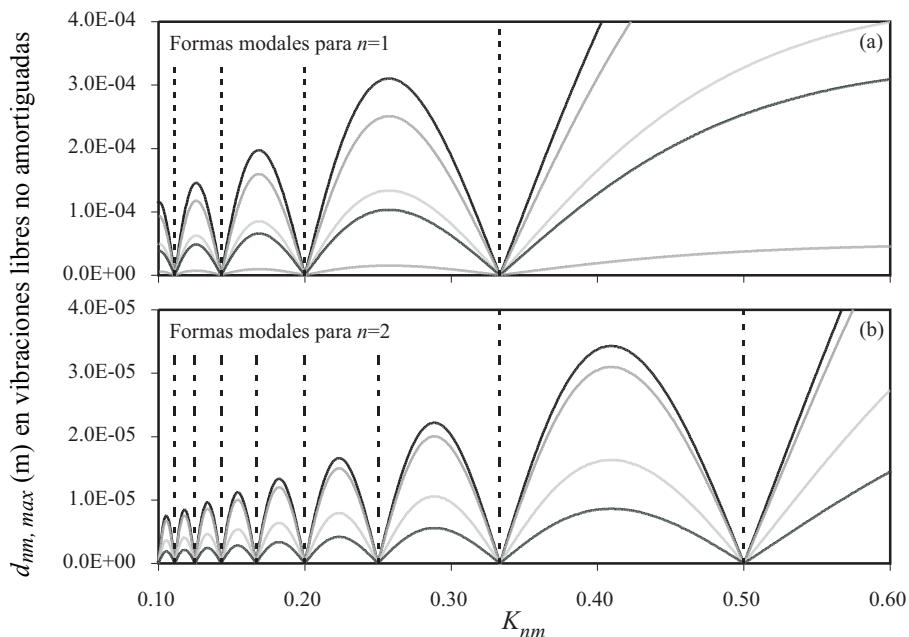


Figura 3.19. Desplazamiento máximo en la placa en vibraciones libres asociado a una contribución modal determinada. $\zeta = 0.0\%$

Las líneas verticales de trazos discontinuos son las correspondientes velocidades de cancelación calculadas con la ecuación (3.24).

Si se repiten los cálculos anteriores incluyendo el amortiguamiento estructural, puede verificarse nuevamente que las características principales de la cancelación no sufren alteraciones importantes, tal y como se aprecia en la figura 3.20. En este caso, la tasa de amortiguamiento introducida en la placa ha sido $\zeta=1.35\%$, siguiendo las recomendaciones del Eurocódigo 1 para tableros pretensados.

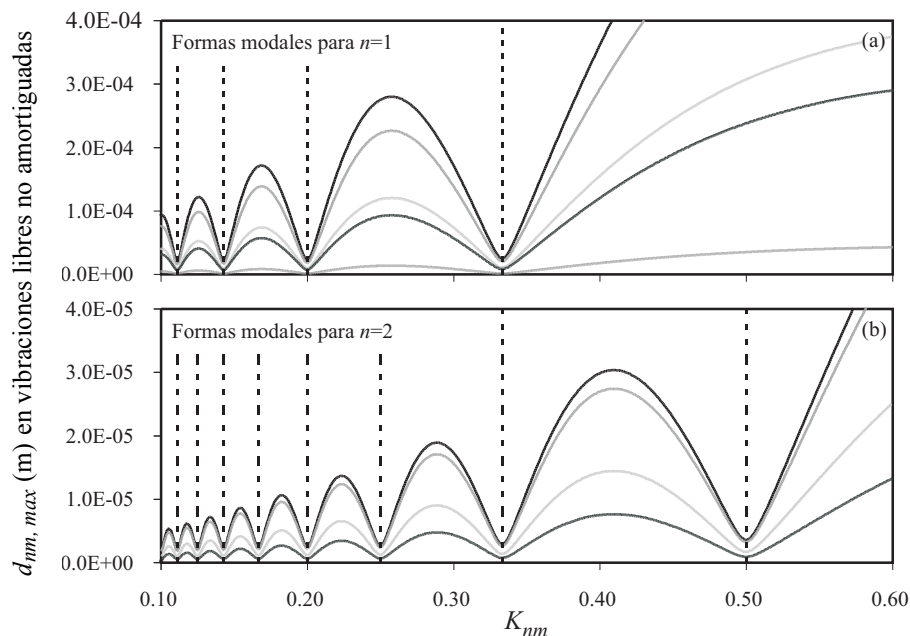


Figura 3.20. Desplazamiento máximo en la placa en vibraciones libres asociado a una contribución modal determinada. $\zeta = 1.35\%$

Como puede comprobarse, las expresiones deducidas para el cálculo de los máximos en vibraciones libres y de las cancelaciones en la viga biapoyada resultan aplicables también a las placas, debido a la analogía entre las funciones de carga modal en ambos elementos.

3.6. EFECTO DE LA INTERACCIÓN VÍA-ESTRUCTURA EN LAS VELOCIDADES DE CANCELACIÓN

Tal y como se muestra en la sección 3.2.1.2, el fenómeno de la cancelación puede interpretarse intuitivamente si se analizan por separado las componentes homogénea y particular de la solución a la vibración forzada de la viga. Y a partir de esta interpretación, es posible obtener de manera sencilla las ecuaciones que definen las condiciones de cancelación en vigas biapoyadas y, por extensión, en placas ortótropas.

La importancia de predecir las condiciones de cancelación en situaciones reales queda de manifiesto en la obtención experimental de ciertas magnitudes físicas dependientes de la amplitud de las vibraciones, tales

como el amortiguamiento. Su determinación experimental se basa normalmente en el análisis de los registros temporales de las vibraciones libres en el puente producidas por el paso de un vehículo (locomotora) a velocidad constante. Por tanto, debería evitarse que esta velocidad coincidiera con alguna de las de cancelación de la estructura.

En los apartados anteriores se han obtenido expresiones para el cálculo de las velocidades de cancelación en vigas biapoyadas y placas de comportamiento ortótropo, que pueden ser de utilidad para la predicción de este fenómeno en los puentes de ferrocarril. Sin embargo, cabe preguntarse si, en situaciones reales, la presencia de elementos adicionales como la vía (carriles, traviesas, balasto, etc.) podría alterar la evolución temporal de las componentes homogénea y particular de la solución a la vibración forzada, comprometiéndose por tanto la validez de las predicciones.

En este apartado se pretende realizar un estudio preliminar sobre cómo afecta la presencia de la vía a las condiciones de cancelación. Para ello se empleará un modelo plano sencillo del puente que incluye los diferentes elementos constitutivos de la vía, tal y como se muestra en la figura 3.21.

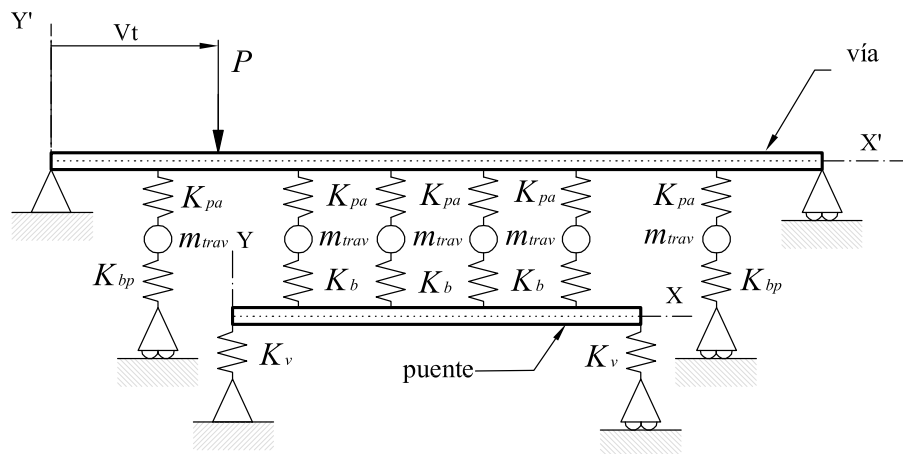


Figura 3.21. Modelo plano simplificado de interacción vía-estructura

En el modelo numérico se han considerado los principales elementos que constituyen un puente de ferrocarril de vía sobre balasto: carriles, balasto, traviesas, placas de asiento de sujeción de las vías, plataforma de vía y apoyos elastoméricos del puente. El puente y la vía se han modelizado

como dos vigas B-E, discretizadas por elementos finitos. En cuanto a los apoyos elastoméricos del puente, éstos se han considerado como muelles de rigidez K_v , al igual que las placas de asiento de los carriles, de rigidez K_{pa} . El efecto de las traviesas se ha incluido en el modelo numérico empleando masas concentradas de valor m_{trav} . Por último, el balasto y la plataforma de vía se han modelizado empleando muelles lineales de distintas rigideces: en los elementos que conectan la vía y el puente se ha considerado únicamente la rigidez del balasto, de valor K_b , mientras que en el tramo de vía que se prolonga más allá del puente se han empleado muelles de rigidez K_{bp} , que consideran conjuntamente la rigidez del sistema balasto-plataforma de vía. Teniendo en cuenta que la separación entre traviesas está estandarizada a un valor de 60 cm, los elementos que conectan la vía con el tablero del puente y el suelo se han situado en el modelo igualmente espaciados a una distancia igual al valor mencionado. Por último, para determinar la longitud de vía necesaria en el modelo que permita reproducir adecuadamente la interacción, se ha efectuado un análisis de sensibilidad previo, consistente en obtener la respuesta dinámica en centro de vano del puente ante el paso de una carga móvil, incrementando progresivamente la longitud de la vía hasta alcanzar la convergencia en los resultados.

Con el modelo numérico anteriormente descrito se ha estudiado el comportamiento dinámico de dos puentes reales ante la circulación de una carga móvil a diferentes velocidades. Las principales propiedades mecánicas de estos dos puentes, junto con el valor de la rigidez de sus apoyos elásticos, se resumen en la tabla siguiente:

	Puente 1	Puente 2
Luz, L (m)	18	9
Masa, m (kg/m)	11500	11046
n_0 (Hz)	6.61	14.74
Densidad ρ (kg/m ³)	2500	2500
K_v (kN/mm)	$1.3790 \cdot 10^9$	$3.2890 \cdot 10^9$
κ (Ecuación (3.28))	0.09	0.09

Tabla 3.9. Propiedades mecánicas de los dos puentes objeto de estudio

Con estos datos de partida se han estimado, en cada puente y mediante la ecuación (3.45), las cinco primeras velocidades de cancelación para el modo fundamental. Los resultados son los siguientes:

	n_0 (Hz)	\bar{V}_{11}^c (km/h)	\bar{V}_{12}^c (km/h)	\bar{V}_{13}^c (km/h)	\bar{V}_{14}^c (km/h)	\bar{V}_{15}^c (km/h)
Puente 1	6.61	300.24	180.36	128.88	100.08	81.36
Puente 2	14.74	334.51	201.2	143.53	111.35	90.86

Tabla 3.10. Velocidades de cancelación teóricas para el modo fundamental

Las propiedades nominales que se han adoptado para los diferentes elementos constitutivos de la vía mostrados en la figura 3.21 se recogen en la tabla siguiente:

Carril	Denominación	E (Pa)	I (m ⁴)	A (cm ²)	m (kg/m)
	UIC 60	$2.1 \cdot 10^{11}$	$3055 \cdot 10^{-8}$	76.86	60.34
Traviesa	Denominación	M (kg)	K_{bp} (kN/mm)	K_b (kN/mm)	K_{pa} (kN/mm)
	UIC (AI-04)	320	200	280	120

Tabla 3.11. Propiedades mecánicas nominales de los diferentes elementos constitutivos de la vía considerados en el modelo numérico

El carril y traviesa que se indican en la tabla 3.11 son los modelos habitualmente empleados en las líneas de alta velocidad españolas, cuyas dimensiones principales pueden ser consultadas en la IAPF-07. Como en el modelo plano de la figura 3.21, la vía está modelizada mediante una única viga B-E, cuya inercia, área y masa lineal se obtendrán multiplicando por dos los valores correspondientes al carril UIC 60. Las rigideces K_{bp} , K_b y K_{pa} , indicadas en la tabla son las correspondientes a una vía completa, no a un hilo de carril, y se han extraído de los trabajos de López Pita [56, 57]. Tal y como indica este autor, los valores de las rigideces de los diferentes componentes de la vía están sujetos a una amplia variabilidad, dependiente, entre otros factores, del tipo de línea y del país de origen. Para incluir esta incertidumbre en el modelo numérico, las rigideces de los elementos de la vía con mayor influencia en la respuesta dinámica del puente se variarán en un rango de $\pm 50\%$ respecto del valor indicado en la tabla, tal y como se detalla a continuación.

Para estudiar el efecto de la rigidez de la vía en las velocidades de cancelación teóricas, se ha calculado la respuesta dinámica de los dos puentes de estudio (tabla 3.9) debido al paso de una carga móvil de valor constante $P = 200$ kN. Esta carga se ha hecho circular a diferentes velocidades comprendidas entre 40 y 430 km/h, y en incrementos de 0.2 km/h. Para cada velocidad, se ha calculado la aceleración máxima de cada uno de los puentes en vibraciones libres, por integración directa en el tiempo del primer modo de vibración del modelo de interacción de la figura 3.21. Estos cálculos se han repetido variando separadamente las rigideces de los elementos constitutivos de la vía que se consideran más influyentes en la respuesta dinámica respecto de los valores nominales indicados en la tabla 3.11, manteniendo el resto de parámetros constantes. En concreto, se han variado las rigideces relativas al balasto, K_{bp} , K_b , en un $\pm 50\%$, analizándose por tanto un rango de valores que sobrepasa el máximo indicado por López Pita [56]. Y el mismo rango de variación de un $\pm 50\%$ se ha considerado en la rigidez EI del carril respecto de los valores nominales del carril UIC 60, de esta forma las rigideces de otros carriles habituales como el UIC 54, 115 RE, 136 RE, quedarían incluidas dentro del intervalo.

En la figura 3.22 se han representado, en función de la velocidad, las aceleraciones máximas de cada puente en vibración libre debidas a la contribución del primer modo, considerando diferentes valores de la rigidez EI del carril y manteniendo el resto de parámetros del modelo constantes. Las líneas verticales en trazo discontinuo se corresponden con las velocidades de cancelación teóricas indicadas en la tabla 3.10.

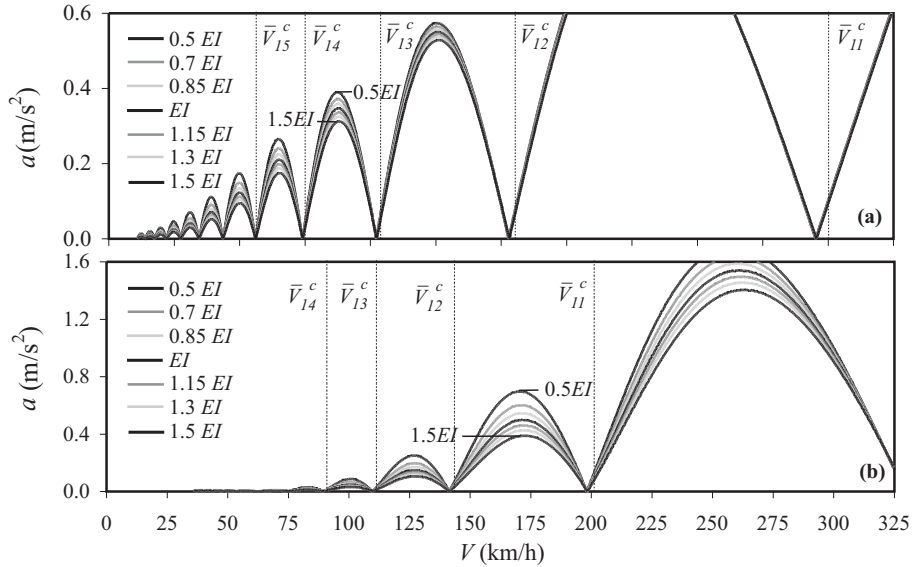


Figura 3.22. Aceleración máxima en vibraciones libres debida a la contribución del modo fundamental y considerando diferentes rigideces del carril. a) Puento 1. b) Puento 2

Tal y como puede apreciarse, las velocidades de cancelación del modelo de interacción no varían significativamente respecto a sus valores teóricos deducidos a partir de la viga biapoyada. La mayor diferencia en los resultados se alcanza en la primera cancelación del modo fundamental en el puente 1, siendo la máxima diferencia porcentual respecto del valor de cancelación teórico de 1.67%. Tampoco se aprecia una influencia significativa de la rigidez del carril en las velocidades de cancelación.

En la figura 3.23 se han representado de nuevo las aceleraciones máximas en vibraciones libres de cada uno de los puentes; en este caso variando las rigideces del balasto K_{bp} , K_b , en un $\pm 50\%$ respecto de su valor nominal, y manteniendo constantes el resto de parámetros del modelo.

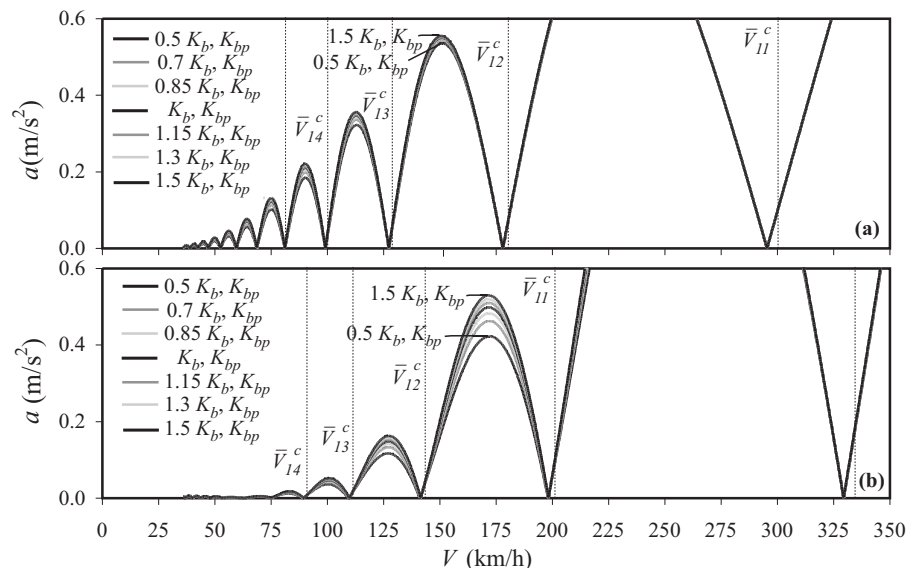


Figura 3.23. Aceleración máxima en vibraciones libres debida a la contribución del modo fundamental y considerando diferentes rigideces del balasto. a) Puente 1. b) Puente 2

De la observación de estos gráficos pueden extraerse conclusiones análogas a las del caso anterior: se observa una variación poco significativa de las velocidades de cancelación respecto a los valores teóricos (la mayor diferencia encontrada corresponde a la primera velocidad de cancelación del modo fundamental en el puente 2, y es de un 2.19% respecto al valor teórico); y una influencia despreciable de las variaciones de la rigidez del balasto en las velocidades de cancelación.

3.7. CONCLUSIONES

Las conclusiones que se han obtenido tras el estudio de las vibraciones libres experimentadas por una viga simplemente o elásticamente apoyada debido a la circulación de cargas móviles, pueden resumirse en los siguientes puntos:

- ✓ En ausencia de amortiguamiento estructural, las vibraciones libres producidas por una carga móvil aislada circulando sobre una viga simplemente apoyada, alcanzan amplitudes máximas o nulas a determinadas velocidades de circulación; un comportamiento que

fue previamente observado por Savin [86] y Pesterev *et al.* [79]. Tal y como señalaba el primero, se ha verificado que el amortiguamiento estructural tiene una influencia poco significativa en estos fenómenos. En este capítulo se han obtenido expresiones sencillas para el cálculo de las velocidades de cancelación (amplitud nula de las oscilaciones libres) y de máxima respuesta libre para un modo cualquiera de la viga simplemente apoyada. También se ha presentado una interpretación intuitiva del fenómeno de cancelación a partir de las componentes homogénea y particular de la vibración forzada de la viga en el instante de salida de la carga.

- ✓ Los resultados anteriores se han obtenido también para el caso de la viga elásticamente apoyada y para diferentes valores de la rigidez de los apoyos. Partiendo de un planteamiento diferente al introducido por Yang [105], se ha deducido también una fórmula aproximada para la predicción de las velocidades de cancelación en el primer modo de vibración de la viga con apoyos elásticos, que presenta una buena equivalencia con la solución exacta.
- ✓ El conocimiento a priori de las velocidades a las que se producen los máximos en las oscilaciones libres o las cancelaciones tiene interés a nivel práctico, especialmente en los ensayos experimentales realizados sobre puentes de ferrocarril antes de su puesta en servicio o durante su vida útil. En tales campañas es habitual utilizar una locomotora como fuente de excitación, que se hace circular a ciertas velocidades prefijadas. Teniendo en cuenta que determinadas propiedades dinámicas de los puentes, tales como el amortiguamiento, se obtienen habitualmente a partir del análisis de los registros temporales de vibraciones libres obtenidas en los ensayos, parece deseable estimar esta magnitud a partir de unos niveles de amplitud comparables a los de servicio de la estructura, y no claramente inferiores, lo que ocurriría si se hiciera circular la locomotora a velocidades próximas a las de cancelación.
- ✓ Cuando una serie de cargas equidistantes (o grupos de cargas) circulan sobre un puente a determinadas velocidades, puede

aparecer una situación de resonancia. Si las velocidades de resonancia coinciden con las correspondientes a los máximos de las vibraciones libres o con las de cancelación, se producirá una *máxima resonancia* o una *cancelación de la resonancia*, respectivamente. Estos fenómenos pueden tener lugar para determinadas relaciones L/d entre la luz del puente L y la distancia característica entre las cargas d . En este capítulo se han determinado algunos de los casos más significativos del cociente L/d , para la viga simplemente y elásticamente apoyada.

- ✓ El estudio de las oscilaciones libres de una viga biapoyada tras el paso de una carga móvil sobre ella permite predecir, de manera aproximada, la evolución de la amplitud de los picos de resonancia ante variaciones de la rigidez del apoyo elástico
- ✓ Todos los resultados y conclusiones obtenidos para la viga simplemente apoyada pueden aplicarse directamente a placas ortótropas simplemente apoyadas, ya que en ambos casos la función de carga modal es la misma a excepción de una constante.
- ✓ No existen indicios de que las fórmulas teóricas para la predicción de las velocidades de cancelación y máxima resonancia, obtenidas a partir del estudio de las vibraciones libres de una viga biapoyada, puedan ser inválidas en situaciones reales debido a la interacción vía-estructura.

4

CÁLCULO DINÁMICO DE PUENTES DE FERROCARRIL ISOSTÁTICOS DE LUCES MODERADAS

4.1. INTRODUCCIÓN

Como ya se mencionó en el Capítulo 1 los puentes de ferrocarril isostáticos de luces moderadas (entre 10 y 25 m) situados en líneas convencionales son los más susceptibles de experimentar problemas originados por fenómenos de resonancia al ser acondicionados para la alta velocidad (AV). La adaptación o acondicionamiento de una línea ferroviaria existente a los nuevos requerimientos de tráfico requiere dotar a la infraestructura de unas condiciones especiales, tales como carriles de al menos 60 kg/m (UIC 60) para reducir deformaciones excesivas, un incremento de las capas de asiento situadas por debajo de las traviesas, para lograr una mayor rigidez vertical de la vía, o curvas de mayor radio para mejorar el confort de los viajeros. Los puentes situados en estas líneas pueden requerir un proceso de recálculo pues deberán soportar el paso de tráfico a mayores velocidades; en tal caso, el método de simulación numérica utilizado para el cálculo dinámico constituye un factor clave, ya que puede conducir a la decisión de sustituir el tablero por otro de mayor rigidez o a su reacondicionamiento, en caso de que el cálculo arroje resultados excesivamente pesimistas que comprometan la seguridad de las circulaciones o el confort de los viajeros.

Tanto la IAPF-07 como el Eurocódigo prescriben una metodología de cálculo de los puentes que requieren de un análisis dinámico, y establecen los requisitos mínimos que deben cumplir estas estructuras para evitar el

fallo o pérdida de estabilidad y garantizar tanto la seguridad de la infraestructura y los vehículos como el confort de los viajeros, en base a los Estados Límite Últimos (ELU) y de Servicio (ELS). Los límites impuestos por los ELS son muy exigentes en el caso de puentes para líneas de AV. En los puentes de luces moderadas el ELS de aceleraciones, limitado a 3.5 m/s^2 en tableros de puentes de vía sobre balasto¹, suele ser el factor dimensionante, que puede obligar a la sustitución o reacondicionamiento de los tableros si no se cumple en las líneas existentes que se deseen adaptar a los nuevos requerimientos de tráfico.

Para llevar a cabo el cálculo de la aceleración en los puentes, la IAPF-07 recomienda incluir la contribución de todos los modos de vibración de la estructura cuya frecuencia sea inferior a 30 Hz o al doble de la primera frecuencia propia, tomando el mayor de ambos límites, ya que se considera que aceleraciones con contenidos en frecuencias superiores a este valor no comprometen la estabilidad de la capa de balasto (Informe final del ERRI [25]). El Eurocódigo propone restricciones similares, recomendando tomar como límite superior de frecuencias el valor de 30 Hz, ó 1.5 veces la frecuencia fundamental, o la frecuencia del tercer modo de vibración, añadiendo además que en el caso de una primera frecuencia de torsión superior en un 20% a la fundamental, basta con incluir únicamente las contribuciones de los modos de flexión en el cálculo dinámico. Esta última simplificación es aplicable a puentes simplemente apoyados con soportes rígidos, sin esviaje y de tipología sencilla (puente de vigas principales longitudinales o con comportamiento asimilable al de una losa).

El modelo numérico a utilizar para llevar a cabo el cálculo dinámico del puente queda a elección del calculista, quedando supeditado su nivel de complejidad al grado de especialización de éste. Como ya se vio en el Capítulo 2, es frecuente en bibliografía la utilización sistemática de modelos numéricos de cálculo planos. Dicha simplificación proporciona resultados adecuados en el caso de puentes de vía única, sin esviaje ni

¹ Como ya ha sido mencionado en el Capítulo 1, este valor límite de la aceleración está afectado por un coeficiente de seguridad de 2 [25].

excentricidades en las cargas. En estos casos la respuesta máxima de la estructura en resonancia se debe principalmente a la contribución del primer modo de flexión longitudinal. Sin embargo, esta simplificación podría no ser suficiente en el caso de puentes de vía doble, en los que la contribución del modo de torsión puede ser significativa.

Por otra parte en la bibliografía se han encontrado contribuciones científicas señalando que la introducción del efecto de la rigidez vertical de los apoyos de neopreno sobre los que asientan los tableros da lugar a una variación de las frecuencias propias de las estructuras y, consecuentemente, de las velocidades de resonancia, a la par que modifica su respuesta en términos de amplitudes de manera difícilmente previsible a priori [105, 63].

En el presente capítulo se analizará el comportamiento dinámico de un conjunto de puentes isostáticos representativo de las tipologías empleadas habitualmente en nuestro país para cubrir luces moderadas. Los objetivos del estudio son los siguientes:

- ✓ Determinar qué tipología de tablero puede resultar más adecuada para salvar una determinada luz, en términos de su respuesta dinámica.
- ✓ Cuantificar la influencia del número de contribuciones modales en la respuesta dinámica del tablero, con el fin de evaluar la conveniencia de emplear modelos numéricos tridimensionales frente a los modelos planos tradicionales de vigas, en los que únicamente es posible considerar la contribución de modos de flexión recta. Este estudio permitirá verificar, al mismo tiempo, la recomendación general del Eurocódigo de despreciar los modos de vibración tridimensionales cuando la primera frecuencia de torsión supera en un 20% a la primera frecuencia de flexión.
- ✓ Cuantificar la influencia de la rigidez vertical de los apoyos de neopreno de características comerciales en el comportamiento dinámico del tablero. Se pretende esclarecer si la introducción de los apoyos elastoméricos en el modelo numérico, con el consiguiente esfuerzo adicional de modelización, contribuye a predecir valores de aceleraciones verticales más conservadores o, si por el contrario, un modelo sin neoprenos basta para simular de

manera aproximada el comportamiento de la estructura sin incurrir en errores que comprometan la seguridad o el confort. El desconocimiento de los efectos de los apoyos elásticos en el comportamiento dinámico de los puentes da lugar a que estos elementos tiendan a ser despreciados durante la etapa de diseño. Al mismo tiempo se verificará la validez de las expresiones (3.65)-(3.68) deducidas en el Capítulo 3.

Para alcanzar los objetivos propuestos se analizará el comportamiento dinámico de una serie de puentes de luces moderadas y diferentes tipologías, utilizándose para ello modelos numéricos basados en la aproximación de la placa ortótropa; los puentes analizados se resumen en el apartado 4.2, mientras que los modelos numéricos empleados para su estudio se describen en el apartado 4.3. El modelo de placa ortótropa conlleva ciertas ventajas prácticas, especialmente su fácil discretización con elementos finitos (EF) así como la sencilla programación del paso de las cargas móviles sobre el tablero, comparada con la de otros modelos numéricos como el del emparrillado. Sin embargo, introduce algunas simplificaciones cuya influencia es difícil de evaluar a priori. Las principales limitaciones y simplificaciones introducidas por este modelo se comentan en la sección 4.3. Con el objeto de verificar que las simplificaciones inherentes a estos modelos no dan lugar a conclusiones erróneas en este capítulo, se ha considerado conveniente comparar algunos de los resultados obtenidos empleando el modelo numérico de placa ortótropa, con los que proporcionan otros modelos numéricos más sofisticados. Los resultados de estas comparativas, así como la descripción de estos modelos numéricos adicionales, se muestran al final del capítulo, en el apartado 4.7.

4.2. PUENTES ANALIZADOS

Para llevar a cabo el estudio se ha realizado un predimensionado de un conjunto de tableros isostáticos de vía doble, representativos de algunas de las tipologías más frecuentemente empleadas en puentes de 10 a 25 m.

La selección de las tipologías a analizar se ha realizado distinguiendo en primer lugar entre (i) puentes antiguos situados en líneas convencionales para las que se va a incrementar la velocidad de circulación, y (ii) puentes

de nueva construcción para líneas de alta velocidad. En términos de geometría, una de las diferencias principales entre ambos grupos es la anchura del tablero: en nuestro país, en los puentes de vía doble sobre balasto situados en líneas convencionales es habitual encontrar anchuras en torno a los 11.6 m, frente a los 14 m de los puentes de nueva construcción. Atendiendo a la sección transversal, los tipos más usuales de tableros de hormigón empleados en líneas convencionales son, entre otros, las losas, las pseudolosas y los puentes de losa hormigonada in situ sobre vigas pretensadas de hormigón en doble T (abreviadamente puente de vigas). Las tipologías mencionadas se muestran en la figura 4.1.

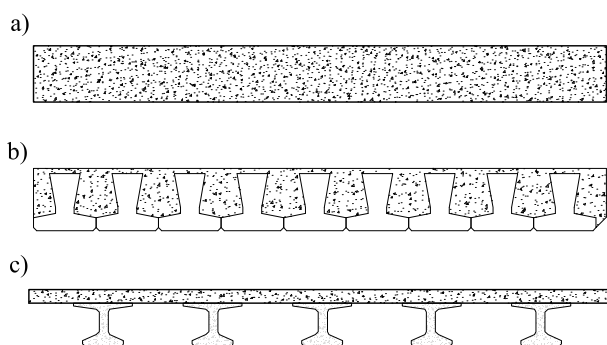


Figura 4.1. Tipologías habituales en los puentes isostáticos de líneas convencionales. a) Losa hormigonada in situ, b) pseudolosa, c) losa hormigonada in situ sobre vigas prefabricadas en doble T (puente de vigas)

Losas macizas y pseudolosas no son frecuentes en luces libres superiores a unos 12÷14 m, aproximadamente. Para salvar distancias mayores se han empleado tradicionalmente puentes de vigas, cuyo rango de utilización oscila entre los 10 y 40 m. Esta solución es poco habitual en la actualidad debido, en primer lugar, a su escasa rigidez a torsión, que podría dificultar el cumplimiento de las limitaciones de alabeo del tablero impuestas por la IAPF-07. Además de ello, los problemas de resonancia detectados en algunos puentes de vigas cortos e isostáticos de las primeras líneas de AV francesas, favorecieron la utilización progresiva de otras soluciones constructivas basadas en vigas artesa, secciones cajón o losas aligeradas en las nuevas líneas de AV. No obstante, en nuestro país existen puentes de vigas construidos específicamente para líneas de alta velocidad, en particular en la línea Madrid-Sevilla; un ejemplo de ellos es el viaducto del Tajo (figura 4.2).



Figura 4.2. Viaducto del Tajo, (línea AV Madrid-Sevilla), constituido por 17 vanos isostáticos

La losa aligerada, una tipología muy característica de los tableros isostáticos de las líneas nuevas de alta velocidad, no resulta ventajosa económicamente en secciones de canto inferior a 90 cm, para las que resultaría más rentable la solución maciza. Sin embargo, la disposición de aligeramientos es la solución óptima cuando el canto supera los 120 cm. Para valores intermedios entre los dos mencionados, no queda claro cuál es la opción más ventajosa; la elección depende del proyectista. Partiendo de estas consideraciones económicas y teniendo en cuenta que la esbeltez (relación canto/luz) de las losas isostáticas (macizas o aligeradas) que se utilizan actualmente está comprendida entre $1/12 \div 1/14$ habitualmente, no es común encontrar tipologías aligeradas en vanos isostáticos de luz libre inferior a 14 m aproximadamente. Para cubrir estas menores distancias, en las líneas de AV más modernas los puentes tipo marco son una opción muy frecuente. En la figura 4.3 se muestra la sección recta característica de un tablero isostático aligerado de doble vía, así como un ejemplo de utilización de esta tipología: el viaducto del arroyo del Salado, en la línea de AV Córdoba-Málaga.

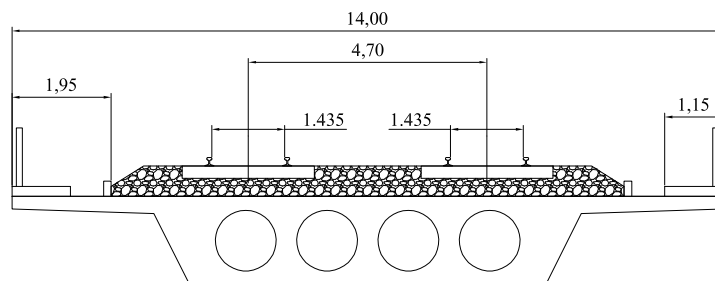


Figura 4.3. Sección recta característica de un tablero aligerado de doble vía. Viaducto del arroyo del Salado (línea AV Córdoba-Málaga), constituido por 37 vanos isostáticos de sección aligerada

En base a las consideraciones anteriormente realizadas relativas a tipos de tableros isostáticos y rangos de luces habituales en las líneas de ferrocarril, se ha seleccionado un total de tres tipologías de estudio, cuyo comportamiento dinámico se analizará en detalle considerando, para cada una de ellas, variaciones en sus propiedades mecánicas, en sus luces y diferentes hipótesis simplificadoras en el cálculo dinámico que se irán exponiendo a lo largo de este capítulo.

En los siguientes subapartados se detallan las dimensiones y características principales de los tableros seleccionados para este estudio, diferenciando entre los puentes propios de líneas de ferrocarril convencionales que podrían adaptarse al paso de trenes a velocidades de circulación superiores, y los puentes para líneas de AV de nueva construcción.

4.2.1. TABLEROS CARACTERÍSTICOS DE LÍNEAS CONVENCIONALES

Con el objeto de estudiar en profundidad el comportamiento de los puentes característicos de este tipo de líneas se ha definido un conjunto de puentes representativo de las tipologías más habituales en puentes isostáticos de vía doble y luces moderadas. En concreto se ha realizado un predimensionado de varios tableros isostáticos en un rango de luces comprendidas entre 10 y 25 m considerando incrementos de 2.5 m, de tipo losa maciza y losa hormigonada in situ sobre vigas pretensadas (puente de vigas). En los siguientes subapartados se presentan sus dimensiones y características principales.

4.2.1.1. LOSAS MACIZAS

El tablero macizo es una tipología empleada frecuentemente en entornos urbanos o semiurbanos para salvar pequeñas luces, que no suelen superar los 14 m entre apoyos. Los tableros de longitudes mayores se han resuelto tradicionalmente mediante puentes de vigas, siendo menos frecuente encontrar losas aligeradas en las líneas convencionales proyectadas para velocidades de circulación inferiores a 220 km/h.

Tomando como requisitos dimensionales para las losas macizas una relación de esbeltez en torno a 1/13, y luces comprendidas entre 10 y 14 m en incrementos de 2.5 m, se han tomado como representativos dos tableros macizos de planta recta, de 10 y 12.5 m de luz, cuya sección transversal y características principales se han recogido en la figura 4.4 y la tabla 4.1, respectivamente.

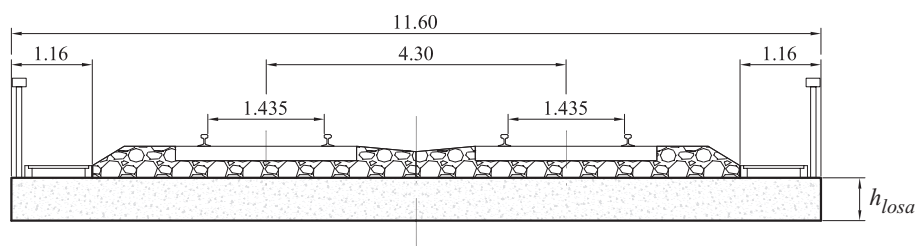


Figura 4.4. Sección recta transversal de los tableros macizos de 10 y 12.5 m.
Unidades (m)

		LM10	LM12.5
Losa	L (m)	10	12.5
	B_{losa} (m)	11.6	11.6
	h_{losa} (m)	0.77	0.96
	$f_{ck, losa}$ (MPa)	35	35
Plataforma de vía	$N_{vías}, ancho_{vía}$	2, UIC	
	$Carril$	UIC-60	
	$Excentricidad_{vías}$ (m)	2.15	
Masa	M_{tab} (kg/m)	31301	36811

Tabla 4.1. Datos de partida de los tableros macizos de 10 m y 12.5 m

La anchura total del tablero, de las aceras y la separación entre vías definidas anteriormente son las habituales en puentes de doble vía pertenecientes a líneas de ferrocarril convencionales. El valor de la masa lineal indicado en la tabla, incluye tanto el peso propio de la losa como el de las cargas muertas del tablero, y se ha calculado considerando un espesor de la capa de balasto de 0.5 m. La incertidumbre que presenta la determinación de la masa correspondiente al balasto, ha llevado a realizar los cálculos dinámicos considerando un total de tres valores diferentes de espesor del balasto, que son $h_{inf}=0.35$ m, $h_{nom}=0.5$ m y $h_{sup}=0.65$ m, dando lugar a tres masas diferentes para cada uno de los tableros dimensionados. En el apartado 4.4.2 se justifica detalladamente el origen de este dato.

Tal y como se indica en la tabla 4.1, se ha considerado una resistencia característica del hormigón de la losa de 35 MPa. En líneas de ferrocarril convencionales las losas macizas que se han utilizado habitualmente son armadas y no pretensadas; por ello y para reflejar la posible degradación del material con el tiempo debido a la fisuración, a partir del valor de resistencia indicada se considerarán tres Módulos de Elasticidad diferentes para la misma, obtenidos disminuyendo en un 10 y un 20% su valor respecto del nominal (tabla 4.2).

$f_{ck} = 35$ Mpa	E_{nom} (Pa)	$3.4849 \cdot 10^{10}$
	$E_{-10\%}$ (Pa)	$3.1365 \cdot 10^{10}$
	$E_{-20\%}$ (Pa)	$2.7879 \cdot 10^{10}$

Tabla 4.2. Módulos de Elasticidad considerados en los tableros

Para facilitar el posterior tratamiento y análisis de los resultados se ha adoptado una nomenclatura específica para designar los tableros, que hace

referencia a la tipología y luz de los mismos. En la cabecera de la tabla puede apreciarse esta designación: los tableros macizos de 10 y 12.5 m se denominarán, en lo que sigue, LM10 y LM12.5, respectivamente.

4.2.1.2. PUENTES DE VIGAS

Esta tipología de tablero ha sido muy habitual en las líneas de ferrocarril convencionales para rangos de luces comprendidos entre 10 y 40 m, tal y como se ha comentado anteriormente.

Para llevar a cabo este estudio se ha predimensionado un total de siete tableros de vigas de luces comprendidas entre 10 y 25 m y planta rectangular, considerando incrementos de 2.5 m. Esta familia de puentes pretende constituir un conjunto representativo de los tableros reales de esta tipología que pueden encontrarse en líneas ferroviarias de nuestro país y de países vecinos.

Las consideraciones realizadas en el dimensionado de estos tableros son las siguientes:

- ✓ Anchura de tablero habitual en los puentes de doble vía de las líneas de ferrocarril convencional, $B_{losa}=11.6$ m.
- ✓ Rigidez vertical (relación luz/flecha) semejante a la que presentan puentes reales existentes en líneas convencionales de nuestro país.
- ✓ Selección de las vigas en doble T pretensadas de catálogo comercial de elementos prefabricados
- ✓ Cumpliendo los criterios anteriores, que la esbeltez máxima no supere $h_{losa}/L = 1/13$.

Las características principales del conjunto de tableros obtenidos para el estudio se muestran en la figura 4.5 y la tabla 4.3. Para facilitar su designación e identificación, se ha adoptado la misma nomenclatura vista anteriormente en los tableros macizos: dos letras mayúsculas indicando la tipología de tablero (losa sobre vigas, LV) seguidas del valor de la luz del puente en m. En la cabecera de la tabla se muestra la nomenclatura utilizada.

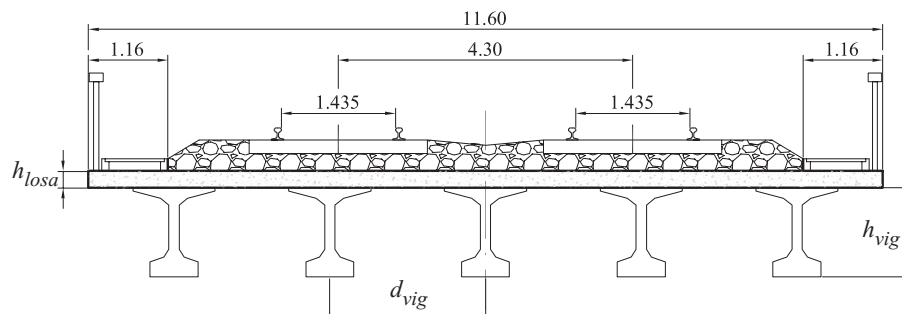


Figura 4.5. Sección recta transversal de los puentes de vigas de luces comprendidas entre 10 y 25 m. Unidades (m)

		LV10	LV12.5	LV15	LV17.5	LV20	LV22.5	LV25
Losa	L (m)	10	12.5	15	17.5	20	22.5	25
	B_{losa} (m)	11.6	11.6	11.6	11.6	11.6	11.6	11.6
	h_{losa} (m)	0.22	0.22	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
	ρ_{losa} (kg/m ³)	2500						
	$f_{ck, losa}$ (kg/cm ²)	30						
Vigas	$N_{vig} \cdot d_{vig}$ (m)	6, 1.95	6, 1.95	6, 2.0	6, 2.0	5, 2.275	5, 2.275	5, 2.275
	$I_{h,vig}$ (m ⁴)	0.011	0.0228	0.0396	0.062	0.1117	0.1599	0.2181
	$I_{v,vig}$ (m ⁴)	0.0085	0.0085	0.0085	0.009	0.0202	0.0202	0.0203
	J_{vig} (m ⁴)	0.0017	0.0018	0.0019	0.002	0.0078	0.0081	0.0083
	A_{vig} (m ²)	0.2276	0.2516	0.2756	0.299	0.4787	0.5087	0.5387
	h_{vig} (m)	0.6	0.8	1.0	1.2	1.3	1.5	1.7
	ρ_{viga} (kg/m ³)	2500						
	$f_{ck, viga}$ (MPa)	50						
Plataforma de vía	$N_{vias}, ancho_{via}$	2, UIC						
	Carril	UIC-60						
	Excentricidad vías (m)	2.15						
Masa	M_{tab} (kg/m)	18765	19125	20355	20715	22205	22581	22956

Tabla 4.3. Datos de partida de los puentes de vigas predimensionados

Al igual que en la tipología anterior, el valor de la masa lineal que figura en la tabla 4.3 incluye tanto el peso propio de la losa como el de las cargas muertas del tablero y se ha calculado considerando un espesor de la capa de balasto de 0.5 m, según se expone en la sección 4.4.2. Debido a la incertidumbre que presenta la determinación de la masa correspondiente al balasto y su importante contribución sobre la masa total de la estructura, los cálculos dinámicos se llevarán a cabo considerando tres

valores diferentes de la masa total del tablero, cada uno de ellos obtenido al emplear un valor diferente del espesor de la capa de balasto ($h_{inf}=0.35$ m, $h_{nom}=0.5$ m y $h_{sup}=0.65$ m). En el apartado 4.4.2 se justifica detalladamente el origen de los valores de masa considerados.

Desde que empezó a proyectarse la línea AVE de Madrid a Sevilla, los puentes pretensados se exigía que fueran de lo que entonces se denominaba “clase cero”, y que a efectos prácticos implicaba que el hormigón no alcanzase el estado de descompresión ante las cargas de servicio, por lo que no era esperable la aparición de fisuras en la estructura. Esta información ha sido transmitida personalmente a los directores de esta tesis por el Director de Proyecto de uno de los tramos de la línea Madrid-Sevilla. Con anterioridad al proyecto de la Madrid-Sevilla de alta velocidad, no existían regulaciones o normativa sobre este aspecto, por lo que la heterogeneidad que cabe esperar en cuanto al nivel de fisuración en puentes de vigas es mayor. Según las fuentes citadas anteriormente, ya en la década de los 70 era también habitual en obras de cierta importancia evitar la descompresión del hormigón pretensado en puentes de FFCC, puesto que en caso de aparición de fisuras los efectos de la fatiga son determinantes y pueden complicar notablemente el cálculo. Cabe la posibilidad de que obras menores se ejecutasen con vigas pretensadas en las que se admitiera un cierto grado de fisuración, pero en todo caso ello repercutiría en una pérdida de rigidez de la estructura que fundamentalmente reduciría las velocidades resonantes pero no la amplitud de las aceleraciones.

Partiendo de estas consideraciones, se ha optado por no tener en cuenta la fisuración en el cálculo de los puentes de vigas, prestando especial atención a aquellos casos en los que una reducción de la rigidez del orden del 20% (similar a la considerada para las losas macizas armadas) pudiera hacer variar notablemente su comportamiento dinámico, es decir, convertirlo de admisible en inadmisible en lo que se refiere a los niveles de vibración. Así pues, se ha tomado un único Módulo de Elasticidad para el hormigón de la losa en todos los tableros, definido a partir del valor $f_{ck,losa}=30$ MPa indicado en la tabla 4.3.

4.2.2. TABLEROS CARACTERÍSTICOS DE LÍNEAS DE FERROCARRIL DE AV DE NUEVA CONSTRUCCIÓN

En los últimos proyectos realizados en España para líneas de ferrocarril de AV es frecuente el uso de tipologías de losa aligerada en tableros isostáticos, para luces mínimas en torno a 15 m. A continuación se procede al predimensionado de un conjunto de tableros de esta tipología comprendidos en el rango de luces de 15 m a 25 m.

4.2.2.1. LOSAS ALIGERADAS

Teniendo en cuenta la escasa rentabilidad de la disposición de aligeramientos para cantos de losa inferiores a 90 cm y los rangos de esbelteces habitualmente empleados en estos tableros, se ha dimensionado un conjunto de puentes tipo losa con aligeramientos circulares, fijando como límite inferior de la luz del vano 15 m, la cual se ha ido incrementando progresivamente en intervalos de 2.5 m hasta alcanzar la luz máxima de estudio, fijada en 25 m.

El predimensionado del conjunto de secciones aligeradas de este estudio está basado en las siguientes directrices:

- ✓ Relación de esbeltez, h_{losa}/L : en torno a 1/13.
- ✓ Anchura de tablero característica de las líneas de doble vía de AV: $B_{losa}=14$ m.
- ✓ Carne del aligeramiento, definida como la diferencia entre el espaciamiento entre aligeramientos y su diámetro: 40 cm.
- ✓ Disposición de los aligeramientos con un recubrimiento mínimo entre la parte superior e inferior de la losa. Los recubrimientos habituales están comprendidos entre 11-15 cm para los superiores y 18-25 cm en los inferiores, aunque es frecuente el establecimiento de una relación de recubrimientos inferior y superior entre 1.5 y 2. Por simplicidad, en este estudio se han considerado losas aligeradas totalmente simétricas cumpliendo con las dimensiones mínimas establecidas para los recubrimientos.
- ✓ Diámetro D de los aligeramientos condicionado por la siguiente relación: $D \leq 0.7h_{losa}$, siendo h_{losa} el canto total de la losa.

- ✓ El área total aligerada no debe superar un 60% del área total de la sección transversal.
- ✓ La dimensión de la sección central de la losa en la que se sitúan los aligeramientos debe contener la zona de transmisión de cargas ferroviarias, y la relación entre esta dimensión y la anchura total del tablero no debe ser inferior a 0.45.
- ✓ Voladizos de luz inferior a 3.5 m; valores superiores al indicado suelen resultar antieconómicos.

En la figura 4.6 y la tabla 4.4 se muestran, respectivamente, la geometría y las características principales del conjunto de tableros obtenidos.

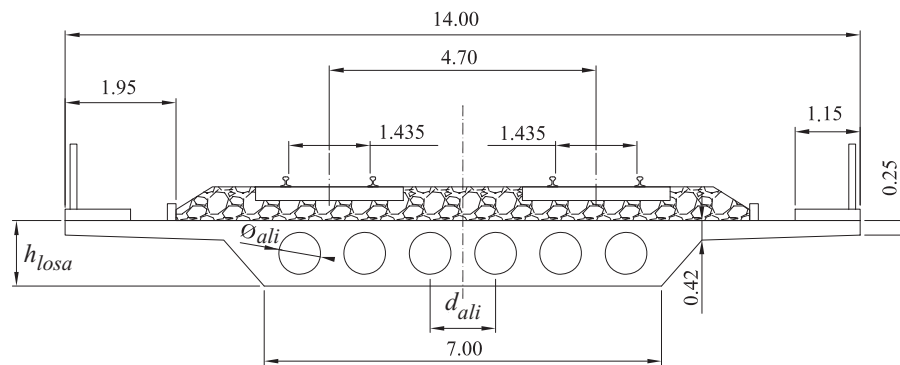


Figura 4.6. Sección recta transversal de los tableros aligerados de luces comprendidas entre 15 y 25 m. Unidades (m)

		LA15	LA17.5	LA20	LA22.5	LA25
Losa	L (m)	15	17.5	20	22.5	25
	B_{losa} (m)	14	14	14	14	14
	h_{losa} (m)	1.15	1.35	1.55	1.75	1.95
	$f_{ck, losa}$ (MPa)	35				
Aligeramientos	N_{ali}, d_{ali} (m)	6, 1.15	5, 1.30	5, 1.40	4, 1.60	4, 1.75
	ϕ_{ali} (m)	0.75	0.9	1.0	1.2	1.35
Plataforma de vía	$N_{vias}, ancho_{via}$	2, UIC				
	$Carril$	UIC-60				
	$Excentricidad_{vias}$ (m)	2.35				
Masa	M_{tab} (kg/m)	31244	33668	35553	37811	38556

Tabla 4.4. Datos de partida nominales del conjunto de losas aligeradas definidas para el estudio

Cumpliendo con las directrices de dimensionado mencionadas, el número de aligeramientos circulares obtenido para las losas está comprendido entre $N_{ali} = 4$ y $N_{ali}=6$, tal y como se indica en la tabla 4.4. También en este caso se considerará un total de tres valores diferentes del espesor de la capa de balasto en cada tablero ($h_{inf}=0.35$ m, $h_{nom}=0.5$ m y $h_{sup}=0.65$ m) para la determinación de su masa total, realizándose un cálculo dinámico con cada una de las masas obtenidas. El valor M_{tab} indicado en la tabla 4.4 es el correspondiente a un espesor de la capa de balasto de 0.5 m.

En este caso se ha definido un único Módulo de Elasticidad para todos los tableros aligerados, a partir del valor de resistencia característica $f_{ck} = 35$ MPa. No se considera fisuración en estos casos, puesto que se trata de puentes de nueva construcción.

4.3. MODELOS NUMÉRICOS IMPLEMENTADOS PARA EL ESTUDIO DE LOS TABLEROS DIMENSIONADOS

En los siguientes subapartados se describen los modelos numéricos que se emplearán a lo largo de este capítulo para el análisis del conjunto de tableros dimensionados. Previamente a la descripción de las características principales de los mismos, se ha incluido una sucinta introducción al análisis de tableros por el método de la placa ortótropa, una aproximación en la cual se basan los modelos numéricos implementados.

4.3.1. INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS DE TABLEROS POR EL MÉTODO DE LA PLACA ORTÓTropa

El método de la placa ortótropa aplicado al análisis de un tablero de puente consiste en la asimilación del comportamiento del mismo al de una placa delgada de propiedades ortótropas. Resulta de gran utilidad para el estudio de tipologías de tablero que presenten una geometría distinta en dos secciones perpendiculares entre sí, lo que les confiere propiedades mecánicas diferentes en tales orientaciones (ortotropía geométrica). Todas las tipologías estudiadas en este capítulo son susceptibles de ser modelizadas mediante el modelo teórico de placa ortótropa, al presentar la característica morfológica mencionada. También los tableros de losa maciza pueden ser analizados empleando el mismo planteamiento, teniendo en cuenta que su geometría puede considerarse como un caso particular de la ortotropía geométrica, en el que las propiedades mecánicas del mismo son idénticas en dos secciones perpendiculares.

La principal ventaja que ofrece este método es su sencilla implementación, que se traduce en una fácil discretización en EF; además de una sencilla programación del paso de las cargas móviles sobre el tablero, comparada con la de otros modelos numéricos como el del emparrillado.

Sin embargo, dado que las rigideces a flexión y torsión en una placa ortótropa presentan una distribución continua y uniforme, el grado de adecuación del método será mayor cuanto más se aproxime la geometría del tablero real a esta premisa. En consecuencia, un puente de vigas con un número muy reducido de vigas longitudinales en relación a su anchura, no debería modelizarse mediante esta aproximación. Tampoco resulta muy recomendable en tableros aligerados cuando el porcentaje de área aligerada es elevado, ya que la deformación por cortante en la dirección transversal al aligeramiento puede no ser despreciable, un efecto no contemplado en la placa delgada ortótropa. Algunos autores señalan un valor de 60% de área aligerada respecto de área total, como límite superior para despreciar el efecto del cortante [100]. Sin embargo, Aparicio y Estradera [5] han llamado la atención más recientemente sobre la influencia de la deformación por cortante en áreas aligeradas de un 37% respecto del área total, recomendando que el análisis de estos tableros se realice incluyendo la deformación por cortante.

Como ya ha sido mencionado en el Capítulo 3, la ecuación diferencial que rige el comportamiento dinámico de una placa delgada ortótropa de propiedades mecánicas uniformes ante la acción de una distribución de carga genérica $q_z(x,y,t)$ actuando en la dirección normal a su plano neutro puede expresarse como sigue, adoptando las hipótesis de la teoría clásica de placas de Love-Kirchoff [92] y despreciando los efectos de la inercia de rotación y deformación por cortante,

$$D_x \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial y^4} + \rho h \frac{\partial^2 w(x,y,t)}{\partial t^2} = q_z(x,y,t), (4.1)$$

siendo el término $2H$

$$2H = D_1 + D_2 + D_{xy} + D_{yx}. (4.2)$$

En la ecuación (4.1), la variable $w(x,y,t)$ hace referencia a la deflexión de la placa en la dirección Z , según el sistema de coordenadas de la figura 4.7, y siendo positiva en el sentido positivo del eje. Los parámetros ρ y h representan la densidad y espesor de la placa ortótropa respectivamente, y D_x , D_y , D_1 , D_2 , D_{xy} y D_{yx} , son las denominadas constantes de ortotropía, que relacionan momentos y curvaturas de la placa en los diferentes planos coordenados, y son una medida de las rigideces a flexión y torsión por unidad de anchura/longitud de la misma. Los detalles de la formulación de la placa delgada ortótropa se han obviado en aras a la brevedad, si bien están documentados en numerosas referencias [92, 14, 70, 63].

El cálculo de las constantes de ortotropía a partir de las propiedades de tableros reales es un factor importante para una correcta simulación de su comportamiento dinámico. El procedimiento para la obtención de las mismas se detalla ampliamente en algunas referencias como [14] o [70], y se basa en la determinación de los momentos flectores y torsores por unidad de ancho/longitud a partir de la integración de la distribución de las tensiones normales y tangenciales en cada una de las secciones del tablero.

4.3.2. MODELO DE PLACA ORTÓTropa PARA PUENTES DE VIGAS Y LOSAS MACIZAS

Para simular el comportamiento dinámico de los tableros característicos de las líneas de ferrocarril convencionales, presentados en la sección 4.2.1,

se ha implementado el modelo de elementos finitos (EF) mostrado en la figura 4.7.

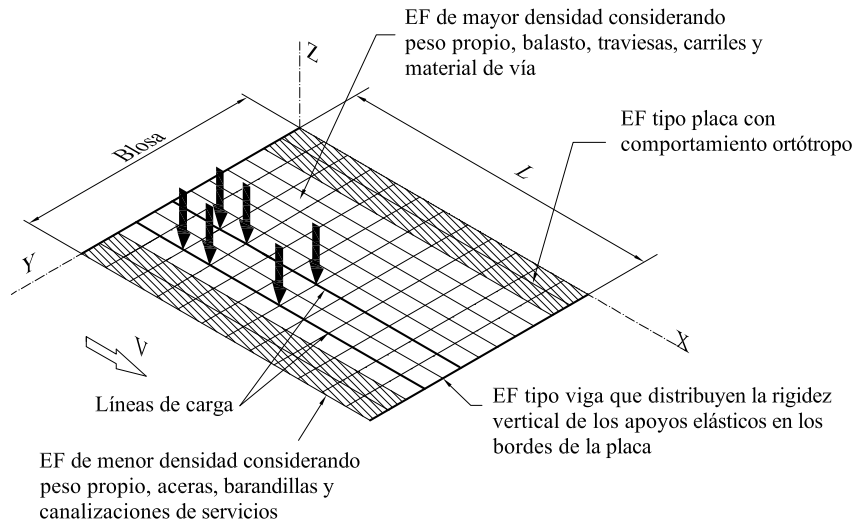


Figura 4.7. Modelo numérico de placa ortótropa para el estudio de puentes de vigas y losas macizas

Sus características principales se resumen a continuación:

- ✓ El tablero del puente a modelizar se discretiza mediante EF tipo placa delgada rectangular con comportamiento ortótropo y seis grados de libertad por nodo (elemento SHELL63 de ANSYS²).
- ✓ El modelo permite incluir el efecto de la rigidez vertical de los apoyos de neopreno. Teniendo en cuenta que en las tipologías mencionadas los apoyos elastoméricos se disponen habitualmente cada dos o tres metros a lo largo de la anchura del tablero, la rigidez vertical de los mismos se ha incluido de forma distribuida colocando EF tipo viga (elemento BEAM 44 de ANSYS) conectando los nodos situados en los bordes del tablero coincidentes con la posición de los estribos del puente. El elemento viga seleccionado permite la simulación del efecto de apoyo sobre lecho elástico, introduciendo como dato de entrada la

² ANSYS © Advanced Engineering Simulation 8.0

rigidez por unidad de longitud de éste. Las propiedades mecánicas de la sección transversal de los elementos viga se han definido de forma que no introduzcan masa adicional en el modelo ni otra rigidez distinta de la aportada por la capa elástica que simula al neopreno. En el caso de prescindir de los apoyos elastoméricos, se restringe el desplazamiento vertical de los bordes de la placa.

- ✓ Tal y como se aprecia en la figura 4.7, se han considerado franjas longitudinales de elementos de diferente densidad. De esta manera es posible concentrar el peso propio de balasto, traviesas, carriles y material de vía en la parte central del tablero mientras que en los bordes exteriores se tiene en cuenta únicamente el peso adicional debido a las aceras y barandillas. Se consigue por tanto una distribución más realista de la masa del tablero, la cual podría afectar significativamente a los modos de torsión y flexión transversal.
- ✓ El paso de los convoyes ferroviarios sobre el tablero se simula empleando un modelo de cargas puntuales, repartiéndose su efecto en líneas de carga a lo largo del tendido de cada carril.
- ✓ Las ecuaciones de movimiento del modelo se transforman a espacio modal y se resuelven por integración directa en el tiempo mediante el algoritmo de Newmark- β de aceleración lineal de un número determinado de modos de vibración que puede ser elegido por el usuario.

4.3.3. MODELO DE PLACA ORTÓTropa PARA LAS TIPOLOGÍAS ALIGERADAS

Para el estudio de los tableros aligerados, característicos de las líneas de AV de nueva construcción, se han introducido algunas variantes en el modelo de placa ortótropa de la figura 4.7, en aras a obtener una simulación más ajustada de su geometría y su comportamiento dinámico. En la figura 4.8 se muestran dichas modificaciones.

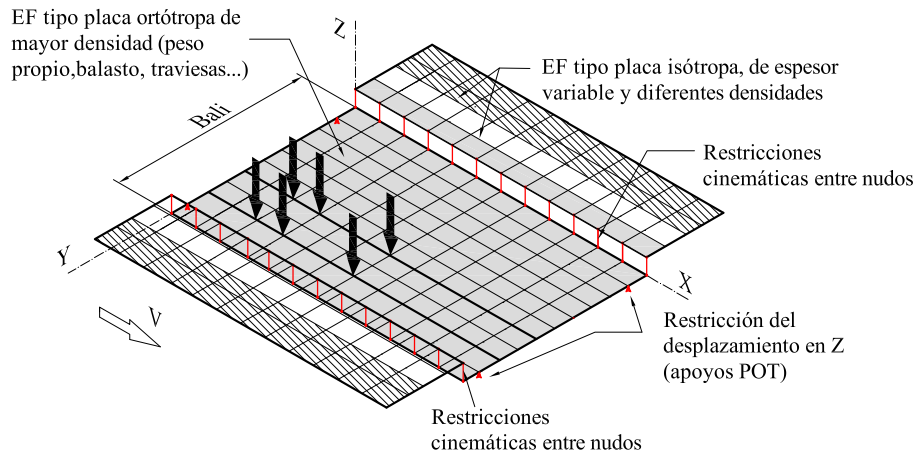


Figura 4.8. Modelo numérico de placa ortótropa modificada para el estudio de puentes de losa aligerada

Las características principales de este modelo se enumeran a continuación:

- ✓ El tablero del puente, discretizado mediante EF tipo placa (elemento SHELL 63 de ANSYS), está constituido por dos zonas diferenciadas de EF con propiedades mecánicas distintas, que son (i) la porción central (de anchura B_{ali} en la figura 4.8), en la que se sitúan los aligeramientos de la sección del tablero y es la encargada de acomodar la vía y (ii) los voladizos, sobre los que se sitúan las aceras del puente y una pequeña porción de la plataforma de vía. A los EF tipo placa de la porción central se les ha asignado un comportamiento de placa delgada ortótropa; mientras que en los voladizos se han empleado elementos de propiedades isotrópicas y espesor variable. Las diferentes partes que constituyen el tablero, (voladizos y porción central), se han conectado entre sí rígidamente tal y como se indica en la figura 4.8 mediante líneas verticales en trazo rojo. La anchura de la sección central aligerada, B_{ali} , se considera de valor constante e igual a 7.5 m.
- ✓ En las losas aligeradas, muy habituales en las líneas de ferrocarril de AV de nueva construcción, los tableros suelen descansar sobre apoyos tipo pot (apoyos de alta capacidad de carga y movimiento para puentes), que dotan a la estructura de dos puntos de apoyo en

cada extremo del mismo. Tal y como se justifica en la sección 4.4.3.2, estos elementos se han considerado infinitamente rígidos en sentido vertical, al consistir en un disco de neopreno confinado en una caja metálica. Esta situación se ha simulado en el modelo numérico impidiendo el desplazamiento vertical de determinados nodos de los bordes del tablero coincidentes con la posición de los apoyos pot, tal y como se aprecia en la figura 4.8.

- ✓ Se han definido también franjas longitudinales de elementos de diferentes densidades que permiten concentrar el peso de las cargas muertas en regiones concretas, además de incluir las diferentes densidades de la porción central y de los voladizos del tablero.
- ✓ El modelo de cargas y la metodología empleada para el cálculo dinámico son idénticos a los del apartado anterior.

4.3.4. RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE LOS MODELOS NUMÉRICOS POR SUPERPOSICIÓN MODAL

A continuación se expone brevemente el procedimiento empleado para la resolución de las ecuaciones de movimiento de los modelos de EF implementados, basado en el método de Superposición Modal.

El sistema de ecuaciones que gobierna el movimiento de cada uno de los tableros discretizados puede expresarse, de forma general, como

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{r}(t) = \mathbf{Q}(t); \quad (4.3)$$

donde \mathbf{M} y \mathbf{K} son las matrices de masa y rigidez globales del modelo numérico; \mathbf{C} es la matriz de amortiguamiento global del sistema; $\mathbf{Q}(t)$ el vector de cargas nodales; y $\mathbf{r}(t)$ el vector de desplazamientos (y giros) nodales, indicando diferenciación respecto al tiempo el punto situado sobre la variable. La dimensión del sistema de ecuaciones mostrado es igual al número de nodos del modelo multiplicado por el número de grados de libertad de cada nodo (en los modelos implementados, seis grados de libertad por nodo).

Las matrices \mathbf{M} y \mathbf{K} se obtienen a partir del ensamblaje de las matrices de masa y rigidez de cada uno de los EF que componen el modelo numérico, empleando técnicas estándar de EF; un procedimiento que se lleva a cabo

en los modelos numéricos implementados empleando la herramienta comercial ANSYS. En sistemas con una reducida tasa de amortiguamiento, como es el caso de las estructuras civiles y de edificación, es habitual considerar que los modos de vibración asociados al sistema amortiguado son los mismos que los del sistema no amortiguado. Así pues, el cálculo de las frecuencias y modos de vibración de los diferentes modelos numéricos se lleva a cabo resolviendo en ANSYS el problema de autovalores generalizado

$$[-\omega_n^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}] \boldsymbol{\psi}_n = 0; \quad (4.4)$$

donde ω_n es la frecuencia de vibración de la n -ésima forma modal del modelo y $\boldsymbol{\psi}_n$ es el vector que almacena los desplazamientos y giros modales de cada uno de los nodos del modelo numérico. Por defecto, ANSYS normaliza este vector respecto a la matriz de masa, y éste ha sido el tipo de normalización empleado en la resolución de las ecuaciones de movimiento del modelo numérico.

En virtud de la condición de ortogonalidad de los modos de vibración de una placa rectangular (Huffington y Hoppmann [37]) con respecto a las matrices de masa y rigidez, es posible desacoplar la ecuación de movimiento (4.3) para el caso $\mathbf{C}=0$. Para ello, en primer lugar se escribe la solución al sistema de ecuaciones como combinación lineal de N modos de vibración correspondientes al caso no amortiguado,

$$\mathbf{r}(t) = [\boldsymbol{\psi}_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{\psi}_N] \boldsymbol{\xi}(t) = [\boldsymbol{\Psi}] \boldsymbol{\xi}(t), \quad (4.5)$$

donde $\boldsymbol{\xi}(t)$ es el vector que agrupa al conjunto de N funciones armónicas en el tiempo de frecuencia circular ω_n , siendo n la forma modal considerada. Al introducir la solución anterior en la ecuación (4.3) para $\mathbf{C}=0$ y premultiplicar por la traspuesta de la matriz modal $[\boldsymbol{\Psi}]$, se obtiene

$$[\boldsymbol{\Psi}]^T \mathbf{M} [\boldsymbol{\Psi}] \ddot{\boldsymbol{\xi}}(t) + [\boldsymbol{\Psi}]^T \mathbf{K} [\boldsymbol{\Psi}] \boldsymbol{\xi}(t) = [\boldsymbol{\Psi}]^T \mathbf{Q}(t); \quad (4.6)$$

y por la propiedad de ortogonalidad de las formas modales, habiendo normalizado éstas a la matriz de masa, se obtiene el siguiente sistema de N ecuaciones diferenciales desacoplado

$$\ddot{\xi}(t) + \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \omega_N^2 \end{bmatrix} \xi(t) = [\Psi]^T Q(t). \quad (4.7)$$

Para incluir el amortiguamiento estructural en el sistema de ecuaciones anterior se ha recurrido a la asignación directa de una tasa de amortiguamiento ζ_n en cada uno de los modos de vibración considerados. De esta forma, el sistema de ecuaciones de movimiento a resolver puede expresarse como sigue,

$$\ddot{\xi}(t) + 2 \begin{bmatrix} \zeta_1 \omega_1^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \zeta_N \omega_N^2 \end{bmatrix} \dot{\xi}(t) + \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \omega_N^2 \end{bmatrix} \xi(t) = [\Psi]^T Q(t), \quad (4.8)$$

cuyas incógnitas son el conjunto de N funciones armónicas $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$, componentes del vector $\xi(t)$. Dado el elevado número de análisis dinámicos a realizar y con el objeto de reducir los costes computacionales, para la resolución del conjunto de N ecuaciones de un grado de libertad mostrado en (4.8) se ha implementado una rutina en lenguaje Fortran 90, haciendo uso del entorno DIGITAL VISUAL FORTRAN³. El código programado emplea los siguientes datos de entrada:

- ✓ Número de formas modales N a incluir en el análisis dinámico.
- ✓ Tasa de amortiguamiento modal ζ_n de cada uno de los modos de vibración considerados.
- ✓ Frecuencias naturales ω_n y vectores de desplazamientos y giros modales ψ_n de los N modos de vibración. Estos valores se extraen de ANSYS.
- ✓ Definición de los trenes de cargas puntuales (módulo de las cargas y espaciamiento entre ellas) y coordenadas de los nodos de la

³ Digital Visual Fortran© Professional Edition 6.0.A.

mallas situados en las líneas de carga del modelo⁴. Esta información permite la construcción del vector de cargas nodales $\mathbf{Q}(t)$.

A partir de estos datos de entrada, la rutina programada resuelve el sistema de N ecuaciones desacopladas (4.8) mediante la integración numérica de cada una de ellas aplicando el método de Newmark- β de aceleración lineal. Por último, y una vez conocido el vector $\xi(t)$, es posible obtener el vector de desplazamientos y giros de los nodos del modelo numérico a partir de la ecuación (4.5).

4.3.5. LIMITACIONES DE LOS MODELOS NUMÉRICOS IMPLEMENTADOS

Las principales limitaciones de los modelos numéricos empleados en el análisis de los tableros se enumeran a continuación:

- ✓ Limitaciones derivadas de la asimilación de un comportamiento ortótropo en los tableros. La ortotropía geométrica de los tableros se traduce en el modelo numérico en una distribución continua y homogénea de su rigidez a flexión y torsión. En consecuencia, la correlación del modelo con la realidad podría verse comprometida en tableros con un número mínimo de vigas longitudinales o aligeramientos [14, 70].
- ✓ Limitaciones derivadas del cálculo de los módulos de torsión de las losas aligeradas. En el apartado 4.4.1.3 se recoge la aproximación adoptada para el cálculo de los módulos de torsión de las secciones longitudinal y transversal del tablero aligerado; la cual desprecia la colaboración de los nervios entre aligeramientos. Esta simplificación puede resultar inadecuada en tableros con un gran espaciado entre aligeramientos o un número reducido de éstos, dando lugar a una predicción poco precisa de la frecuencia de torsión.
- ✓ No se considera la deformación transversal por cortante, al asumirse las hipótesis cinemáticas de Love-Kirchoff en la formulación de las ecuaciones de movimiento de la placa

⁴ En todos los modelos numéricos implementados, las líneas de carga describen un trayecto rectilíneo coincidente con un borde de elemento.

ortótropa. En el caso de tableros de tipologías aligeradas, la distorsión experimentada por la sección transversal de la losa debida al cortante puede resultar significativa en losas muy aligeradas [100, 5].

- ✓ Distribución continua de la rigidez vertical del apoyo elastomérico, en los modelos numéricos de los puentes de vigas y losas macizas. Tal y como se menciona en el apartado 4.3.2, la rigidez vertical del apoyo se introduce en el modelo numérico distribuyéndola de forma uniforme en los dos bordes de la placa coincidentes con la posición de los estribos. Esta condición de contorno considerada podría afectar a algunas de las formas modales del tablero, principalmente en el caso de tableros con una gran separación entre apoyos.
- ✓ Empleo de un modelo de cargas puntuales para la simulación del paso de los convoyes ferroviarios. Esta aproximación desprecia la fuerza de inercia del tren circulante frente a su peso propio y, en consecuencia, no se consideran los fenómenos de interacción puente-vehículo en el cálculo dinámico. No obstante, como se menciona en el Capítulo 2, la interacción suele tener un efecto beneficioso en el comportamiento de la estructura, reduciendo su respuesta en resonancia.

4.4. ESTIMACIÓN DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS TABLEROS DE ESTUDIO

A continuación se describe el procedimiento de cálculo de las propiedades mecánicas de los puentes de estudio

4.4.1. CÁLCULO DE CONSTANTES DE ORTOTROPÍA

En primer lugar se expone resumidamente el procedimiento seguido para el cálculo de las constantes de ortotropía de las diferentes tipologías de tablero consideradas.

4.4.1.1. TABLERO DE LOSA SOBRE VIGAS PRETENSADAS

Considérese en primer lugar un tablero ideal de un puente de vigas, constituido por una losa de espesor h_{losa} de comportamiento isótropo y un conjunto de vigas longitudinales idénticas unidas rígidamente a la losa, con intereje igual a b_x y distancia igual a $b_x/2$ entre el eje longitudinal de las vigas extremas y el borde libre del tablero.

El cálculo de las constantes de ortotropía se lleva a cabo partiendo de una porción de tablero (figura 4.9), cuyas dimensiones relativas a los ejes X e Y son, respectivamente, la longitud total del tablero, L , y el intereje entre vigas b_x .

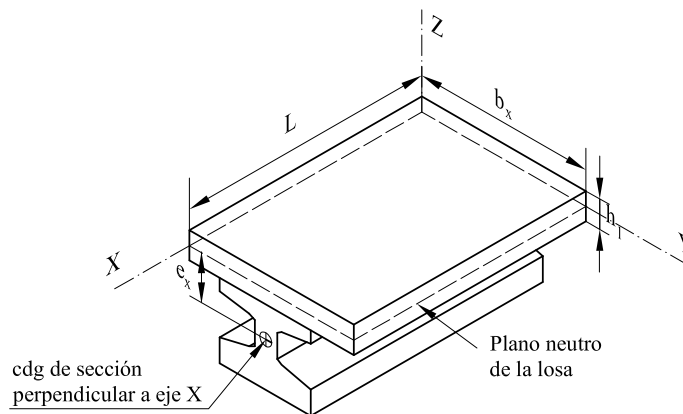


Figura 4.9. Elemento de tablero de losa sobre vigas

En la figura anterior, e_x hace referencia a la profundidad del eje centroidal, entendida como la distancia entre el plano neutro de la losa y el centro de gravedad (cdg) de la sección homogeneizada del tablero según el plano YZ. El valor e_x puede calcularse como

$$e_x = \frac{A_{vig} h_{neut}}{\frac{E_{losa}}{E_{vig}} b_x h_{losa} + A_{vig}}, \quad (4.9)$$

siendo E_{losa} y E_{vig} los módulos de elasticidad del material de la losa y de las vigas, respectivamente; h_{neut} hace referencia a la distancia entre el plano neutro de la losa y el cdg de la sección transversal de las vigas del tablero de área A_{vig} . La profundidad del eje centroidal en la sección

perpendicular al eje Y coincide con el plano neutro de la losa, por tanto, $e_y=0$.

Según las Leyes de Hooke generalizadas, las relaciones tensión-deformación en la losa superior expresadas en el sistema de referencia XYZ de la figura 4.9, pueden escribirse como

$$\sigma_x = \frac{E_{losa}}{1-\nu_{losa}^2} (\epsilon_x + \nu_{losa} \epsilon_y), \quad (4.10a)$$

$$\sigma_y = \frac{E_{losa}}{1-\nu_{losa}^2} (\nu_{losa} \epsilon_x + \epsilon_y), \quad (4.10b)$$

$$\tau_{xy} = G_{losa} \gamma_{xy}, \quad (4.10c)$$

siendo G_{losa} y ν_{losa} el Módulo de Elasticidad Tangencial y el Coeficiente de Poisson de la misma, respectivamente. En el caso de las vigas longitudinales del tablero se considerará la siguiente relación:

$$\sigma_x = E_{vig} \epsilon_x, \quad (4.11a)$$

donde E_{vig} hace referencia al Módulo de Elasticidad longitudinal de las vigas.

Admitiendo las hipótesis cinemáticas de la Teoría Clásica de Placas de Love-Kirchoff para placas delgadas en pequeña deformación, las ecuaciones (4.10) pueden reescribirse en función de las derivadas del campo de desplazamientos de la placa delgada como sigue

$$\sigma_x = \frac{-E_{losa}}{1-\nu_{losa}^2} \left((z + e_x) \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} + z \nu_{losa} \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \right), \quad (4.12a)$$

$$\sigma_y = \frac{-E_{losa}}{1-\nu_{losa}^2} \left(z \nu_{losa} \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} + (z + e_x) \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \right), \quad (4.12b)$$

$$\tau_{xy} = G_{losa} \left(-2z \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x \partial y} \right). \quad (4.12c)$$

Procediendo del mismo modo con la ecuación (4.11) perteneciente a las vigas del tablero, se obtiene

$$\sigma_x = -(z + e_x) E_{vig} \left(\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} \right). \quad (4.13)$$

Para determinar los momentos flectores M_x y M_y por unidad de ancho/largo del tablero en función de las derivadas del campo de desplazamientos en el tablero, pueden integrarse las distribuciones de tensiones en cada una de las secciones del mismo con respecto al plano neutro de la losa superior. Por tanto:

$$M_x = -\frac{1}{b_x} \int_{A_x} \sigma_x z dA = -\frac{1}{b_x} \left[\int_{\frac{h_{losa}}{2}}^{\frac{h_{losa}}{2}} \sigma_x z b_x dz + \int_{A_{vig}} z \sigma_x dA \right] = \quad (4.14a)$$

$$= D_x \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2},$$

$$M_y = -\frac{1}{L} \int_{\frac{-h_{losa}}{2}}^{\frac{h_{losa}}{2}} \sigma_y z L dz = D_2 \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2}. \quad (4.14b)$$

donde A_x y A_{vig} son, respectivamente, la sección total del elemento de tablero (figura 4.9) respecto del planoYZ y la sección transversal de cada una de las vigas longitudinales.

Sabiendo que el momento torsor absorbido por una de estas vigas longitudinales puede obtenerse a partir de la expresión

$$M_T^{vig} = G_{vig} J_{vig} \theta_x = G_{vig} J_{vig} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad (4.15)$$

donde J_{vig} representa la inercia torsional de la sección recta de la viga, y θ_x es el giro de torsión del tablero según el eje X por unidad de longitud,

$$\theta_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}; \quad (4.16)$$

los momentos torsores por unidad de anchura/longitud en el tablero, M_{xy} y M_{yx} , pueden determinarse como

$$M_{xy} = -\frac{1}{b_x} \int_{\frac{-h_{losa}}{2}}^{\frac{h_{losa}}{2}} \tau_{xy} z b_x dz + \frac{M_T^{vig}}{b_x} = D_{xy} \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x \partial y}, \quad (4.17a)$$

$$M_{yx} = -\frac{1}{L} \int_{-\frac{h_{losa}}{2}}^{\frac{h_{losa}}{2}} \tau_{yx} z L dz = D_{yx} \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x \partial y}. \quad (4.17b)$$

Las rigideces a flexión por unidad de longitud, D_x , D_y , del modelo de placa ortótropa del tablero estudiado se expresan como sigue

$$D_x = \frac{E_{losa}}{12(1-\nu_{losa}^2)} h_{losa}^3 + \frac{E_{vig}}{b_x} [I_{vig} + A_{vig} (h_{neut}^2 - e_x h_{neut})], \quad (4.18a)$$

$$D_y = \frac{E_{losa}}{12(1-\nu_{losa}^2)} h_{losa}^3, \quad (4.18b)$$

siendo I_{vig} la inercia del eje fuerte de la sección transversal de cada una de las vigas del tablero. Las rigideces de acoplamiento a flexión longitudinal y transversal, D_1 y D_2 , vienen definidas por la expresión

$$D_1 = D_2 = \frac{\nu_{losa} E_{losa}}{12(1-\nu_{losa}^2)} h_{losa}^3. \quad (4.18c)$$

Por último, las rigideces a torsión, D_{xy} y D_{yx} , del modelo de placa ortótropa vienen dadas por

$$D_{xy} = \frac{G_{losa} h_{losa}^3}{6} + \frac{G_{vig} J_{vig}}{b_x}, \quad (4.18d)$$

$$D_{yx} = \frac{G_{losa} h_{losa}^3}{6}. \quad (4.18e)$$

Para el cálculo de las constantes de ortotropía de los tableros de vigas dimensionados, se han empleado los datos geométricos y propiedades del hormigón proporcionados en la tabla 4.3.

4.4.1.2. TABLERO DE LOSA MACIZA

Considerando comportamiento isótropo del material que constituye el tablero, las rigideces a flexión y torsión de la losa ortótropa equivalente pueden obtenerse como un caso particular de las expresiones (4.18), prescindiendo de todos los términos dependientes de las propiedades mecánicas de las vigas.

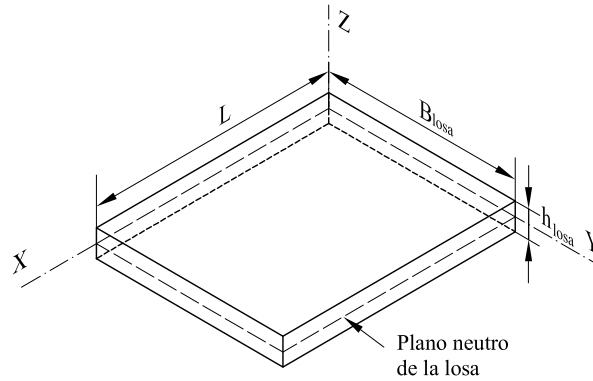


Figura 4.10. Tablero de losa maciza

Por tanto:

$$D_x = D_y = \frac{E_{losa}}{12(1-\nu_{losa}^2)} h_{losa}^3, \quad (4.19a)$$

$$D_1 = D_2 = \frac{\nu E_{losa}}{12(1-\nu_{losa}^2)} h_{losa}^3, \quad (4.19b)$$

$$D_{xy} = D_{yx} = \frac{G_{losa} h_{losa}^3}{6}. \quad (4.19c)$$

Nótese que D_{xy} y D_{yx} pueden obtenerse por analogía con la rigidez torsional de un fleje a torsión pura, repartida entre la anchura del mismo y dividida por dos, es decir

$$D_{xy} = \frac{G_{losa} J_f}{2B_{losa}} = \frac{G_{losa} (B_{losa} h_{losa}^3 / 3)}{2B_{losa}}, \quad (4.19d)$$

$$D_{yx} = \frac{G_{losa} J_f}{2L} = \frac{G_{losa} (L h_{losa}^3 / 3)}{2L}, \quad (4.19e)$$

siendo B_{losa} la anchura total de la losa y L su longitud.

4.4.1.3. TABLERO DE LOSA ALIGERADA

Las expresiones que se muestran a continuación para el cálculo de las constantes de ortotropía de esta tipología parten de una porción de tablero como la mostrada en la figura (figura 4.11), en la que el eje longitudinal del aligeramiento circular queda contenido en el plano neutro de la losa.

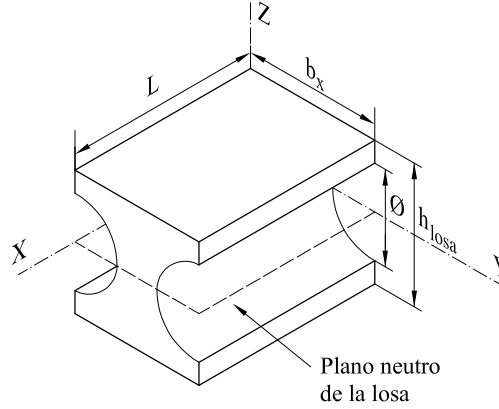


Figura 4.11. Elemento de tablero de losa aligerada

Determinando el momento flector M_x con respecto al plano neutro de la losa por integración de las distribuciones de tensiones en el plano YZ , se obtiene la expresión analítica exacta de la constante D_x como

$$D_x = \frac{E_{losa} h_{losa}^3}{12(1-\nu_{losa}^2)} \left[1 - \frac{3\pi\rho}{16} \left(\frac{\phi}{h_{losa}} \right)^4 \right], \quad (4.20a)$$

siendo $\rho = h_{losa}/b_x$. Para la constante de ortotropía D_y se empleará la fórmula empírica propuesta por Elliot y Clark [18], obtenida a partir de un análisis por elementos finitos de las rigideces a flexión longitudinal y transversal de las losas aligeradas y que presenta una mejor correlación con los resultados experimentales que su expresión analítica exacta, obtenida por integración de las tensiones en el plano XZ . La constante D_y viene definida por

$$D_y = \frac{E_{losa} h_{losa}^3}{12} \left[1 - 0.95 \left(\frac{\phi}{h_{losa}} \right)^4 \right], \quad (4.20b)$$

mientras que las rigideces de acoplamiento D_1 y D_2 pueden expresarse como

$$D_1 = \nu_{losa} D_y, \quad D_2 = \nu_{losa} D_x. \quad (4.20c)$$

Las rigideces torsionales D_{xy} y D_{yx} se estimarán a partir de los módulos de torsión J_{xy} y J_{yx} del tablero completo como sigue,

$$D_{xy} = \frac{G_{losa} J_{xy}}{2B_{ali}}, \quad D_{yx} = \frac{G_{losa} J_{yx}}{2L}. \quad (4.20c)$$

En las expresiones anteriores, B_{ali} y L hacen referencia, respectivamente, a la anchura de la sección aligerada del tablero y a la longitud del mismo. Los módulos de torsión J_{xy} y J_{yx} se aproximarán a los correspondientes a un perfil delgado cerrado de una única celda, los cuales pueden calcularse a partir de las expresiones siguientes:

$$J_{xy} = \frac{4A_{0x}^2}{\oint \frac{ds_x}{t}}, \quad J_{yx} = \frac{4A_{0y}^2}{\oint \frac{ds_y}{t}}, \quad (4.20d)$$

donde A_{0x}^2 y A_{0y}^2 definen, respectivamente, el área media de la sección transversal y longitudinal del tablero completo (figura 4.12), y la integral se extiende al contorno de las mismas.

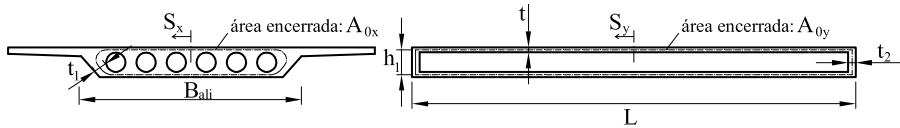


Figura 4.12. Contorno de las secciones transversal y longitudinal del tablero

A partir de los contornos mostrados en la figura 4.12 las ecuaciones (4.20d) pueden expresarse como

$$J_{xy} = \frac{4(B_{ali}h_1)^2}{\frac{2B_{ali}}{t} + \frac{2h_1}{t_1}}, \quad J_{yx} = \frac{4(Lh_1)^2}{\frac{2L}{t} + \frac{2h_1}{t_2}}. \quad (4.20d)$$

Como puede deducirse esta aproximación para el cálculo de la rigidez torsional del tablero será más acertada cuanto mayor sea el número de aligeramientos en la sección transversal del tablero y menor la distancia d_{ali} entre ellos.

4.4.2. ESTIMACIÓN DE LA MASA Y AMORTIGUAMIENTO ESTRUCTURAL

Una vez determinada la rigidez del tablero es necesario calcular su masa y el amortiguamiento estructural, parámetro fundamental en la respuesta dinámica en situación de resonancia. Para la determinación de la masa total de los tableros analizados se ha considerado tanto el peso propio de

los diferentes elementos estructurales como el de sus cargas muertas, las cuales corresponden a los elementos no estructurales que descansan sobre los primeros (balasto, traviesas, carriles, muretes guardabalasto, aceras, barandillas...). Los valores nominales de estas acciones permanentes se han obtenido a partir de las características geométricas de los tableros dimensionados, combinadas con los pesos específicos de los materiales constituyentes. A falta de datos precisos, especialmente en el caso de los elementos no estructurales, las masas totales se han determinado empleando las recomendaciones de la IAPF-07 sobre pesos específicos aplicables al cálculo de las cargas muertas, combinados con los valores de las dimensiones habituales de aceras, anchura de banqueta de balasto, etc., propias de los tableros de puentes de ferrocarril de vía doble.

Uno de los elementos no estructurales que contribuye de manera más significativa a la masa total del tablero es el balasto. El peso del balasto puede resultar complejo de determinar debido, principalmente, a la incertidumbre que presenta la estimación del espesor de la capa de este material. Siguiendo las recomendaciones de la IAPF, se ha tomado para el mismo una densidad de 1800 kg/m^3 y, en cada uno de los tableros analizados, se han considerado tres espesores diferentes de la capa de balasto, que son los siguientes:

- ✓ Valor nominal, $h_{nom} = 0.5$ m para el ancho de vía UIC.
- ✓ Valor inferior, obtenido disminuyendo en un 30% el espesor anterior, que da lugar a una versión más ligera del tablero que puede resultar conservadora en la predicción de las aceleraciones. Por tanto $h_{inf} = 0.35$ m.
- ✓ Valor superior, obtenido incrementando en un 30% el espesor nominal, por tanto $h_{sup} = 0.65$ m. Esta versión más pesada del tablero, de frecuencias propias inferiores a las del caso nominal, puede considerarse conservadora en términos de sus velocidades de resonancia.

Tal y como se mencionó en la sección 4.3, la masa total de los tableros se distribuye en franjas de diferentes densidades en los modelos numéricos, de forma que el peso de cada una de las cargas muertas se concentra en la zona correspondiente a su ubicación real. En las tablas 4.9 y 4.10 se indican las características principales de las franjas longitudinales

consideradas, cuya anchura y número se deduce directamente de los esquemas de la sección transversal de los diferentes tableros, mostradas en las figuras 4.4, 4.5 y 4.6.

En cuanto a la tasa de amortiguamiento estructural, se asigna el mismo valor a todos los modos de vibración considerados en el cálculo. Teniendo en cuenta el enfoque práctico de este estudio, esta magnitud se ha determinado siguiendo las indicaciones del Eurocódigo 1 para puentes de nueva construcción. La tabla 4.5, extraída de esta normativa, muestra los valores de envolventes mínimas de amortiguamiento recomendadas en función de la tipología y la luz del tablero; unos valores que resultan claramente inferiores a los sugeridos por la IAPF-07. Este hecho, unido a que los valores de amortiguamiento de la norma española están actualmente en proceso de revisión⁵, ha llevado a que en este estudio se hayan seguido las recomendaciones del Eurocódigo para la estimación de esta magnitud.

Tipo de puente	Límite inferior de ζ (%)	
	$L < 20$ [m]	$L \geq 20$ [m]
Puentes de acero y mixtos	$0.5 + 0.125 \cdot (20 - L)$	0.5
Puentes de hormigón estructural	$1.0 + 0.07 \cdot (20 - L)$	1.0
Pseudolosas mixtas ⁶	$1.5 + 0.07 \cdot (20 - L)$	1.5

Tabla 4.5. Valores de amortiguamiento a considerar para propósitos de diseño.

Fuente: Eurocódigo 1

⁵ La detección de algunos puentes reales de la Red Ferroviaria Española con una tasa de amortiguamiento inferior a la estimada por la IAPF-07 y el interés por armonizar la norma española con el Eurocódigo, han impulsado que en la actual revisión de la IAPF-07 se haya creado un grupo de trabajo dedicado a la inspección de las envolventes de amortiguamiento propuestas por esta norma.

⁶ La tipología *filler beam*, traducida aquí como pseudolosa mixta, es muy común en las líneas de ferrocarril de AV alemanas.

4.4.3. ESTIMACIÓN DE LA RIGIDEZ VERTICAL DE LOS APOYOS ELÁSTICOS

Por último en lo que respecta a las características mecánicas, en este apartado se pretende delimitar un rango de variación realista de la rigidez vertical de los apoyos elásticos habituales en las tipologías de tablero estudiadas en este capítulo, lo que permitirá evaluar si estos elementos pueden tener una influencia significativa en la predicción de su comportamiento dinámico. En concreto, se estimará la rigidez de los apoyos de neopreno zunchado, comúnmente empleados en puentes isostáticos de luces moderadas situados en líneas de ferrocarril convencional; y de los apoyos tipo pot, muy habituales en los puentes de nueva construcción para líneas de AV. En los siguientes subapartados se detallan y justifican los valores de rigidez considerados en cada caso.

4.4.3.1. APOYOS DE NEOPRENO ZUNCHADO

Los apoyos zunchados están constituidos por un bloque de elastómero (habitualmente neopreno) que lleva intercaladas y embebidas una serie de placas o zunchos de acero, tal y como se muestra en la figura 4.13, las cuales confieren al conjunto una rigidez a compresión muy superior a la que tendría el material elastomérico sin zunchar.

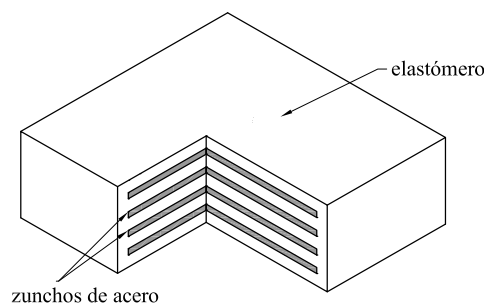


Figura 4.13. Apoyo de neopreno zunchado

Su comportamiento ante la acción de cargas estáticas y dinámicas puede presentar variaciones importantes en función de sus dimensiones, el proceso de fabricación del material constitutivo, o su composición. Aunque el elastómero presenta una gran no linealidad en su comportamiento frente a grandes deformaciones, endureciéndose a bajas temperaturas y ante cargas dinámicas, es habitual admitir la hipótesis de

comportamiento elástico, lineal e isotrópico en aplicaciones prácticas y para fines de diseño, una simplificación que proporciona un grado de precisión adecuado en el rango de las pequeñas deformaciones [83]. En esta línea se pueden citar los trabajos de Tsai y Pai [95], Koh y Lim [48], o Gent y Meinecke [34], orientados a la obtención de fórmulas sencillas para el cálculo de una rigidez equivalente del apoyo zunchado ante la solicitación estática de compresión, partiendo de hipótesis cinemáticas como (i) los planos paralelos a las placas de acero permanecen planos y paralelos entre sí después de la deformación; y (ii) en la dirección normal al zuncho, el campo de desplazamientos del material elastomérico adopta una distribución parabólica. De forma similar, otros autores deducen además expresiones simplificadas para estimar la rigidez del apoyo ante solicitaciones de flexión y cortadura [11, 96].

La característica común a todas las formulaciones anteriormente mencionadas es que la rigidez del apoyo se calcula a partir de una serie de factores que dependen de la geometría del mismo y de las propiedades mecánicas del material. Sin embargo, tal y como señala Mori [73], las rigideces estimadas con cada una de estas expresiones pueden diferir bastante entre sí, además de que pueden existir discrepancias importantes entre el valor estimado y el real del dispositivo de apoyo. A modo ilustrativo se ha estimado la rigidez vertical ante carga estática de los apoyos zunchados de varios puentes reales pertenecientes a la red ferroviaria española, empleando algunas de las expresiones más comúnmente aceptadas por los calculistas en aplicaciones prácticas y que pueden encontrarse en las siguientes referencias: (i) apuntes para el diseño y cálculo de puentes de Manterola [60], (ii) información técnica publicada por IABSE⁷ sobre apoyos elastoméricos [81] y (iii) catálogo comercial de apoyos elastoméricos de Mecanogumba⁸. Los puentes reales escogidos, denominados puente Arroyo Bracea, Argamasilla y Vinival, son todos ellos puentes de vigas isostáticos, cuyas principales características están recogidas en el Anexo I. Las características geométricas de los neoprenos analizados se han extraído de los planos de proyecto de estos puentes, y

⁷ International Association for Bridge and Structural Engineering

⁸ Mecanogumba, S.A.

pueden encontrarse en sus informes de inspección técnica y prueba de carga [39, 40, 41]. La tabla 4.6 resume los datos de partida considerados para el cálculo de las rigideces en cada uno de los puentes.

		Puente Arroyo Bracea	Argamasilla	Vinival
Masa tablero	m (kg/m)	25086.55	46111.48	10162.00
Propiedades apoyo	axb (m)	0.25x0.45	0.2x0.55	0.2x0.25
	N_{capas}, t (m)	1, 0.013	3, 9.666	3, 9.666
	G (MPa)	0.90		

Tabla 4.6. Datos de partida para el cálculo de la rigidez de los apoyos de neopreno zunchado de dos puentes reales

En la tabla anterior, a y b son las dimensiones en planta del apoyo; t el espesor de elastómero entre dos placas metálicas.

Y en la tabla 4.7 se muestran los valores de la rigidez vertical K_v ante acciones estáticas de los neoprenos considerados, estimados mediante las formulaciones anteriores, las cuales están recogidas en el Anexo III.

	Puente Arroyo Bracea	Argamasilla	Vinival
	K_v (N/m)	K_v (N/m)	K_v (N/m)
Manterola	$1.865 \cdot 10^9$	$1.116 \cdot 10^9$	$3.3477 \cdot 10^8$
IABSE	$1.920 \cdot 10^9$	$1.142 \cdot 10^9$	$3.454 \cdot 10^8$
Mecanogumba	$5.279 \cdot 10^9$	$2.390 \cdot 10^9$	$5.431 \cdot 10^8$

Tabla 4.7. Rigidez vertical K_v de los apoyos de neopreno zunchado ante acciones estáticas, estimada empleando diferentes formulaciones

Como puede apreciarse la rigidez estimada a partir de las recomendaciones del catálogo de Mecanogumba es la que difiere en mayor medida del resto de valores calculados. Sin embargo, teniendo en cuenta que las propiedades del apoyo dependen fuertemente del material constitutivo y su proceso de fabricación, resulta previsible encontrar variaciones entre las rigideces estimadas según las especificaciones del fabricante y las fórmulas más genéricas proporcionadas en bibliografía, normativa o especificaciones técnicas.

Ante acciones dinámicas (asociadas al tráfico, sismo), el Módulo de Elasticidad del elastómero experimenta un marcado endurecimiento [83], aunque en la literatura son escasos los estudios sobre el comportamiento

de los apoyos en estas condiciones de funcionamiento. Un trabajo en esta línea puede encontrarse en la referencia de Bergström y Boyce [8], en el que se describe un ensayo dinámico de un tipo concreto de elastómero desarrollando posteriormente un modelo constitutivo del material. El análisis se lleva a cabo sobre una probeta de elastómero sin zunchar, y se somete a un rango muy amplio de deformaciones que difieren en gran medida de las propias de los apoyos de los puentes de luces moderadas que se estudian en este trabajo y, por tanto, no se considera representativo. Para la estimación de la rigidez vertical dinámica $K_{v,din}$, es habitual mayorar el valor de rigidez obtenido ante acciones estáticas empleando alguna de las fórmulas simplificadas propuestas en bibliografía, hasta el doble como máximo; así lo sugiere la ficha UIC 772R [97], resultado de una amplia campaña experimental sobre apoyos elásticos, o la especificación británica BS 5400⁹ [10]. Autores como Manterola o Lee [52] proponen un coeficiente empírico de mayoración dependiente de la dureza Shore A del material, comprendido entre 1.1 y 1.9 para durezas entre 40 y 70.

A la vista de estos antecedentes resulta complicado acotar un rango de variación realista de la rigidez vertical estática y dinámica de los apoyos zunchados partiendo de las expresiones que proporciona la literatura. Por esta razón, y ante la imposibilidad de llevar a cabo una campaña de ensayos experimentales sobre un conjunto representativo de puentes reales, se ha optado por determinar la rigidez de los neoprenos a partir de la calibración estática y dinámica de los modelos numéricos presentados en la sección 4.3 empleando las medidas experimentales recogidas en los informes de las pruebas de carga de varios puentes reales. En líneas generales, la calibración mencionada consiste en reproducir, mediante los modelos numéricos, los ensayos realizados durante la prueba de carga de los puentes, y ajustar las propiedades mecánicas del tablero hasta conseguir una buena correlación entre los resultados numéricos obtenidos y las medidas experimentales.

⁹ La versión más reciente de esta normativa, EN 1337-3 [23], incide nuevamente en la rigidización del material ante efectos dinámicos, aunque aquí se recomienda determinar su Módulo Elástico mediante caracterización experimental

En la tabla 4.8 se recogen los resultados obtenidos tras la calibración de la rigidez vertical de los apoyos elastoméricos de tres puentes reales, siguiendo el procedimiento que se detalla en el Anexo I.

	K_v (N/m)	$K_{v,din}$ (N/m)	κ_{din}
Puente Arroyo Bracea	$9.84 \cdot 10^8$	$1.48 \cdot 10^9$	0.06
Argamasilla	$1.12 \cdot 10^9$	$2.24 \cdot 10^9$	0.03
Vinival	$3.34 \cdot 10^8$	$6.69 \cdot 10^8$	0.02

Tabla 4.8. Rigidez vertical calibrada de los neoprenos zunchados de tres puentes reales

En la tabla anterior, K_v hace referencia a la rigidez vertical del neopreno ante cargas estáticas. A falta de datos más precisos sobre el comportamiento dinámico de estos elementos, el valor de rigidez dinámica $K_{v,din}$ mostrado en la tabla 4.8 se ha obtenido mayorando el valor estático hasta el doble como máximo, de forma que con el valor de rigidez dinámico $K_{v,din}$ empleado, la frecuencia fundamental del puente estimada durante la calibración del modelo numérico se aproxime a la medida experimentalmente en la prueba de carga.

En la tabla 4.8 se incluye también el valor adimensional de rigidez κ , que ya fue introducido en la sección 3.2.2 para la viga elásticamente apoyada, y que proporciona el nivel de rigidez (o, más propiamente, de flexibilidad) de los apoyos en cada estribo en función de la rigidez a flexión longitudinal del tablero. Este parámetro se ha calculado transformando la ecuación (3.28) como sigue,

$$\kappa_{din} = \frac{D_x B_{losa} \pi^3}{N_{neop} K_{v,din} L^3}, \tag{4.21}$$

donde D_x es la constante de ortotropía del tablero; B_{losa} y L , su anchura y luz, respectivamente; y N_{neop} , el número total de neoprenos a lo largo de un estribo.

Tras la determinación de κ_{din} en una serie de puente de vigas reales de diferentes longitudes siguiendo el procedimiento mencionado, no parece que este parámetro pueda superar el valor de 0.1 en los tableros isostáticos de luces moderadas pertenecientes a las líneas de ferrocarril convencional. Por tanto se ha optado por acotar un rango de variación de κ_{din} comprendido entre $\kappa_{din}=0$ (tablero biapoyado, sin neoprenos) y $\kappa_{din}=0.1$,

siendo este último valor un límite máximo que no se prevé que llegue a sobrepasarse en ningún tablero de características similares a los que se analizan en esta Tesis.

4.4.3.2. APOYOS TIPO POT

Los apoyos tipo pot están constituidos por un disco de elastómero (caucho o neopreno) alojado en el interior de una caja de acero, tal y como se muestra en la figura 4.14. Sobre el elastómero actúa un pistón de acero, que se fija rígidamente al tablero del puente a través de pernos; y una junta hermética ubicada entre pistón y elastómero previene la salida de sus bordes de la caja en la que se aloja. Esta disposición de la lámina elástica completamente confinada por el acero, limita enormemente su deformabilidad vertical, siendo su comportamiento asimilable al de un fluido sometido a alta presión.

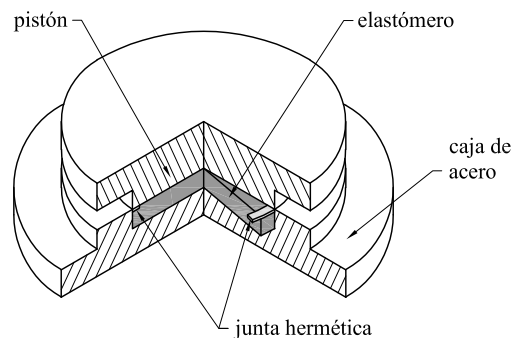


Figura 4.14. Apoyo tipo pot

El pot es capaz de absorber cargas verticales muy superiores a las admitidas por el apoyo zunchado, permitiendo además los giros del tablero con una coacción mínima.

Contrariamente al caso de los apoyos zunchados, no es habitual encontrar en bibliografía estudios orientados a estimar la rigidez de estos dispositivos ante diferentes tipos de solicitaciones. La norma europea EN 1337-5 [24] proporciona alguna fórmula para la estimación de su momento resistente debido a rotación. Sin embargo, a efectos prácticos los apoyos pot suelen considerarse infinitamente rígidos en sentido vertical, despreciándose también la escasa resistencia al giro que oponen. A falta de datos experimentales adicionales que permitan calibrar valores realistas de

la rigidez de estos elementos, en este estudio se ha optado por considerar $\kappa_{din}=0$ para la rigidez vertical.

4.4.4. RESUMEN DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS TABLEROS

En las tablas 4.9 y 4.10 se ha incluido un resumen de las propiedades consideradas en cada uno de los modelos numéricos de los diferentes tableros estudiados en este capítulo.

La primera de las tablas (tabla 4.9), muestra los valores pertenecientes a los tableros característicos de las líneas convencionales: las losas macizas, identificadas con las iniciales LM seguidas del valor de la luz entre apoyos; y los puentes de vigas, designados de la misma manera que los anteriores, pero empleando las iniciales LV. Recuérdese que, tal y como se mencionó en la sección 4.2.1.1, en el caso de los tableros de tipología de losa maciza se han considerado tres Módulos de Elasticidad diferentes para el hormigón, con el objetivo de reflejar la posible pérdida de resistencia del material debida a la fisuración. Por esta razón, las constantes de ortotropía D_x , D_y , D_1 , D_2 , D_{xy} y D_{yx} se han expresado como función del Módulo de Elasticidad E en el caso de los tableros de tipología de losa maciza. Para obtener el valor de las mismas, basta con sustituir la variable E por alguno de los valores de la tabla 4.2 en Pascales. Las variables $B_1 = B_3$ indicadas en la tabla representan el ancho de cada acera a ambos lados del tablero, mientras que B_2 es la anchura de la banqueta de balasto; de modo que la suma $B_1+B_2+B_3 = 11.6$ m, se corresponde con la anchura total del tablero. A cada una de estas franjas se le asigna en el modelo numérico la masa adicional indicada por las variables q_1 , q_2 y q_3 , correspondiente a las cargas muertas del tablero (aceras, balasto, carriles traviesas...). Los tres valores diferentes de masa considerados en la franja B_2 se corresponden con los obtenidos empleando diferentes alturas de la capa de balasto, tal y como se especificó en la sección 4.4.2. Nótese también que en la tabla se han indicado tres valores distintos de la rigidez adimensional κ_{din} , los cuales se corresponden con los valores extremos del rango de variación establecido de este parámetro más un valor intermedio. A cada uno de los tableros dimensionados se les asignarán los tres valores de κ_{din} especificados en la tabla para realizar los cálculos dinámicos.

	Losas macizas		Puentes de vigas							
	LM10	LM12.5	LV10	LV12.5	LV15	LV17.5	LV20	LV22.5	LV25	
Constantes de ortotropía	D_x (Nm)	$0.0396 \cdot E$	$6.96037 \cdot 10^8$	$1.23164 \cdot 10^8$	$2.09560 \cdot 10^9$	$3.07486 \cdot 10^9$	$4.38286 \cdot 10^9$	$5.98872 \cdot 10^9$	$7.89007 \cdot 10^9$	
	D_y (Nm)	$0.0396 \cdot E$	$3.09160 \cdot 10^7$	$3.09160 \cdot 10^7$	$4.53665 \cdot 10^7$	$4.53665 \cdot 10^7$	$4.53665 \cdot 10^7$	$4.53665 \cdot 10^7$	$4.53665 \cdot 10^7$	
	$D_I = D_2$ (Nm)	$0.0079 \cdot E$	$6.18320 \cdot 10^6$	$6.18320 \cdot 10^6$	$9.07330 \cdot 10^6$	$9.07330 \cdot 10^6$	$9.07330 \cdot 10^6$	$9.07330 \cdot 10^6$	$9.07330 \cdot 10^6$	
	D_{xy} (Nm)	$0.0317 \cdot E$	$3.87665 \cdot 10^7$	$3.97212 \cdot 10^7$	$5.22372 \cdot 10^7$	$5.31929 \cdot 10^7$	$5.03763 \cdot 10^7$	$9.04795 \cdot 10^7$	$9.35905 \cdot 10^7$	
	D_{yx} (Nm)	$0.0317 \cdot E$	$2.47328 \cdot 10^7$	$2.47328 \cdot 10^7$	$3.62932 \cdot 10^7$	$3.62932 \cdot 10^7$	$3.62932 \cdot 10^7$	$3.62932 \cdot 10^7$	$3.62932 \cdot 10^7$	
Cargas muertas (balasto, aceras, carriles...)	$B_I = B_3$ (m)	1.16								
	$q_I = q_3$ (kg/m ²)	232								
	B_2 (m)	9.28								
	q_2 (kg/m ²)	$q_{2,inf} = 639; q_{2,nom} = 909; q_{2,sup} = 1179$								
Peso propio	22330	27840	9794	10154	11384	11744	13234	13610	13984	
Masa total	M_{est} (kg/m)	28796	34306	16260	16616	17846	18206	19696	20076	20446
	$M_{tab,inf}$ (kg/m)	31301	36811	18765	19125	20355	20715	22205	22581	22956
	$M_{tab,nom}$ (kg/m)	33809	39319	21273	21633	22863	23223	24713	25089	25463
	$M_{tab,sup}$ (kg/m)	0, 0.05, 0.1								
Rigidez apoyo	K_{din}	0, 0.05, 0.1								
Amortiguamiento	ζ_i (%)	0.017	0.01525	0.017	0.01525	0.0135	0.01175	0.01	0.01	0.01

Tabla 4.9. Propiedades de los modelos numéricos de los tableros característicos de las líneas convencionales

En la tabla 4.10 se muestran las propiedades de los modelos numéricos de los diferentes tableros aligerados considerados en el estudio, una tipología muy habitual en los puentes nuevos de AV de luces moderadas. En estos tableros se ha definido un total de cinco franjas diferentes para distribuir el peso de las cargas muertas, definidas por las anchuras $B_1=B_5$, $B_2=B_4$ y B_3 y sus correspondientes valores de masa por unidad de superficie $q_1=q_5$, $q_2=q_4$ y q_3 . Sumando la anchura de cada una de las franjas se obtiene la anchura total del tablero, que para estos tableros es de 14 m.

		LA15	LA17.5	LA20	LA22.5	LA25
Constantes de ortotropía	D_x (Nm)	$4.14976 \cdot 10^9$	$6.66347 \cdot 10^9$	$1.00772 \cdot 10^{10}$	$1.42420 \cdot 10^{10}$	$1.92741 \cdot 10^{10}$
	D_y (Nm)	$3.65770 \cdot 10^9$	$5.80435 \cdot 10^9$	$9.03458 \cdot 10^9$	$1.22951 \cdot 10^{10}$	$1.68342 \cdot 10^{10}$
	D_1 (Nm)	$7.31541 \cdot 10^8$	$1.16087 \cdot 10^9$	$1.80692 \cdot 10^9$	$2.45902 \cdot 10^9$	$3.36684 \cdot 10^9$
	D_2 (Nm)	$8.29951 \cdot 10^8$	$1.33270 \cdot 10^9$	$2.01543 \cdot 10^9$	$2.84840 \cdot 10^9$	$3.85483 \cdot 10^9$
	D_{xy} (Nm)	$2.37980 \cdot 10^9$	$3.71680 \cdot 10^9$	$5.46870 \cdot 10^9$	$7.48770 \cdot 10^9$	$9.47687 \cdot 10^9$
	D_{yx} (Nm)	$2.46485 \cdot 10^9$	$3.88518 \cdot 10^9$	$6.10233 \cdot 10^9$	$8.15309 \cdot 10^9$	$1.11254 \cdot 10^{10}$
Cargas muertas (balasto, aceras, carriles...)	$B_1 = B_5$ (m)	1.15				
	$q_1 = q_5$ (kg/m ²)	453				
	$B_2 = B_4$ (m)	0.8				
	$q_2 = q_4$ (kg/m ²)	313				
	B_3 (m)	10.1				
	q_3 (kg/m ²)	$q_{3,inf} = 638$; $q_{3,nom} = 908$; $q_{3,sup} = 1178$				
Peso propio	M_{est} (kg/m)	14936	17360	19245	21503	22249
Masa total	$M_{tab,inf}$ (kg/m)	28366	30791	32676	34934	35679
	$M_{tab,nom}$ (kg/m)	31093	33518	35403	37661	38406
	$M_{tab,sup}$ (kg/m)	33820	36245	38130	40388	41133
Rigidez apoyo	κ_{din}	0				
Amortiguamiento	ζ_i (%)	0.0135	0.01175	0.01	0.01	0.01

Tabla 4.10. Propiedades de los modelos numéricos de los tableros aligerados de las líneas nuevas de AV

Tal y como se desprende de la observación de las tablas 4.9 y 4.10 en total se analizarán 54 tableros de tipología de losa maciza, incluyendo en este número las variaciones de masa, Módulo Elástico del hormigón y rigidez del apoyo κ_{din} propuestas para cada una de las luces consideradas. En el caso de los puentes de vigas el número total de tableros analizados es de 63, incluyendo las variaciones de masa y rigidez κ_{din} por cada luz. En cuanto a las losas aligeradas se estudiará un total de 15 tableros diferentes, para los que únicamente se han contemplado variaciones de masa en cada una de las luces.

El conjunto de tableros dimensionados presenta un porcentaje de área aligerada que se sitúa en torno a un 35% respecto del área transversal total de la losa (excluyendo los voladizos). Tal y como se ha mencionado en el apartado 4.3.1, autores como Aparicio y Estradera [5] recomendarían en estos casos la inclusión del efecto de la deformación por cortante en el análisis. También cabe destacar que las losas aligeradas denominadas en la tabla LA22.5 y LA25 presentan únicamente cuatro aligeramientos circulares. Teniendo en cuenta las simplificaciones adoptadas en el cálculo de las constantes D_{xy} y D_{yx} en el modelo de placa ortótropa, además de la distribución continua y homogénea de rigideces que se admite, este número de aligeramientos resulta escaso y podría dar lugar a cuestionar los resultados que de él se derivaran, principalmente en lo relativo a la estimación de las frecuencias propias del tablero. Por esta razón, en el apartado 4.7 se ha incluido una comparativa, en términos de frecuencias propias, entre los resultados obtenidos con el modelo de placa ortótropa y los proporcionados por un modelo de EF de tipo sólido. Como se comprobará en el citado apartado, no existen indicios a priori para cuestionar las conclusiones derivadas del estudio de los tableros aligerados seleccionados con el modelo numérico de placa ortótropa propuesto.

4.5. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS

4.5.1. DESCRIPCIÓN GENERAL

Sobre el conjunto de puentes presentados en las tablas 4.9 y 4.10 se llevará a cabo una serie de análisis dinámicos orientados a la predicción de la máxima aceleración vertical que se alcanza, ante la circulación de una serie de composiciones ferroviarias a diferentes velocidades de paso. Los cálculos dinámicos se realizarán en todos los tableros empleando el modelo numérico de placa ortótropa descrito en la sección 4.3.2, y se repetirán tres veces por cada tablero considerando cada vez un número diferente de contribuciones modales en la resolución del sistema de ecuaciones en espacio modal. En concreto, se considerará la contribución (i) del primer modo de flexión longitudinal; (ii) del primer modo de flexión longitudinal más el primero de torsión y (iii) de todas las contribuciones modales de frecuencia inferior a 30 Hz.

La respuesta máxima en cada tablero se determinará calculando la aceleración en un total de 25 puntos distribuidos uniformemente sobre el área ocupada por la banqueta de balasto. Las coordenadas exactas que definen su posición sobre la misma y las distancias relativas entre los puntos varían de un tablero a otro en función de sus dimensiones. La figura 4.15 muestra la nomenclatura y distribución de estos puntos de postproceso.

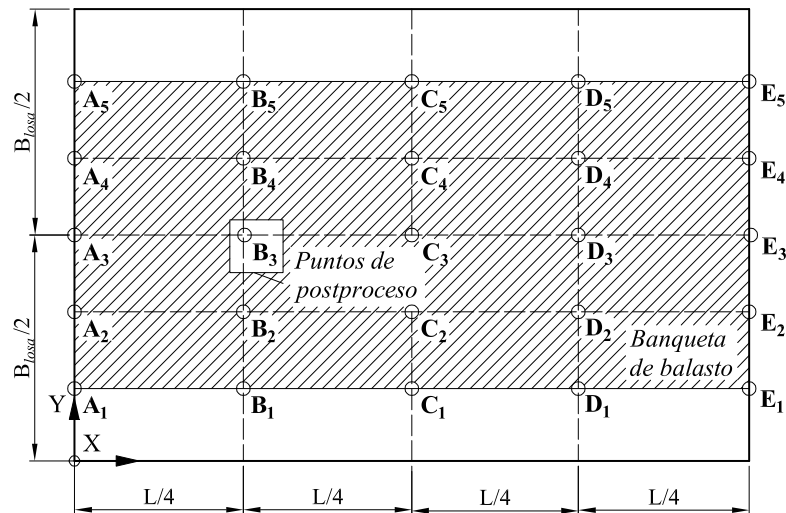


Figura 4.15. Puntos de postproceso de los tableros

Tal y como puede apreciarse, los puntos designados con las letras A y E pertenecen a los bordes del tablero que descansan sobre los estribos o pilas del puente. Los puntos C, B y D indican posiciones a un cuarto y tres cuartos de vano, respectivamente; y la posición C se corresponde con el centro de vano del tablero. Por último, el subíndice numérico empleado en la nomenclatura hace referencia a la ubicación de los puntos en dirección Y según el sistema coordenado indicado en la figura 4.15. Por tanto, las posición 3 se corresponde con la mitad de la anchura del tablero, mientras que las posiciones 1 y 5 hacen referencia al inicio y fin de la banqueta de balasto, y las posiciones 2 y 4 son equidistantes a las de los puntos adyacentes en la dirección del eje Y.

Los trenes empleados para la determinación de las aceleraciones máximas en los puntos de postproceso son las 10 composiciones del Tren Dinámico Universal-A (HSLM-A)¹⁰, tal y como prescribe la normativa vigente (IAPF-07 y Eurocódigo 1) para el cálculo en líneas de AV. Considerando una velocidad máxima de explotación de la línea de 350 km/h, durante las simulaciones numéricas los trenes se harán circular en un rango de velocidades comprendidas entre 30 m/s (108 km/h) y 117 m/s (421 km/h)¹¹, y en incrementos de 0.2 m/s, calculándose el valor máximo de la aceleración para cada velocidad, tren y punto de postproceso. De este modo, por cada análisis dinámico se obtendrá una envolvente de aceleración máxima en el tablero en función de la velocidad de circulación.

Los objetivos propuestos en este capítulo se pretenden alcanzar a partir del análisis comparativo de los resultados de aceleraciones máximas de cada tablero, obtenidas empleando un número diferente de contribuciones modales y para variaciones en la rigidez vertical de los apoyos elásticos dentro de los rangos indicados en las tablas 4.9 y 4.10. Recuérdese que para los puentes de vigas y tipologías macizas se han definido 3 valores de rigidez vertical de los neoprenos ($\kappa_{din}=0, 0.05, 0.1$), mientras que en el caso de las losas aligeradas, únicamente se analizará el caso $\kappa_{din}=0$.

4.5.2. NOMENCLATURA ADOPTADA

Para facilitar la identificación y postproceso de las envolventes de aceleraciones máximas obtenidas tras los análisis dinámicos, se ha propuesto una nomenclatura para la designación de cada una de ellas. La tabla 4.11 resume la nomenclatura adoptada, la cual destaca los aspectos más característicos de cada análisis: tipología del tablero, luz, valor de la rigidez vertical del apoyo elástico y número de contribuciones modales consideradas en el cálculo dinámico.

¹⁰ La definición de los trenes de cargas empleados en esta Tesis Doctoral se ha incluido en el Anexo IV.

¹¹ Este límite superior de velocidad se ha fijado como la velocidad de explotación de la línea aumentada en un 20%, tal y como especifica la IAPF-07.

	Modo 1 (flexión)	Modo 1 + Modo 2 (flexión + torsión)	Modos hasta 30 Hz
Sin neoprenos $\kappa_{din}=0$	XX.SN.1	XX.SN.2	XX.SN.30
Con neoprenos $\kappa_{din}=0$	XX.CN(d.dd).1	XX.CN(d.dd).2	XX.CN(d.dd).30

Tabla 4.11. Nomenclatura adoptada para la identificación de los resultados

En la nomenclatura mostrada en la tabla anterior, las siglas XX hacen referencia a la designación del puente, constituida por las iniciales que definen la tipología de tablero (LM, losa maciza; LV, puente de vigas; LA, losa aligerada) seguidas del valor de la luz del mismo. En los cálculos que se realicen incluyendo los apoyos elastoméricos en el modelo numérico ($\kappa_{din}>0$), el valor entre paréntesis designado en la tabla como (d.dd) se sustituirá por el valor de rigidez adimensional del apoyo κ_{din} empleado en el modelo numérico, precedido de las siglas CN (con neoprenos). Por el contrario, si no se considera la rigidez vertical del neopreno ($\kappa_{din}=0$), se introducirán las siglas SN en la nomenclatura.

4.5.3. POSTPROCESO Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

Los resultados obtenidos en forma de envolventes de aceleración en función de la velocidad, se agruparán para cada tablero teniendo en cuenta aspectos como el número de contribuciones modales empleadas en el cálculo o el valor de la rigidez vertical del neopreno; lo que permitirá evaluar comparativamente y cuantificar las diferencias encontradas entre ellos, y de este modo determinar si éstas son o no significativas desde un punto de vista práctico. Un ejemplo de los resultados que se manejarán para extraer las conclusiones de este capítulo se muestra en la figura 4.16, la cual permite analizar la influencia del número de contribuciones modales en la predicción de la aceleración máxima de un tablero particular (en concreto, un puente de vigas de 20 m de luz, LV20).

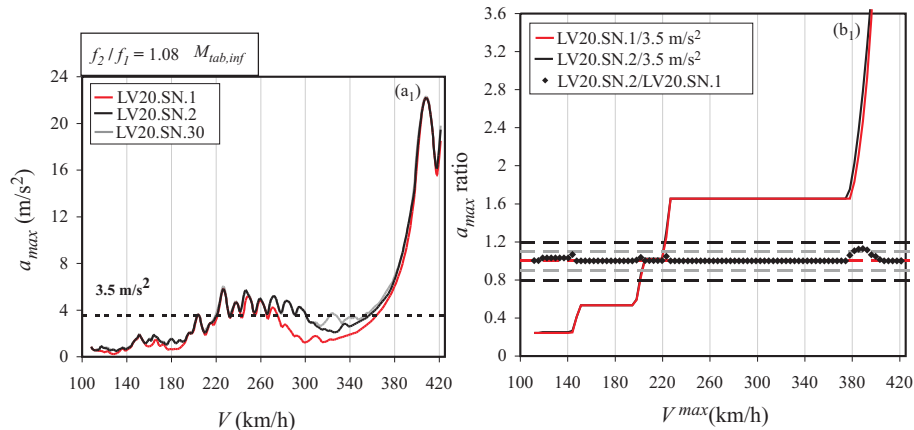


Figura 4.16. Ejemplo de presentación de los resultados

En primer lugar, sobre la figura 4.16(a₁) se ha incluido una leyenda en la que se especifica (i) el valor de masa del tablero, $M_{tab,inf}$ (el cual puede leerse de la tabla 4.9); y (ii) la relación entre sus dos primeras frecuencias fundamentales, $f_2/f_1=1.08$, siendo f_1 la frecuencia del primer modo de flexión longitudinal del tablero y f_2 la primera de torsión. Como es bien sabido y se trata en el Capítulo 3, a partir de las frecuencias naturales de la estructura pueden determinarse las velocidades de resonancia, las cuales dan lugar a máximos de aceleración visibles en las envolventes. Según se ha mencionado con anterioridad, el Eurocódigo insta a despreciar la contribución de los modos de torsión en el cálculo de la respuesta dinámica cuando $f_2/f_1 > 1.2$, una simplificación no contemplada en la IAPF-07. El cálculo de la relación f_2/f_1 en cada tablero permitirá verificar la validez de esta aproximación.

En la figura 4.16(a) se han representado las envolventes de aceleración máxima de los 25 puntos de postproceso para cada velocidad de circulación de las 10 composiciones ferroviarias del modelo HSLM-A. Las tres curvas mostradas se corresponden con los resultados obtenidos empleando diferente número de contribuciones modales para el cálculo de la respuesta, y sin considerar la rigidez vertical de los neoprenos, tal y como se especifica en la leyenda de la misma. En este caso, la curva en trazo rojo (LV20.SN.1) se ha obtenido considerando únicamente la contribución del primer modo de flexión de la estructura; la curva

LV20.SN.2, se ha calculado incluyendo además la contribución del primer modo de torsión; y la curva en trazo gris designada como (LV20.SN.30) incluye todas las contribuciones modales de frecuencia inferior a 30 Hz.

Para cuantificar las diferencias observadas con mayor facilidad se calcularán además, para cada tablero, varios ratios de aceleración máxima similares a los mostrados en la figura 4.16(b₁). En este caso particular se ha representado lo siguiente: (i) la curva de trazo negro representa la máxima aceleración obtenida hasta la velocidad máxima indicada en el eje horizontal, calculada considerando la contribución de los dos primeros modos de vibración y dividida por el límite correspondiente al ELS (3.5m/s^2); (ii) la curva de trazo rojo representa el mismo ratio mencionado anteriormente, pero en este caso el valor de la aceleración ha sido calculado considerando únicamente la contribución del modo fundamental; y (iii) los marcadores negros en forma de rombo representan el cociente entre los dos ratios anteriores, y permiten cuantificar las diferencias observadas en los resultados obtenidos con las diferentes simplificaciones relativas al número de contribuciones modales. En esta misma figura varias líneas horizontales discontinuas facilitan la interpretación de los diferentes ratios: la línea de trazo rojo, marca el límite por encima del cual los ratios de aceleraciones obtenidos incluyendo diferentes contribuciones modales alcanzan valores superiores al ELS de 3.5 m/s^2 y, por tanto, podrían ser críticos para la seguridad. Las líneas gris y negra marcan, respectivamente, diferencias en resultados de un 10% y un 20%. A efectos prácticos, cualquier diferencia en los resultados que no supere un 10%, que en el gráfico quedaría representada por todos aquellos marcadores comprendidos entre las dos líneas grises, se puede considerar poco significativa a priori en el proyecto de un puente nuevo o reacondicionamiento de una estructura ya existente. Si, por el contrario, se detectan diferencias superiores al 20% en la predicción de las aceleraciones máximas próximas o superiores a 3.5 m/s^2 , que en el gráfico quedarían representadas por rombos situados por encima o por debajo de la línea horizontal negra cuando las aceleraciones calculadas considerando diferentes contribuciones modales sobrepasan la línea horizontal roja, se debe evaluar qué cálculo resulta más conservador para garantizar la seguridad del diseño o el reacondicionamiento del tablero.

Gráficos análogos a los mostrados en la figura 4.16 se plantearán también para comparar aspectos como la influencia de la rigidez de los apoyos elásticos en la predicción de las aceleraciones máximas.

4.6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Dado el extenso volumen de resultados obtenidos durante el postproceso de los resultados y en aras a facilitar la lectura, en este apartado se resumen las conclusiones más relevantes del estudio. En determinados casos éstas se acompañarán de gráficos representativos que ilustren la conclusión expuesta. En aras a facilitar la lectura del documento el conjunto de resultados derivados del estudio se han agrupado en el Anexo II.

4.6.1. COMENTARIOS RELATIVOS A LAS FRECUENCIAS DE VIBRACIÓN, FORMAS MODALES Y PUNTOS CRÍTICOS DE POSTPROCESO EN LOS TABLEROS

En aras a la brevedad, no se muestran en esta Tesis los resultados completos de frecuencias propias y modos de vibración de cada tablero, punto de partida para el cálculo de la respuesta dinámica por Superposición Modal y que condiciona en gran medida los resultados observables en las envolventes de aceleración. Alternativamente, se presenta aquí un resumen general de estas dos características particulares de cada tablero, mencionado también cuáles han sido los puntos de postproceso más críticos para la obtención de las envolventes de resultados.

4.6.1.1. FRECUENCIAS PROPIAS

La nube de puntos de la figura 4.17 muestra los valores de la primera frecuencia de vibración de los tableros analizados, f_1 , la cual se corresponde con el primer modo de flexión longitudinal. Los marcadores negros están asociados a las losas macizas, mientras que los rojos y grises hacen referencia, respectivamente, a las frecuencias de los puentes de vigas y de las losas aligeradas, según se muestra en la leyenda. Se han incluido también dos líneas de trazo continuo que delimitan la banda de frecuencias del Eurocódigo. De acuerdo con esta normativa, los puentes

con una primera frecuencia propia comprendida entre estos dos límites, como es el caso del conjunto de tableros analizados, no requieren de un análisis dinámico a velocidades inferiores a 220 km/h, ya que se considera que los efectos resonantes no son significativos.

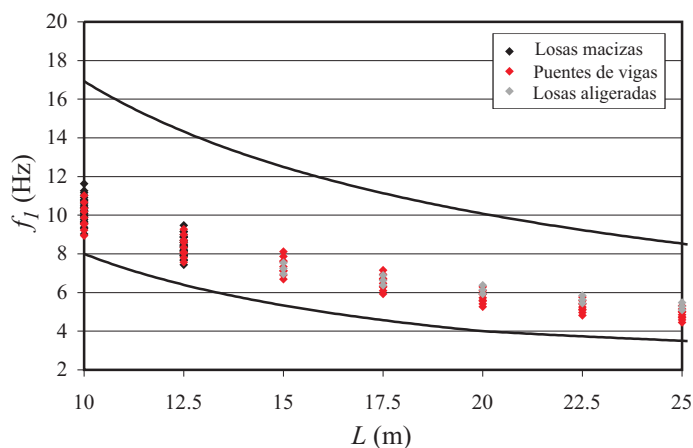


Figura 4.17. Primera frecuencia fundamental del conjunto de tableros estudiados

Teniendo en cuenta el rango de interés de las velocidades de circulación de los trenes, entre 117 y 410 km/h, las distancias características de los trenes del modelo HSLM-A (entre 18 y 27 m) y el valor de las frecuencias fundamentales para cada luz, es posible deducir a priori el orden máximo de las resonancias de este modo susceptibles de alcanzarse en cada tablero empleando la expresión (3.54), las cuales se traducirán previsiblemente en las resonancias de mayor amplitud de la envolvente de aceleraciones. Así pues, los tableros de luces inferiores a 17.5 m son susceptibles de experimentar como máximo resonancias de segundo orden del modo de flexión; mientras que en los tableros de luces superiores pueden producirse primeras resonancia del modo de flexión ante la circulación de los trenes del modelo HSLM-A.

En todos los tableros analizados el segundo modo de vibración, f_2 , se corresponde con el primer modo de torsión. El Eurocódigo permite despreciar los modos de torsión en el cálculo dinámico cuando $f_2/f_1 > 1.2$, como ya se ha mencionado repetidamente, asumiendo por tanto un

comportamiento de viga en el tablero cuando se cumple esta condición¹². En la tabla 4.12 se muestra la relación f_2/f_1 en el conjunto de puentes analizados, que permitirá verificar además si esta simplificación puede ser aplicable a los puentes con apoyos elásticos. Todos los tableros analizados de tipología de losa (maciza o aligerada) presentan una relación f_2/f_1 superior a 1.2, no cumpliéndose esta condición en los puentes de vigas. En la tabla 4.12 se han sombreado las casillas correspondientes a aquéllos tableros que podrían modelizarse empleando un modelo de viga, según la aproximación del Eurocódigo.

f_2/f_1		Losas macizas		Puentes de vigas	Losas aligeradas				
		LM10	LM12.5	De LV10 a LV25	LA15	LA17.5	LA20	LA22.5	LA25
$\kappa_{din}=0$	$M_{tab, inf}$	1.60	1.84	1.08-1.09	1.41	1.6	1.8	1.99	2.16
	$M_{tab, nom}$	1.62	1.86	1.10-1.11	1.44	1.63	1.84	2.02	2.2
	$M_{tab, sup}$	1.63	1.88	1.11-1.12	1.46	1.65	1.86	2.04	2.22
$\kappa_{din}=0.05$	$M_{tab, inf}$	1.51	1.70	1.08					
	$M_{tab, nom}$	1.53	1.71	1.10					
	$M_{tab, sup}$	1.55	1.73	1.11-1.12					
$\kappa_{din}=0.1$	$M_{tab, inf}$	1.46	1.61	1.07-1.08					
	$M_{tab, nom}$	1.47	1.62	1.09-1.10					
	$M_{tab, sup}$	1.49	1.64	1.11-1.12					

Tabla 4.12. Relación de frecuencias f_2/f_1 de los tableros analizados

Puede observarse también que la relación f_2/f_1 es poco dependiente de la luz y de la rigidez del apoyo elástico en los puentes de vigas, ya que ambas frecuencias se ven afectadas de manera similar por estos dos factores. Este hecho se explica observando las deformadas de ambos modos. Las vigas del tablero en ambos casos adoptan la misma curvatura, constituida por una semionda entre apoyos; aunque en el modo de torsión, la curvatura de las mismas cambia de signo en la mitad longitudinal del tablero. En el caso de las losas macizas analizadas, la relación de frecuencias aumenta con la luz y se reduce con el valor de rigidez del apoyo elástico; siendo la

¹² Recuérdese que esta simplificación del Eurocódigo está limitada a puentes simplemente apoyados y de soportes rígidos, sin esviaje y de tipología sencilla (puentes de vigas principales longitudinales o con comportamiento asimilable al de una losa); éste es el caso de todos los tableros analizados en este capítulo cuando $\kappa_{din}=0$.

frecuencia f_1 la que se ve más afectada por la luz, mientras que la frecuencia de torsión f_2 acusa en mayor medida las variaciones de rigidez del apoyo elástico¹³. En las losas aligeradas, la relación f_2/f_1 evoluciona con la luz de la misma forma que en el caso de las macizas.

4.6.1.2. FORMAS MODALES

En cuanto al conjunto de formas modales de frecuencia inferior a 30 Hz, empleadas para el cálculo de la respuesta dinámica de los tableros por Superposición Modal, todos ellos presentan dos primeros modos de vibración correspondientes al primero de flexión y torsión respectivamente, tal y como se ha mencionado.

En el caso de los puentes de vigas y las losas macizas, para frecuencias superiores a f_2 se intercalan diferentes formas modales de flexión transversal, torsión o flexión longitudinal. A modo ilustrativo, en las figuras que se muestran a continuación se han representado las formas modales de los tableros LV25 y LM12.5 y masa $M_{tab,sup}$; dos ejemplos caracterizados por presentar las formas modales de frecuencias más bajas dentro del conjunto de tableros dimensionados de su misma tipología. Las frecuencias y modos de vibración se han calculado mediante el modelo de placa ortótropa.

¹³ Las variaciones del módulo elástico de las losas macizas, $E_{.20\%}$, $E_{.10\%}$ y E_{nom} , no han sido contempladas en la tabla 4.12 al no afectar a los resultados mostrados

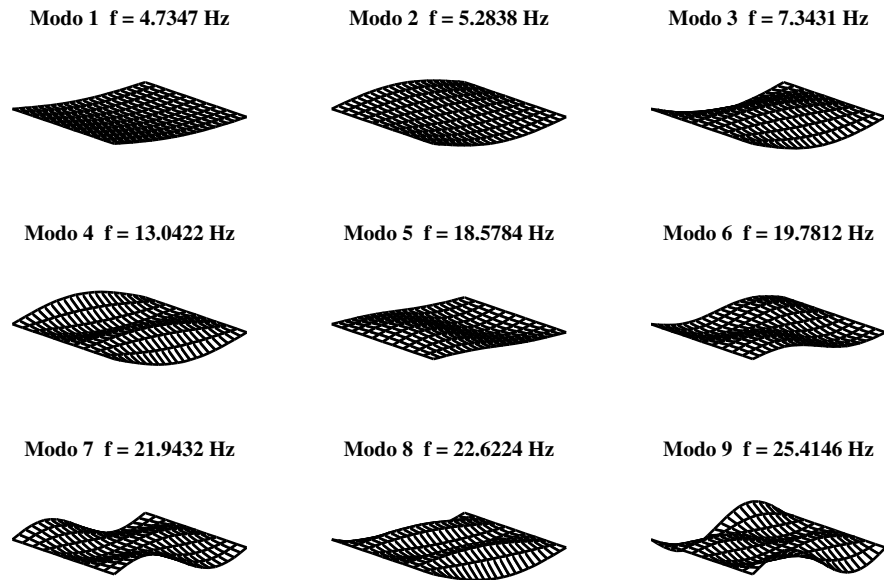


Figura 4.18. Formas modales de frecuencia inferior a 30 Hz en el puente de vigas de $L=25$ m, masa $M_{tab,sup}$ y $\kappa_{din} = 0$

En la figura anterior, correspondiente al puente de vigas de 25 m, puede apreciarse la secuenciación de modos mencionada, caracterizada por presentar dos primeras formas modales coincidentes respectivamente con el primer modo de flexión longitudinal y el primero de torsión.

La introducción del neopreno en el modelo de cálculo, aunque altera la forma de los modos y sus frecuencias (especialmente en el caso de los modos de mayor frecuencia), no produce cambios relevantes en el orden de los modos mencionado. Esto puede observarse en la figura 4.19, en la que se han representado las formas modales del tablero anterior pero incluyendo la rigidez vertical del neopreno más blando del rango considerado ($\kappa_{din} = 0.1$).

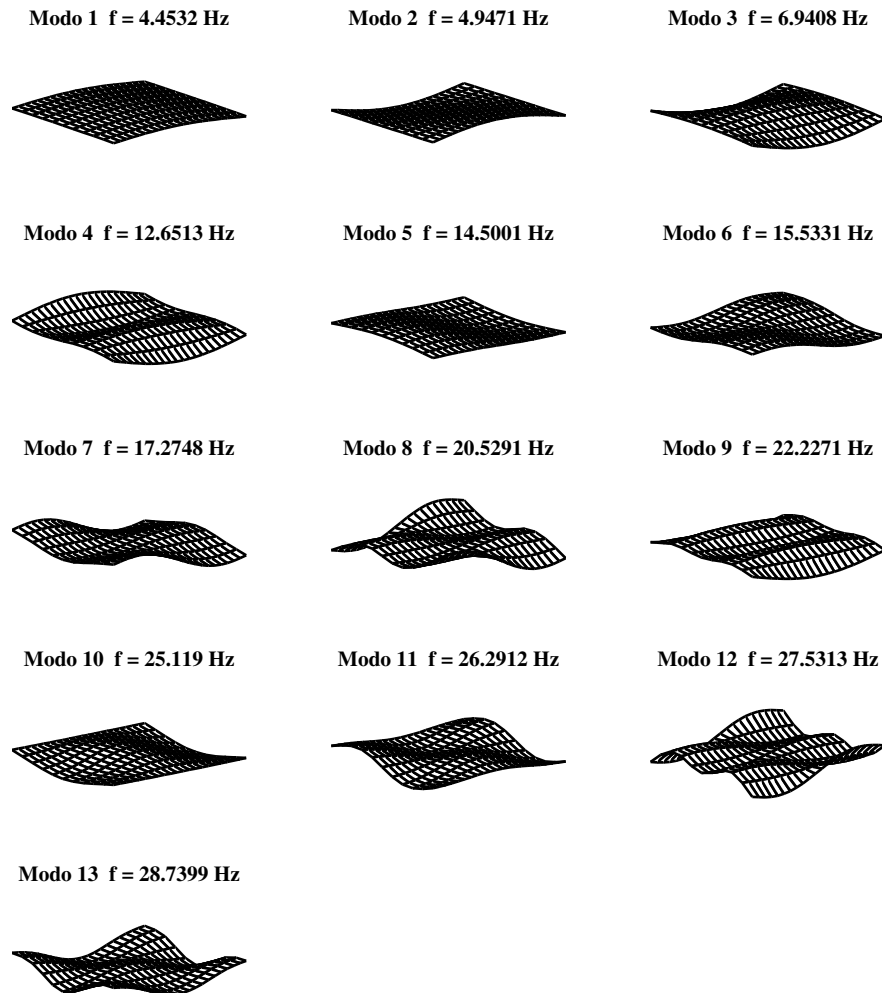


Figura 4.19. Formas modales de frecuencia inferior a 30 Hz en el puente de vigas de $L=25$ m, masa $M_{tab,sup}$ y $\kappa_{din} = 0.1$

En el tablero de losa maciza (figura 4.20) el número de contribuciones modales de frecuencia inferior a 30 Hz se limita exclusivamente a las dos primeras formas modales del tablero, una característica que se repite en todos los casos que no incluyen la rigidez vertical de los apoyos elásticos.

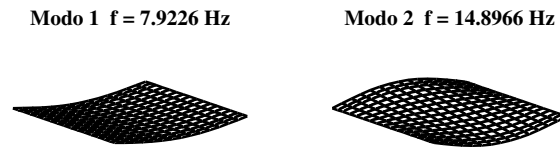


Figura 4.20. Formas modales de frecuencia inferior a 30 Hz del tablero de tipología de losa maciza de $L=12.5$ m, masa $M_{tab,sup}$, $E-20\%$ y $\kappa_{din} = 0$

La figura 4.21 muestra los resultados de formas modales y frecuencias correspondientes al tablero macizo anterior incluyendo la rigidez de los apoyos de valor $\kappa_{din}=0.1$.

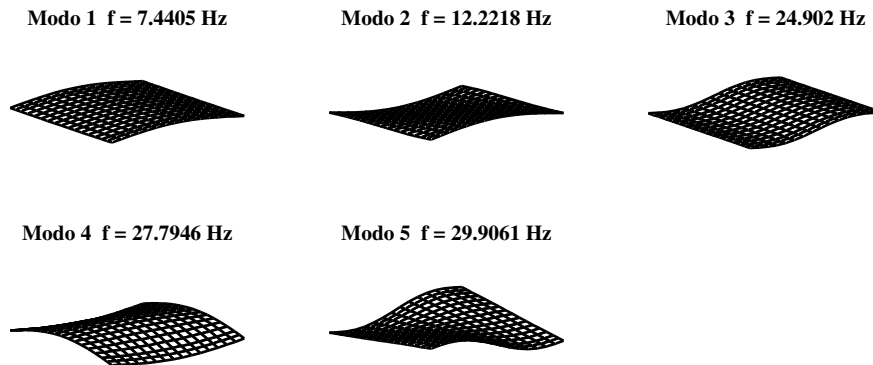


Figura 4.21. Formas modales de frecuencia inferior a 30 Hz del tablero de tipología de losa maciza de $L=12.5$ m, masa $M_{tab,sup}$, $E-20\%$ y $\kappa_{din} = 0.1$

En las losas aligeradas las formas modales de frecuencia superior a la del primer modo de torsión son de naturaleza local, movilizándose casi exclusivamente la masa de los voladizos del tablero. En la figura 4.22 se muestran las formas modales del tablero LA15 y masa $M_{tab,nom}$, calculadas con el modelo numérico de placa ortótropa (figura 4.8), y que constituyen un ejemplo representativo de la secuenciación y forma de los modos de vibración observados en el resto de luces analizadas.

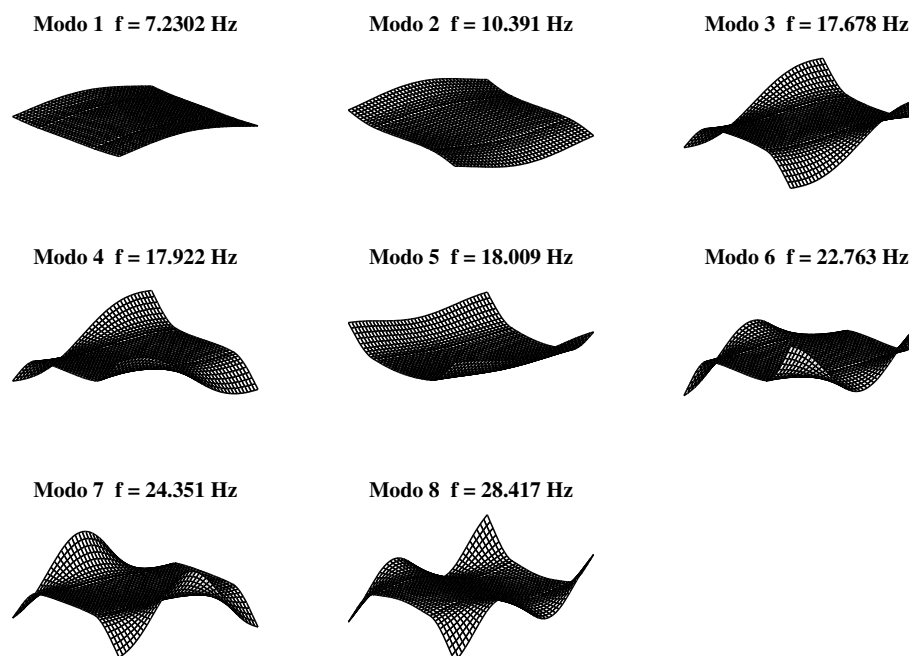


Figura 4.22. Formas modales de frecuencias inferior a 30 Hz de la losa aligerada de $L=15$ m, masa $M_{tab,nom}$ y $\kappa_{din} = 0^{14}$

4.6.1.3. PUNTOS CRÍTICOS DE POSTPROCESO

De entre los 25 puntos de postproceso definidos sobre los tableros para la determinación de la aceleración máxima, en todos los análisis realizados ésta se ha registrado a lo largo de la línea de centro de vano. Esta circunstancia muestra el predominio de la contribución a la respuesta dinámica de formas modales tales como el primer modo de flexión longitudinal o el primero de torsión, frente a aquéllas que adoptan una mayor curvatura en otras secciones del tablero, como sería el caso de un segundo modo de flexión longitudinal.

¹⁴ Cabe señalar que la malla mostrada en la figura no se corresponde exactamente con la del modelo numérico de EF empleado para su cálculo. Para facilitar la visualización de los modos, todos los nodos de la malla se han representado sobre un mismo plano, estando en realidad los voladizos situados en un plano diferente (ver figura 4.8).

En la tabla 4.13 se resumen, en función de la tipología de tablero y número de contribuciones modales empleadas para el cálculo de la respuesta dinámica, los puntos del tablero en los que se ha concentrado la máxima aceleración.

	Puentes de vigas	Losas macizas	Losas aligeradas
Modo 1	C ₃	C ₁ (=C ₅)	C ₁ (=C ₅)
Modo 1+ Modo 2	C ₁ , C ₂ , C ₃	C ₁ , C ₅	C ₁ , C ₅
Formas modales hasta 30 Hz	C ₁ , C ₂ , C ₃	C ₁ , C ₅	C ₁ , C ₅

Tabla 4.13. Puntos críticos de postproceso de resultados

La curvatura propia del primer modo de flexión longitudinal en centro de vano da lugar a que la respuesta dinámica máxima calculada considerando únicamente la contribución de este modo se concentre en el punto C₃ (centro del tablero) en los puentes de vigas; mientras que para las tipologías macizas es el punto C₁ (de respuesta idéntica a la obtenida en C₅), situado sobre el borde de la banqueta de balasto, el que registra la aceleración más elevada.

Al incluir además la contribución del primer modo de torsión en el cálculo de la respuesta dinámica, los puntos más desfavorables varían entre C₁, C₂ y C₃ en los puentes de vigas, dependiendo de cuál de estos dos modos afecta de manera más significativa a la aceleración: el punto C₁ concentra una mayor influencia de la forma modal de torsión, mientras que en el C₃ la contribución de este modo es nula siendo máxima la del modo de flexión. Destaca también en esta tipología la respuesta superior en los puntos situados en la sección longitudinal del tablero sobre la que se sitúa la vía cargada (C₁, C₂ y C₃), frente a los ubicados en la otra mitad (C₃, C₄ y C₅). En los tableros de tipología de losa (maciza o aligerada), el máximo de aceleración se localiza siempre en el borde de la banqueta de balasto, variando entre los puntos C₁ y C₅.

Tal y como se aprecia en la tabla 4.13, si se incluyen en el cálculo dinámico todas las formas modales de frecuencia inferior a 30 Hz, los puntos más críticos de postproceso permanecen sin cambios respecto de la situación anterior.

4.6.2. COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LOS TABLEROS EN FUNCIÓN DE SU TIPOLOGÍA Y LUZ

Con el objeto de determinar qué tipología de tablero presenta un comportamiento dinámico más adecuado en términos de la luz, en este apartado se analiza la respuesta del conjunto de tableros dimensionados en base a dos aspectos fundamentales, que son (i) velocidad máxima de circulación admisible para que la aceleración vertical cumpla con el ELS de 3.5 m/s^2 ; y (ii) nivel máximo de aceleración alcanzado en cada uno de los tableros en el rango de velocidades de interés (entre 108 km/h y 421 km/h).

En los siguientes subapartados se estudian estos dos aspectos para cada una de las tipologías analizadas.

4.6.2.1. LOSAS MACIZAS

En la figura 4.23 se muestran, en función de la velocidad de circulación de las 10 composiciones ferroviarias del modelo HSLM-A, las aceleraciones verticales máximas obtenidas en cada uno de los tableros dimensionados de tipología de losa maciza, considerando dos valores diferentes de la rigidez vertical de los apoyos elásticos, que son: la mayor rigidez posible, $\kappa_{din}=0$ (sin neoprenos) y la menor rigidez estimada en estos elementos, $\kappa_{din}=0.1$. Todos los resultados representados se han obtenido realizando el cálculo dinámico en base a las directrices establecidas por el Eurocódigo, relativas al número de contribuciones modales que deben considerarse en la simulación dinámica. Así pues, al cumplirse que $f_2/f_1 > 1.2$, las envolventes de los casos sin neoprenos se han determinado incluyendo únicamente la contribución de los modos de flexión longitudinal de frecuencia hasta 30 Hz . En el resto de casos se han incluido todas las contribuciones modales de frecuencia por debajo del límite de 30 Hz .

Cada uno de los cuatro gráficos que componen la figura 4.23 está constituido por un total de nueve envolventes, que corresponden a los tableros dimensionados considerando variaciones en el Módulo Elástico ($E_{-20\%}$, $E_{-10\%}$, E_{nom}) y en la masa del tablero ($M_{tab,inf}$, $M_{tab,nom}$, $M_{tab,sup}$). Los gráficos designados como (a₁) y (b₁) son los correspondientes al conjunto de tableros de 10 m de luz; en el gráfico (a₁) se presentan los resultados obtenidos despreciado el efecto de la rigidez vertical del apoyo elástico,

mientras que en el (b₁) se ha considerado en el cálculo el neopreno más blando del rango de interés definido, $\kappa_{din}=0.1$. Las figuras (a₂) y (b₂) presentan los mismos resultados pero para los tableros de luces $L=12.5$ m.

Los resultados presentados muestran que los tableros de 10 m de luz exhiben un comportamiento dinámico aceptable en términos de aceleraciones hasta una velocidad máxima de circulación que oscila, según la masa y propiedades mecánicas del hormigón de la losa, entre 295 km/h y 350 km/h para los tableros calculados sin considerar los neoprenos. Con la introducción de la rigidez vertical de los apoyos elásticos en el cálculo dinámico y la consiguiente reducción de las frecuencias fundamentales del tablero, las velocidades máximas admisibles de circulación oscilan entre 280 km/h y 340 km/h. Un valor de rigidez $\kappa_{din}=0.05$, daría lugar a velocidades máximas de circulación comprendidas entre los dos rangos mencionados anteriormente.

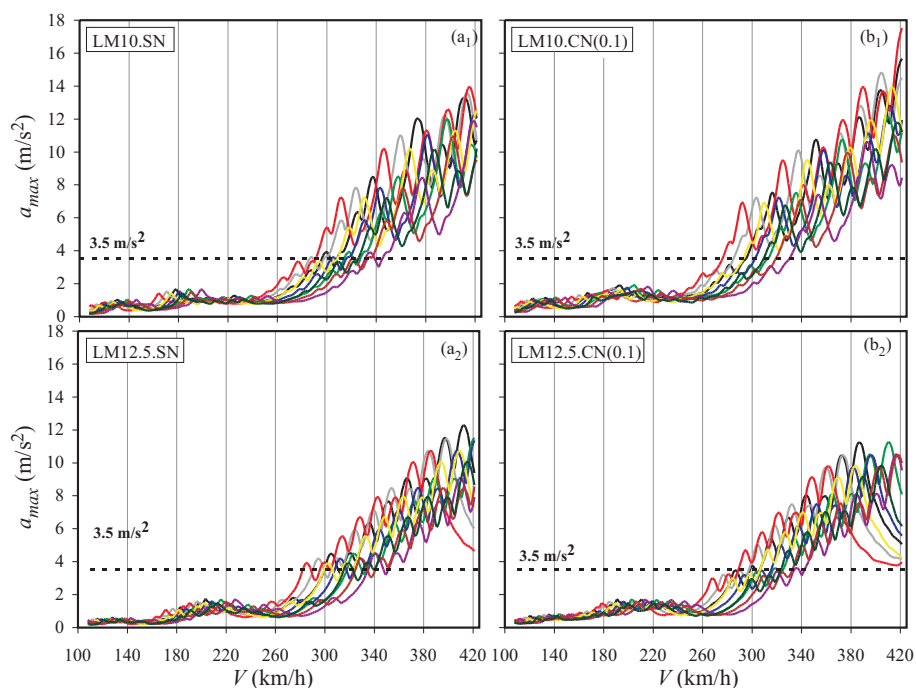


Figura 4.23. Envolturas de aceleración máxima en función de la velocidad de circulación en los tableros de losa maciza

Las figuras 4.23(a2) y (b2) revelan que el incremento de luz del tablero tiene un efecto beneficioso en su comportamiento dinámico, debido al aumento de masa asociado a esta mayor longitud. Pese a la reducción de las frecuencias naturales de la estructura con la luz (y por ende, masa), las velocidades máximas admisibles de circulación en estos tableros se mantienen similares a las del caso anterior: varían entre 300 km/h y 355 km/h en los casos sin neoprenos; y entre 290 km/h y 345 km/h para $\kappa_{din}=0.1$. También puede apreciarse una reducción considerable de los valores máximos de aceleración registrados en este caso frente a los obtenidos en las luces de 10 m, especialmente en los tableros con neoprenos.

Cabe señalar también que en cada uno de los gráficos mostrados, el valor más reducido de la velocidad máxima admisible corresponde a los tableros de masa $M_{tab,sup}$ y Módulo Elástico del hormigón $E_{-20\%}$, representados en trazo rojo en la figura. La máxima velocidad admisible que garantiza un comportamiento dinámico aceptable en el tablero se ha registrado en todos los casos en los tableros de masa $M_{tab,inf}$ y Módulo Elástico E_{nom} (curvas en trazo morado). En la determinación de estos rangos de velocidades queda patente la influencia de la frecuencia fundamental: a mayor masa y menor Módulo Elástico, menores frecuencias de vibración y, por tanto, una velocidad máxima admisible más reducida. Adicionalmente, el aumento de masa del tablero influye favorablemente en la respuesta dinámica en términos de aceleraciones, alcanzándose niveles más reducidos.

4.6.2.2. PUENTES DE VIGAS

El comportamiento dinámico de los puentes de vigas en términos de la velocidad máxima admisible de circulación y la aceleración máxima alcanzada en el tablero resulta a priori más deficiente que el de las losas macizas, para una misma luz libre. En la figura 4.24 se han representado las envolventes de aceleración máxima obtenidas en estos tableros en el rango de luces comprendido entre 10 m y 12.5 m, para los casos $\kappa_{din}=0$ y $\kappa_{din}=0.1$. En cada uno de los gráficos se muestran tres curvas diferentes de aceleración, cada una de ellas correspondiente a un valor de masa de tablero: la curva en trazo rojo corresponde a la masa $M_{tab,sup}$, la gris, $M_{tab,nom}$, y la curva en trazo negro se corresponde con la masa $M_{tab,inf}$.

Como es bien sabido, una mayor masa del tablero conduce a una reducción de las frecuencias fundamentales y, en consecuencia, a menores velocidades de resonancia que pueden dar lugar a que la estructura experimente resonancias de menor orden (y previsiblemente de mayor amplitud) en el rango de velocidades de interés. Al mismo tiempo, el aumento de masa puede tener un efecto beneficioso sobre las aceleraciones, reduciendo la amplitud de los máximos de resonancia respecto de los valores obtenidos para una menor masa estructural.

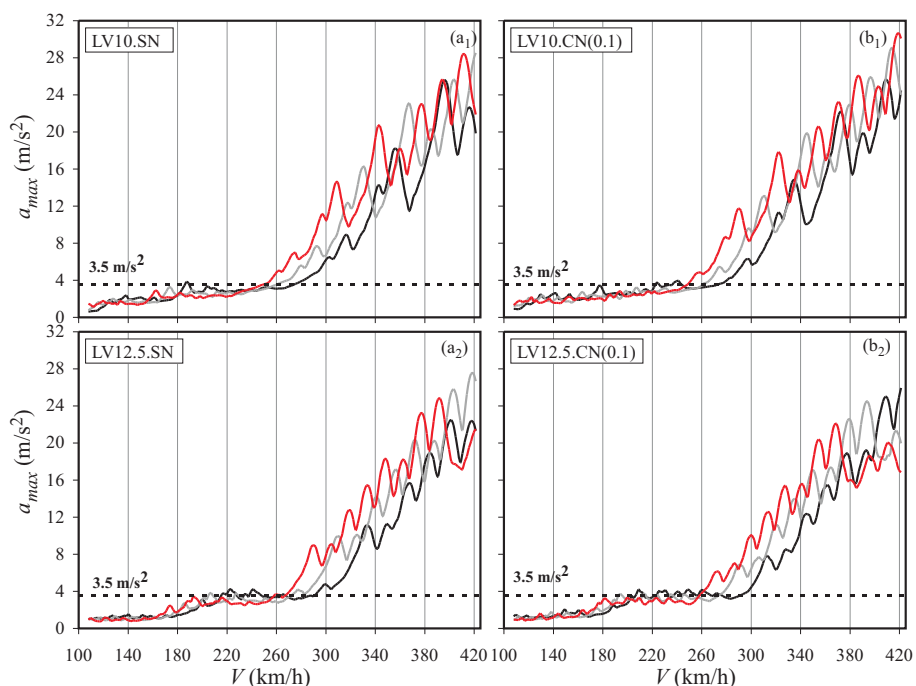


Figura 4.24. Envolventes de aceleración máxima en función de la velocidad de circulación en los puentes de vigas de luces $L=10$ m y $L=12.5$ m

Las envolventes mostradas en la figura 4.24 han sido calculadas incluyendo en el análisis todas las contribuciones modales de frecuencia inferior a 30 Hz, de acuerdo con el Eurocódigo y la IAPF-07. En los gráficos (a₁) y (b₁), puede apreciarse que las aceleraciones máximas comienzan a hacerse inadmisibles a velocidades máximas de circulación inferiores a las de las losas macizas, y oscilan entre 250 o 280 km/h, dependiendo de la masa del tablero y de la rigidez de los apoyos elásticos. Los niveles máximos de aceleración son muy superiores a los registrados

en las losas macizas, llegando a alcanzarse valores de 30 m/s^2 en los tableros con $\kappa_{din}=0.1$, tal y como se aprecia en la figura 4.24(b₁). Las figuras 4.24(a₂) y (b₂) muestran las envolventes de aceleración correspondientes a los tableros de 12.5 m de luz. Las velocidades máximas admisibles de circulación de las composiciones ferroviarias no experimentan grandes cambios respecto de los casos anteriores, situándose también por debajo de las correspondientes a las losas macizas de esta misma luz. En los casos sin neoprenos, éstos valores de velocidad se sitúan en torno a 270 km/h y 290 km/h, estando comprendidos entre 260 km/h y 300 km/h al considerar en el cálculo dinámico el apoyo elástico de menor rigidez ($\kappa_{din}=0.1$). En los resultados mostrados puede apreciarse también una ligera reducción del nivel máximo de aceleraciones respecto del registrado para las luces de 10 m, aunque continúan siendo muy superiores a los obtenidos en las losas macizas.

Como se verá en el apartado 4.6.3, el comportamiento dinámico de los puentes de vigas y de las tipologías de losa maciza está claramente dominado por las resonancias del modo fundamental, en el rango de luces entre 10 m y 12.5 m. Las losas macizas presentan una mayor masa que los puentes de vigas, tal y como puede apreciarse en la tabla 4.9, así como mayores rigideces a flexión y torsión. En la figura 4.17 ha podido observarse que los tableros tipo losa y los puentes de vigas dimensionados cubren un rango similar de frecuencias del primer modo de flexión y, en consecuencia, de velocidades de resonancia de esta forma modal. A partir de estas consideraciones cabe pensar que el peor comportamiento dinámico de los puentes de vigas frente a las losas macizas, en términos de aceleraciones, pueda venir asociado entre otros factores, a la menor masa de estos tableros.

En la figura 4.25 se muestran las envolventes de aceleración máxima para los tableros de 15 m y 17.5 m de luz, considerando también los valores de rigidez vertical de los apoyos elásticos de $\kappa_{din}=0$ y $\kappa_{din}=0.1$. Los resultados obtenidos con el valor de rigidez de neopreno $\kappa_{din}=0.05$ no modifican significativamente las conclusiones relativas a velocidades admisibles y nivel de aceleración máximo en los tableros.

Si se analizan comparativamente los resultados obtenidos en las luces de 15 m (figuras 4.25(a₁) y (b₁)) con los valores de aceleración registrados en

los tableros de 17.5 m de luz (figuras 4.25(a₂) y (b₂)), puede apreciarse un empeoramiento del comportamiento dinámico de la estructura con la luz. En términos de aceleraciones máximas, en los tableros de 17.5 m pueden apreciarse nuevas resonancias de amplitud muy elevada, que aparecen en el rango de velocidades de interés debido a la reducción de las frecuencias fundamentales de la estructura con la luz, y que elevan el nivel de aceleraciones máximas hasta 28 m/s². Estos máximos se deben a primeras resonancias del modo fundamental, las cuales no llegan a producirse en los tableros de 15 m analizados.

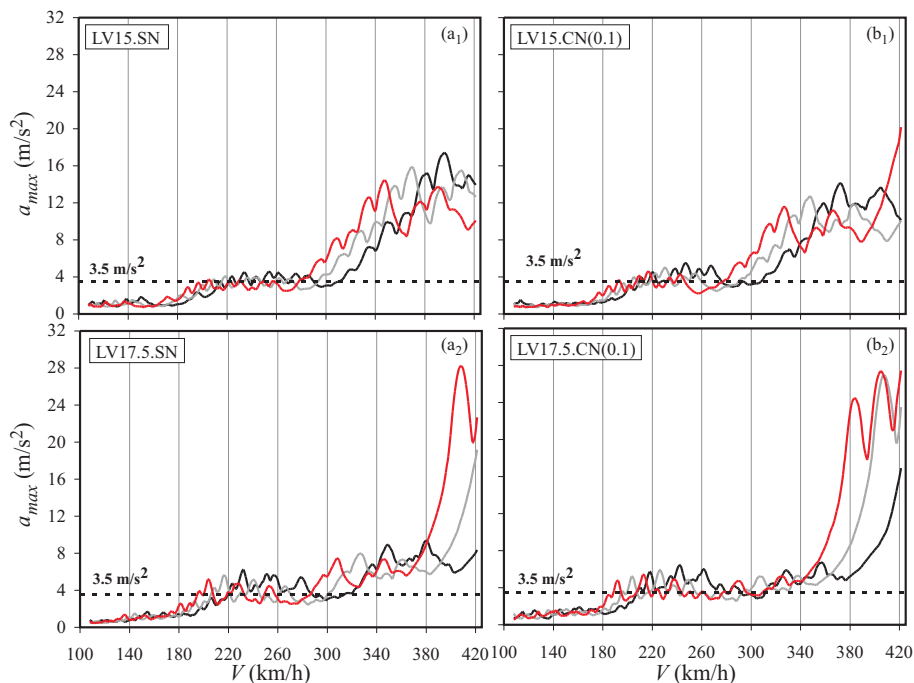


Figura 4.25. Envolventes de aceleración máxima en función de la velocidad de circulación en los puentes de vigas de luces $L=15 \text{ m}$ y $L=17.5 \text{ m}$

Es significativo también el peor comportamiento de los tableros de 17.5 m a las velocidades comprendidas entre 200 km/h y 300 km/h, que se traduce en niveles de aceleración más elevados y en una reducción de las velocidades máximas admisibles de circulación de las composiciones ferroviarias. En los puentes de 15 m de luz el comportamiento dinámico de la estructura puede considerarse aceptable hasta velocidades máximas de circulación de 290 km/h en los tableros sin neoprenos (figura (a₁)). Por

debajo de esta velocidad son visibles algunos máximos de aceleración que exceden ligeramente el valor de 3.5 m/s^2 , aunque no se han considerado significativos para la determinación de la velocidad admisible, al apenas superar este límite y poder ser por lo tanto corregidos con un pequeño sobredimensionamiento de la estructura. En los tableros calculados con una rigidez de apoyos elásticos de $\kappa_{din}=0.1$ (figura (b₁)), la máxima velocidad que garantiza un comportamiento dinámico seguro en términos de aceleraciones se sitúa en torno a 220 km/h; un límite que se amplía en el tablero de mayor masa (curva en trazo rojo). Sin embargo, si se observan las envolventes de aceleración máxima de los tableros de 17.5 m (figuras 4.25(a₂) y (b₂)), se aprecia un comportamiento dinámico que comienza a hacerse inaceptable a velocidades inferiores a las de los tableros de menor longitud. Por encima de 200 km/h pueden observarse máximos de aceleración de amplitud por encima de 5 m/s^2 , superiores a los registrados en los tableros de menor luz a esas velocidades. Claramente el aumento de la masa total del tablero asociado al incremento de su luz no está predominando en el comportamiento dinámico de la estructura en términos de aceleraciones, en el rango de velocidades comprendido entre 200 y 300 km/h. Una de las causas de esta respuesta más desfavorable registrada en el tablero de mayor longitud en el intervalo de velocidades mencionado podría asociarse en parte a su menor amortiguamiento estructural; una magnitud asignada a cada tablero en los cálculos dinámicos de acuerdo con las recomendaciones del Eurocódigo (tabla 4.5). Aunque si esta fuera la causa, todos los máximos de aceleración asociados a una misma resonancia y tren deberían ser de mayor amplitud en el puente de mayor longitud, debido a su menor amortiguamiento; y esta tendencia no se observa en algunos de los puentes analizados, como es el caso de los tableros de masa $M_{tab,inf}$ (curvas en trazo negro en la figura 4.25). Este comportamiento particular se analiza en detalle a continuación.

En la figura 4.26 se muestra empleando una escala más ajustada la respuesta en términos de aceleraciones de los tableros de 15 m y 17.5 m de luz, para el valor de masa $M_{tab,inf}$ y con una rigidez vertical de los apoyos elásticos de $\kappa_{din}=0.1$. Las envolventes de aceleración presentadas en las figuras 4.26(a) y (b) se han calculado incluyendo un número diferente de contribuciones modales. La curva en trazo rojo considera únicamente

la contribución del modo de flexión longitudinal; la gris, incluye además el primer modo de torsión; la curva en trazo negro, es el mismo resultado representado en la figura 4.25 en color negro, e incluye la contribución de todas las formas modales de frecuencia inferior a 30 Hz. Esta representación permite identificar fácilmente a qué modo de vibración de la estructura corresponden los máximos de aceleración que aparecen en las envolventes. En cada una de las figuras 4.25(a) y 4.25(b) se han señalado tres máximos de aceleración mediante líneas verticales de trazo discontinuo, los cuales se corresponden con resonancias del primer modo de flexión. Los máximos marcados con un mismo color en los gráficos (a) y (b) representan resonancias del primer modo de flexión del mismo orden que tienen lugar en ambos tableros, y ante la circulación de un mismo tren.

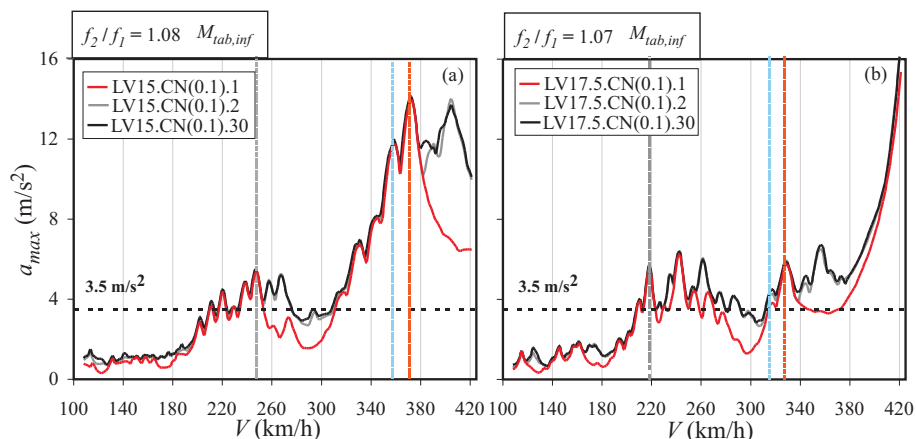


Figura 4.26. Envolventes de aceleración máxima en función de la velocidad de circulación de dos puentes de vigas de masa $M_{tab,inf}$, $\kappa_{dir}=0.1$ y luz (a) 15 m, (b) 17.5 m

En este caso particular, el color azul se corresponde con una segunda resonancia del primer modo de flexión en cada uno de los tableros; la cual se produce debido a la circulación del tren HSLM-A9 a las velocidades señaladas en la tabla 4.14 mediante una casilla sombreada del mismo color que la línea discontinua correspondiente (azul). En la tabla mencionada se muestran las velocidades de resonancia teóricas del primer modo de vibración en ambos tableros, debidas a la circulación de los 10 trenes del modelo HSLM-A del Eurocódigo, siendo n el orden de la resonancia. Las

casillas sombreadas en color gris y naranja se corresponden con los máximos identificados con el mismo color en la figura 4.26; y los valores de velocidad marcados en negrita hacen referencia al resto de resonancias del primer modo de vibración visibles en las envolventes.

\bar{V}_{In}^r (km/h) = $3.6 \cdot d \cdot f_j / j$		LV15.CN(0.1)				LV17.5.CN(0.1)			
Tren	d	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$
HSLM-A1	18	494.92	247.46	164.97	123.73	436.25	218.13	145.42	109.06
HSLM-A2	19	522.42	261.21	174.14	130.60	460.49	230.24	153.50	115.12
HSLM-A3	20	549.91	274.96	183.30	137.48	484.73	242.36	161.58	121.18
HSLM-A4	21	577.41	288.71	192.47	144.35	508.96	254.48	169.65	127.24
HSLM-A5	22	604.91	302.45	201.64	151.23	533.20	266.60	177.73	133.30
HSLM-A6	23	632.40	316.20	210.80	158.10	557.43	278.72	185.81	139.36
HSLM-A7	24	659.90	329.95	219.97	164.97	581.67	290.84	193.89	145.42
HSLM-A8	25	687.39	343.70	229.13	171.85	605.91	302.95	201.97	151.48
HSLM-A9	26	714.89	357.44	238.30	178.72	630.14	315.07	210.05	157.54
HSLM-A10	27	742.38	371.19	247.46	185.60	654.38	327.19	218.13	163.59

Tabla 4.14. Velocidades de resonancia teóricas del primer modo de vibración en los tableros de 15 m y 17.5 m de luz analizados

En la figura 4.26 y la tabla 4.14 puede observarse que ambos tableros experimentan segundas resonancias del modo de flexión producidas por los trenes HSLM-A1, HSLM-A9 y HSLM-A10; éstas tienen lugar a velocidades de circulación inferiores en el puente de 17.5 m, debido a su menor frecuencia fundamental. También puede observarse que las resonancias debidas a los trenes HSLM-A9 y A10 dan lugar a máximos de aceleración superiores en el tablero de menor luz, mientras que la resonancia del tren HSLM-A1 resulta de amplitud similar en ambos tableros. Estas variaciones de amplitud de los máximos de aceleración pueden entenderse a partir del análisis de la evolución de las oscilaciones libres del tablero ante el paso de una carga móvil. En la figura 4.27 se ha representado, en función del cociente V/f , el valor de la amplitud de las oscilaciones libres del primer modo de vibración de los tableros de 15 m (en trazo negro) y 17.5 m de luz (en trazo gris) en centro de vano (punto C₃), y ante la circulación de una carga móvil de valor unitario. Los valores mostrados pueden también predecirse de forma aproximada a partir de la ecuación (3.44) introducida en el Capítulo 3, correspondiente a las oscilaciones libres de la viga con apoyos elásticos sin considerar la tasa de amortiguamiento. Sobre la figura 4.27 se han superpuesto también en línea vertical discontinua los valores d/j correspondientes a las resonancias de los tres trenes mencionados. Tal y como puede apreciarse el análisis de

la evolución de las oscilaciones libres producidas por una única carga móvil permite dar respuesta al valor de los máximos de aceleración producidos por los trenes HSLM-A1, HSLM-A9 y HSLM-A10.

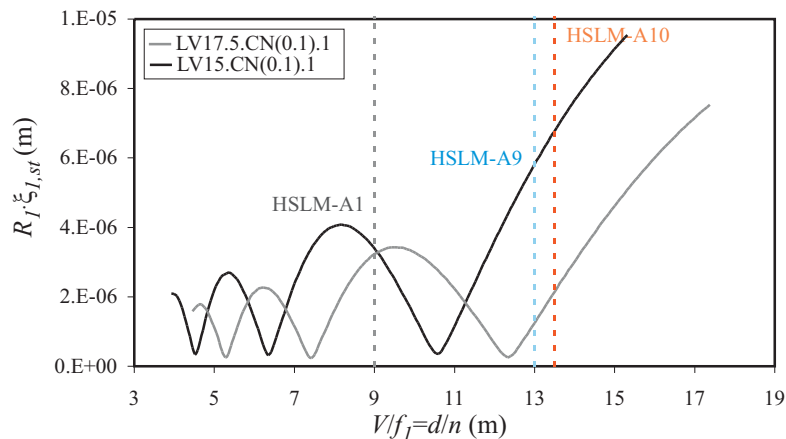


Figura 4.27. Amplitud de las oscilaciones libres del primer modo de vibración de los tableros de 15 m y 17.5 m de luz, ante la circulación de una carga móvil unitaria y en el punto de postproceso C₃

Nótese también que los valores de amplitud mínima que aparecen en la figura 4.27 se corresponden con las velocidades de cancelación; aunque en este caso, al haber incluido en el cálculo el amortiguamiento estructural, el valor de la amplitud no se anula por completo.

Por último, en la figura 4.28 se han representado las envolventes de aceleración máxima obtenidas en los tableros de vigas de luces comprendidas entre 20 y 25 m, considerando las rigideces verticales de los apoyos elásticos de $\kappa_{din}=0$ y $\kappa_{din}=0.1$, e incluyendo todas las contribuciones modales hasta 30 Hz en el cálculo de la respuesta dinámica. La característica común a todos los tableros mostrados en esta figura es que todos ellos presentan la misma tasa de amortiguamiento estructural. Por tanto, cualquier variación observada en la amplitud de los máximos de aceleración de los tableros de diferentes luces, no viene asociada a esta propiedad de la estructura.

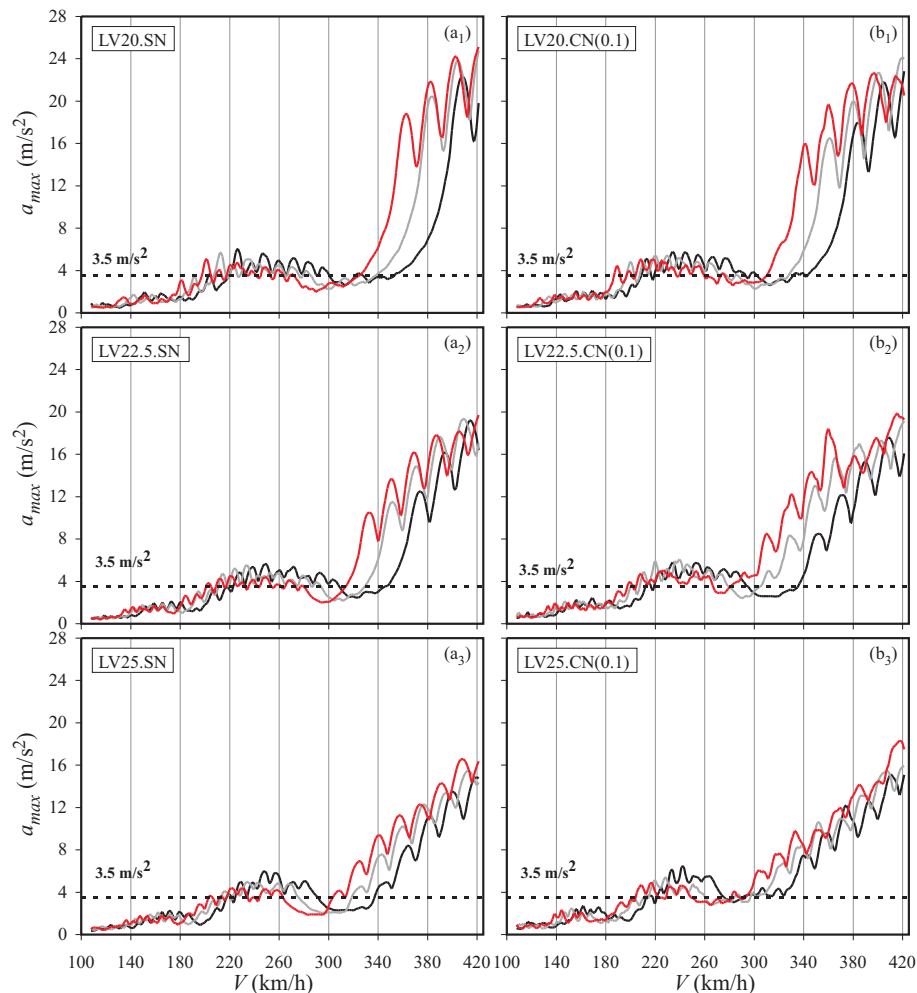


Figura 4.28. Envolventes de aceleración máxima en función de la velocidad de circulación en los puentes de vigas $L=20$ m, 22.5 m y 25 m

Tal y como se observa en la figura 4.28, las velocidades máximas admisibles de circulación de las composiciones ferroviarias no experimentan tampoco en estos casos ninguna mejora respecto de las observadas en los tableros anteriormente analizados, situándose en torno a los 200 km/h. Con el aumento de luz del tablero y la consiguiente reducción de sus frecuencias fundamentales, pueden aparecer en el rango de velocidades de interés máximos de aceleración debidos a primeras resonancias del primer modo de flexión, que elevan considerablemente el

nivel máximo de aceleraciones en el tablero. Es el caso de los puentes de 20 m de luz, cuya aceleración máxima puede llegar a alcanzar los 25 m/s^2 . Con el aumento de luz del tablero y el incremento de masa correspondiente, los valores máximos de aceleración se reducen hasta los 18 m/s^2 , aunque el comportamiento dinámico de la estructura en el rango de velocidades comprendido entre 220 km/h y 300 km/h no muestra variaciones significativas.

Los resultados mostrados en este apartado parecen indicar que los puentes de vigas situados en líneas convencionales podrían presentar un comportamiento poco adecuado para su uso en alta velocidad. La adecuación de los tableros existentes para su utilización a mayores velocidades de cálculo podría requerir de modificaciones estructurales de importancia, orientadas a la rigidización del tablero o al incremento de su tasa de amortiguamiento (solución que se propone en el Capítulo 6). El uso de esta tipología estructural en las líneas de alta velocidad más recientes no es habitual, empleándose otras configuraciones de mayor rigidez como las losas aligeradas. Por el contrario, en la construcción de la línea de alta velocidad Madrid-Sevilla el puente de vigas fue una solución empleada con frecuencia, si bien no se tiene constancia documental de que se hayan detectado problemas de desconsolidación de balasto en dichos puentes provocados por aceleraciones excesivas. Cabe pensar en distintos motivos para justificar este hecho: (i) la desconsolidación del balasto se produce entorno a los 7 m/s^2 , mientras que el ELS pone el límite en 3.5 m/s^2 , lo cual proporciona un margen de seguridad amplio a la estructura en condiciones normales (salvo que se diera la circunstancia de que circularan a la vez dos trenes sobre el puente a velocidad de resonancia) (ii) el tráfico real que circula por la línea podría no estar excitando las resonancias de la forma prevista por el tren HSLM-A (véase la figura 4.29), bien porque la longitud de las composiciones sea menor (*composición simple*), o porque su velocidad frecuente de circulación sobre los tableros no excite el comportamiento resonante; resulta difícil llegar a conclusiones firmes en este sentido sin tener una información completa de todo el material móvil que circula por la línea, y la velocidad frecuente de paso sobre estructuras similares a las analizadas en esta Tesis; (iii) la rigidez real de estos tableros de vigas podría ser superior a la requerida por la normativa vigente; (iv) su amortiguamiento estructural

podría ser superior a los valores estimados siguiendo las recomendaciones del Eurocódigo; y, finalmente (v) las masas asignadas a los tableros en esta Tesis Doctoral podrían estar infravalorando en cierta medida los valores reales.

Con el objeto de ilustrar los efectos dinámicos producidos por algunos de los trenes reales sobre los puentes de vigas, se ha recalculado la respuesta dinámica de los tableros de luces $L=10$ m, 15 m, 20 m y 25 m, masa $M_{tab,nom}$ y $\kappa_{din}=0$; ante la circulación de siete composiciones europeas de AV existentes en la actualidad en Europa (THALYS, TGV, ETR-Y, ICE2, EUROSTAR, VIRGIN, TAV¹⁵). La definición de estos trenes se ha incluido en la sección IV.3 del Anexo IV. La figura 4.29 muestra los resultados obtenidos en términos de envolventes de aceleración máxima en función de la velocidad de circulación para cada uno de los puentes considerados. En cada uno de los gráficos mostrados en la figura se han representado, en trazo negro, las aceleraciones máximas obtenidas en cada tablero ante la circulación de las composiciones reales europeas; las curvas en trazo gris recogen la respuesta del tablero ante la circulación de las composiciones del modelo HSLM-A.

Los resultados mostrados en la figura 4.29 refuerzan uno de los argumentos expuestos anteriormente (en concreto, el identificado como (ii)) para justificar que no hayan sido documentados problemas de desconsolidación de balasto en los puentes de vigas de la línea Madrid-Sevilla. Puede observarse en la figura que el tráfico real resulta en general menos agresivo en términos dinámicos que el modelo HSLM-A; un hecho en consonancia con la propia definición del Tren Dinámico Universal, creado en el seno del Comité ERRI D214 con el objeto de constituir una envolvente de los efectos dinámicos producidos por los trenes europeos, tanto actuales como futuros, y permitiendo de este modo el establecimiento de una metodología de cálculo general.

¹⁵ Denominación adoptada para hacer referencia al Talgo-350 de la serie 102 de TALGO-Bombardier.

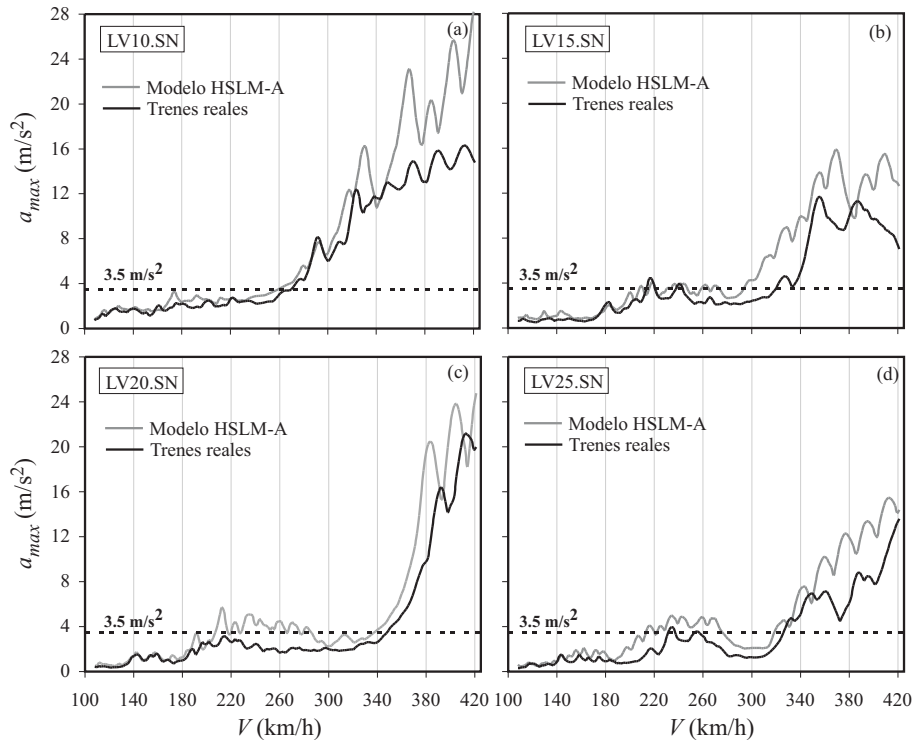


Figura 4.29. Envolventes de aceleración máxima en los puentes de vigas de luces $L=10$ m, 15 m, 20 m y 25 m, masa $M_{tab,nom}$, $K_{din}=0$; ante la circulación de los trenes del modelo HSLM-A y varias composiciones reales

4.6.2.3. LOSAS ALIGERADAS

El comportamiento dinámico de las losas aligeradas en términos de aceleraciones en el rango de luces comprendidas entre 15 m y 25 m es claramente muy superior al de los puentes de vigas, tal y como se observa en la figura 4.30. Los gráficos presentados muestran, agrupados por luces, las envolventes de aceleración máxima del conjunto de losas aligeradas definidas. Las tres curvas representadas por cada una de las luces se corresponden con los diferentes valores de masa de tablero considerados.

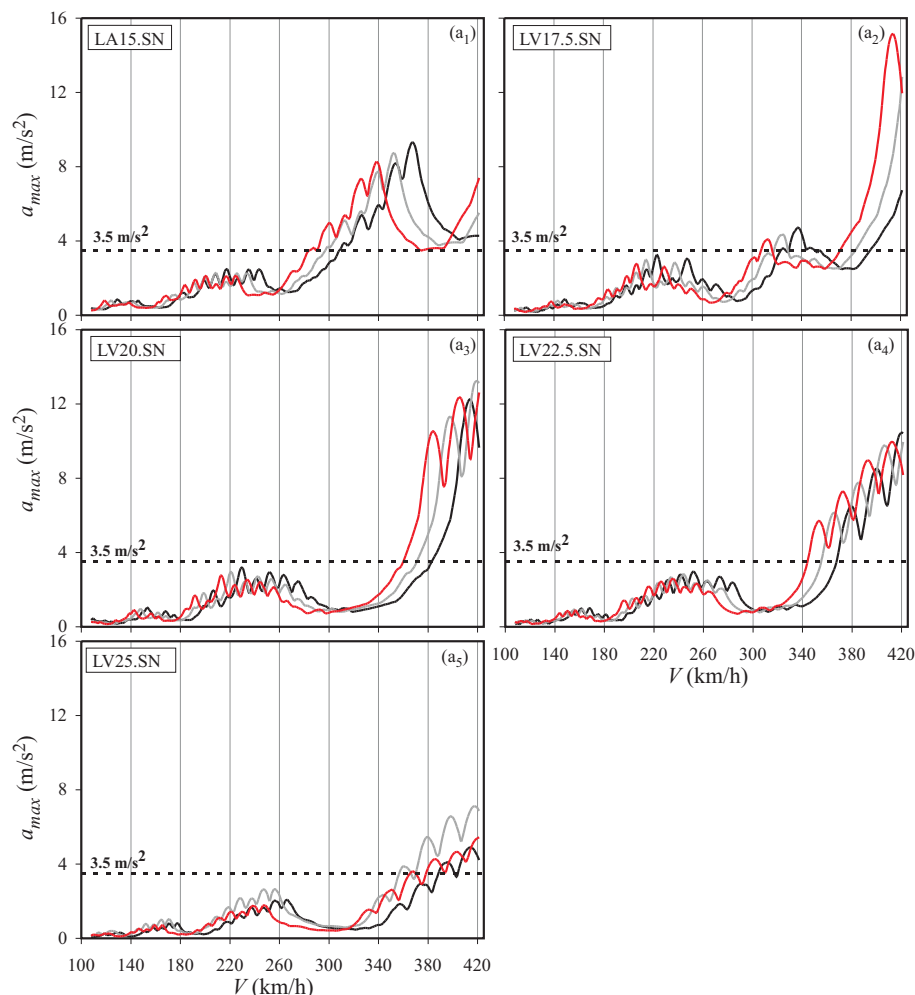


Figura 4.30. Envolventes de aceleración máxima en función de la velocidad de circulación en las losas aligeradas de luces comprendidas entre $L=15$ m y $L=25$ m. Al igual que en las tipologías anteriores, las curvas en trazo negro de la figura 4.30 se corresponden con el valor de masa $M_{tab,inf}$; las curvas en trazo gris se corresponden con la masa de tablero $M_{tab,nom}$; y en trazo rojo, $M_{tab,sup}$. En los tableros de 15 m puede considerarse aceptable el comportamiento dinámico de la estructura hasta velocidades máximas de circulación de 300 km/h. Por encima de este valor el tablero experimenta resonancias de segundo orden del primer modo de flexión que elevan la aceleración hasta un máximo de 9.18 m/s^2 , un resultado muy inferior a los

registrados en los puentes de vigas de 15 m. En los tableros de 17.5 m la reducción de las frecuencias fundamentales de la estructura respecto de los casos anteriores conduce a la aparición de un máximo de aceleración de elevada amplitud, coincidiendo con una primera resonancia del primer modo de vibración de la estructura ante la circulación del tren HSLM-A1. La velocidad máxima admisible puede situarse en este caso en torno a 360 km/h. Conforme continúa incrementándose la luz del tablero aparecen nuevos máximos de aceleración debidos a resonancias del primer modo de vibración, cuya amplitud se reduce considerablemente conforme se incrementa la longitud del tablero, tal y como puede apreciarse en la figura. Las velocidades máximas admisibles de circulación no experimentan cambios significativos respecto del valor mencionado anteriormente, aunque podrían llegar a situarse en 380 km/h en los puentes de 25 m de luz, según la masa del tablero.

Los resultados presentados ponen de manifiesto la conveniencia de emplear tipologías aligeradas en lugar de puentes de vigas en luces moderadas. Sin embargo, la aparición de fenómenos de resonancia podría dar lugar a niveles de aceleración superiores al ELS de 3.5 m/s^2 para velocidades superiores a 300 km/h.

4.6.3. EFECTO DE LA CONTRIBUCIÓN DE MODOS SUPERIORES AL FUNDAMENTAL SOBRE LA RESPUESTA DINÁMICA

A continuación se exponen, agrupadas por tipologías, las conclusiones más importantes acerca de la influencia de las contribuciones modales en la predicción de las aceleraciones máximas. Los resultados completos del estudio para cada luz y tipología de tablero pueden consultarse en el Anexo II, presentados en forma de gráficos de envolventes y ratios de aceleración máxima análogos a los mostrados en la figura 4.16.

4.6.3.1. LOSAS MACIZAS

La respuesta dinámica de las losas macizas en términos de aceleraciones máximas está claramente dominada por las resonancias del modo de flexión longitudinal, un comportamiento que se acentúa al incrementarse la luz del tablero (de $L = 10 \text{ m}$ a $L = 12.5 \text{ m}$), para todos los valores de rigidez κ_{dim} , masa y Módulo Elástico considerados. Ello puede verificarse de la observación de los gráficos de envolventes y ratios de aceleraciones

máximas presentados en el apartado II.2 del Anexo II, en donde se pone de manifiesto lo siguiente:

- ✓ En los tableros analizados sin neoprenos ($\kappa_{din}=0$), las contribuciones modales de frecuencia inferior a 30 Hz se reducen únicamente al primer modo de flexión longitudinal y al primero de torsión. La simplificación de cálculo propuesta por el Eurocódigo, la cual en este caso consistiría en la predicción de la aceleración incluyendo únicamente la contribución del primer modo de vibración, conduce a resultados que pueden llegar a ser un 11 % inferiores a los obtenidos incluyendo además el primer modo de torsión. Estas diferencias se han detectado a velocidades máximas de cálculo para las cuales la respuesta del tablero comienza a ser significativa (con valores de aceleración próximos o superiores al ELS). Para velocidades inferiores a las mencionadas, las diferencias en resultados pueden llegar a alcanzar un 17%, aunque el nivel de aceleración máxima registrado es muy inferior al ELS y no comprometería la seguridad del cálculo dinámico.
- ✓ En los casos con neoprenos ($\kappa_{din} = 0.05$ y 0.1), la predicción de la aceleración máxima incluyendo únicamente la contribución del primer modo de flexión longitudinal puede reducirse hasta un 14 % respecto de la obtenida incluyendo además el primer modo de torsión. También puede observarse que las formas modales de frecuencia inferior a 30 Hz distintas de las del primer modo de flexión recta o el primero de torsión no tienen ninguna influencia en el cálculo de las envolventes.

De todo lo expuesto anteriormente puede concluirse que la contribución de formas modales diferentes al primer modo de flexión longitudinal en la predicción de la respuesta máxima es poco significativa. En consecuencia, la utilización de un modelo numérico tipo viga para la predicción del comportamiento dinámico de estos tableros puede considerarse del lado de la seguridad.

4.6.3.2. PUENTES DE VIGAS

Todos los tableros analizados presentan una relación de frecuencias $f_2/f_1 < 1.2$, no siendo por tanto de aplicación la simplificación propuesta por el Eurocódigo. En consecuencia, en estos tableros deberían incluirse todas las contribuciones modales de frecuencia inferior a 30 Hz en base tanto a la IAPF-07 como al Eurocódigo.

En los gráficos de envolventes y ratios de aceleración máxima presentados en el apartado II.3 del Anexo II puede observarse lo siguiente:

- ✓ En todos los casos analizados, el comportamiento dinámico inadmisibles de los tableros está relacionado con resonancias del primer modo de flexión longitudinal.
- ✓ En las envolventes de aceleración máxima, los máximos de aceleración de amplitud significativa originados por resonancias del modo de torsión suelen venir precedidos por resonancias del modo de flexión, las cuales tienen lugar a velocidades inferiores y dan lugar a picos de amplitud igual o superior a los debidos al modo de torsión. Por esta razón, los ratios de aceleración máxima obtenidos como el cociente entre la aceleración máxima calculadas hasta una velocidad de paso determinada incluyendo las dos primeras contribuciones modales, y las estimadas considerando únicamente el primer modo de flexión, oscilan entre 1 y 1.12 para velocidades superiores a 300 km/h. En otras palabras, estos ratios no muestran diferencias relevantes entre en los resultados obtenidos incluyendo la contribución de los dos primeros modos, o únicamente el primero. A velocidades inferiores a la mencionada este cociente puede llegar a alcanzar valores superiores a 1.2, aunque tales situaciones tienen lugar a velocidades para las que la aceleración máxima se aproxima o queda por debajo del ELS de 3.5 m/s^2 y, por tanto, no se comprometería la seguridad del cálculo despreciando el modo de torsión. De lo anterior puede deducirse que para la estimación de la respuesta dinámica del puente en términos de su aceleración máxima, no existen diferencias significativas entre incluir en el cálculo dinámico únicamente el primer modo de vibración o

incluir además la primera forma modal tridimensional (primer modo de torsión).

- ✓ La contribución del resto de modos hasta el límite de 30 Hz es poco significativa en la determinación de la aceleración máxima para los tableros de menor luz. Sin embargo, en los tableros de luces mayores ($L=22.5$ m, $L=25$ m) que han sido calculados empleando el apoyo elastomérico más blando ($\kappa_{din}=0.1$), obviar estas contribuciones modales puede dar lugar a predicciones de la aceleración máxima hasta un 54 % inferiores a las obtenidas incluyendo todas las formas modales de frecuencia inferior a 30 Hz. No obstante cabe resaltar que no es previsible encontrar rigideces tan reducidas en estos elementos de apoyo en situaciones reales. En la figura 4.31 se muestran las envolventes de aceleración máxima de los tableros en los que se ha detectado una contribución significativa de los modos de vibración distintos al primero de flexión y el de torsión. En la figura 4.31(a) se muestran los resultados para el tablero de 22.5 m de luz y masa $M_{tab,nom}$, considerando una rigidez vertical de los apoyos elásticos de $\kappa_{din}=0.1$; mientras que en la figura 4.31(b) se muestran las envolventes de aceleración máxima del tablero de 25 m de luz y masa $M_{tab,inf}$, con el mismo valor de la rigidez de los apoyos elásticos. En ambos gráficos, las envolventes de aceleración en trazo rojo, negro y gris incluyen, respectivamente, la contribución de la primera forma modal, las dos primeras, y de todas las contribuciones modales de frecuencia inferior a 30 Hz, tal y como indican las leyendas de las figuras. En el apartado II.3 del Anexo II, en el que se incluyen todos los resultados de aceleraciones obtenidos en el conjunto de puentes de vigas analizados, puede verificarse que los dos casos mostrados en la figura 4.31 son los más significativos en cuanto a las diferencias entre las envolventes en trazo gris y negro.

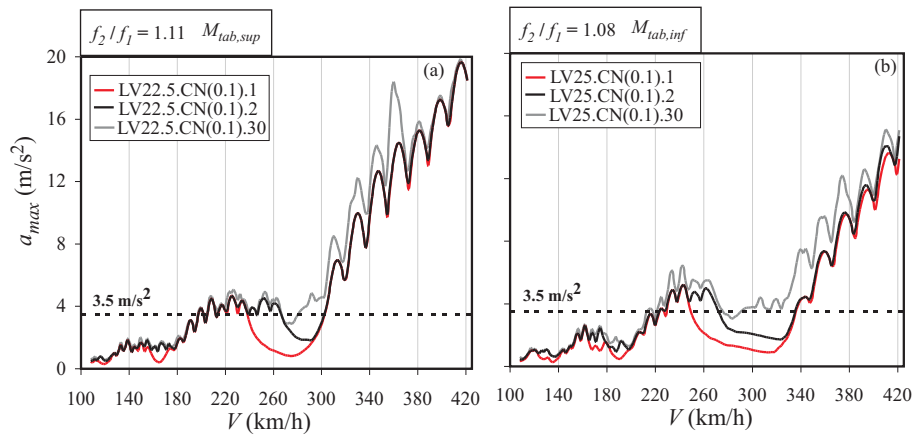


Figura 4.31. Envolventes de aceleración máxima en función de la velocidad de circulación de dos puentes de vigas de luces $L=22.5$ m y $L=25$ m

Los resultados obtenidos tras el análisis dinámico considerando diferentes masas, luces de cálculo y rigidez de los apoyos elásticos revelan que en la respuesta máxima de esta tipología de tablero predominan las resonancias del modo de flexión longitudinal. Un cálculo dinámico en el que se incluya únicamente la contribución de este modo puede ser aceptable para la predicción del nivel máximo de aceleración alcanzado en el tablero. La contribución del conjunto de formas modales de frecuencia inferior a 30 Hz, y distintas al primer modo de flexión longitudinal y el primero de torsión, es poco significativa en la determinación de la aceleración máxima. Como excepción a esta última afirmación cabe mencionar el comportamiento dinámico de los tableros de luces $L=22.5$ m, $L=25$ m y rigidez de neoprenos $\kappa_{din}=0.1$; en los que la contribución de los modos de más altas frecuencias resulta significativa. No obstante, cabe destacar que este valor de rigidez mencionado es muy reducido y no se prevé que pueda encontrarse en situaciones reales.

4.6.3.3. LOSAS ALIGERADAS

Tal y como se recoge en la tabla 4.12, todos los tableros analizados de esta tipología presentan una relación de frecuencias $f_2/f_1 > 1.2$, que se hace mayor conforme se incrementa la luz y masa lineal de tablero. Ello permite despreciar la contribución de los modos tridimensionales frente a la de los modos de flexión longitudinal en el cálculo dinámico, de acuerdo con el Eurocódigo. Sin embargo, en cumplimiento de la IAPF-07,

deberían incluirse todas las contribuciones modales de frecuencia inferior a 30 Hz.

Si se observan los resultados presentados en el apartado II.4 del Anexo II puede apreciarse lo siguiente:

- ✓ Las envolventes de aceleración máxima calculadas incluyendo todas las contribuciones modales de frecuencia inferior a 30 Hz apenas son visibles en los gráficos, al quedar superpuestas sobre los resultados obtenidos incluyendo únicamente las dos primeras contribuciones modales (primer modo de flexión y primero de torsión). Este hecho pone de manifiesto la escasa influencia en la respuesta dinámica de las formas modales de carácter local registradas en los voladizos de estos tableros, si se tiene en cuenta que los puntos de postproceso más desfavorables, C₁ y C₅, se sitúan en esta zona y, por tanto, su respuesta dinámica podría verse afectada por éstas.
- ✓ Si se prescinde del primer modo de torsión en la predicción de la aceleración máxima, considerando únicamente la contribución del primer modo de flexión, la respuesta de la estructura puede reducirse en un 14 % como máximo para las velocidades en las que la aceleración supera el ELS; una diferencia que se hace menor conforme se incrementa la luz del tablero. Estas diferencias en los resultados mencionadas pueden ser muy superiores a velocidades bajas, en las que las aceleraciones máximas son inferiores a 1 m/s² y, en consecuencia, no se consideran significativas.
- ✓ En el tablero de 15 m de luz y masa $M_{tab,sup}$ (figura II.40(a₂),(b₂) del Anexo II) se ha registrado una reducción de la aceleración máxima superior al 20% al prescindir del modo de torsión y considerar únicamente la contribución del primer modo de flexión longitudinal en el cálculo. Esta diferencia tiene lugar a una velocidad de circulación de 295 km/h, en la que el nivel de aceleración máxima de la estructura se sitúa muy próximo a 3.5 m/s². A la velocidad mencionada, la envolvente de aceleración alcanza un valor de 3.44 m/s² al incluir únicamente la contribución del modo de flexión; mientras que incluyendo las

dos primeras contribuciones modales asciende hasta 4.47 m/s^2 . Al tratarse de dos valores muy próximos al ELS y, en el caso de la aceleración de 4.47 m/s^2 , ésta queda cubierta por el coeficiente de seguridad de 2 que afecta al ELS; no se ha considerado que esta diferencia en resultados sea significativa.

Como conclusión de lo expuesto anteriormente puede decirse que, en el rango de luces analizado, la contribución de modos diferentes al primer modo de flexión longitudinal en la predicción de la aceleración máxima es poco significativa en esta tipología particular.

4.6.4. INFLUENCIA DE LA RIGIDEZ DE LOS APOYOS ELÁSTICOS EN LA RESPUESTA DINÁMICA DE LOS TABLEROS

La introducción de la rigidez vertical de los apoyos elásticos en el modelo de cálculo del tablero de un puente tiene dos efectos fundamentales sobre el comportamiento dinámico de la estructura, que afectan de manera directa a la predicción de las aceleraciones máximas. Estos efectos son:

- ✓ En primer lugar, una reducción de las frecuencias naturales de la estructura. En la ecuación (3.32) del Capítulo 3 se presentó la relación existente entre las frecuencias naturales de una viga con apoyos elásticos y la simplemente apoyada, demostrándose que esta reducción se hace más significativa conforme se incrementa el orden de la forma modal. Esta reducción de las frecuencias naturales con la flexibilidad del apoyo conlleva la disminución de las velocidades de resonancia y, por tanto, en el cálculo dinámico de los tableros podrían aparecer nuevos máximos de resonancia de amplitud significativa en el rango de velocidades de interés.
- ✓ En segundo lugar, una alteración de los modos de vibración, que puede observarse en la figura 3.9 del Capítulo 3 para la viga elásticamente apoyada. Como consecuencia, es posible detectar variaciones en la amplitud de las resonancias que no afectan por igual a todas ellas: algunas pueden experimentar un aumento de amplitud, mientras que otras se reducen con la introducción del apoyo elástico en el modelo. Este fenómeno, que se ilustra en la figura 1.6 del Capítulo 1, ha podido ser observado al realizar el cálculo dinámico de varios puentes reales de la Red Ferroviaria

Española; y en la sección 3.3.3 del Capítulo 3 se dio una explicación a esta particularidad, proponiéndose algunas expresiones para tratar de estimar a priori qué máximos de la respuesta son susceptibles de incrementar su amplitud y cuáles de reducirla con la introducción del apoyo elástico.

En este apartado se pretende esclarecer si la introducción de estos elementos garantiza o no una predicción conservadora del comportamiento dinámico de la estructura, sin incurrir en errores que comprometan la seguridad del tráfico o el confort de los viajeros. También se verificará la validez de las condiciones propuestas en el apartado 3.3.3 para la predicción de la evolución de la amplitud de los máximos en función de la rigidez del apoyo.

Del conjunto de tableros dimensionados se discutirán únicamente en esta sección los resultados obtenidos del cálculo dinámico de los tableros de tipología de losa maciza y los puentes de vigas, descartándose los tableros aligerados ya que, como se justifica en la sección 4.4.3.2, estos últimos descansaban habitualmente sobre apoyos tipo pot (considerados infinitamente rígidos en sentido vertical).

Tal y como se ha mencionado en la sección 4.5.3, para extraer conclusiones sobre la influencia de la rigidez del apoyo en el comportamiento dinámico del tablero, se realizará una comparativa entre las envolventes de aceleración obtenidas en un tablero determinado empleando diferentes valores de la rigidez vertical del apoyo elástico, comprendidos entre $\kappa_{din}=0$ y $\kappa_{din}=0.1$.

En los siguientes subapartados se resumen las conclusiones más relevantes de este estudio, agrupadas por tipología de tablero.

4.6.4.1. TIPOLOGÍA DE LOSA MACIZA

En la figura 4.32 se han representado, en forma de diagrama de barras, las reducciones máximas de las dos primeras frecuencias fundamentales con la flexibilidad de los neoprenos, respecto del valor obtenido sin incluir estos elementos en el cálculo dinámico. Los resultados mostrados en esta figura constituyen una envolvente de las variaciones de frecuencia registradas en cada luz de tablero considerando todos los valores de

Módulo Elástico del hormigón ($E_{-20\%}$, $E_{-10\%}$ y E_{nom}) y de masa ($M_{tab,inf}$, $M_{tab,nom}$ y $M_{tab,sup}$) definidos en cada uno de los tableros por cada luz. Cabe señalar que las variaciones de frecuencia registradas son independientes del Módulo Elástico del material; y resulta despreciable la influencia de las variaciones de masa comprendidas entre $M_{tab,inf}$ y $M_{tab,sup}$ en cada tablero.

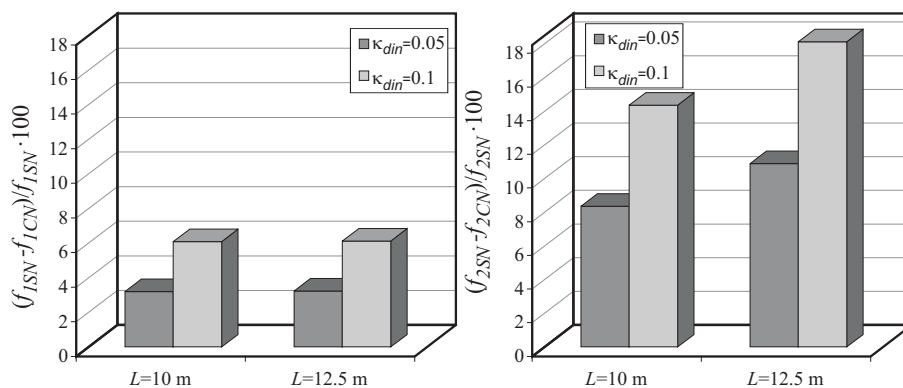


Figura 4.32. Máxima reducción de las dos primeras frecuencias fundamentales de las losas macizas con la flexibilidad de los neoprenos

Tal y como puede apreciarse en la figura 4.32, la frecuencia del primer modo de vibración puede experimentar una reducción próxima al 6% cuando se considera la menor rigidez del apoyo elástico en el cálculo dinámico ($\kappa_{din}=0.1$); mientras que para un valor de rigidez intermedio, $\kappa_{din}=0.05$, esta variación se reduce a la mitad, situándose en torno al 3%. La frecuencia del primer modo de torsión puede verse sometida a variaciones mayores con la introducción de los apoyos elásticos, las cuales se incrementan con la luz del tablero en los casos analizados. Sin embargo, estas variaciones no resultan significativas debido a la escasa influencia del primer modo de torsión en la aceleración máxima de estos tableros, tal y como ha sido demostrado en la sección 4.6.3.1. Como es bien sabido, esta reducción de las frecuencias naturales de la estructura con el incremento de la flexibilidad del apoyo, se traduce en un descenso de las velocidades de resonancia del mismo orden que la variación de frecuencias experimentada. Este efecto resulta muy visible en la figura 4.33, en la que se muestran los resultados de envolventes y ratios de aceleración máxima de dos tableros de luces $L=10$ m y $L=12.5$ m, cuyo comportamiento dinámico puede considerarse un ejemplo representativo

de la influencia de la introducción de los neoprenos en el cálculo dinámico de esta tipología de tablero particular.

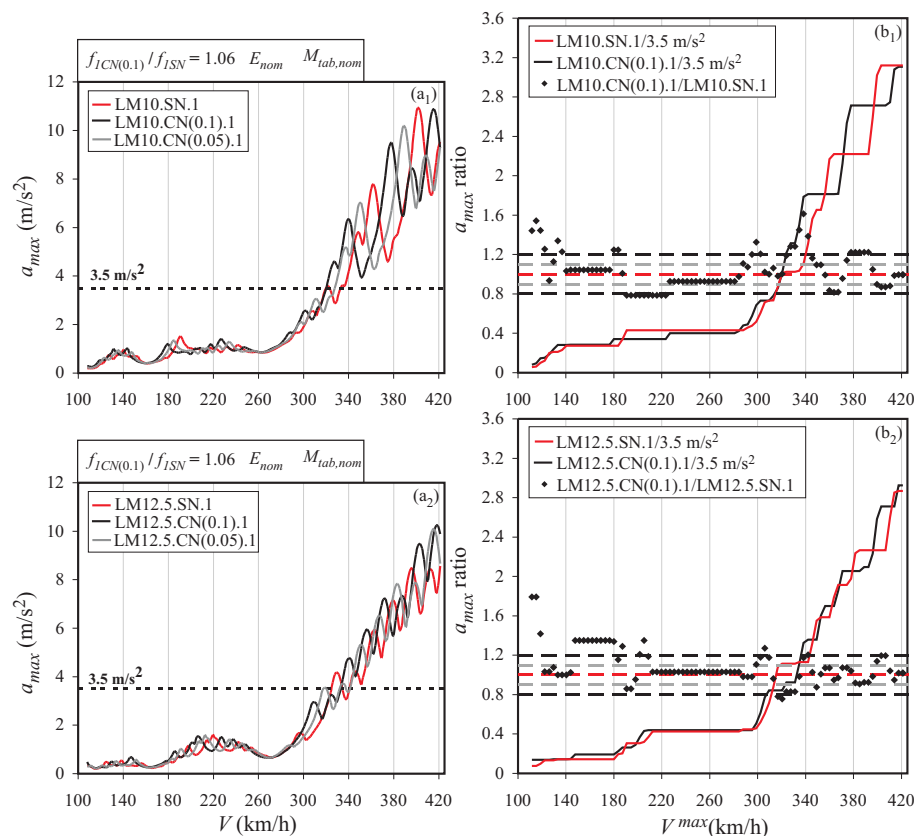


Figura 4.33. Aceleraciones máximas en los tableros de tipología de losa maciza de luces $L=10$ m y $L=12.5$ m, masa $M_{tab,nom}$, módulo elástico E_{nom} ; y considerando diferentes valores de rigidez del apoyo elástico

En las figuras 4.33(a₁) y (a₂) se muestran las envolventes de aceleración máxima de los dos casos mencionados para diferentes valores de la rigidez vertical de los apoyos elásticos: La curva en trazo rojo se corresponde con el caso $\kappa_{din}=0$; la curva en trazo gris se ha obtenido considerando $\kappa_{din}=0.05$; mientras que la curva en trazo negro representa una rigidez del apoyo elástico de $\kappa_{din}=0.1$. Las envolventes mostradas incluyen únicamente la contribución del primer modo de vibración en el cálculo, siendo esta forma modal la que influye de manera más significativa en el comportamiento dinámico de estos tableros, tal y como muestran los

gráficos incluidos en el apartado II.2 del Anexo II. En las figuras 4.33(a₁) y (a₂) se aprecia muy claramente el desplazamiento hacia velocidades inferiores de los máximos de resonancia con el aumento de la flexibilidad del apoyo; una circunstancia debida a la reducción de la frecuencia del primer modo de vibración de la estructura y, por ende, de las velocidades de resonancia. El efecto de la rigidez del apoyo en la variación de amplitud de los máximos de aceleración resulta algo más complejo de apreciar empleando esta representación gráfica, aunque sí es posible distinguir que las resonancias que tienen lugar a mayores velocidades dan lugar a máximos de aceleración de amplitud más elevada si no se incluyen los apoyos elásticos en el cálculo dinámico ($\kappa_{din}=0$).

En las figuras 4.33(b₁) y (b₂) se han cuantificado las mayores diferencias registradas en los resultados, comparando entre sí las envolventes obtenidas con $\kappa_{din}=0$ y $\kappa_{din}=0.1$ en términos de la máxima aceleración obtenida hasta una velocidad de circulación determinada. Para ello se han definido los ratios de aceleración siguientes: (i) la curva en trazo negro representa la máxima aceleración obtenida hasta la velocidad máxima indicada en el eje horizontal, calculada sin incluir los apoyos elásticos en el modelo numérico ($\kappa_{din}=0$), y dividida por el Estado Límite de Servicio de 3.5m/s^2 ; (ii) la curva de trazo rojo representa el mismo ratio mencionado anteriormente, pero en este caso el valor de la aceleración ha sido calculado considerando una rigidez de los apoyos elásticos de $\kappa_{din}=0.1$; y (iii) los marcadores negros en forma de rombo representan el cociente entre las dos magnitudes anteriores, y permiten cuantificar las diferencias entre los ratios anteriores. Las líneas horizontales en trazo discontinuo son, al igual que se mencionó en la sección 4.5, delimitadores de diferentes zonas de interés del diagrama: la línea de trazo rojo, marca el límite por encima del cual los ratios de aceleraciones alcanzan valores superiores al Estado Límite de Servicio de 3.5 m/s^2 . Las líneas gris y negra marcan, respectivamente, diferencias en resultados de un 10 % y un 20% entre las envolventes. Tal y como puede observarse, estas diferencias pueden ser superiores al 20% a velocidades máximas de cálculo en las que los niveles de aceleración en los tableros superan el Estado Límite de Servicio; aunque las mayores diferencias registradas suelen corresponderse con ramas ascendentes de las envolventes que tienen lugar a velocidades distintas según el valor de κ_{din} empleado, debido a la

variación de las velocidades de resonancia de la estructura. Cabe añadir también que las diferencias en los resultados registradas considerando el resto de valores de masa de tablero definidos ($M_{tab,inf}$ y $M_{tab,sup}$) y Módulo Elástico del hormigón ($E_{-20\%}$ y $E_{-10\%}$) presentan una tendencia similar a la observada en la figura 4.33.

Para apreciar con mayor claridad en qué sentido se modifica la amplitud de las resonancias con la introducción de la rigidez vertical de los apoyos elásticos, en la figura 4.34(a₁) y (a₂) se han representado las envolventes de aceleración máxima anteriores empleando como eje de abscisas la relación V/f_i , la cual coincide en resonancia con el valor de la distancia característica del tren, d , dividida por el orden de la resonancia, j . Por tanto $V/f_i = d/j$. En cada uno de estos gráficos mencionados, se han incluido además una serie de líneas verticales en trazo discontinuo y de diferentes colores que se corresponden con las cancelaciones y amplitudes máximas de las vibraciones libres de la viga simplemente apoyada. Los diferentes colores seleccionados para estas líneas de trazo vertical (rojo para las cancelaciones y negro para los máximos de las oscilaciones libres de la viga biapoyada), indican cuál es la envolvente que debería predecir amplitudes mayores en cada uno de los picos de resonancia, de acuerdo con las expresiones (3.68)-(3.71) deducidas en el Capítulo 3. Así pues, cualquier resonancia con una relación d/j superior a la de la primera cancelación, que en este caso es $2K_{11}^c L = 0.666 \cdot L$, debería alcanzar una amplitud mayores si se calcula despreciando la rigidez vertical del apoyo elástico en el modelos numéricos. En las figuras 4.34.(a) y 4.34.(b) se puede confirmar la veracidad de esta afirmación, ya que las resonancias de la envolvente en trazo rojo superan a las obtenidas incluyendo la rigidez de los apoyos elásticos, al sobrepasar los valores $V/f_i = 6.66$ m, en el puente de 10 m, y $V/f_i = 8.25$ m, en el de 12.5 m. La condición anterior puede expresarse también en términos de la velocidad de circulación del tren, pudiéndose afirmar que cualquier resonancia del modo fundamental que tenga lugar a una velocidad V superior a $V > 0.666 \cdot L \cdot f_i$, se predecirá de forma más conservadora si no se incluye la rigidez vertical del neopreno en el modelo numérico.

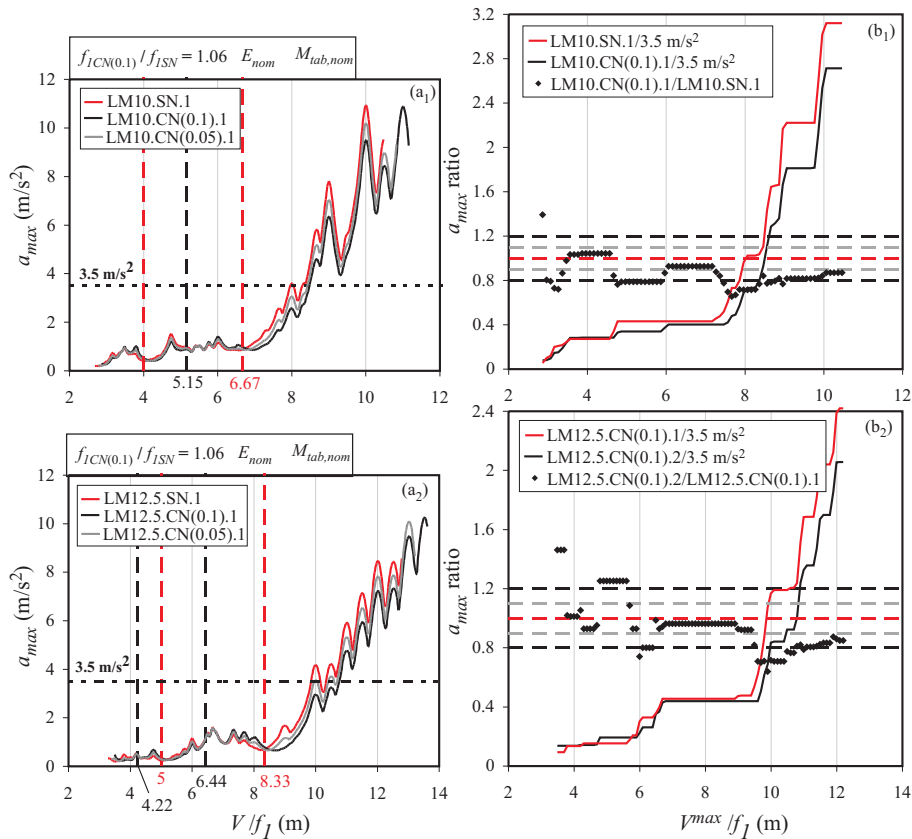


Figura 4.34. Aceleraciones máximas en los tableros de losa maciza de luces $L=10$ m y $L=12.5$ m, masa $M_{tab,nom}$, Módulo Elástico E_{nom} ; y considerando diferentes valores de rigidez del apoyo elástico

Se puede comprobar también cómo en los sucesivos intervalos comprendidos entre las líneas verticales de trazo discontinuo mostradas en la figura 4.34(a), la tendencia se invierte con respecto al intervalo anterior.

Teniendo en cuenta que las resonancias de amplitudes próximas o superiores al valor límite de 3.5 m/s^2 tienen lugar para relaciones de V/f por encima de la correspondiente a la primera cancelación de la viga biapoyada, en estos tableros no resulta conveniente incluir la rigidez del apoyo elástico para obtener una predicción conservadora de las aceleraciones máximas. En otras palabras, todos los picos de resonancia de amplitud crítica tienen lugar a velocidades superiores a $V > 0.666 \cdot L \cdot f$. En

consecuencia, resulta más conservador prescindir de la rigidez vertical de los apoyos elásticos.

En la figura 4.34(b₁) y (b₂) puede apreciarse cómo la amplitud de estos máximos de aceleración que superan el ELS de 3.5 m/s² puede llegar a ser un 20% superior si no se incluye la rigidez vertical de los apoyos elásticos en el modelo numérico. La reducción de las velocidades de resonancia con el aumento de la flexibilidad del apoyo, que podría dar lugar a la aparición de nuevos máximos dentro del rango de velocidades de interés al considerar el apoyo elastomérico en el modelo numérico, podría compensarse en el modelo sin neoprenos incrementando la velocidad máxima de cálculo; aunque si se tiene en cuenta que la normativa exige que el análisis dinámico se realice hasta una velocidad máxima de cálculo un 20 % superior a la de la línea, estos nuevos máximos de aceleración debidos a la reducción de las frecuencias del tablero con los apoyos elásticos, no es previsible que lleguen a alcanzarse en las condiciones de funcionamiento proyectadas para la misma.

De todo lo anterior se concluye por tanto que en los tableros macizos resulta más conservador no incluir la rigidez vertical de los apoyos elásticos en el cálculo de la aceleración máxima. Las razones en las que se basa esta afirmación son las siguientes:

- ✓ Los máximos de aceleración inadmisibles (superior a 3.5 m/s²) en los tableros analizados se deben a resonancias del primer modo de flexión longitudinal, y tienen lugar a velocidades de circulación V que cumplen la relación $V > 0.666 \cdot L \cdot f_1$ (es decir, superiores a la de la primera cancelación de la viga biapoyada).
- ✓ Con la introducción de la rigidez vertical del apoyo elástico más blando ($\kappa_{din}=0.1$), la primera frecuencia de flexión se reduce en un 6% como máximo, reduciéndose en la misma proporción las velocidades de resonancia de la estructura. Ello puede dar lugar a la aparición de nuevos máximos de aceleración dentro del rango de velocidades de interés en el modelo numérico con neoprenos. Sin embargo, teniendo en cuenta que la normativa exige que el análisis dinámico se realice hasta una velocidad máxima de cálculo un 20% superior a la de la línea, estos nuevos máximos registrados en la ventana de velocidades de interés en el modelo

con neoprenos, y que no se alcanzarían en el modelo sin neoprenos, quedan cubiertos por el margen de seguridad mencionado si se opta por realizar el cálculo dinámico despreciando los apoyos elásticos.

4.6.4.2. PUENTES DE VIGAS

En este apartado se muestran algunos de los resultados más representativos del comportamiento dinámico de los puentes de vigas ante variaciones en la rigidez de los apoyos elásticos.

En las figuras 4.35 y 4.36 pueden observarse, respectivamente, las reducciones máximas de las dos primeras frecuencias fundamentales de los tableros con la flexibilidad de los neoprenos, respecto de los valores obtenidos sin incluir los apoyos elásticos en el cálculo dinámico. Tal y como puede observarse en la sección II.3 del Anexo II, las resonancias de estos dos modos de vibración son las que resultan más visibles en las envolventes de aceleraciones de los puentes de vigas. En consecuencia, las variaciones de frecuencia de estos modos (y por consiguiente, de las velocidades de resonancia de la estructura) pueden alterar de manera significativa la respuesta dinámica de esta tipología.

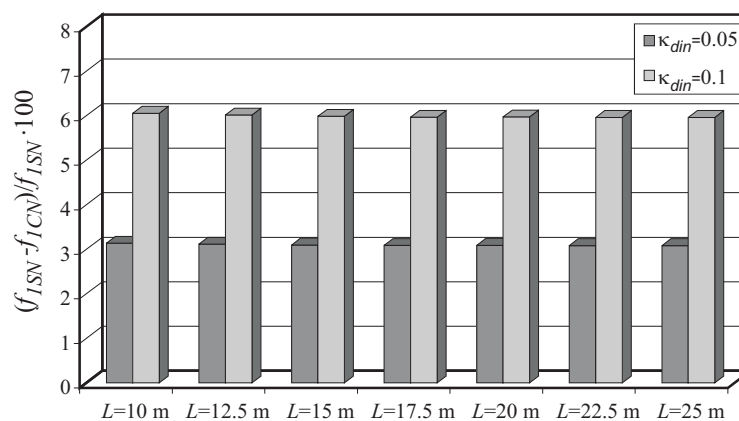


Figura 4.35. Máxima reducción de la primera frecuencia fundamental de los puentes de vigas con la flexibilidad de los neoprenos

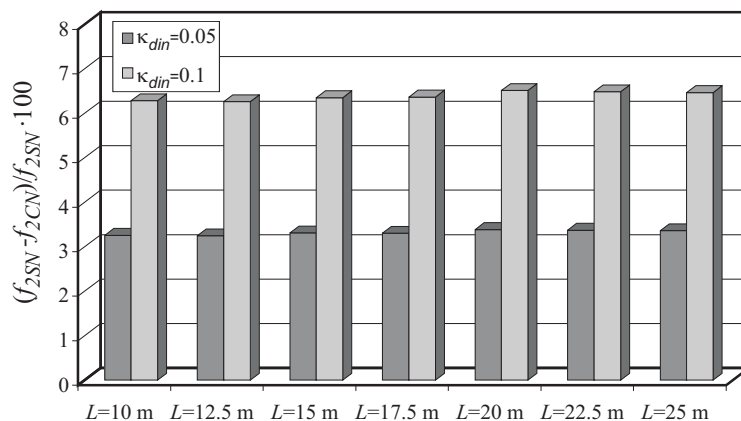


Figura 4.36. Máxima reducción de la primera frecuencia fundamental de los puentes de vigas con la flexibilidad de los neoprenos

En este caso las dos primeras frecuencias se ven afectadas de manera similar ante variaciones de la rigidez del apoyo, resultando prácticamente independientes de la luz del tablero considerada. Esta independencia de la variación de frecuencia relativa con la luz fue ya observada en el Capítulo 3 a partir del estudio de la viga con apoyos elásticos. Tal y como indica la ecuación (3.31), representada gráficamente en la figura 3.10(b), la variación de frecuencia está asociada únicamente al valor de κ . Las máximas diferencias en frecuencias registradas se sitúan en un 3% respecto del valor obtenido sin incluir el apoyo elástico, considerando una rigidez vertical del neopreno de $\kappa_{din}=0.05$. El valor de rigidez $\kappa_{din}=0.1$ puede dar lugar a una reducción de las dos primeras frecuencias naturales en torno a un 6% respecto de los valores calculados considerando bordes de tablero biapoyados.

En la figura 4.37(a₁) y (a₂) se muestran, respectivamente, las envolventes de aceleración máxima de los tableros de 10 y 12.5 m y de masa $M_{tab,nom}$, calculadas incluyendo únicamente la contribución del primer modo de vibración y empleando diferentes valores de la rigidez vertical de los apoyos elásticos, que son: $\kappa_{din}=0$, correspondiente a la curva en trazo rojo de la figura; $\kappa_{din}=0.05$, en la curva gris; y $\kappa_{din}=0.1$, en la curva en trazo negro.

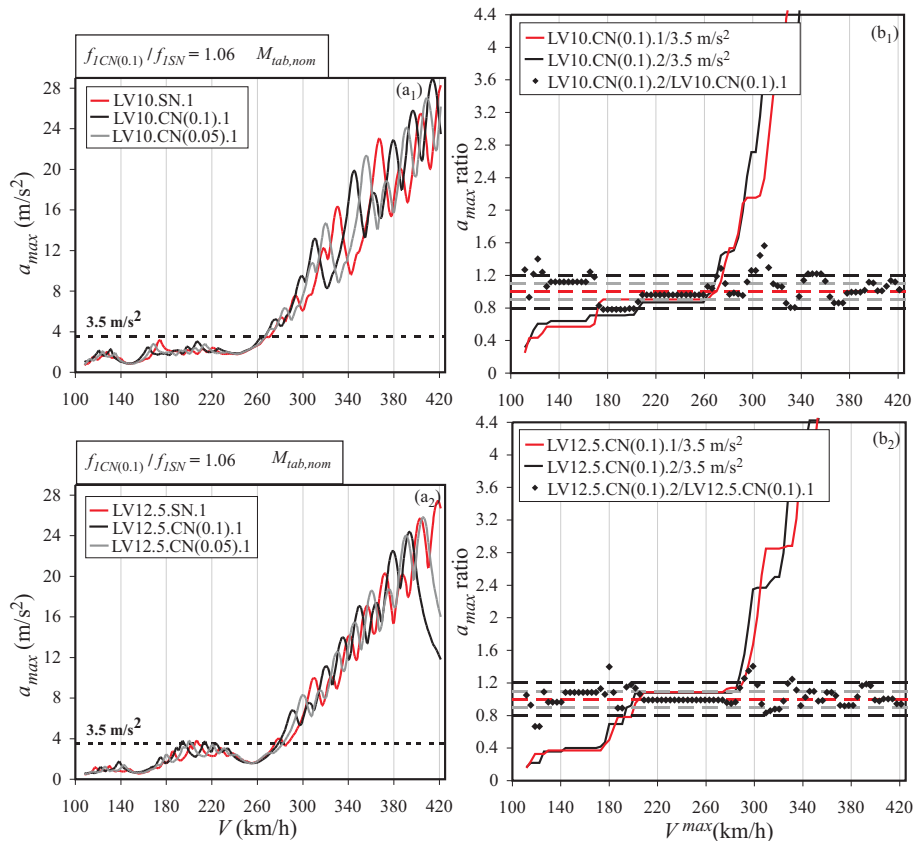


Figura 4.37. Aceleraciones máximas en los puentes de vigas de luces $L=10$ m y $L=12.5$ m, masa $M_{tab,nom}$ y considerando diferentes valores de rigidez del apoyo elástico

Las mayores diferencias observadas en los resultados, debidas a la reducción de las frecuencias naturales con la flexibilidad del apoyo y a las variaciones de amplitud de las resonancias, quedan cuantificadas en las figuras 4.37(b₁) y (b₂), mediante diferentes ratios de aceleración que comparan los resultados obtenidos con la rigidez mayor ($\kappa_{dir}=0$), frente a la menor rigidez del neopreno ($\kappa_{dir}=0.1$). Según puede apreciarse, la máxima aceleración obtenida incluyendo los apoyos elásticos puede llegar a ser más de un 20% superior a la obtenida al despreciar estos elementos, para velocidades máximas de circulación en las que se registran aceleraciones inadmisibles en el tablero. Las mayores diferencias suelen deberse a la variación de las frecuencias propias de los modelos numéricos

comparados, lo que da lugar a la aparición de ramas ascendentes en las envolventes que tienen lugar a velocidades menores en los casos con neoprenos. Para el resto de masas consideradas en los tableros de 10 m y 12.5 m de luz, $M_{tab,inf}$ y $M_{tab,sup}$, las diferencias en resultados al comparar los modelos que no incluyen los neoprenos frente a los que sí, son análogos a los mostrados en la figura 4.37(b₁) y (b₂). También cabe señalar que la introducción del conjunto de formas modales de frecuencia inferior a 30 Hz no altera de manera significativa las diferencias registradas, al tener poca influencia en el cálculo dinámico de la respuesta de los tableros de luces entre 10 m y 12.5 m (figuras II.19-II.24 del Anexo II).

Si se realiza esta misma comparativa en los tableros de luces mayores se obtienen resultados muy similares a los ya mencionados. En la figura 4.38 se muestran las aceleraciones correspondientes a las luces de 15 m y 17.5 m, calculadas en este caso también incluyendo únicamente la contribución de la primera forma modal del tablero. Destaca la importante diferencia en resultados registrada en el tablero de 17.5 m (figura 4.38(b₂)) a velocidades por encima de 380 km/h, debido a la aparición de un fuerte pico de aceleración provocado por una primera resonancia del primer modo de flexión longitudinal; un máximo que no llega a producirse en el modelo sin neoprenos dentro del rango de velocidades de interés. La introducción del conjunto de formas modales de frecuencia inferior a 30 Hz en el cálculo dinámico o la consideración de otras masas en los tableros ($M_{tab,inf}$ y $M_{tab,sup}$), dan lugar a diferencias en resultados similares a las mostradas en las figuras 4.38(b).

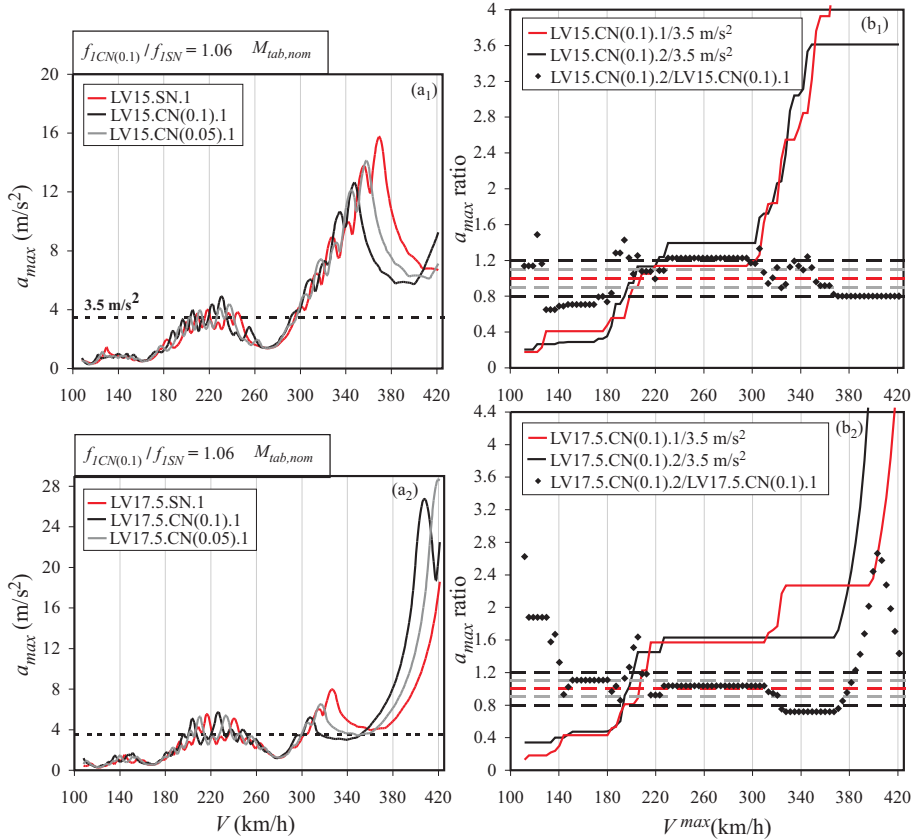


Figura 4.38. Aceleraciones máximas en los puentes de vigas de luces $L=15$ m y $L=17.5$ m, masa $M_{tab,nom}$ y considerando diferentes valores de rigidez del apoyo elástico

Por último, en las luces de tableros comprendidas entre 20 m y 25 m, las diferencias en los resultados se mantienen similares a las observadas anteriormente, reduciéndose significativamente en este caso en el tablero de 25 m de luz. Ello puede observarse en la figura 4.39, en la que se han representado los resultados de aceleración máxima obtenidos incluyendo únicamente la primera forma modal del tablero en la simulación dinámica y considerando la masa $M_{tab,nom}$. Al igual que en los casos anteriores, la introducción del conjunto de formas modales en el cálculo o el empleo de otras masas de tablero, no altera de forma significativa las diferencias registradas en los gráficos 4.39(b).

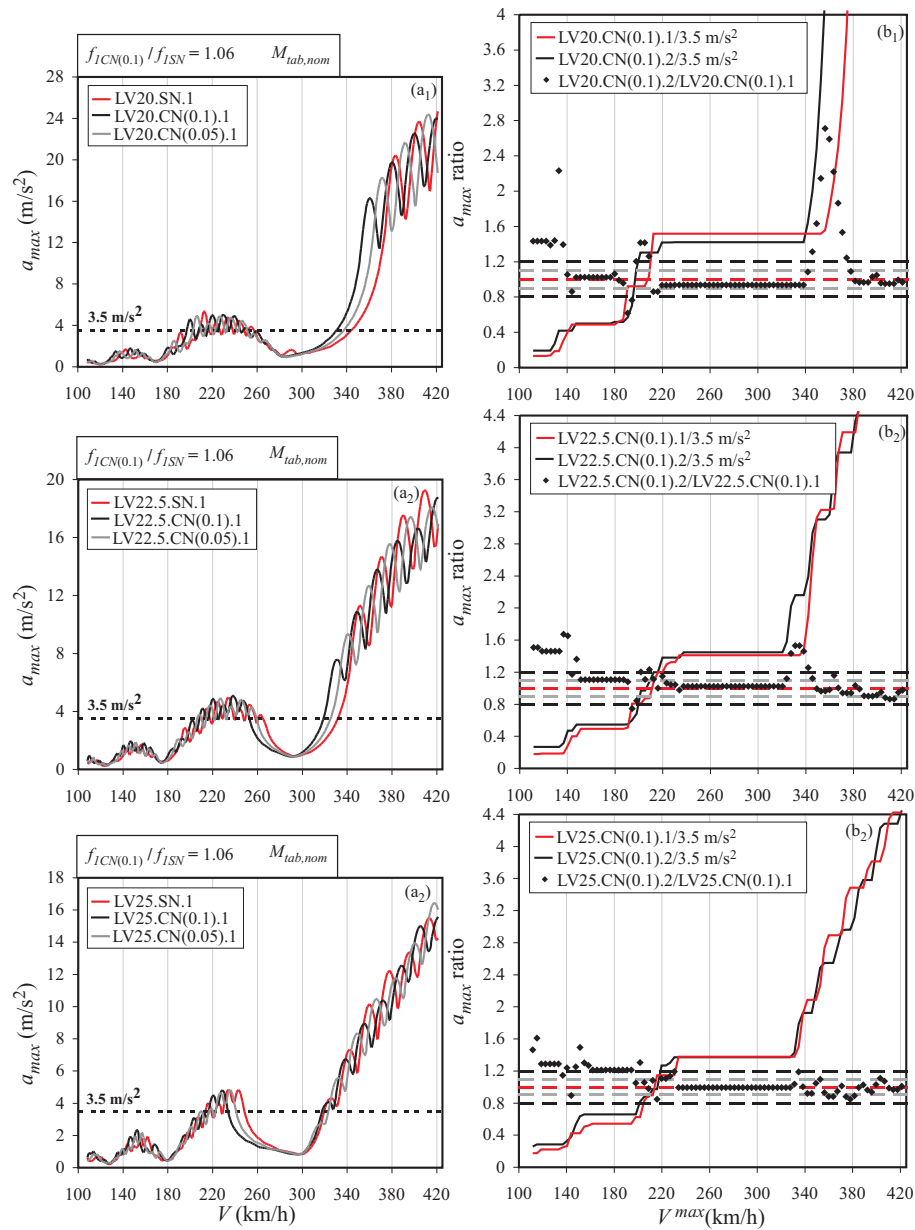


Figura 4.39. Aceleraciones máximas en los puentes de vigas en el rango de luces entre $L=20$ m y $L=25$ m, masa $M_{tab,nom}$ y considerando diferentes valores de rigidez del apoyo elástico

Las variaciones de amplitud de las resonancias en función de la rigidez del apoyo pueden apreciarse con mayor claridad en la figura 4.40, en la que se han representado las envolventes de aceleraciones máximas obtenidas incluyendo únicamente la contribución del primer modo de vibración, en función de V/f_i , para los tableros de 10 m y 12.5 m de luz. Al igual que en la sección anterior, las líneas verticales de trazo discontinuo delimitan cambios de tendencia en la evolución de las amplitudes de resonancia: Las líneas en color rojo se corresponden con las cancelaciones de la viga simplemente apoyada; las negras, son los máximos en vibración libre. Puede comprobarse cómo las amplitudes de las resonancias se ajustan en gran medida a la tendencia expresada en las ecuaciones (3.68) a (3.71): las resonancias del primer modo de vibración con una relación V/f_i (o d/j) superior a la correspondiente a la de la primera cancelación de la viga simplemente apoyada, alcanzan una amplitud mayor cuando son calculados sin incluir la rigidez vertical de los apoyos elásticos en el modelo numérico. Por el contrario, las resonancias con valores V/f_i comprendidos entre los correspondientes al segundo máximo de las vibraciones libres y la primera cancelación de la viga biapoyada, alcanzan mayores amplitudes si se incluyen los apoyos elásticos en el modelo numérico. Conforme se va reduciendo el valor de la relación V/f_i , se van alternando sucesivamente las dos situaciones anteriores.

Tal y como puede observarse en la figura 4.40, en estos tableros el modelo numérico sin neoprenos proporciona una predicción más conservadora de los máximos de aceleración de amplitud superior o próxima al valor límite de 3.5 m/s^2 . Teniendo en cuenta que las distancias características de las composiciones HSLM-A están comprendidas entre 18 y 27 m, cualquier máximo de aceleración debido a una segunda resonancia del modo de flexión provocada por estos trenes, alcanzará amplitudes mayores si no se incluyen los apoyos elásticos en el modelo numérico. Esta afirmación se comprueba fácilmente calculando la relación d/j en estas composiciones. La menor de ellas, correspondiente al tren HSLM-A1, es de $18/2 = 9 \text{ m}$, superando los valores de 6.67 m y de 8.83 m, correspondientes a la primera cancelación en las luces de 10 y 12.5 m. En consecuencia, el cálculo dinámico es más conservador en estos tableros si se prescinde de los apoyos elásticos en el modelo numérico. Las figuras 4.40(b₁) y (b₂) muestran que para relaciones V/f_i por encima de las correspondientes a la

primera cancelación las aceleraciones obtenidas sin considerar la rigidez vertical de los apoyos elásticos pueden llegar a superar en un 20% a las que se predicen incluyendo estos elementos de apoyo en el modelo numérico. Para las masas de tablero $M_{tab,inf}$ y $M_{tab,sup}$ se obtienen conclusiones similares a las mencionadas.

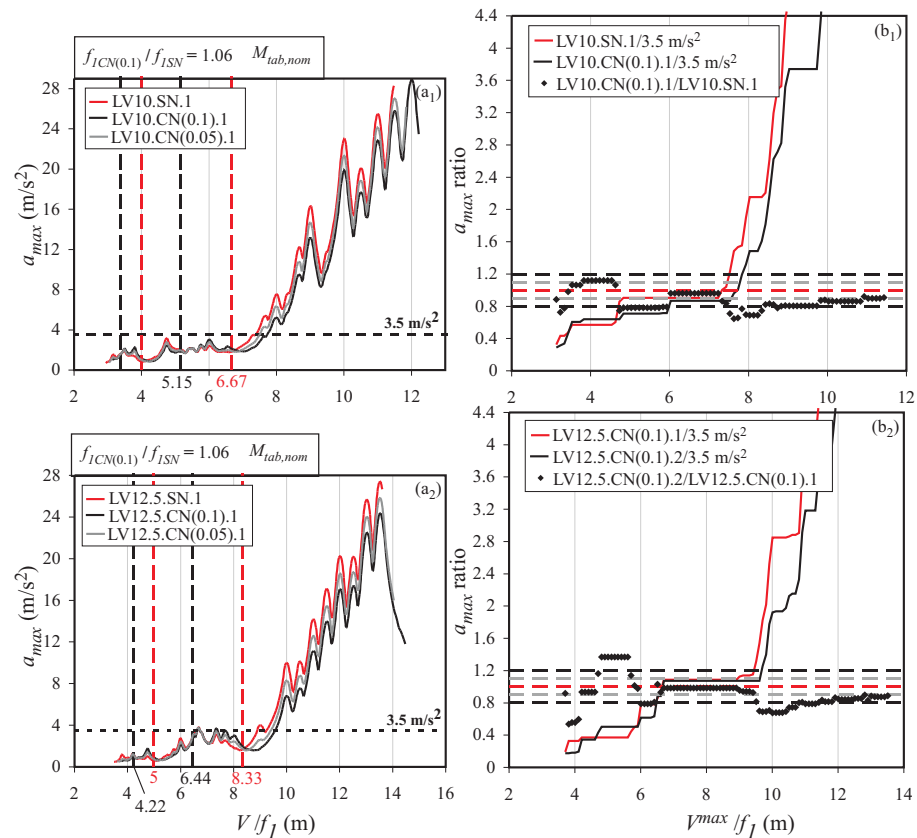


Figura 4.40. Aceleraciones máximas en los puentes de vigas de luces $L=10$ m y $L=12.5$ m, masa $M_{tab,nom}$ y considerando diferentes valores de rigidez del apoyo elástico

En el resto de luces analizadas los resultados dinámicos en términos de aceleraciones verticales máximas verifican la validez de las expresiones (3.68)-(3.71). En estos tableros no resulta posible afirmar de una manera rigurosa que no resulta conservador incluir los apoyos de neopreno en el modelo numérico, ya que aparecen resonancias de amplitud superior a 3.5 m/s^2 para relaciones V/f_1 inferiores a la primera cancelación,

principalmente en el rango comprendido entre la primera cancelación y el segundo máximo de las oscilaciones libres. En este intervalo los máximos de aceleración alcanzan una mayor amplitud incluyendo el apoyo elástico. Ello puede observarse en las figuras 4.41(a₁) y (a₂), en las que se han representado los resultados en los tableros de 15 m y 17.5 m de luz, y para un valor de masa $M_{tab,nom}$. En las figuras 4.41(b₁) y (b₂) puede apreciarse que las diferencias en los resultados pueden ser superiores al 20% para relaciones V/f_1 por encima de la correspondiente a la primera cancelación, siendo más conservador en estos casos prescindir de los apoyos elásticos.

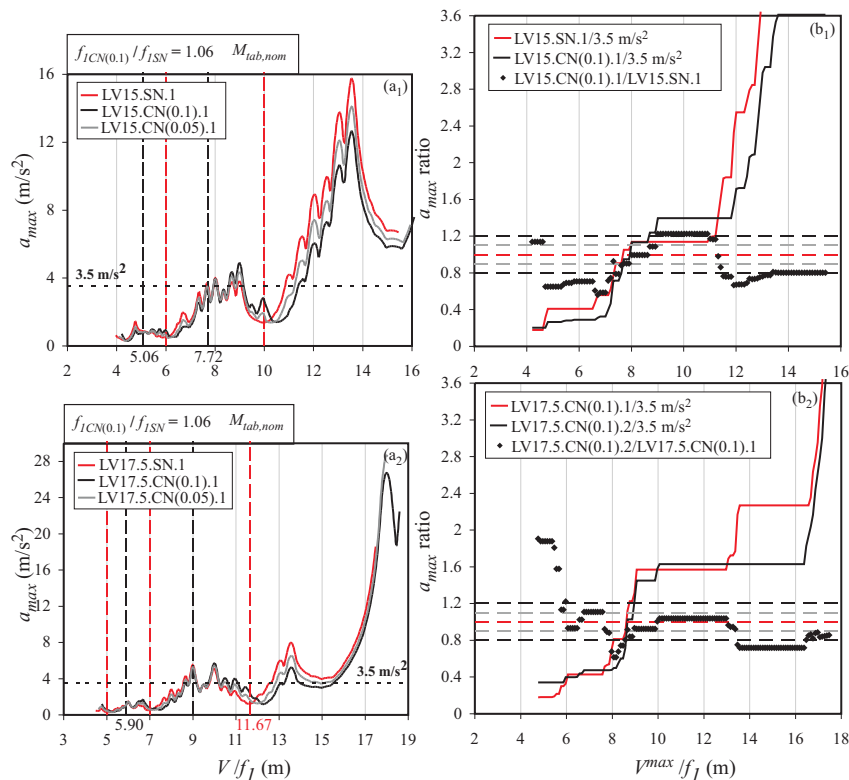


Figura 4.41. Aceleraciones máximas en los puentes de vigas de luces $L=15$ m y $L=17.5$ m, masa $M_{tab,nom}$ y considerando diferentes valores de rigidez del apoyo elástico

Las diferencias en resultados son menores en los máximos de aceleración comprendidos entre la primera cancelación y el segundo máximo de las oscilaciones libres; unos valores que se predicen de forma más

conservadora introduciendo la rigidez vertical del neopreno en el modelo numérico, pero que dan lugar a diferencias en resultados que no superan el 20%.

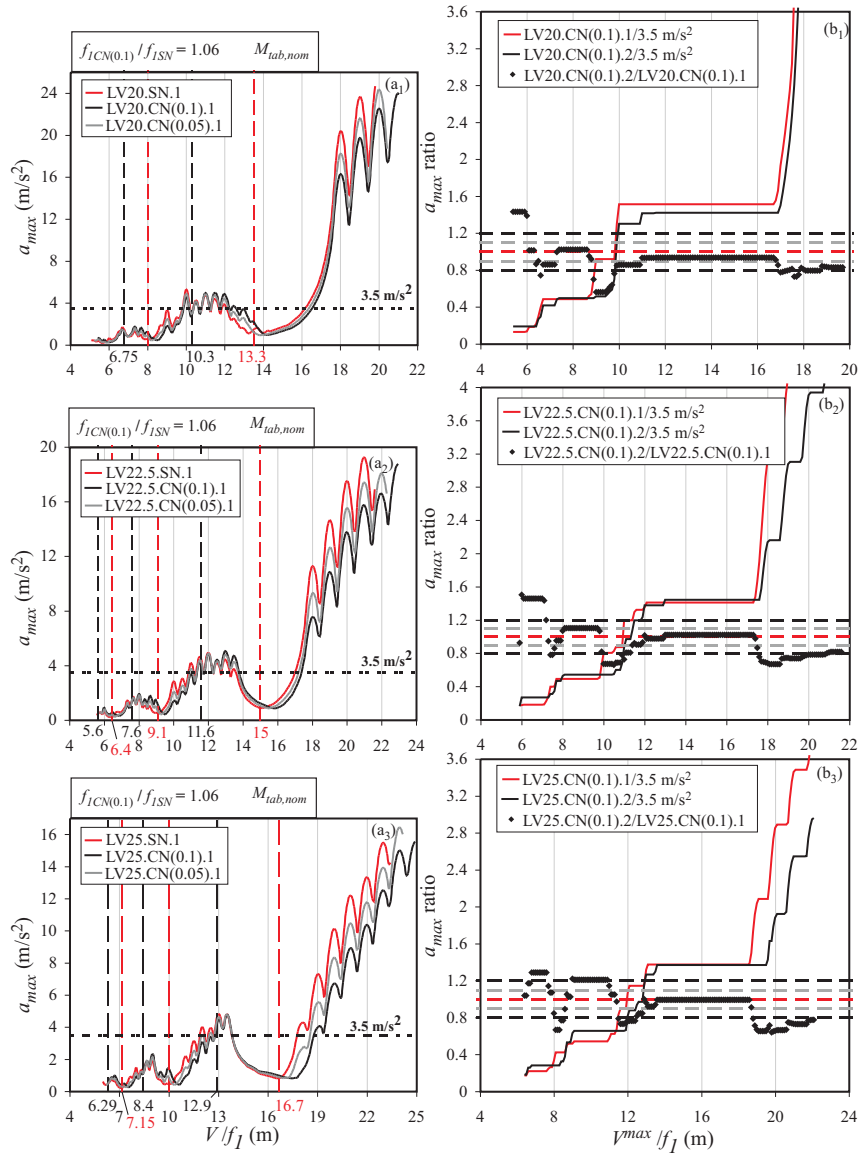


Figura 4.42. Aceleraciones máximas en los puentes de vigas de luces entre $L=20$ m y $L=25$ m, masa $M_{tab,nom}$ y para diferentes valores de rigidez del apoyo elástico

Por último, en la figura 4.42 se muestran los resultados correspondientes a los tableros de luces comprendidas entre 20 m y 25 m, y masa $M_{tab,nom}$. Nuevamente se confirma la validez de las expresiones (3.68)-(3.71). Además de ello puede observarse que, pese a que se registran picos de amplitud significativa entre la primera cancelación y el segundo máximo de oscilaciones libres (los cuales se predicen de forma más conservadora incluyendo la flexibilidad del apoyo), las diferencias de amplitud obtenidas incluyendo estos elementos o prescindiendo de ellos en esta región, son poco significativas. En las figuras 4.42(b₁), (b₂) y (b₃) se aprecia cómo en el rango comprendido entre la primera cancelación y el segundo máximo las diferencias en resultados entre los modelos son inferiores a un 10%.

Del análisis de los resultados anteriores puede concluirse que, en los puentes de vigas analizados, es posible despreciar la flexibilidad del apoyo elástico para el cálculo de las aceleraciones máximas sin obtener resultados del lado de la inseguridad. Los argumentos en los que se basa esta afirmación se detallan a continuación, clasificados en función de la luz del puente.

En los puentes de vigas de luces cortas ($L=10$ m, $L=12.5$ m), las razones que justifican esta conclusión son análogas a las mencionadas para los tableros macizos en la sección 4.6.4.1.

Para los tableros de luces comprendidas entre 15 m y 25 m, los argumentos son los siguientes:

- ✓ A velocidades superiores a la correspondiente a la primera cancelación ($V > 0.666 \cdot L \cdot f$), las de resonancias de mayor amplitud registradas en las envolventes de aceleración máxima se deben principalmente a resonancias del modo de flexión longitudinal; un hecho que puede verificarse de la observación de los resultados mostrados en el apartado II.3 del Anexo II. Tal y como ha sido comprobado, estos máximos de aceleración se predicen de forma más conservadora despreciando los apoyos elásticos en el modelo numérico.
- ✓ En estos tableros también se registran máximos de aceleración de amplitud inadmisibles en el intervalo comprendido entre la primera cancelación y el segundo máximo de las oscilaciones

libres, y se deben principalmente tanto a resonancias del primer modo de flexión como del primero de torsión; siendo la amplitud de las resonancias del modo de flexión igual o superior a las del modo de torsión (apartado II.3 del Anexo II). En esta zona la amplitud de las resonancias se hace mayor incluyendo los apoyos elásticos. Sin embargo, ha podido observarse en las figuras 4.41(b) 4.42(b) que la mayor diferencia en resultados no excede el 20% considerando el neopreno más blando, $\kappa_{din}=0.1$; un valor considerado como un límite superior de flexibilidad del apoyo que no es previsible que llegue a alcanzarse en la práctica. Por tanto, en situaciones reales estas diferencias pueden ser inferiores.

- ✓ Teniendo en cuenta que la máxima reducción de las frecuencias naturales de la estructura con la flexibilidad del apoyo se sitúa en un 6%, los posibles nuevos máximos de aceleración que aparecerían en el rango de velocidades de interés en un modelo con neoprenos, y que no registraría el modelo sin neoprenos, quedan cubiertos por el margen de seguridad que establece la normativa; consistente en el incremento de la velocidad de cálculo en un 20% respecto de la velocidad de proyecto de la línea.

Por último, cabe señalar que las expresiones (3.65) a (3.68) deducidas en el Capítulo 3 resultan útiles para predecir en qué sentido evoluciona la amplitud de las resonancias debidas al primer modo de flexión longitudinal con la flexibilidad del apoyo.

4.7. VALIDACIÓN DE LOS MODELOS NUMÉRICOS DE PLACA ORTÓTropa EMPLEADOS EN EL ESTUDIO

Todos los resultados presentados en este capítulo han sido obtenidos empleando modelos numéricos basados en la teoría de la placa ortótropa, cuyas principales limitaciones han sido señaladas en el apartado 4.3.5.

El modelo de placa ortótropa descrito en 4.3.2 se ha utilizado en una primera instancia para establecer un rango de variación realista de la rigidez vertical de los apoyos elásticos de los puentes convencionales, a partir de la calibración del modelo numérico empleando datos extraídos

de las Pruebas de Carga de varios puentes reales; un procedimiento descrito en el Anexo I. Adicionalmente, ha permitido el análisis dinámico del conjunto de losas macizas y puentes de vigas dimensionados; estos últimos, con un número de vigas longitudinales comprendido entre 5 y 6. El reparto uniforme de la rigidez vertical de los apoyos elásticos admitido por este modelo numérico, sumado a la distribución continua y uniforme de las rigideces a flexión y torsión del tablero, podría comprometer la adecuación del modelo de placa ortótropa al comportamiento real de los puentes de vigas (principalmente cuanto menor sea el número de vigas longitudinales). Con el objeto de verificar si (i) el modelo numérico de placa ortótropa es válido para la calibración de las propiedades mecánicas de los puentes de vigas y la determinación de la rigidez vertical de los apoyos; y si (ii) las simplificaciones inherentes al modelo de placa ortótropa propuesto no dan lugar a conclusiones del lado de la inseguridad en la verificación de los Estados Límite de Servicio (ELS); se ha implementado un nuevo modelo numérico de EF compuesto por una placa isótropa conectada a elementos viga discretos, con el que se llevarán a cabo una serie de análisis estáticos y dinámicos sobre algunos de los puentes de vigas definidos en la tabla 4.9. Los resultados obtenidos se compararán con los estimados mediante el modelo de placa ortótropa, lo que permitirá verificar la validez de este último tanto en lo referente al cálculo dinámico como a la calibración. Esta comparativa propuesta se detalla en el apartado 4.7.1.

En cuanto al empleo del modelo de placa ortótropa descrito en 4.3.3 para el análisis dinámico de los tableros de tipología aligerada, las simplificaciones adoptadas para el cálculo de las constantes de ortotropía D_{xy} y D_{yx} , así como la no introducción de la deformación debida al cortante en la sección transversal, podría tener una influencia en la respuesta dinámica que no resulta fácil de evaluar a priori. Con el objeto de verificar que las conclusiones derivadas del estudio de los tableros aligerados no quedan invalidadas por las simplificaciones del modelo de placa ortótropa, se ha implementado un nuevo modelo numérico de EF para estos tableros, constituido por elementos sólidos. El excesivo coste computacional del mismo debido a su elevado número de grados de libertad, ha llevado a realizar una comparativa entre este modelo y el de placa ortótropa en términos de las frecuencias propias estimadas con cada

uno de ellos. En concreto, se compararán las frecuencias de los dos primeros modos de vibración (flexión longitudinal y torsión), al ser las formas modales que pueden contribuir de manera más significativa en el comportamiento dinámico de los tableros, tal y como se ha justificado en la sección 4.6.3. La descripción del modelo de EF sólidos y las comparativas realizadas entre modelos se detallan en el apartado 4.7.1.1.

4.7.1. VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DE PLACA ORTÓTropa PARA EL ANÁLISIS DE Puentes DE VIGAS

4.7.1.1. MODELO DE PLACA ISÓTropa SOBRE VIGAS

Con el objeto de evaluar el grado de adecuación del modelo de placa ortótropa en lo relativo al cálculo dinámico y calibración de los puentes de vigas, se ha implementado el modelo numérico que se muestra en la figura 4.43; en el que las vigas pretensadas con los apoyos de neopreno correspondientes se incluyen de forma discreta en el modelo numérico.

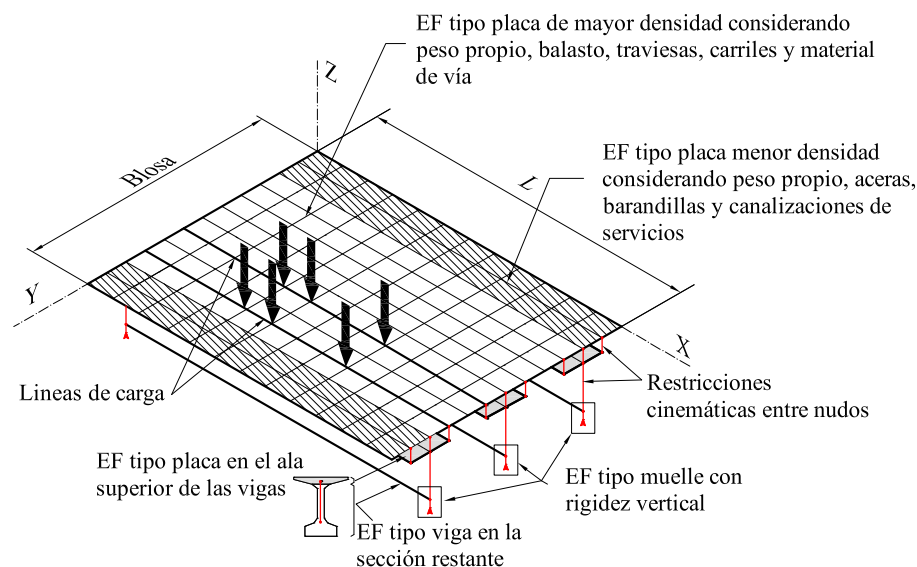


Figura 4.43. Modelo de placa isótropa sobre vigas

A continuación se resumen las características principales de este modelo:

- ✓ La losa superior del tablero se ha modelizado mediante EF tipo placa delgada de comportamiento isótropo (elemento SHELL 63

de ANSYS). En este modelo se han definido también franjas longitudinales de elementos de diferente densidad, con el objeto de concentrar el peso propio de balasto, carriles, traviesas y otros elementos de la plataforma de vía en la parte central del modelo, tal y como se indica en la figura 4.43.

- ✓ El comportamiento de las vigas longitudinales del tablero se ha simulado combinando dos tipos de elementos: para el ala superior de la viga, en contacto con la parte inferior de la losa, se ha empleado EF tipo placa de espesor variable (elemento SHELL 63 de ANSYS); mientras que la sección transversal restante de la viga se ha incluido en el modelo mediante EF tipo viga (elemento BEAM 44 de ANSYS), situados por debajo de la losa a una distancia en Z igual a la separación entre el plano neutro de la losa y el centroide de la porción de viga restante tras excluir el ala superior. La conexión entre estos dos tipos de elementos y la losa se efectúa introduciendo restricciones cinemáticas que igualan los desplazamientos y giros de los nudos de los elementos de la viga a los experimentados por los nudos de la losa situados directamente encima de ellos, tal y como se muestra en la figura 4.43 en trazos rojos.
- ✓ La rigidez vertical del neopreno se introduce en el modelo mediante muelles unidireccionales, que unen los nudos extremos de las vigas del tablero con la referencia fija, tal y como se ha señalado en la figura 4.43. En el caso de prescindir del efecto del apoyo elástico, estos nudos extremos de las vigas se vinculan en dirección Z a la referencia fija.
- ✓ El paso de los convoyes ferroviarios sobre el tablero se simula empleando un modelo de cargas puntuales, al igual que en los modelos numéricos descritos en el apartado 4.3.
- ✓ Las ecuaciones dinámicas resultantes de esta discretización del tablero del puente se resuelven también transformándolas a espacio modal e integrando numéricamente en el dominio del tiempo mediante el algoritmo de Newmark- β de aceleración lineal.

4.7.1.2. COMPROBACIONES REALIZADAS

Para la validación del modelo numérico de placa ortótropa se han llevado a cabo una serie de análisis estáticos y dinámicos sobre algunos de los puentes de vigas dimensionados, empleando el modelo numérico descrito en el apartado anterior. En concreto, se han seleccionado los tableros LV10, LV15, LV20 y LV25 (descritos en las tablas 4.3 y 4.9), considerando en todos ellos la masa nominal $M_{tab,nom}$ y tomando dos valores diferentes de la rigidez vertical de los apoyos elásticos: $\kappa_{din}=0$ y $\kappa_{din}=0.05$. Se ha obviado el valor $\kappa_{din}=0.1$ al considerarse un límite superior de la flexibilidad del apoyo que no se prevé que llegue a alcanzarse en situaciones reales.

En los análisis estáticos se ha ubicado un tren de cargas sobre cada una de las vías del tablero en la posición que genera una sollicitación máxima sobre la estructura, de forma análoga al procedimiento seguido en las pruebas de carga de los puentes de ferrocarril reales. En esta posición de las cargas se han calculado las flechas en centro de vano y en estribos, empleando tanto el modelo numérico de placa ortótropa como el de placa isótropa sobre vigas, y comparando los resultados obtenidos. Teniendo en cuenta que algunas de las calibraciones mostradas en el Anexo I se corresponden con tableros esviados y con el objeto de validar los resultados presentados en el mismo, se ha considerado conveniente calcular también los puentes mencionados (LV10, LV15, LV20 y LV25) en una configuración esviada, suponiendo un ángulo máximo de esviaje de 45°.

Para las comprobaciones dinámicas se ha determinado la envolvente de aceleración máxima en los tableros ante la circulación de las 10 composiciones ferroviarias del modelo HSLM-A, en el rango de velocidades comprendido entre 30 m/s (108 km/h) y 117 m/s (421 km/h) y empleando el modelo numérico de placa isótropa sobre vigas. Los resultados obtenidos se han comparado con los estimados mediante el modelo numérico de placa ortótropa; los resultados de la comparativa se muestran en el apartado 4.7.1.4.

4.7.1.3. RESULTADOS ESTÁTICOS

En la figura 4.44 se muestra el esquema de la ubicación de las cargas empleado para reproducir una prueba de carga estática sobre el tablero de 10 m de luz (LV10); considerando tanto una configuración recta del tablero, como esviada (ángulo de esviaje de 45°). Como tren de cargas se ha empleado la locomotora modelo 319, constituida por dos bogies de tres ejes cada uno y 105 t de peso total (en el esquema mostrado, únicamente uno de los bogies de la locomotora se sitúa dentro del tablero).

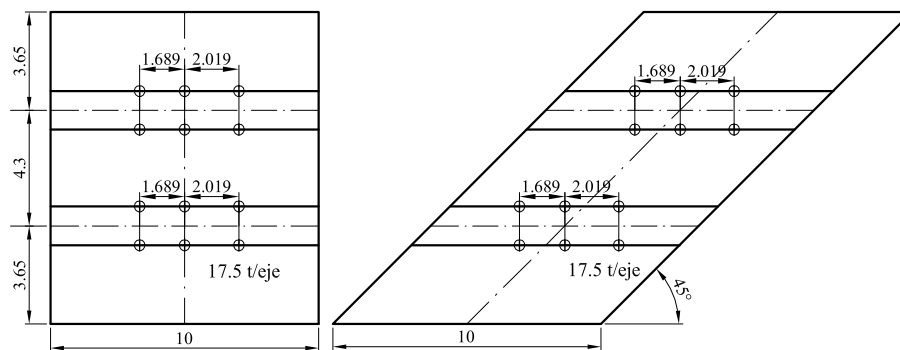


Figura 4.44. Ubicación de la locomotora en el ensayo estático sobre el puente LV10. Unidades (m)

Con la disposición de cargas indicada en la figura anterior se ha determinado la deformada transversal en centro de vano y en el estribo derecho del tablero según el esquema de cargas mostrado; empleando tanto el modelo de placa ortótropa como el de placa isótropa sobre vigas, y para un valor de la rigidez del apoyo elástico de $\kappa_{\text{din}}=0.05$, un valor que ante acciones estáticas se ha estimado en $\kappa=0.1$ según lo mencionado en el apartado 4.4.3.1¹⁶. En la figura 4.45 se han representado los valores de flecha obtenidos (en mm), frente a la anchura de tablero B . Los gráficos (a₁) y (b₁) muestran, respectivamente, los resultados en centro de vano y en el estribo, para la configuración de tablero sin esviaje. En los gráficos

¹⁶ Recuérdese que ante acciones dinámicas el apoyo elástico rigidiza, siendo habitual aproximar el valor de la rigidez dinámica como el doble de la estática.

(a2) y (b2) se han representado los resultados obtenidos en el tablero con 45° de esviaje.

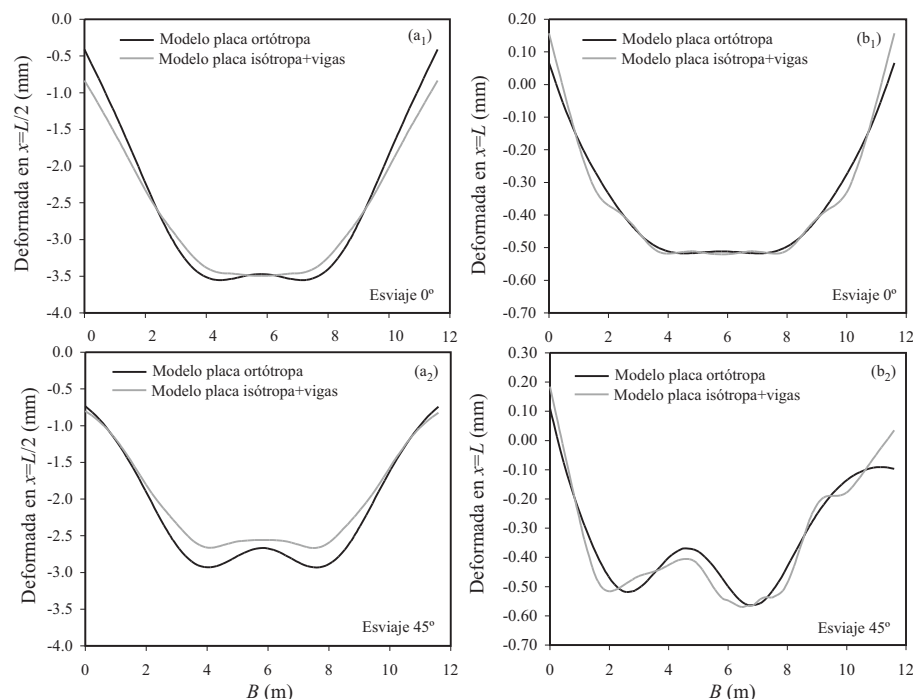


Figura 4.45. Flechas estáticas en centro de vano y estribos para el tablero LV10, considerando apoyos elásticos de rigidez estática $\kappa=0.1$ ($\kappa_{din}=0.05$)

Para cuantificar las diferencias entre las curvas mostradas anteriormente se ha calculado el error cuadrático medio entre los resultados obtenidos con los dos modelos comparados, entendido como

$$ECM = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N (w_{lo}(x_i, y_i) - w_{lv}(x_i, y_i))^2}; \quad (4.22)$$

donde $w_{lo}(x_i, y_i)$ y $w_{lv}(x_i, y_i)$ son, respectivamente, las flechas registradas con los modelos de placa ortótropa y placa isotropa sobre vigas, en el mismo punto de tablero; N es el número de resultados disponible. En el estribo, el error cuadrático medio entre modelos es de 0.0075 mm en el tablero sin esviaje (figura 4.45(b1)), y de 0.0137 mm en el tablero esviado (figura 4.45(b2)). Teniendo en cuenta que los valores de flechas en valor absoluto registradas en los tableros están dentro del rango [0.2 -0.5] mm en el estribo, la diferencia entre modelos resulta aceptable. Por tanto, en

este tablero analizado (constituido por seis vigas longitudinales), puede afirmarse que la distribución continua de la rigidez vertical del apoyo elástico que asume el modelo de placa ortótropa resulta una aproximación válida para la calibración de la rigidez vertical del neopreno.

En cuanto a los resultados en centro de vano (figuras 4.45(a₁) y (a₂)), el modelo de placa isótropa sobre vigas resulta ligeramente más rígido que su equivalente ortótropo ante acciones estáticas. En términos del error cuadrático medio, éste se ha estimado en 0.0484 mm en el puente recto, y en 0.0571 mm en el tablero con esviaje. Las diferencias observadas, aunque mayores que las registradas en los estribos, son reducidas si se comparan estos valores con las flechas registradas en centro de vano, las cuales varían entre -0.5 mm y -3.5 mm según el punto de medida. Por tanto, en este tablero puede considerarse que el modelo numérico de placa ortótropa resulta válido para la calibración estática.

Un análisis similar se ha llevado a cabo sobre el tablero de 15 m de luz (LV15), considerando $\kappa=0.1$ ($\kappa_{din}=0.05$) y dos configuraciones del tablero (recta y esviaje de 45°). El esquema de cargas considerado para el análisis estático se muestra en la figura 4.46. En este caso se ha empleado la locomotora modelo 319, de 17.5 t por eje, más un vagón tolva de 20 t por eje.

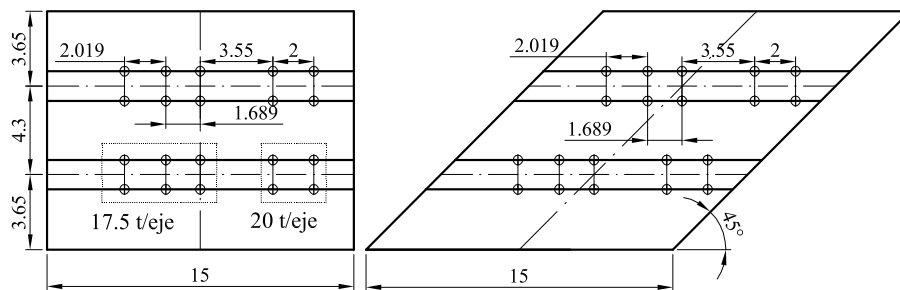


Figura 4.46. Ubicación de la locomotora en el ensayo estático sobre el puente LV15. Unidades (m)

Los resultados en términos de flechas en centro de vano y estribo derecho se muestran en la figura 4.47. Al igual que en el caso anterior, la observación de las flechas registradas en el estribo empleando los dos modelos numéricos diferentes, confirma nuevamente la validez de la aproximación introducida por el modelo de placa ortótropa en cuanto a la

distribución continua de la rigidez del apoyo elástico. Los errores cuadráticos medios en la configuración recta y esviada son, respectivamente 0.0077 mm y 0.0136 mm.

En centro de vano, las diferencias registradas entre modelos tanto en el caso recto como esviado son similares, comportándose de forma más rígida ante acciones estáticas el modelo de placa isotrópica sobre vigas. Este comportamiento puede justificarse si se tiene en cuenta que las líneas de carga del tablero suelen situarse por encima de alguna de las vigas longitudinales del tablero, una zona de mayor rigidez local en el modelo numérico de placa isotrópica más vigas. El error cuadrático medio en el caso sin esviaje es de 0.0815 mm, mientras que en el tablero esviado resulta algo inferior, ECM= 0.0534 mm. Puede concluirse que ambos modelos numéricos resultarían válidos para la calibración estática de estos tableros.

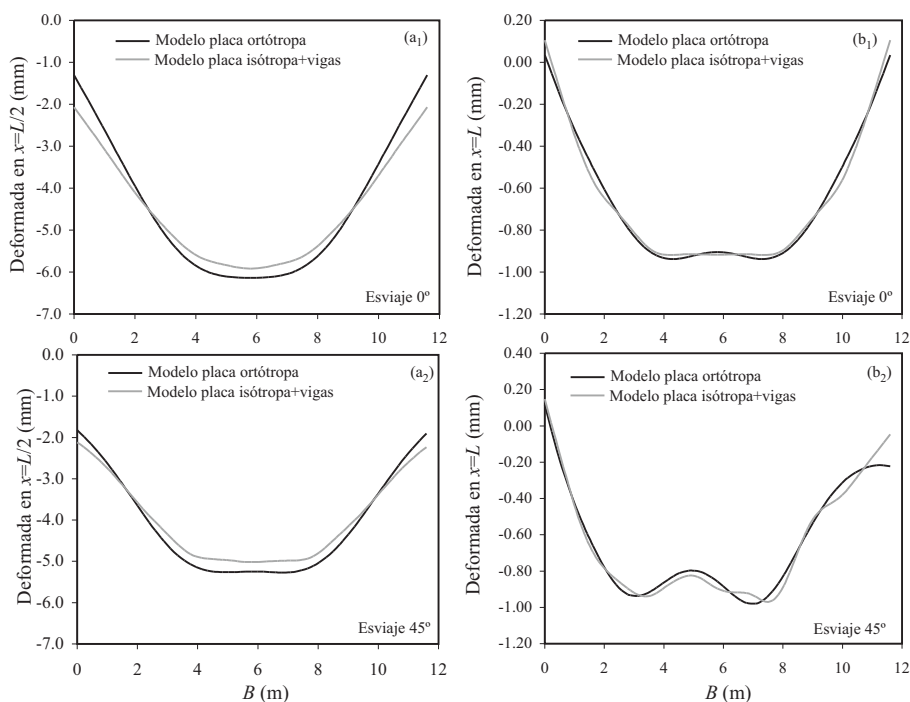


Figura 4.47. Flechas estáticas en centro de vano y estribos para el tablero LV15, considerando apoyos elásticos de rigidez estática $\kappa=0.1$ ($\kappa_{din}=0.05$)

En los tableros de 20 y 25 m de luz (LV20 y LV25) se ha realizado la misma comparativa estática entre modelos, considerando también una

rigidez vertical del apoyo de $\kappa=0.1$ ($\kappa_{din}=0.05$) y una configuración recta y esviada en cada uno de ellos. Como tren de cargas se ha empleado la combinación locomotora-vagón tolva mostrada en la figura 4.46, posicionándola en cada tablero de forma similar a la indicada en el esquema mencionado¹⁷. Tal y como puede consultarse en la tabla 4.3, los tableros de 20 y 25 m de luz constan ambos de 5 vigas en dirección longitudinal, frente a las 6 vigas de los puentes de 10 y 15 m. Las diferencias en los resultados obtenidos con cada uno de los modelos son algo superiores a las registradas en los casos anteriores, para las flechas en centro de vano. En los estribos, la equivalencia entre ambos resulta similar a la observada en los tableros de 10 m y 15 m. En la tabla 4.15 se resumen las diferencias registradas entre los modelos numéricos en cada uno de los puentes analizados, estimadas a través del error cuadrático medio.

Tablero	ECM centro vano (mm)		ECM estribo (mm)	
	Sin esviaje	Esviaje 45°	Sin esviaje	Esviaje 45°
LV10	0.04845	0.05751	0.00752	0.01368
LV15	0.08157	0.05347	0.00767	0.01269
LV20	0.12999	0.12229	0.01149	0.01803
LV25	0.15071	0.13861	0.00722	0.01398

Tabla 4.15. Diferencias entre modelos numéricos estimadas a partir del error cuadrático medio

Tras el análisis de los resultados anteriores, no se observan indicios de que las simplificaciones inherentes al modelo numérico de placa ortótropa puedan haber conducido a una predicción errónea del rango de variación realista de la rigidez vertical de los apoyos; al emplear este modelo en el proceso de calibración.

4.7.1.4. RESULTADOS DINÁMICOS

Una vez verificada la equivalencia entre los dos modelos numéricos en términos estáticos, se ha computado la envolvente de aceleración máxima en los tableros LV10, LV15, LV20 y LV25 y masa $M_{tab,nom}$, ante la

¹⁷ El tercer eje de la locomotora se sitúa, en cada vía, equidistante respecto de los bordes del tablero coincidentes con la posición de los estribos.

circulación de las 10 composiciones ferroviarias del modelo HSLM-A, y en el rango de velocidades de interés (108 km/h y 421 km/h).

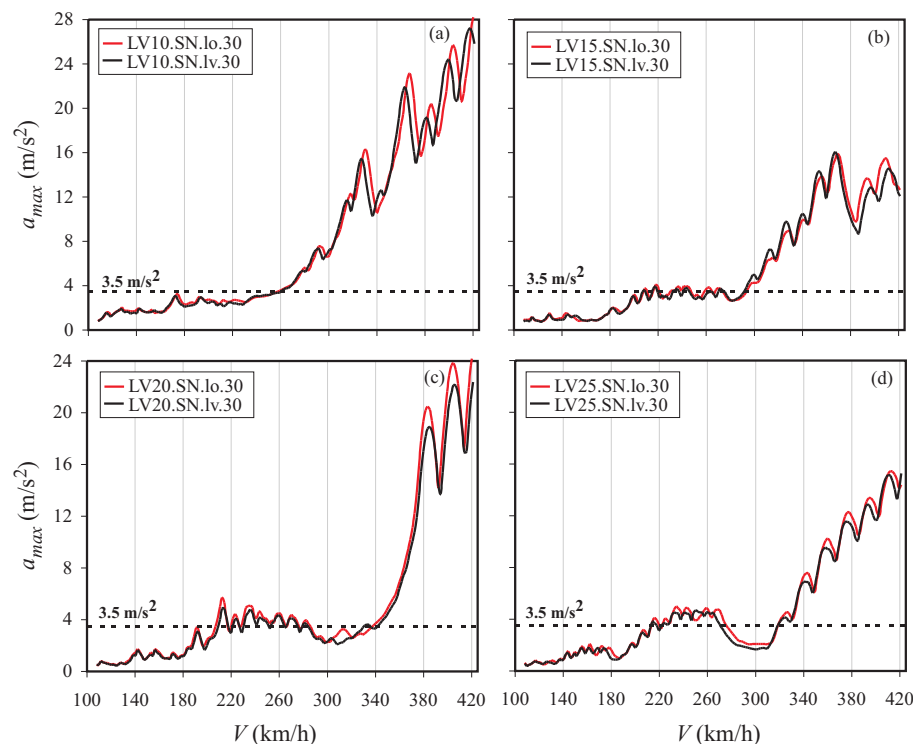


Figura 4.48. Envolventes de aceleración máxima de los puentes LV10, LV15, LV20 y LV25, masa $M_{tab,nom}$ y sin neoprenos; calculadas según el Eurocódigo y empleando dos modelos numéricos diferentes

En la figura 4.48 se muestran, para cada uno de los tableros mencionados, las envolventes de aceleración máxima estimadas con cada uno de los modelos numéricos comparados (placa ortótropa y placa isótropa más vigas). Los resultados presentados en esta figura se han computado incluyendo en el cálculo dinámico todas las contribuciones modales de frecuencia hasta 30 Hz, de acuerdo con la normativa vigente. Cada uno de los cuatro gráficos que componen la figura, (a), (b), (c) y (d), se corresponde con un valor de luz de los anteriormente mencionados. La leyenda que acompaña a cada uno de ellos sigue la nomenclatura empleada a lo largo de este capítulo, que indica (i) la tipología y luz de tablero (LV10, LV15...); (ii) el valor de la rigidez vertical de los neoprenos empleada en el cálculo, en este caso no se han incluido los apoyos (SN en

la leyenda); y (iii) el número de contribuciones modales consideradas en el cálculo, en estos análisis todas las de frecuencia inferior a 30 Hz (30 en la leyenda). Adicionalmente se han incluido las iniciales “lo” y “lv” en la designación, las cuales permiten identificar a qué modelo numérico corresponden las curvas representadas en cada gráfico. La curva en trazo rojo, identificada con las siglas “lo”, pertenece al modelo numérico de placa ortótropa; mientras que la curva en trazo negro, identificada con las siglas “lv”, se corresponde con el modelo numérico de placa isotrópica más vigas.

Los resultados de la figura 4.48 verifican, en primer lugar, la proximidad entre modelos en términos de la predicción de las frecuencias de vibración de los tableros. Puede apreciarse cómo en cada uno de los gráficos los picos de aceleración estimados con cada uno de los modelos tienen lugar a velocidades muy parecidas, indicando una similitud en las frecuencias de vibración. En cuanto a los valores máximos de la aceleración, se aprecia también una adecuada correlación entre modelos. El comportamiento más rígido observado en el modelo numérico de placa isotrópica más vigas ante acciones estáticas, se ha traducido en términos dinámicos en una amplitud de las resonancias ligeramente inferior a la que predice el modelo numérico de placa ortótropa en los tableros de luces de 10, 20 y 25 m. Entre ellos, las mayores diferencias en amplitud se han registrado en el tablero de 20 m (figura 4.48(c)), en donde el modelo de placa ortótropa puede dar lugar a predicciones de la aceleración de hasta un 16% superiores a las obtenidas con el modelo de placa isotrópica más vigas. En estos casos mencionados el modelo de placa ortótropa resulta ligeramente más conservador que el de placa isotrópica sobre vigas. Como excepción a esta afirmación puede citarse el tablero de 15 m, en el que se han registrado algunos máximos de aceleración que alcanzan una mayor amplitud si se emplea el modelo de placa isotrópica más vigas para su cálculo, mientras que otras de las resonancias que tienen lugar dentro del rango de velocidades de interés muestran una tendencia opuesta a la mencionada. Analizando las diferencias en resultados, éstas no superan el 10%, concluyéndose en este caso particular que ambos modelos numéricos resultan equivalentes.

Repetiendo el mismo cálculo incluyendo los apoyos elásticos en el modelo numérico, considerando una rigidez vertical $\kappa_{din}=0.05$, se obtienen

resultados muy similares a los anteriores, tal y como puede observarse en la figura 4.49.

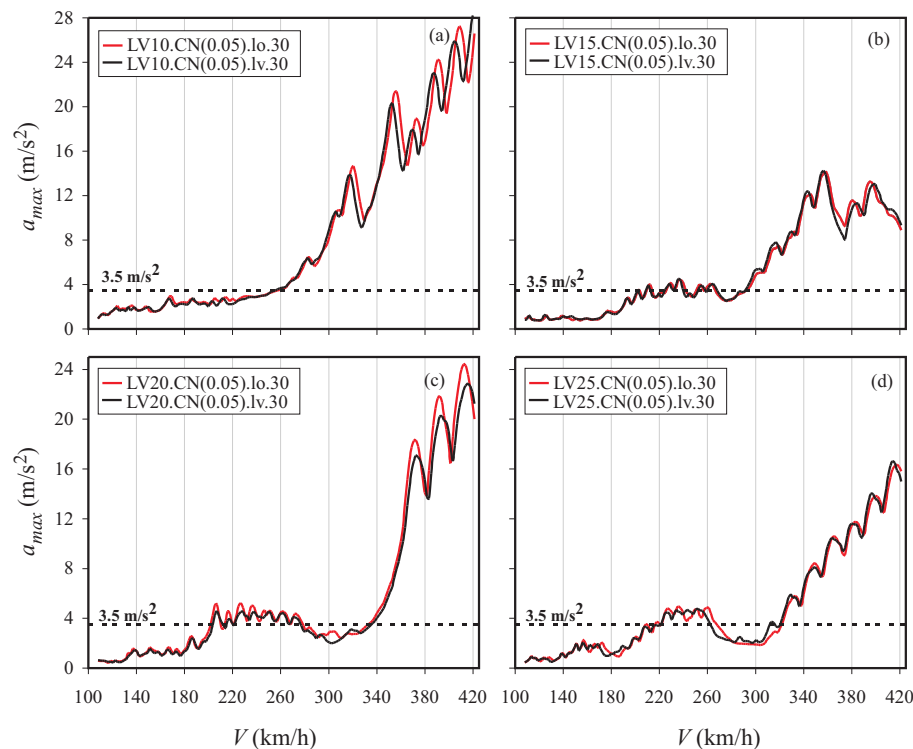


Figura 4.49. Envolturas de aceleración máxima de los puentes LV10, LV15, LV20 y LV25, masa $M_{tab,nom}$ y $\kappa_{din}=0.05$; calculadas según el Eurocódigo y empleando dos modelos numéricos diferentes

4.7.1.5. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos tras la comparativa en términos estáticos y dinámicos entre el modelo numérico de placa isotrópica sobre vigas y el de placa ortótropa, ponen de manifiesto lo siguiente:

- ✓ El modelo de placa ortótropa resulta adecuado para la estimación de la rigidez vertical de los apoyos elásticos a partir del procedimiento de calibración descrito en el Anexo I. Ha podido verificarse que existe una correlación aceptable entre ambos modelos, tanto en la simulación del comportamiento de puentes de vigas planos como esviados, ante acciones estáticas.

- ✓ La distribución continua de la rigidez vertical del apoyo elástico a lo largo de los estribos, admitida por el modelo numérico de placa ortótropa, no introduce errores significativos en el procedimiento de calibración, tal y como ha podido comprobarse. En términos dinámicos tampoco se observa que esta aproximación induzca imprecisiones del lado de la inseguridad en la estimación de la aceleración máxima del tablero. En la mayoría de casos analizados el modelo de placa ortótropa ha resultado más conservador en la predicción de la respuesta máxima en resonancia.
- ✓ Por último, debe tenerse presente que la comparativa entre modelos se ha realizado a partir de la simulación del comportamiento estático y dinámico de puentes de vigas de tipología realista; es decir, con unas características de rigidez y separación entre vigas longitudinales (y, en consecuencia, entre apoyos), análoga a la que puede encontrarse en un puente de vigas situado en una línea de ferrocarril convencional. Por tanto, las conclusiones anteriormente mencionadas se limitan a este tipo de tableros.

4.7.2. VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DE PLACA ORTÓTropa PARA EL ANÁLISIS DE LOSAS ALIGERADAS

4.7.2.1. MODELO DE EF SÓLIDOS

Con el objeto de cuantificar en qué sentido pueden verse alteradas las conclusiones derivadas del estudio de tableros aligerados debido a la asimilación de su comportamiento al de una placa ortótropa, se ha implementado un nuevo modelo numérico para los mismos empleando EF sólidos, que permitirá realizar una comparativa entre los resultados obtenidos en términos de frecuencias propias con cada una de las aproximaciones.

El modelo que se propone, implementado mediante el programa comercial de EF ANSYS, modeliza únicamente un cuarto de la sección central del tablero aligerado, excluyendo los voladizos. La geometría a modelizar se discretiza empleando EF tetraédricos (elemento 95 de ANSYS), de 20 nodos y 3 grados de libertad por nodo; asignando a los mismos las propiedades mecánicas del material del tablero a modelizar, y

un valor de densidad tal que la masa total del mismo sea equivalente a la de la sección central del tablero representado. Una imagen del modelo numérico se muestra en la figura 4.50, la cual se corresponde con el modelo del tablero LA17.5 (constituido por un total de 5 aligeramientos longitudinales).

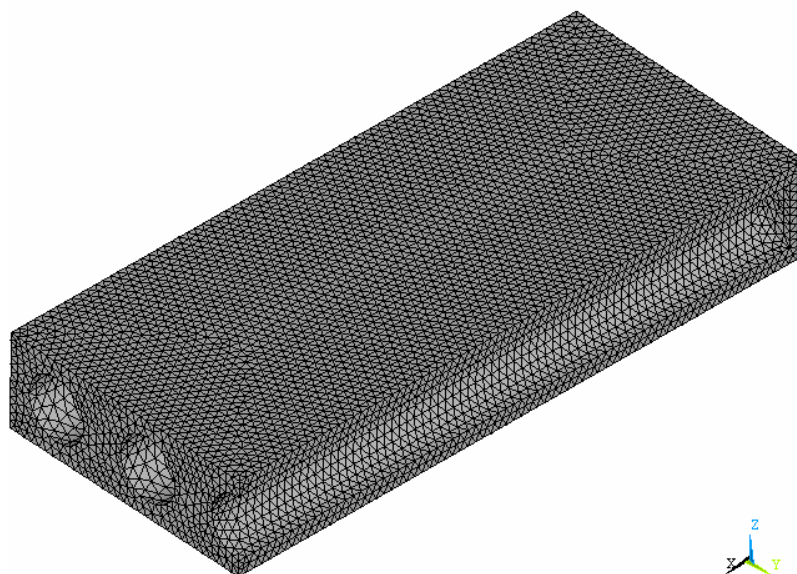


Figura 4.50. Modelo de EF sólidos de un cuarto de tablero aligerado (excluyendo los voladizos)

En cuanto a las condiciones de contorno, se han considerado bordes biapoyados del tablero, restringiendo el desplazamiento en dirección Z (según el sistema coordenado de la figura 4.50) de todos los nodos del modelo situados en el borde coincidente con la posición del estribo. Adicionalmente, en los nodos coincidentes con la posición de los planos de simetría longitudinal y transversal del tablero original, se imponen las restricciones cinemáticas necesarias para garantizar la analogía entre las formas modales de la porción de tablero modelizada y las de la losa completa. Así pues, para la determinación del primer modo de flexión longitudinal, se restringe el desplazamiento según el eje X de los nodos coincidentes con el plano de simetría transversal del tablero completo; y según el eje Y de los nodos situados sobre el plano de simetría longitudinal. Para el cálculo del primer modo de torsión, se restringe el

desplazamiento según el eje X de los nodos coincidentes con el plano de simetría transversal del tablero completo; y según los ejes X, Z de los nodos situados sobre el plano de simetría longitudinal. Las coacciones empleadas en la determinación del modo de torsión dan lugar a la aparición de un primer modo de sólido rígido de frecuencia nula, el cual podría eliminarse fijando en dirección Y alguno de los nodos de la malla. Sin embargo, en este trabajo se ha optado por emplear únicamente las condiciones de contorno mostradas en la figura 4.51, descartando esta primera forma modal de frecuencia cero, que es obtenida por ANSYS, y tomando la primera de valor distinto de cero como la frecuencia del primer modo de torsión.

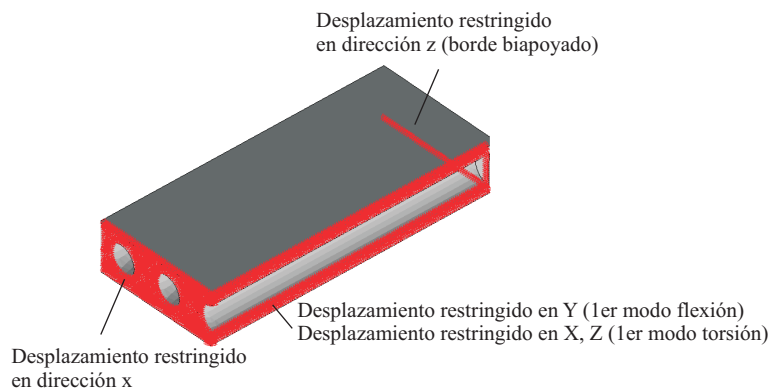


Figura 4.51. Condiciones de contorno del modelo sólido

4.7.2.2. COMPROBACIONES REALIZADAS

Empleando el modelo numérico sólido descrito en la sección anterior, se han determinado las frecuencias de los dos modos de vibración que contribuyen de forma más significativa en la respuesta dinámica de los tableros aligerados (primer modo de flexión longitudinal y primero de torsión). El cálculo se ha realizado sobre la porción central de los tableros LA15, LA17.5, LA20, LA22.5 y LA25, tomando las propiedades másicas correspondientes a considerar un espesor nominal de la capa de balasto ($h_{nom}=0.5$ m). La tabla 4.16 resume los datos de partida considerados en el cálculo (extraídos de la tabla 4.4).

		LA15	LA17.5	LA20	LA22.5	LA25
Losa	L (m)	15	17.5	20	22.5	25
	B_{ali} (m)	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5
	h_{losa} (m)	1.15	1.35	1.55	1.75	1.95
	$f_{ck, losa}$ (MPa)	35				
Aligeramientos	N_{ali}, d_{ali} (m)	6, 1.15	5, 1.30	5, 1.40	4, 1.60	4, 1.75
	ϕ_{ali} (m)	0.75	0.9	1.0	1.2	1.35
Masa	(kg)	332920	430830	530070	647133	737684

Tabla 4.16. Propiedades de los tableros aligerados excluyendo los voladizos

Los valores de luz L , anchura de la zona aligerada del tablero, B_{ali} , y número de aligeramientos, N_{ali} , se reducen a la mitad en el modelo numérico sólido; mientras que el valor de masa indicado en la tabla, queda dividido por cuatro.

Las frecuencias obtenidas con el modelo sólido (figura 4.50) se han comparado con las estimadas mediante el modelo numérico de placa ortótropa descrito en la sección 4.3.2, al que se le han asignado las propiedades mecánicas correspondientes a la porción aligerada de los tableros mencionados, e imponiendo como condición de contorno bordes de tablero biapoyados. Los valores de las constantes de ortotropía consideradas para cada uno de los tableros (extraídas de la tabla 4.10) se resumen a continuación:

		LA.15	LA.17.5	LA.20	LA.22.5	LA.25
Constantes de ortotropía	D_x (Nm)	$4.14976 \cdot 10^9$	$6.66347 \cdot 10^9$	$1.00772 \cdot 10^{10}$	$1.42420 \cdot 10^{10}$	$1.92741 \cdot 10^{10}$
	D_y (Nm)	$3.65770 \cdot 10^9$	$5.80435 \cdot 10^9$	$9.03458 \cdot 10^9$	$1.22951 \cdot 10^{10}$	$1.68342 \cdot 10^{10}$
	D_1 (Nm)	$7.31541 \cdot 10^8$	$1.16087 \cdot 10^9$	$1.80692 \cdot 10^9$	$2.45902 \cdot 10^9$	$3.36684 \cdot 10^9$
	D_2 (Nm)	$8.29951 \cdot 10^8$	$1.33270 \cdot 10^9$	$2.01543 \cdot 10^9$	$2.84840 \cdot 10^9$	$3.85483 \cdot 10^9$
	D_{xy} (Nm)	$2.37980 \cdot 10^9$	$3.71680 \cdot 10^9$	$5.46870 \cdot 10^9$	$7.48770 \cdot 10^9$	$9.47687 \cdot 10^9$
	D_{yx} (Nm)	$2.46485 \cdot 10^9$	$3.88518 \cdot 10^9$	$6.10233 \cdot 10^9$	$8.15309 \cdot 10^9$	$1.11254 \cdot 10^{10}$

Tabla 4.17. Constantes de ortotropía de los tableros aligerados

4.7.2.3. RESULTADOS DINÁMICOS

En la tabla 4.18 se muestran las dos primeras frecuencias de vibración de la porción central de los tableros aligerados, correspondientes al primer modo de flexión longitudinal y al primero de torsión, y calculadas empleando los dos modelos numéricos mencionados. Tal y como puede

apreciarse, los modelos de placa ortótropa y de EF sólidos predicen razonablemente la frecuencia del primer modo de flexión longitudinal, siendo la máxima diferencia entre ellos de un 2% en el tablero de 25 m de luz. Las diferencias entre ellos se hacen mayores en la estimación de la frecuencia del primer modo de torsión: el modelo de placa ortótropa exhibe un comportamiento más rígido a torsión que el modelo sólido, sobreestimando la frecuencia de esta forma modal. Este comportamiento del modelo de placa ortótropa se hace más acusado conforme se incrementa la luz del tablero, lo que conlleva también un incremento del canto de la losa y una reducción del número de aligeramientos longitudinales.

Las mayores diferencias en las frecuencias de torsión se han registrado en los tableros de luces comprendidas entre 20 m y 25 m y se corresponden con las casillas sombreadas de la tabla, siendo la variación máxima registrada de un 17%. Por debajo de las luces mencionadas, las diferencias observadas en las frecuencias de torsión resultan menos significativas.

Tablero	Forma modal	Modelo numérico		Diferencia (%)
		Placa ortótropa f (Hz)	E.F. sólidos f (Hz)	
LA15	1er modo flexión	8.150	8.005	1.81
	1er modo torsión	21.270	19.985	6.43
LA17.5	1er modo flexión	7.200	7.068	1.86
	1er modo torsión	21.287	19.624	8.48
LA20	1er modo flexión	6.513	6.408	1.64
	1er modo torsión	21.838	19.528	11.83
LA22.5	1er modo flexión	5.886	5.775	1.93
	1er modo torsión	21.498	18.893	13.79
LA25	1er modo flexión	5.473	5.365	2.01
	1er modo torsión	21.786	18.600	17.13

Tabla 4.18. Dos primeras frecuencias propias de los tableros aligerados, estimadas con los dos modelos numéricos comparados

Con el objeto de evaluar la influencia de esta sobreestimación de la frecuencia de torsión en la predicción de la aceleración máxima, en primer lugar se han ajustado las constantes de ortotropía D_{xy} y D_{yx} de los tableros LA20, LA22.5 y LA25, hasta lograr que las frecuencias de torsión estimadas con el modelo de placa ortótropa se asemejen a las que predice el modelo sólido. Por último, con los nuevos valores de constantes de

ortotropía obtenidos, se han recalculado las envolventes de aceleración máxima de los tableros, empleando en este caso el modelo de placa ortótropa implementado para el cálculo de los tableros aligerados (figura 4.8), y para el valor de masa de tablero $M_{tab,nom}$. A continuación se muestran los resultados obtenidos, los cuales ponen de manifiesto que la imprecisión en la estimación de la frecuencia de torsión que introduce el modelo de placa ortótropa, no tiene una influencia significativa en la predicción de la aceleración máxima del conjunto de tableros dimensionados.

La tabla 4.19 recoge las nuevas propiedades mecánicas de los tableros LA20, LA22.5 y LA25 tras el ajuste de las constantes de ortotropía D_{xy} y D_{yx} . Los valores mostrados son análogos a los presentados en la tabla 4.10, a excepción de las constantes D_{xy} y D_{yx} , obtenidas multiplicando los valores originales por un factor de ajuste comprendido entre 0.7 y 0.75, tal y como se indica en la tabla 4.19.

		LA20	LA22.5	LA25
Constantes de ortotropía	D_x (Nm)	$1.00772 \cdot 10^{10}$	$1.42420 \cdot 10^{10}$	$1.92741 \cdot 10^{10}$
	D_y (Nm)	$9.03458 \cdot 10^9$	$1.22951 \cdot 10^{10}$	$1.68342 \cdot 10^{10}$
	D_1 (Nm)	$1.80692 \cdot 10^9$	$2.45902 \cdot 10^9$	$3.36684 \cdot 10^9$
	D_2 (Nm)	$2.01543 \cdot 10^9$	$2.84840 \cdot 10^9$	$3.85483 \cdot 10^9$
	Factor ajuste torsión	0.75	0.75	0.7
	D_{xy} (Nm)	$4.10153 \cdot 10^9$	$5.61577 \cdot 10^9$	$6.63381 \cdot 10^9$
	D_{yx} (Nm)	$4.57674 \cdot 10^9$	$6.11482 \cdot 10^9$	$7.78775 \cdot 10^9$
Cargas muertas (balasto, aceras, carriles...)	$B_1 = B_5$ (m)	1.15		
	$q_1 = q_5$ (kg/m ²)	453		
	$B_2 = B_4$ (m)	0.8		
	$q_2 = q_4$ (kg/m ²)	313		
	B_3 (m)	10.1		
	q_3 (kg/m ²)	$q_{3,nom} = 908$		
Peso propio	M_{est} (kg/m)	19245	21503	22249
Masa total	$M_{tab,nom}$ (kg/m)	35403	37661	38406
Rigidez apoyo	κ_{din}	0		
Amortiguamiento	ζ_i (%)	0.01		

Tabla 4.19. Propiedades mecánicas de los puentes aligerados tras el ajuste de la frecuencia de torsión

Las frecuencias del primer modo de flexión y el primero de torsión estimadas con el modelo numérico de placa ortótropa, y empleando las propiedades mecánicas (i) iniciales (tabla 4.10), y (ii) tras el ajuste de las rigideces a torsión (tabla 4.19); se muestran a continuación:

Tablero	Forma modal	Modelo numérico		Diferencia (%)
		Placa ortótropa (sin ajustar)	Placa ortótropa (D_{xy} , D_{yx} ajustadas)	
LA20	1er modo flexión, f (Hz)	6.138	6.119	0.30
	1er modo torsión, f (Hz)	11.252	10.202	10.29
LA22.5	1er modo flexión, f (Hz)	5.632	5.619	0.24
	1er modo torsión, f (Hz)	11.379	10.281	10.68
LA25	1er modo flexión, f (Hz)	5.278	5.265	0.25
	1er modo torsión, f (Hz)	11.581	10.182	13.74

Tabla 4.20. Frecuencias propias de flexión y torsión de los tableros aligerados, antes y después de ajustar la rigidez torsional

Tal y como puede apreciarse en la tabla 4.20, tras el ajuste de la rigidez torsional del modelo numérico de placa ortótropa, las frecuencias del primer modo de torsión se reducen en torno a 1 Hz respecto de los resultados obtenidos previos al ajuste. Las simplificaciones adoptadas para el cálculo de la rigidez torsional de los tableros aligerados han conducido a una sobreestimación de la frecuencia torsional de estos tableros; aunque no es previsible que esta imprecisión en el cálculo pueda resultar crítica en la predicción de su comportamiento dinámico. Como puede observarse en la tabla, la frecuencia del modo de torsión tras el ajuste continúa siendo muy superior a la del modo de flexión y, por tanto, según el Eurocódigo, podría haberse despreciado la contribución de este modo en el cálculo de la respuesta dinámica.

La escasa influencia del error en la estimación de la rigidez torsional del tablero se hace patente en la figura 4.52, en la que se muestran las envolventes de aceleración máxima de los tableros LA20, LA22.5 y LA25, obtenidas incluyendo un diferente número de contribuciones modales en la respuesta dinámica. Los gráficos 4.52(a) son los resultados obtenidos previos al ajuste de las constantes D_{xy} y D_{yx} , y se corresponden con los mostrados en el apartado II.4 del Anexo II; las figuras 4.52(b) son los resultados obtenidos empleando las propiedades mecánicas ajustadas de la tabla 4.19.

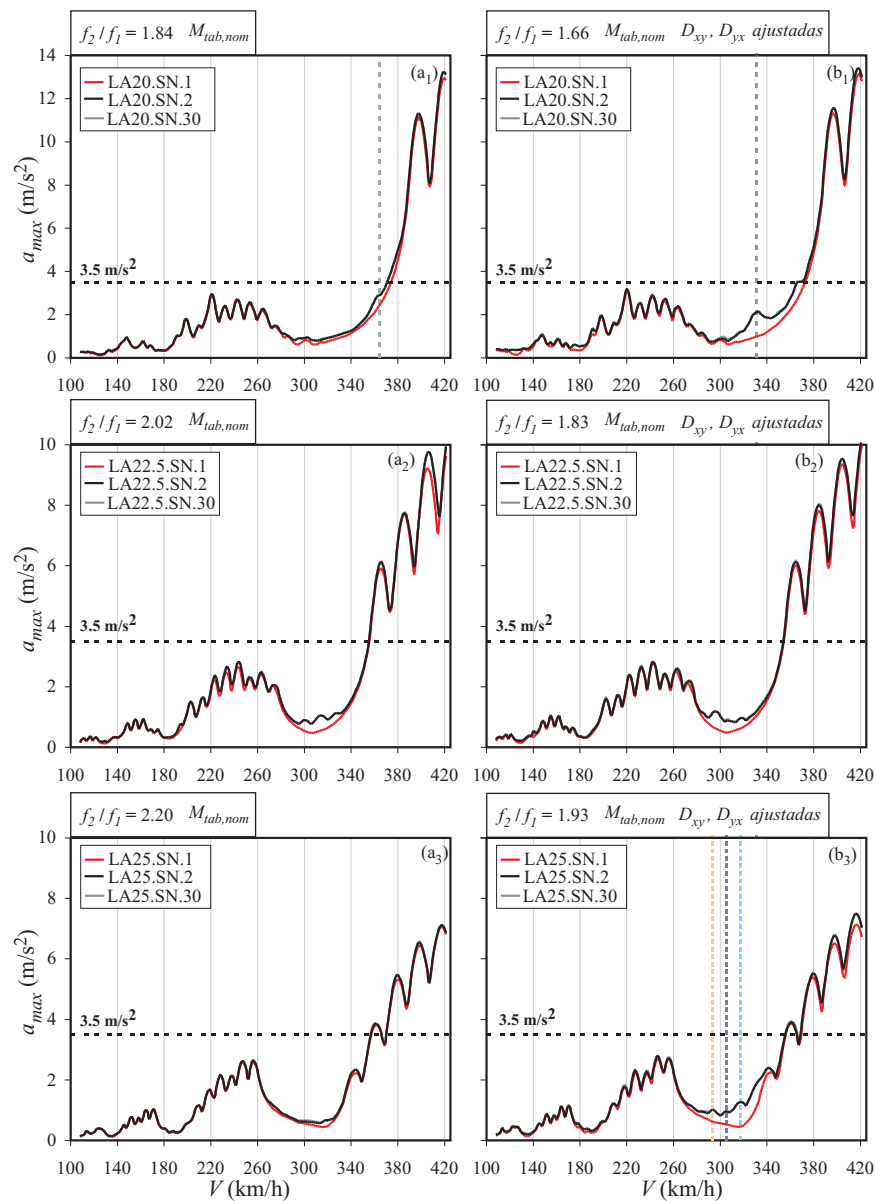


Figura 4.52. Envolturas de aceleración máxima de los tableros aligerados; (a) antes del ajuste de la rigidez torsional, y (b) rigidez torsional ajustada

Tal y como puede observarse, las diferencias entre los gráficos (a) y (b) pueden considerarse poco significativas. En la figura 4.52(b) destaca un

máximo de aceleración a 330.54 km/h, debido a una segunda resonancia del modo de torsión ante la circulación del tren HSLM-A1. En la figura 4.52(a₁), esa misma resonancia tiene lugar a la velocidad de 364.50 km/h; aunque su amplitud queda enmascarada por una fuerte resonancia del modo de flexión que tiene lugar a 397.87 km/h.

En la figura 4.52(b₃) son visibles tres terceras resonancias del modo de torsión a 293.24 km/h, 305.46 km/h y 317.68 km/h; debidas a la circulación de los trenes HSLM-A7, HSLM-A8 y HSLM-A9, respectivamente. En el gráfico 4.52(a₃) estas resonancias no son visibles en la envolvente, al tener lugar a velocidades superiores a las mencionadas, en las que predominan las resonancias del modo de flexión.

4.7.2.4. CONCLUSIONES

Las conclusiones derivadas del estudio presentado en este apartado pueden resumirse en los siguientes puntos:

- ✓ Las simplificaciones adoptadas para el cálculo de la rigidez torsional de los tableros aligerados en el modelo numérico de placa ortótropa dan lugar a una sobreestimación de la primera frecuencia de torsión. En los tableros analizados se han detectado variaciones en esta frecuencia en torno a 1 Hz.
- ✓ Pese a la imprecisión en la estimación de la rigidez torsional de los tableros aligerados, todas las conclusiones derivadas del estudio del comportamiento dinámico de estos tableros, y que han sido recogidas en los apartados 4.6.2.3 y 4.6.3.3, se consideran aceptables ya que el error cometido en la estimación de la rigidez torsional resulta poco significativo. La contribución del primer modo de torsión en la respuesta dinámica de estos tableros no resulta significativa.

4.8. CONCLUSIONES GENERALES

A continuación se enumeran las conclusiones generales extraídas de este capítulo:

- ✓ En todos los tableros analizados la respuesta máxima en términos de aceleraciones se produce en la sección central del tablero. Esta

circunstancia muestra el predominio de la contribución a la respuesta dinámica de formas modales tales como el primer modo de flexión longitudinal o el primero de torsión. Estos dos modos mencionados se corresponden, respectivamente, con las dos primeras formas modales de los puentes analizados.

- ✓ Los puentes de vigas pueden comenzar a experimentar vibraciones inadmisibles a velocidades de circulación en torno a 200 km/h ante el paso de las composiciones ferroviarias del modelo HSLM-A del Eurocódigo. Las tipologías macizas exhiben un mejor comportamiento dinámico que las anteriores a igualdad de luces, pudiéndose alcanzar aceleraciones verticales inadmisibles a velocidades en torno a 280 km/h. El comportamiento dinámico de las tipologías aligeradas ante el tráfico a alta velocidad resulta muy superior al de los puentes de vigas; a velocidades de circulación inferiores a 300 km/h no se han registrado niveles de aceleración máxima inadmisibles en esta tipología.
- ✓ En los tableros analizados de tipología de losa maciza y losa aligerada, la razón entre las frecuencias del primer modo de torsión, f_2 , y el primero de flexión, f_1 , cumple la relación $f_2/f_1 > 1.2$. En esta situación el Eurocódigo permite despreciar la contribución de las formas modales tridimensionales en el cálculo dinámico, frente a las formas modales de flexión longitudinal. Ha podido comprobarse que la verificación del ELS para la seguridad del tráfico ligado a la aceleración vertical puede llevarse a cabo con seguridad incluyendo únicamente la contribución del primer modo de flexión longitudinal en el cálculo dinámico. El empleo de un modelo numérico plano para la predicción del comportamiento dinámico de estos tableros puede considerarse una aproximación aceptable.
- ✓ En los puentes de vigas la relación de frecuencias f_2/f_1 resulta inferior a 1.2. Pese a ello, las resonancias del primer modo de torsión no resultan determinantes en la verificación del ELS de aceleración vertical. El comportamiento dinámico de estos tableros en términos de aceleraciones máximas se hace

inadmisible debido a resonancias del primer modo de flexión longitudinal. Para obtener un comportamiento satisfactorio de esta tipología ante el citado tren de cargas, es necesario que los puentes de vigas utilizados estén más sobredimensionados. La contribución del conjunto de formas modales de frecuencia inferior a 30 Hz, y distintas al primer modo de flexión longitudinal y el primero de torsión, es poco significativa en la determinación de la aceleración máxima. La excepción a esta última observación sobre las contribuciones modales se ha registrado en los tableros de mayores luces ($L=22.5$ m, $L=25$ m) con apoyos elásticos muy flexibles; si bien en situaciones reales no es previsible encontrar rigideces tan reducidas en los aparatos de apoyo.

- ✓ En el caso de los puentes de vigas, para los cuales es común el empleo de apoyos de neopreno zunchado, en general la presencia de dichos apoyos puede no ser tenida en cuenta en la simulación dinámica sin incurrir en imprecisiones que comprometan la seguridad del cálculo dinámico y la verificación del ELS de aceleración máxima. Ello se debe a que los máximos de aceleración debidos a resonancias del primer modo de flexión y que tienen lugar a velocidades superiores a la de la primera cancelación alcanzan una mayor amplitud si no se incluyen los apoyos elásticos en los modelos numéricos. Por tanto, resulta más conservador despreciar estos elementos en tableros con una respuesta dinámica dominada por las resonancias mencionadas, es decir, cuando éstas tienen lugar a velocidades superiores a la de la primera cancelación. Los puentes de tipología de losa maciza analizados en esta Tesis Doctoral cumplen esta condición.
- ✓ No existen indicios de que las simplificaciones inherentes a los modelos de placa ortótropa implementados hayan dado lugar a conclusiones erróneas en este capítulo. La distribución continua de la rigidez vertical del apoyo elástico a lo largo de los estribos, admitida en los modelos numéricos de las losas macizas y puentes de vigas, resulta una aproximación razonable tanto para el cálculo estático como dinámico. En los tableros de tipología de losa aligerada se ha observado una cierta sobreestimación de la

frecuencia del primer modo de torsión al simular su comportamiento mediante el modelo de placa ortótropa. No obstante, ha podido verificarse que esta imprecisión en la estimación de la rigidez torsional resulta poco significativo en la verificación del ELS de aceleración vertical; ya que la respuesta dinámica de estos tableros está dominada por la contribución del primer modo de flexión longitudinal.

5

REACONDICIONAMIENTO DE PUENTES DE FERROCARRIL EXISTENTES MEDIANTE AMORTIGUADORES VISCOELÁSTICOS

5.1. INTRODUCCIÓN

En el marco de uno de los objetivos fundamentales de la Tesis Doctoral, en este capítulo se estudia la viabilidad técnica de una propuesta para el reacondicionamiento de puentes isostáticos existentes, basada en el uso de amortiguadores viscoelásticos (VED) para el control de las vibraciones resonantes provocadas por la circulación de trenes a alta velocidad. Los principales objetivos del capítulo pueden resumirse en los siguientes puntos:

- ✓ En primer lugar, y mediante el uso de leyes de comportamiento simplificadas del amortiguador viscoelástico, formular las ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento dinámico del puente reacondicionado ante la circulación de un tren de cargas puntuales.
- ✓ Determinar los parámetros fundamentales de los que depende la amplificación dinámica de la respuesta del puente reacondicionado en resonancia.
- ✓ Proponer una metodología de dimensionado del sistema de reacondicionamiento, que permita una adecuada selección de sus elementos constitutivos con el fin de alcanzar una reducción de la respuesta dinámica del tablero hasta el nivel requerido.

- ✓ Formular las ecuaciones de movimiento del puente reacondicionado considerando una ley de comportamiento para el amortiguador viscoelástico más realista, capaz de considerar la degradación de sus propiedades mecánicas ante factores como la temperatura o los ciclos de oscilación experimentados por el mismo.
- ✓ Comprobar numéricamente la validez del procedimiento de dimensionado propuesto y la viabilidad técnica del sistema de reacondicionamiento, mediante su aplicación al control de vibraciones de un tablero con un nivel de aceleraciones excesivo. Para ello, se empleará un modelo numérico plano del puente reacondicionado basado en la formulación mencionada en el punto anterior, lo que permitirá verificar que el sistema de reacondicionamiento propuesto logra reducir la respuesta dinámica de la estructura en un rango de temperaturas ambientales realista.

Como paso previo a la descripción del sistema de reacondicionamiento (apartado 5.4) y el posterior estudio del mismo, los primeros apartados de este capítulo (5.2 y 5.3) se han dedicado a la revisión de las principales características y propiedades mecánicas de los VED, así como de los modelos numéricos más comúnmente utilizados para simular su comportamiento. Esta descripción previa de sus características básicas sirve como base para justificar, en el apartado 5.5, las razones que conducen a la selección de este dispositivo frente a otros tipos de elementos de disipación pasiva.

Por último, los apartados 5.6 y siguientes se dedican al estudio del sistema de reacondicionamiento, en cumplimiento con los objetivos propuestos. Como se verá en ellos, los modelos numéricos empleados para el análisis de la viabilidad técnica del reacondicionamiento son, todos ellos, bidimensionales, adoptándose un comportamiento de viga Bernoulli-Euler (B-E) para simular el comportamiento dinámico tanto del tablero del puente como de las vigas auxiliares que componen el sistema de reacondicionamiento. Como consecuencia de esta aproximación, los resultados obtenidos serán válidos en sentido estricto para puentes de vía única sin esviaje, en los que el eje de la vía no presente excentricidad. En

estos casos, la respuesta dinámica de la estructura viene condicionada principalmente por las resonancias del modo de flexión longitudinal. No obstante, debe tenerse en cuenta que en el Capítulo 4 se ha comprobado que el primer modo de flexión longitudinal contribuye también de manera predominante en la respuesta dinámica de los tableros isostáticos de doble vía. Por tanto, las conclusiones favorables extraídas del estudio del reacondicionamiento empleando modelos numéricos bidimensionales pueden extenderse también a los puentes de doble vía.

Para simular el comportamiento del VED, elemento clave del sistema de disipación propuesto, se han empleado dos modelos numéricos diferentes. En el apartado 5.6 se ha optado por modelizar, en una primera aproximación, el comportamiento viscoelástico mediante el modelo de Kelvin descrito en la sección 5.2. La principal ventaja que ofrece este modelo es su sencilla implementación en el dominio del tiempo, y a través de él se han podido extraer conclusiones acerca del comportamiento del sistema de reacondicionamiento y los principales parámetros que gobiernan su respuesta; así como establecer una metodología para el dimensionado del sistema de control de vibraciones propuesto.

Posteriormente, para tener en cuenta aspectos que influyen en las propiedades mecánicas del material viscoelástico como la temperatura o el nivel de deformación impuesto al dispositivo, y que no contempla el modelo de Kelvin, se ha optado por simular el comportamiento del VED utilizando además un modelo más complejo basado en la derivada fraccional, desarrollado por Tsai y sus colaboradores [94], y que fue también utilizado con éxito por Choo *et al.* [13] en el reacondicionamiento de puentes de grandes luces. Este modelo, descrito en el apartado 5.7, se aplicará al cálculo dinámico de una estructura reacondicionada, con el fin de verificar que el sistema de amortiguación propuesto logra reducir con éxito los niveles de vibración inadmisibles susceptibles de aparecer en una estructura ante nuevos requerimientos de tráfico.

5.2. CARACTERÍSTICAS Y PROPIEDADES DE LOS AMORTIGUADORES VISCOELÁSTICOS

Los materiales viscoelásticos utilizados en aplicaciones estructurales son generalmente copolímeros o sustancias vítreas que disipan energía al ser sometidos a una deformación tangencial.

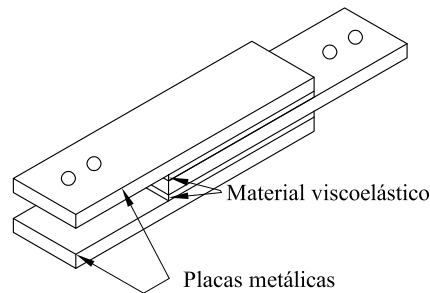


Figura 5.1. Configuración típica de un amortiguador viscoelástico

La figura 5.1 muestra una posible configuración de un amortiguador viscoelástico (VED), que consiste en una serie de capas de material elastomérico confinadas entre placas metálicas. La disipación de energía se produce por deformación tangencial, al inducirse un movimiento relativo entre las diferentes partes que componen el amortiguador.

Ante una excitación senoidal de frecuencia ω la deformación angular, $\gamma(t)$, y la correspondiente tensión tangencial, $\tau(t)$, de un material viscoelástico oscilan a la misma frecuencia pero desfasadas entre sí, pudiéndose expresar ambas como sigue:

$$\gamma(t) = \gamma_0 \sin(\omega t), \quad \tau(t) = \tau_0 \sin(\omega t + \delta), \quad (5.1)$$

siendo γ_0 y τ_0 las amplitudes máximas de la deformación y tensión de cortadura respectivamente, y δ el ángulo de desfase entre tensión y deformación.

Otra forma habitual de expresar la tensión tangencial en el viscoelástico $\tau(t)$ ante excitación armónica es

$$\tau(t) = G'(\omega)\gamma(t) + \frac{G''(\omega)}{\omega} \dot{\gamma}(t). \quad (5.2)$$

El primer sumando de la expresión anterior se corresponde con la parte “en fase” de la tensión tangencial en el amortiguador, siendo $G'(\omega)$ el

Módulo de Elasticidad Tangencial, denominado también como Módulo de Almacenamiento o *shear storage modulus*, y es una medida de la energía almacenada y recuperada en cada ciclo de oscilación del amortiguador.

El segundo sumando de la ecuación 5.2 se corresponde con la parte desfasada de la tensión en el viscoelástico, siendo $G''(\omega)/\omega$ la constante de amortiguamiento del material. $G''(\omega)$ se designa habitualmente como Módulo de Pérdidas o *shear loss modulus*, y es una medida de la energía disipada por ciclo de oscilación.

La tasa de amortiguamiento del viscoelástico, ζ , puede obtenerse como

$$\zeta = \frac{G''(\omega)}{\omega} \left(\frac{\omega}{2G'(\omega)} \right) = \frac{G''(\omega)}{2G'(\omega)} \quad (5.3)$$

A partir de ésta se define un nuevo parámetro del material viscoelástico, el factor de pérdidas o *loss factor*, η , una medida de la capacidad de disipación de energía del material:

$$\eta = \frac{G''(\omega)}{G'(\omega)} = 2\zeta. \quad (5.4)$$

Si se representa gráficamente la evolución de la tensión tangencial en el viscoelástico, $\tau(t)$, frente a su deformación angular, $\gamma(t)$, durante un ciclo de oscilación, se obtiene una elipse de histéresis similar a la mostrada en la figura 5.2, cuya área es la energía disipada por el amortiguador por unidad de volumen y ciclo de oscilación. Un valor reducido del factor de pérdidas η del material da lugar a ciclos de histéresis alargados, indicando una escasa disipación de energía; mientras que para valores elevados del factor η , los diagramas presentan formas más redondeadas, que se traducen en una elevada energía disipada.

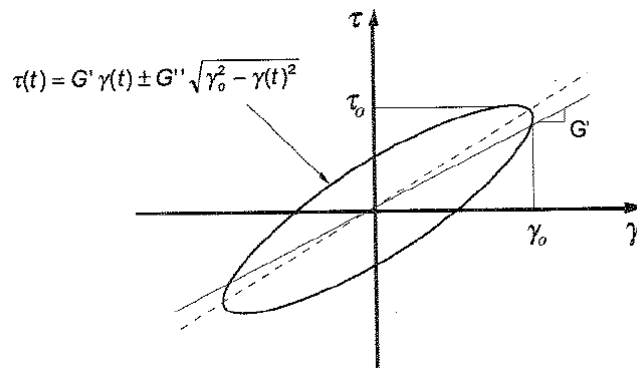


Figura 5.2. Gráfico tensión-deformación de un material viscoelástico

Los módulos $G'(\omega)$ y $G''(\omega)$, o bien $G'(\omega)$ y η , determinan el comportamiento dinámico del material viscoelástico a cortadura ante excitación armónica, y son dependientes de una gran variedad de factores, siendo algunos de los más importantes la frecuencia de excitación ω , la temperatura ambiente T , y el nivel de deformación angular al que se ve sometido el material, γ . Teniendo en cuenta que la disipación de energía del amortiguador se produce en forma de calor, el incremento de temperatura interna del viscoelástico durante su rango de funcionamiento puede afectar también a sus propiedades mecánicas.

En bibliografía es posible encontrar numerosos ensayos realizados sobre materiales viscoelásticos para estimar la influencia de los parámetros mencionados en sus propiedades mecánicas. En una de estas campañas de ensayos (Lee y Tsai [53]) se obtienen las curvas de histéresis del amortiguador de la figura 5.3 ante una excitación senoidal a diferentes frecuencias de carga, amplitudes de deformación angular y temperaturas ambientales.

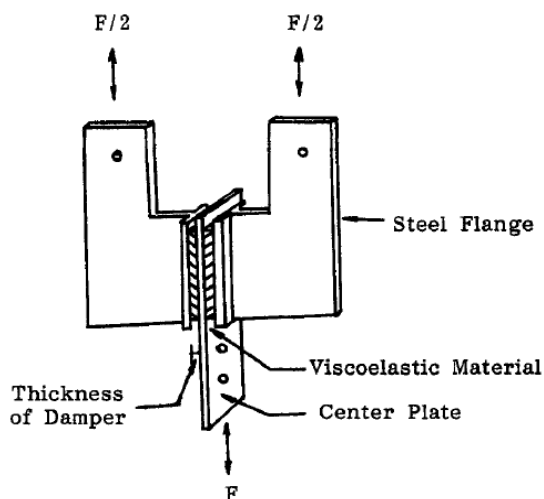


Figura.5.3. Esquema de amortiguador viscoelástico utilizado en el estudio (Lee y Tsai [53])

Algunas de las curvas de histéresis obtenidas tras los ensayos se muestran en las figuras 5.4 y 5.5, y permiten observar ciertas características interesantes del comportamiento de los VED. En primer lugar, la tensión tangencial inducida en el amortiguador ante una deformación angular impuesta aumenta al incrementarse la frecuencia de excitación, tal y como queda de manifiesto al comparar el diagrama de la figura 5.4, obtenido para una frecuencia de excitación de 0.5 Hz, con el de la figura 5.5, que se corresponde a una frecuencia de 2 Hz. En otras palabras, los módulos G' y G'' aumentan con la frecuencia, incrementándose por tanto la rigidez del material y su capacidad de disipación de energía.

El otro fenómeno que puede apreciarse en las curvas de histéresis es la degradación experimentada por el módulo G' con los ciclos de oscilación, la cual se hace más significativa cuando la frecuencia de excitación es mayor, tal y como se observa en la figura 5.5.

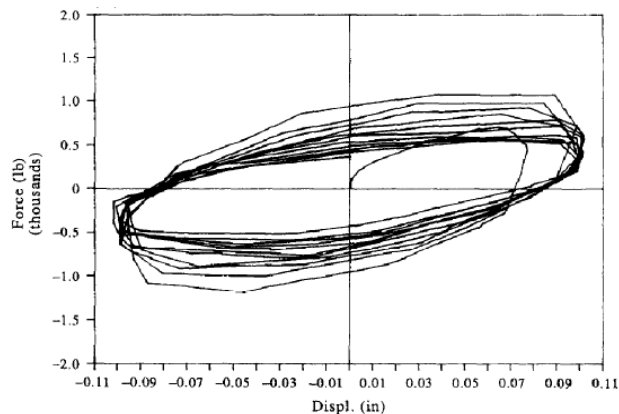


Figura 5.4. Curvas de histéresis a 27.9 °C, 40% de deformación angular y frecuencia de 0.5 Hz. (Lee y Tsai [53])

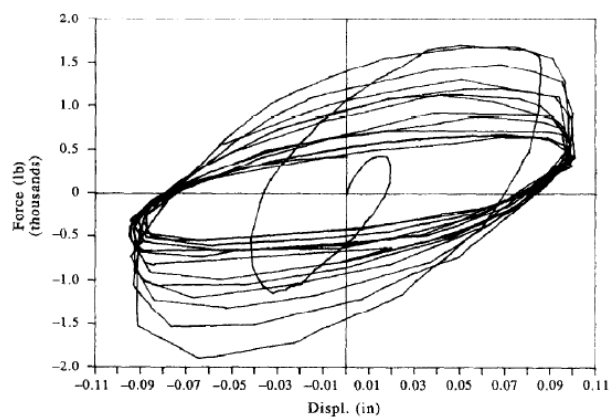


Figura 5.5. Curvas de histéresis a 27.9 °C, 40% de deformación angular y frecuencia de 2 Hz. (Lee y Tsai [53])

Sin embargo, esta degradación típica del material viscoelástico con los ciclos de oscilación es menos apreciable en las curvas de histéresis de las figuras 5.6 y 5.7, pese a haberse obtenido sometiendo al viscoelástico a una mayor frecuencia (3.5 Hz). La causa de este comportamiento se debe al nivel de deformación angular empleado, un 5% en la figura 5.6 y un 20% en la 5.7, muy inferior al utilizado en el ensayo mostrado en las figuras 5.4 y 5.5, con un 40% de deformación angular.

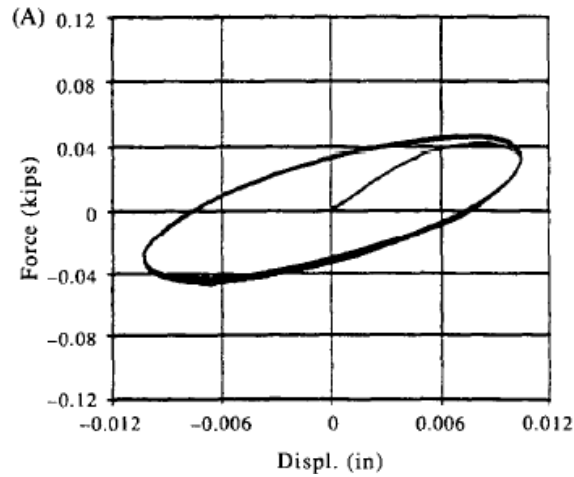


Figura 5.6. Curvas de histéresis a 28 °C, 3.5 Hz de frecuencia y 5 % de deformación angular (Lee y Tsai [53])

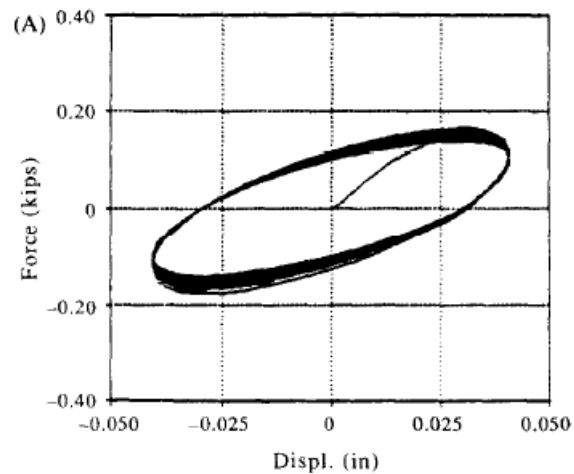


Figura 5.7. Curvas de histéresis a 28 °C, 3.5 Hz de frecuencia y 20 % de deformación angular (Lee y Tsai [53])

Comparando a continuación los dos diagramas de histéresis de las figuras 5.6 y 5.7 puede observarse que, para una misma frecuencia de excitación (3.5 Hz), la degradación del material sobre el que se ha aplicado una mayor deformación angular (figura 5.7) es más significativa. La explicación a este comportamiento se debe a que la energía se acumula con mayor rapidez durante un ciclo de carga de mayor deformación

angular, y el calor generado ablanda el material viscoelástico reduciendo su capacidad para absorber energía.

Aiken y Kelly [4] estudiaron también la variación de las propiedades del material viscoelástico con la deformación angular, ante diferentes excitaciones sísmicas. Concluyen que la máxima degradación de la rigidez del material se produce para niveles de deformación angular entre 0 y 50%, mientras que en porcentajes entre 50 y 200 % de deformación, la rigidez del material permanece prácticamente constante.

La influencia de la temperatura ambiental en las propiedades mecánicas del material viscoelástico queda reflejada en las figuras 5.8 y 5.9, donde se observa claramente la degradación del material al incrementarse la temperatura exterior, así como una reducción de la capacidad de disipación de energía.

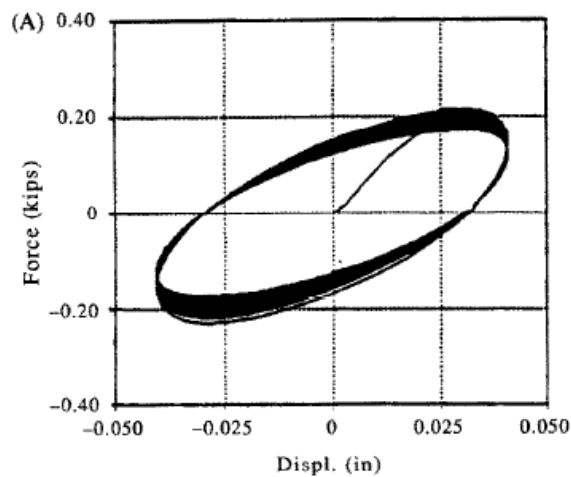


Figura 5.8. Curvas de histéresis a 1Hz de frecuencia, 20% de deformación angular y 24 °C. (Lee y Tsai [53])

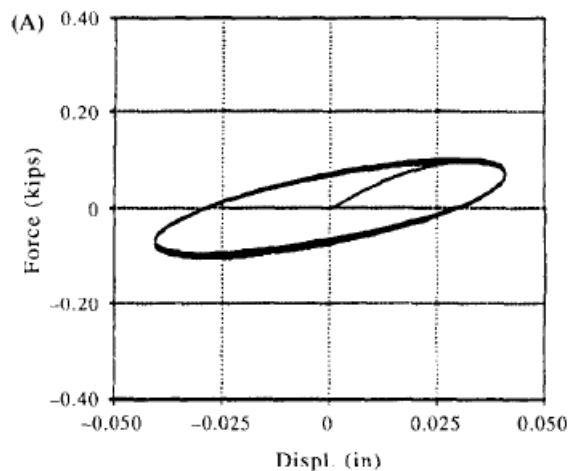


Figura 5.9. Curvas de histéresis a 1Hz de frecuencia, 20% de deformación tangencial y 36 °C . (Lee y Tsai [53])

También Chang *et al.* analizan en [12] el efecto de la temperatura ambiente en la respuesta sísmica de una estructura reacondicionada con amortiguadores viscoelásticos, sometida a variaciones controladas de la temperatura en el rango de 25 a 42 °C. Concluyen que, a pesar de la degradación térmica sufrida por el material de disipación, es posible obtener una importante reducción de la respuesta dinámica de la estructura incluso a altas temperaturas. En este caso particular, se consigue reducir la máxima aceleración de la estructura en un 80 % a 25 °C, mientras que la reducción experimentada a la temperatura máxima de estudio alcanza un 40 %. Adicionalmente, los autores verifican que ante una excitación sísmica, el calentamiento experimentado por el material viscoelástico debido a la disipación de energía tiene un efecto temporal y poco significativo en sus propiedades mecánicas, si se compara con la influencia de la temperatura ambiente. Este comportamiento se debe a que ante excitación sísmica, los elementos de disipación instalados en la estructura experimentan únicamente unos pocos ciclos de gran deformación.

5.3. MODELOS NUMÉRICOS PARA AMORTIGUADORES VISCOELÁSTICOS

En la literatura pueden encontrarse diferentes modelos para la simulación del comportamiento mecánico de los VED, los cuales pueden ser divididos en dos grandes grupos: modelos clásicos y modelos basados en la derivada fraccional. En los siguientes subapartados se exponen resumidamente cada una de ellos.

5.3.1. MODELOS CLÁSICOS

El comportamiento del VED se modeliza empleando combinaciones de elementos puramente elásticos interconectados con elementos viscosos puros, dando lugar a distribuciones discretas sencillas, como el modelo de Maxwell y el de Kelvin, o a combinaciones más complejas de los anteriores. El comportamiento dinámico del amortiguador queda definido, por tanto, por un conjunto de ecuaciones diferenciales de coeficientes constantes. En la figura 5.10 se muestran los principales modelos clásicos.

La característica más atractiva de los modelos clásicos es, posiblemente, su simplicidad. Cuando se utilizan para modelizar materiales cuyas propiedades mecánicas no presentan importantes variaciones con respecto a factores como la temperatura o la frecuencia de excitación, son necesarias pocas constantes para poder caracterizar adecuadamente el material. Sin embargo, su mayor inconveniente es que requieren de la evaluación de un elevado número de términos derivativos para caracterizar la dependencia con la frecuencia y la temperatura de los módulos G' y G'' de la mayor parte de materiales viscoelásticos.

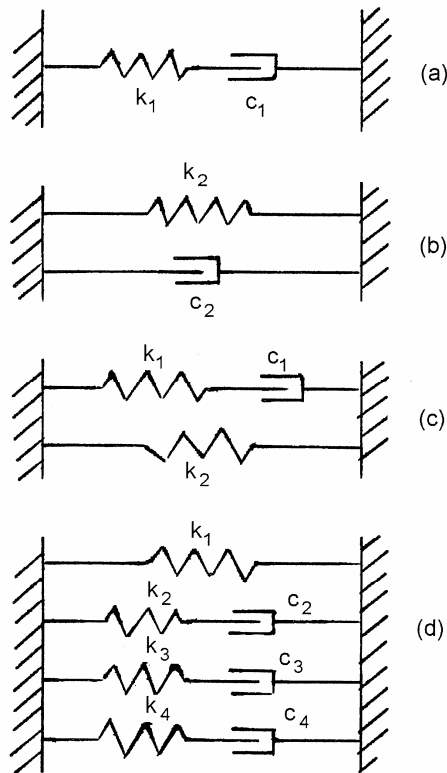


Figura 5.10. Modelos clásicos de comportamiento viscoelástico. a) Maxwell, b) Kelvin, c) Estándar, d) Estándar múltiple. [42]

El modelo de Kelvin, constituido por un muelle lineal en paralelo con un elemento viscoso puro (figura 5.10(b)), es uno de los modelos clásicos más utilizados. Algunos ejemplos de su aplicación pueden encontrarse en [104] y [85].

La fuerza $f(t)$ en este elemento cumple la relación

$$f(t) = k_2 \cdot x(t) + c_2 \cdot \dot{x}(t), \tag{5.5}$$

siendo k_2 y c_2 las constantes de la parte elástica y viscosa respectivamente, y $x(t)$ la elongación del amortiguador. Los valores de rigidez y amortiguamiento del modelo Kelvin se definen como

$$k_2 = \frac{G' A}{h}, \quad c_2 = \frac{G'' A}{\omega h}, \tag{5.6}$$

donde los parámetros A , h y ω hacen referencia al área total de cortadura del amortiguador, el espesor de la capa de viscoelástico y la frecuencia de excitación.

La energía disipada por ciclo W en este modelo ante una deformación armónica es linealmente proporcional a la frecuencia de excitación ω :

$$W = x_{\max}^2 c_2 \pi \omega. \quad (5.7)$$

La principal desventaja del modelo de Kelvin en la simulación del comportamiento mecánico del material viscoelástico radica en que define un módulo de almacenamiento independiente de la frecuencia, mientras que el módulo de pérdidas varía linealmente con ésta, lo cual no permite simular adecuadamente el comportamiento de todos los polímeros.

En el trabajo de Abbas *et al.* [1] puede encontrarse una comparativa entre la respuesta experimental y la analítica de un VED, constituido por un material viscoelástico desarrollado por la compañía 3M (3M ISD 110). En este trabajo, el amortiguador se modeliza empleando el elemento de Kelvin, y los resultados son comparados con los obtenidos experimentalmente al someter al amortiguador a una deformación senoidal de 1 y 0.5 Hz de frecuencia. Definiendo las propiedades del modelo de Kelvin a temperatura ambiente, y a la amplitud de deformación angular y frecuencia del modo dominante de la estructura en la que el VED iba a instalarse, se obtuvieron los resultados mostrados en las figuras 5.11 y 5.12. En ellas se puede observar, en primer lugar, que el modelo de Kelvin reproduce de manera aceptable el diagrama de histéresis del VED (figura 5.11), aunque no es capaz de simular la degradación de las propiedades mecánicas del amortiguador debidas a la amplitud de las deformaciones y al incremento de la temperatura interna del material. En la historia temporal de la figura 5.12, se aprecia que el modelo numérico sobreestima la energía disipada por el amortiguador. Según los autores, esta diferencia es de un 4 %. También puede observarse en esta figura que el modelo de Kelvin no consigue reproducir el desfase existente entre la tensión y la deformación en el VED, tal y como se desprende de las diferencias encontradas en las curvas de energía disipada.

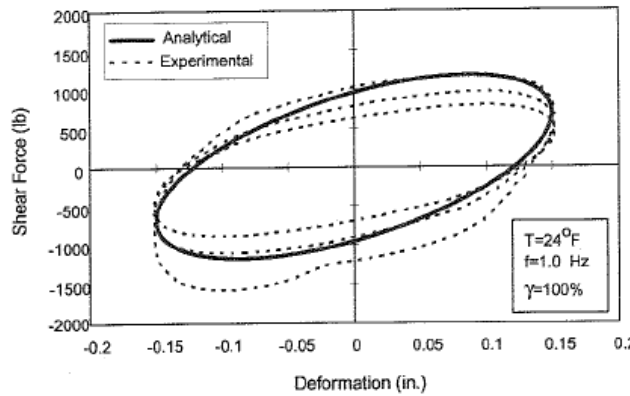


Figura 5.11. Comparativa entre los diagramas de histéresis analítico y experimental del amortiguador viscoelástico, para una frecuencia de excitación de 1 Hz y 100% de deformación angular. [1]

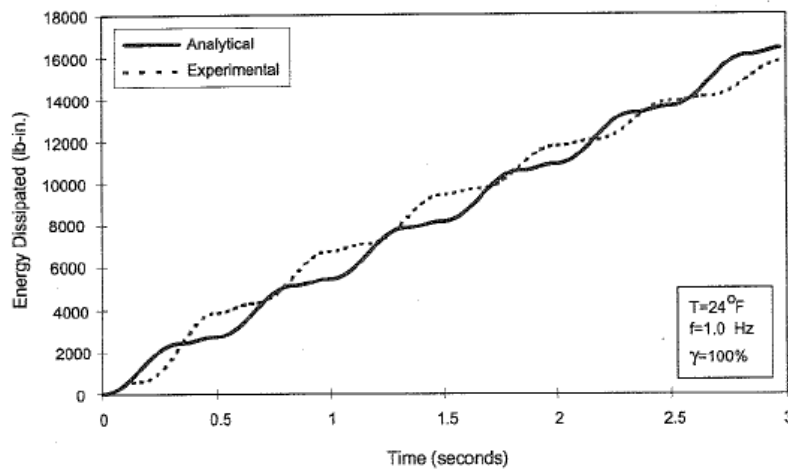


Figura 5.12. Disipación de energía analítica y experimental del amortiguador, a la frecuencia de 1 Hz y 100 % de deformación angular. [1]

El modelo clásico de Maxwell, tal y como se aprecia en la figura 5.10(a), consiste en un muelle lineal de constante k_1 conectado en serie con un elemento viscoso puro de constante c_1 , siendo $c_1 = \tau \cdot k_1$ (τ es el tiempo de relajación del material viscoelástico). El modelo de Maxwell satisface la ecuación diferencial

$$\dot{f}(t) + \frac{k_1}{c_1} f(t) = k_1 \cdot \dot{x}(t). \tag{5.8}$$

En este caso la energía disipada por ciclo, W , sigue una tendencia dependiente del tiempo de relajación c_1/k_1 : la energía disipada por ciclo se incrementa con la frecuencia de excitación para valores de frecuencia menores que k_1/c_1 y decrece monótonamente con ella para frecuencias mayores de k_1/c_1 ,

$$W = x_{\max}^2 k_1 \pi \frac{\omega c_1 / k_1}{1 + \left(\omega \frac{c_1}{k_1} \right)^2}. \quad (5.9)$$

Al igual que con el modelo de Kelvin, para obtener una caracterización del material de mayor precisión se requiere de la evaluación de un elevado número de parámetros.

Los modelos clásicos de la figura 5.10(c) y (d), constituidos por combinaciones en serie o paralelo de elementos Maxwell o Kelvin, tienen como principal ventaja una simulación más precisa del comportamiento dinámico del material viscoelástico. Como principal inconveniente cabe mencionar que emplean un elevado número de parámetros que deben caracterizarse experimentalmente.

5.3.2. MODELOS BASADOS EN LA DERIVADA FRACCIONAL

Los modelos de derivadas fraccionales describen la relación tensión-deformación del material viscoelástico empleando como base el modelo clásico, pero sustituyendo los operadores diferenciales tradicionales por un operador integro-diferencial lineal de orden fraccional, el cual puede definirse como

$$D^\alpha [f(t)] = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (5.10)$$

donde $\Gamma(\cdot)$ es la función Gamma de Euler y α el orden de la derivada, un número racional comprendido entre 0 y 1.

Su principal atractivo en la simulación del comportamiento mecánico de los amortiguadores viscoelásticos radica en que es posible caracterizar fielmente una gran variedad de materiales viscoelásticos utilizando muy pocos parámetros.

La aplicación de derivadas fraccionales a la modelización de materiales viscoelásticos fue introducida por Gemant [33], cuando observó que la rigidez y amortiguamiento de los mismos parecían ser proporcionales a potencias fraccionales de la frecuencia, lo que le llevo a sugerir que las derivadas de orden fraccional podrían modelizar el comportamiento de estos materiales de una manera más precisa. Posteriormente, Bagley y Torvik [7] dieron una interpretación física a este concepto desde un marco termodinámico, convirtiéndose su modelo fraccional en una referencia de la literatura.

La revisión bibliográfica indica que el modelo de derivadas fraccionales es uno de los más utilizados para la simulación del comportamiento viscoelástico. Algunos ejemplos de su aplicación pueden encontrarse en las referencias [6, 30, 47, 94]. Koh y Kelly muestran en [47] la superioridad del modelo de Kelvin de derivada fraccional frente al modelo Kelvin tradicional y al modelo estándar, en una aplicación sísmica, en términos de su buen ajuste con los resultados experimentales. También Tsai y Lee proponen en [94] un modelo de VED basado en la derivada fraccional, capaz de considerar la degradación de las propiedades del material con la amplitud de la deformación y el efecto de la temperatura, y que muestra una buena correlación con los datos experimentales. Posteriormente Choo *et al.* [13] emplearon este mismo modelo para estudiar el reacondicionamiento de puentes de grandes luces empleando VED.

5.4. SISTEMA DE REACONDICIONAMIENTO PROPUESTO

El sistema que se propone para el reacondicionamiento y control de vibraciones en puentes de ferrocarril es similar al utilizado por Martínez en su Tesis Doctoral [63]. Está constituido por un conjunto de vigas auxiliares simplemente apoyadas en los estribos del puente y colocadas entre las originales del tablero, en el caso de un puente de vigas. En cada uno de estos elementos auxiliares se instala una distribución de VED que acopla el movimiento de las vigas con el de la cara inferior de la losa del puente. De esta forma se logra introducir en la estructura la tasa de amortiguamiento externa necesaria para reducir su aceleración vertical. Entre la cara superior de las vigas auxiliares y la inferior de la losa debe

existir siempre cierta holgura para permitir el funcionamiento de los amortiguadores, los cuales disipan energía gracias al movimiento relativo existente entre losa y viga auxiliar.

Una posible configuración del sistema de reacondicionamiento se muestra en la figura 5.13, para un puente de vigas de vía única.

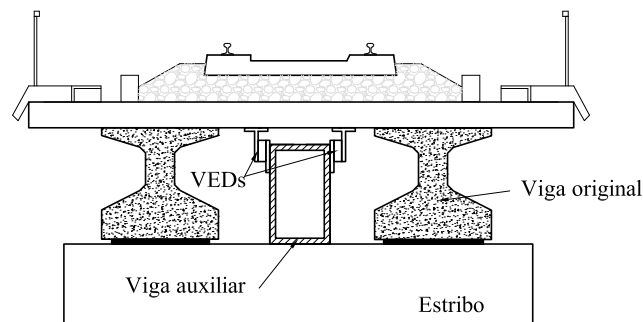


Figura 5.13. Configuración del sistema de reacondicionamiento en un puente de vigas de vía única

La viga auxiliar del sistema de reacondicionamiento se ha representado escogiendo una tipología de cajón metálico. Sin embargo, el sistema de reacondicionamiento que se propone puede plantearse con otras tipologías de viga auxiliar, tal y como se mostró en la Tesis de Martínez, donde se utilizaron perfiles en doble T para el reacondicionamiento de algunos puentes reales.

La configuración presentada podría emplearse también en puentes de vía múltiple, instalando un conjunto de vigas auxiliares con sus correspondientes amortiguadores, distribuidas a lo ancho del tablero.

5.5. JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DE VED EN EL SISTEMA DE RECONDICIONAMIENTO

A continuación se exponen las razones que han llevado a considerar la utilización de VED en el sistema de reacondicionamiento como complemento al uso de amortiguadores fluido viscosos (FVD), analizados en profundidad en la Tesis Doctoral de Martínez:

- ✓ La utilización de VED en el reacondicionamiento de puentes de ferrocarril constituye una aplicación novedosa de estos

dispositivos, utilizados tradicionalmente con éxito en otros ámbitos de la Ingeniería Civil para mitigar las vibraciones producidas por el viento en primera instancia y, posteriormente, para la protección de las estructuras ante acciones sísmicas, tal y como se mencionó en el Capítulo 1.

- ✓ El principio de funcionamiento del VED no está basado en ningún tipo de mecanismo que degrade al material, por tanto no requieren de una sustitución periódica que aumentaría los costes de mantenimiento. Presentan una larga vida útil, contrastada experimentalmente en alguna de sus aplicaciones emblemáticas, como es el caso del World Trade Center de Nueva York, cuyos VED fueron monitorizados desde su instalación mostrando unas excelentes propiedades de durabilidad en el tiempo [77].
- ✓ Diseño sencillo en forma de lámina o parche, susceptible de ser instalado en configuraciones más versátiles y con un posible menor coste que los FVD de sello laberíntico
- ✓ Los VED no necesitan alcanzar ningún régimen vibratorio determinado para que sean totalmente efectivos, como ocurre con otros elementos de disipación pasiva, tales como los amortiguadores de masa sintonizada (TMD). Tampoco requieren de un desplazamiento relativo mínimo entre extremos para su activación, como sucede en el caso de los FVD. Los VED son capaces de disipar energía al someterse a cualquier nivel de deformación, por pequeño que éste sea [4].

5.6. MODELO BIDIMENSIONAL PRELIMINAR PARA EL ESTUDIO DEL REACONDICIONAMIENTO

5.6.1 DESCRIPCIÓN GENERAL

Siguiendo el mismo procedimiento empleado para el dimensionado del sistema de reacondicionamiento con FVD presentado en [63], el primer paso en el estudio del reacondicionamiento de puentes con VED ha consistido en la creación de un modelo plano sencillo como punto de partida, con los siguientes objetivos:

- ✓ Desarrollar una formulación sencilla, basada en modelos analíticos simplificados, que permita determinar los principales parámetros que afectan a la respuesta dinámica del sistema reacondicionado con VED y cómo interactúan entre ellos.
- ✓ Establecer una metodología simplificada para el dimensionado óptimo del sistema de reacondicionamiento propuesto, en función de las propiedades del puente cuya respuesta dinámica requiere ser atenuada.

Para la formulación de las ecuaciones que gobiernan el comportamiento dinámico del modelo bidimensional preliminar se partirá de un puente de vigas de vía única, sin esviaje y de sección transversal simétrica, en el que se desprecia la deformabilidad de los apoyos de neopreno de las vigas originales del tablero (figura 5.14).

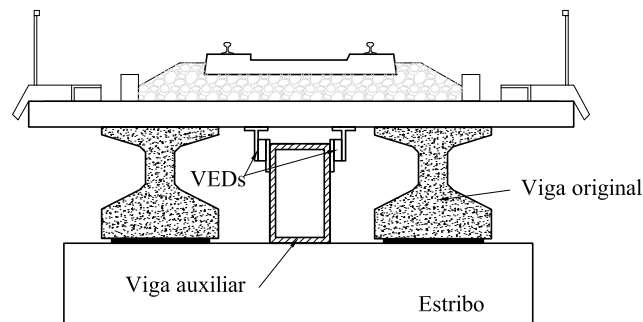


Figura 5.14. Sección transversal de puente de vigas de vía única con sistema de reacondicionamiento

Teniendo en cuenta la simetría de la estructura mostrada en la figura 5.14 y la ausencia de esviaje, se puede admitir que la respuesta dinámica tanto del puente como de la viga auxiliar se debe exclusivamente a la contribución de los modos de flexión longitudinal. Por tanto, es posible adoptar el modelo plano de comportamiento del sistema mostrado en la figura 5.15, constituido por dos vigas de Bernoulli-Euler (B-E) con comportamiento elástico lineal.

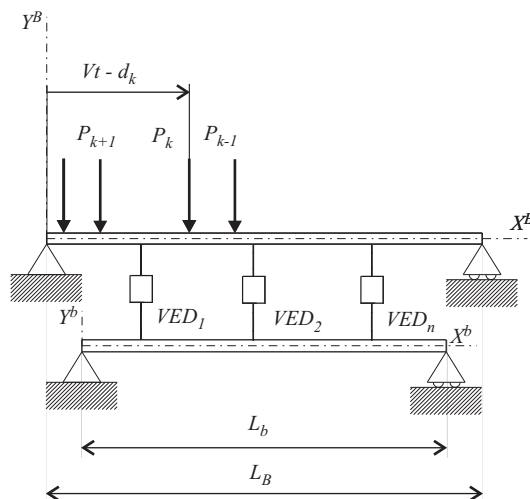


Figura 5.15. Modelo plano del puente y su sistema de reacondicionamiento

En la figura anterior, la viga superior o principal de longitud L_B , es la que modeliza al puente y soporta directamente el paso de las cargas del tren, representadas como cargas móviles. Tal y como se mencionó en el Capítulo 2, el modelo de cargas móviles resulta más conservador para la predicción de la respuesta dinámica del puente en situaciones de resonancia y, por tanto, la evaluación de la viabilidad técnica del sistema de reacondicionamiento con este tipo de excitación está del lado de la seguridad. Así pues, el parámetro P_k indicado en la figura hace referencia a la k -ésima carga del tren de cargas puntuales, d_k es su distancia al primer estribo en el instante de tiempo $t=0$ y V es la velocidad constante de circulación.

La viga inferior o auxiliar del modelo, de longitud L_b , representa a la viga (o al conjunto de ellas) que constituyen el sistema de reacondicionamiento. Al tratarse de un modelo numérico plano, que únicamente puede tener en cuenta la contribución de los modos de flexión longitudinal, la existencia de un conjunto de vigas auxiliares en el sistema de reacondicionamiento se representa en el modelo como una única viga, con propiedades mecánicas equivalentes al conjunto de vigas auxiliares instaladas.

Las cargas que actúan sobre la viga principal son transmitidas a la viga auxiliar a través de una distribución discreta de VED que conectan el

movimiento de ambas vigas. Como se observa en la figura 5.15 cada uno de los VED instalados se simula en este caso mediante el modelo de Kelvin, constituido por un elemento elástico conectado en paralelo con un elemento viscoso puro, de constantes K_{Dn} y C_{Dn} respectivamente, para el n -ésimo amortiguador. En el apartado 5.6.2 se justifican los motivos de la elección de este modelo para simular el comportamiento viscoelástico.

5.6.2. MODELO PRELIMINAR DE VED: MODELO DE KELVIN

Como ya se apuntó en el apartado 5.3 son muchos y variados los modelos empleados para simular el comportamiento de los VED. La dificultad principal en la modelización de estos elementos radica en las propiedades particulares del material de disipación, que pueden presentar una importante dependencia de factores como la frecuencia de excitación, la amplitud de deformación o las condiciones térmicas durante la vibración. Por tanto, un modelo que pretenda simular con precisión el comportamiento de un VED debería considerar la variabilidad introducida por estos parámetros.

Como primera aproximación se ha optado por simular el comportamiento del viscoelástico empleando el modelo de *Kelvin*. A parte de ser uno de los modelos clásicos más utilizados en la literatura, la característica más atractiva del mismo es su simplicidad, al representar el comportamiento viscoelástico mediante un muelle conectado en paralelo con un elemento viscoso puro.

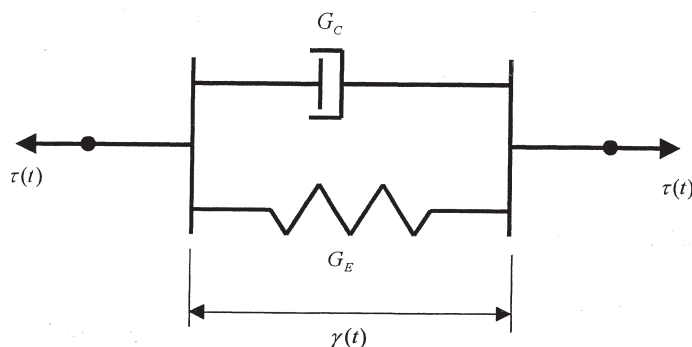


Figura 5.16. Modelo de VED de Kelvin

Tomando como base la figura 5.16, se expresará la relación tensión-deformación ($\tau(t)$ - $\gamma(t)$) del modelo de Kelvin como sigue,

$$\tau(t) = G_E \gamma(t) + G_C \dot{\gamma}(t), \quad (5.11)$$

donde G_E hace referencia al Módulo de Elasticidad Tangencial del material viscoelástico, denominado anteriormente como G' ; y G_C a la constante de amortiguamiento viscoso, definida como el cociente entre el Módulo de Pérdidas G'' y la frecuencia de excitación ω , G''/ω . Reescribiendo la relación anterior en términos de fuerzas y desplazamientos se obtiene la ecuación (5.12), que se expresa a continuación empleando la nomenclatura que se utilizará a lo largo de este capítulo:

$$f_D(t) = k_{Di} y_{rel}(t) + c_{Di} \dot{y}_{rel}(t), \quad (5.12)$$

donde k_{Di} y c_{Di} se calculan como sigue

$$k_{Di} = \frac{n_{VED} G_E A_{VED}}{h_{VED}}, \quad (5.13a)$$

$$c_{Di} = \frac{n_{VED} G_C A_{VED}}{h_{VED}} = \frac{n_V \eta G_E A_{VED}}{\omega h_{VED}}; \quad (5.13b)$$

En las ecuaciones (5.13), n_{VED} hace representa número de capas de material viscoelástico que componen el amortiguador, h_{VED} el espesor de cada una de ellas y A_{VED} su área de cortadura. Por último $y_{rel}(t)$ hace referencia a la elongación del amortiguador. A partir de la relación existente entre el Módulo de Elasticidad Tangencial y el Módulo de Pérdidas, definida por la expresión (5.4), es posible reescribir la constante c_{Di} del amortiguador tal y como se muestra en la ecuación (5.13b).

Dado que la finalidad del sistema de reacondicionamiento es la de reducir las vibraciones verticales excesivas en el tablero del puente, que tienen lugar cuando éste entra en resonancia, como primera aproximación al comportamiento de los VED se tomarán valores de G_E y η iguales a los registrados en el material viscoelástico escogido para (i) una frecuencia de excitación correspondiente a la de resonancia del primer modo de flexión longitudinal de tablero (ello equivale a asumir que la frecuencia de excitación del VED coincide con la de resonancia de este modo del tablero, lo cual no es cierto en sentido estricto); (ii) un nivel de deformaciones estimado en base a las oscilaciones máximas del tablero en resonancia y (iii) a una temperatura media de 20 °C, valor intermedio

considerando un rango de variación de la temperatura ambiente de trabajo del sistema de reacondicionamiento entre 0 y 40°C.

La limitación principal del modelo de Kelvin, como puede deducirse, deriva de la consideración de un valor constante para los módulos G_E y η , lo que resulta una aproximación inexacta aunque razonable si la variación de estos parámetros es reducida en el intervalo de frecuencias, temperaturas y nivel de deformaciones de trabajo del dispositivo. A continuación se justifican las simplificaciones introducidas por este modelo:

- ✓ En una situación de resonancia particular, puede asumirse constante el valor de la frecuencia de excitación a la que se ve sometido el VED para cualquier temperatura ambiental, si se toma como aproximación que esta frecuencia es igual a la de resonancia de la viga principal, ω_B . Esta hipótesis no es cierta en sentido estricto, ya que la frecuencia de excitación del VED se correspondería con la de resonancia del sistema constituido por la viga principal y auxiliar unidas a través de la distribución de amortiguadores; y este valor de frecuencia se modificaría a su vez ante variaciones de la temperatura ambiental, debido a la modificación de las propiedades del VED. Sin embargo, como se observará en la sección 5.6.5, la frecuencia de resonancia del sistema completo es próxima a ω_B para una temperatura concreta, una vez dimensionado el sistema de reacondicionamiento; y no se prevé que ante variaciones de la temperatura ambiental dentro de un rango razonable de funcionamiento del sistema de reacondicionamiento, pueda modificarse de manera significativa esta conclusión. Se concluye por tanto que el empleo de unos valores de G_E y η constantes e iguales a los registrados en el material a una frecuencia de valor ω_B , resulta una primera aproximación aceptable.
- ✓ Durante el estudio del sistema de reacondicionamiento con FVD [63], se ha podido verificar que la máxima elongación experimentada por los amortiguadores en resonancia se sitúa en torno a 2 mm como máximo; un valor que puede asumirse representativo de las elongaciones experimentadas por los VED en

el sistema de reacondicionamiento debido a la similitud de ambas aplicaciones. Teniendo en cuenta que los espesores de las capas de material viscoelástico del VED habitualmente empleados para el control de vibraciones en obra civil varían entre 2 y 4 cm, ello implica que las deformaciones angulares experimentadas por el VED en esta aplicación son muy reducidas, en torno a 0.1 como máximo. Las variaciones en la temperatura ambiental pueden alterar estos valores, haciéndolos superiores ante incrementos de la misma debido al ablandamiento experimentado por el material; e inferiores ante reducciones de la temperatura por debajo del valor nominal considerado. Pese a ello, no es previsible alcanzar un elevado nivel de deformación en el VED en esta aplicación particular. La bibliografía demuestra que la degradación de las propiedades mecánicas del VED con los ciclos de oscilación en función del nivel de deformación aplicado, es poco significativa para valores reducidos del mismo, aunque se incrementa a medida que se hace mayor la deformación, según muestran las figuras 5.4, 5.5, 5.6 y 5.7.

- ✓ Teniendo en cuenta lo expuesto en los dos apartados anteriores, puede concluirse que una de las principales limitaciones del modelo de Kelvin para simular el comportamiento del VED en el sistema de reacondicionamiento viene asociada a la variación de las propiedades del material viscoelástico con la temperatura, un aspecto que no es contemplado por el modelo. Para evaluar la efectividad del sistema de reacondicionamiento a diferentes temperaturas sería necesario recalcular el problema dinámico empleando nuevos valores de los parámetros constitutivos G_E y η , evaluados a la temperatura de interés. Otra de las limitaciones del modelo se debe a la imposibilidad de reproducir la degradación de las propiedades del material con los ciclos de oscilación, un fenómeno dependiente a su vez de la frecuencia de excitación, temperatura y nivel deformaciones de trabajo del amortiguador.

5.6.3. FORMULACIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL SISTEMA REACONDICIONADO SOMETIDO A UN TREN DE CARGAS MÓVILES

Para la formulación de las ecuaciones que gobiernan el comportamiento dinámico del sistema mostrado en la figura 5.15, se retomará en primer lugar, la ecuación diferencial de la n -ésima amplitud modal de la viga biapoyada introducida en el Capítulo 3, (ecuación (3.6)), que se expresa como

$$m \frac{L}{2} \ddot{\xi}_n(t) + (n\pi)^4 \frac{EI_z}{2L^3} \xi_n(t) = \int_0^L q(x,t) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} dx. \quad (5.14)$$

La incertidumbre en la modelización del amortiguamiento viscoso de los sistemas, conduce en algunos casos a emplear un tratamiento aproximado del mismo. Así pues, es habitual admitir que existe una tasa de amortiguamiento ζ_n asociada a cada uno de los modos de vibración, que se asigna de forma directa tal y como se muestra a continuación,

$$\ddot{\xi}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{\xi}_n(t) + \omega_n^2 \xi_n(t) = \frac{2}{mL} \int_0^L q(x,t) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} dx, \quad (5.15)$$

donde la masa y rigidez asociadas al modo n -ésimo son, respectivamente, $mL/2$ y ω_n^2 .

En el modelo de cargas móviles, la integral del segundo miembro de la ecuación (5.15) puede evaluarse representando las fuerzas puntuales como combinación de funciones Heaviside unitarias, $H(t-t_0)$, y Delta de Dirac, $\delta(x-x_0)$, es decir

$$\int_0^L q(x,t) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} dx = - \sum_{k=1}^{N_p} \int_0^L P_k \left[H\left(t - \frac{d_k}{V}\right) - H\left(t - \frac{d_k + L}{V}\right) \right] \delta(x - Vt) dx, \quad (5.16)$$

donde N_p es el número total de cargas puntuales que componen el tren.

La ecuación (5.15) debe ser particularizada para cada una de las vigas que componen el sistema reacondicionado, incluyendo además los términos adicionales correspondientes a las fuerzas que los amortiguadores viscoelásticos (representados por el modelo de Kelvin) ejercen sobre cada una de ellas. De este modo, las ecuaciones de movimiento del modo n -ésimo del sistema reacondicionado son, en coordenadas modales,

$$\begin{aligned}
 & \ddot{\xi}_n^B(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{\xi}_n^B(t) + (\omega_n^B)^2 \xi_n^B(t) = \\
 & = -\frac{2}{m_B L_B} \left[\sum_{i=1}^{N_D} \text{sen} \frac{n\pi x_{Di}^B}{L_B} k_{Di} y_{rel,i}(t) + \sum_{i=1}^{N_D} \text{sen} \frac{n\pi x_{Di}^B}{L_B} c_{Di} \dot{y}_{rel,i}(t) \right] + q_n(t), \\
 & \ddot{\xi}_n^b(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{\xi}_n^b(t) + (\omega_n^b)^2 \xi_n^b(t) = \\
 & = \frac{2}{m_b L_b} \left[\sum_{i=1}^{N_D} \text{sen} \frac{n\pi x_{Di}^b}{L_b} k_{Di} y_{rel,i}(t) + \sum_{i=1}^{N_D} \text{sen} \frac{n\pi x_{Di}^b}{L_b} c_{Di} \dot{y}_{rel,i}(t) \right]. \quad (5.17) \\
 & y_{rel,i}(t) = \sum_{j=1}^{N_{\text{mod}}^B} \text{sen} \frac{j\pi x_{Di}^B}{L_B} \xi_j^B - \sum_{j=1}^{N_{\text{mod}}^b} \text{sen} \frac{j\pi x_{Di}^b}{L_b} \xi_j^b, \\
 & \dot{y}_{rel,i}(t) = \sum_{j=1}^{N_{\text{mod}}^B} \text{sen} \frac{j\pi x_{Di}^B}{L_B} \dot{\xi}_j^B - \sum_{j=1}^{N_{\text{mod}}^b} \text{sen} \frac{j\pi x_{Di}^b}{L_b} \dot{\xi}_j^b, \\
 & q_n(t) = -\frac{2}{m_B L_B} \sum_{k=1}^{N_p} (H(t - \frac{d_k}{V}) - H(t - \frac{d_k + L_B}{V})) P_k \text{sen} \frac{n\pi(Vt - d_k)}{L_B}.
 \end{aligned}$$

En las ecuaciones (5.17), los subíndices y superíndices B y b hacen referencia a magnitudes asociadas con la viga principal y auxiliar respectivamente. N_D representa el número total de VED instalados en el sistema de reacondicionamiento, y c_{Di} y k_{Di} son las constantes del i -ésimo amortiguador modelizado mediante el elemento de Kelvin (ecs. (5.13)). La posición longitudinal del i -ésimo amortiguador a lo largo de la viga principal se ha designado como x_{Di}^B , mientras que su posición medida respecto de la viga auxiliar es x_{Di}^b . Por último, $y_{rel,i}(t)$ es la elongación del i -ésimo VED, que coincide con el desplazamiento vertical relativo entre los centros de gravedad de las secciones de la viga principal y auxiliar conectadas por el amortiguador. Y los términos N_{mod}^B y N_{mod}^b hacen referencia al número total de contribuciones modales consideradas en la viga principal y auxiliar, respectivamente.

Las ecuaciones (5.13) pueden reescribirse en forma matricial como sigue,

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} \mathbf{M}^B & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\xi}_B \\ \ddot{\xi}_b \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} \mathbf{C}_E^B & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_E^b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{C}_D^B & \mathbf{C}_D^{B,b} \\ \mathbf{C}_D^{b,B} & \mathbf{C}_D^b \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \dot{\xi}_B \\ \dot{\xi}_b \end{pmatrix} + \\
 & \quad + \left[\begin{pmatrix} \mathbf{K}_E^B & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_E^b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}_D^B & \mathbf{K}_D^{B,b} \\ \mathbf{K}_D^{b,B} & \mathbf{K}_D^b \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \xi_B \\ \xi_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_B(t) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (5.18a)
 \end{aligned}$$

donde los vectores de amplitudes modales, ξ_B y ξ_b , de dimensiones N_{mod}^B y N_{mod}^b respectivamente, se definen como

$$\xi_B = \left(\xi_1^B \quad \dots \quad \xi_{N_{\text{mod}}^B}^B \right)^T, \quad \xi_b = \left(\xi_1^b \quad \dots \quad \xi_{N_{\text{mod}}^b}^b \right)^T. \quad (5.18b)$$

Las submatrices \mathbf{M}_B y \mathbf{M}_b , que almacenan las masas modales de la viga principal y auxiliar respectivamente, son matrices cuadradas que pueden expresarse como

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^B &= [M_{ii}^B] = \frac{m_B L_B}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B \\ \mathbf{M}^b &= [M_{ii}^b] = \frac{m_b L_b}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^b. \end{aligned} \quad (5.18c)$$

Las matrices de amortiguamiento y rigidez, se han expresado como suma de una matriz que almacena las magnitudes asociadas exclusivamente a la viga principal y auxiliar, (\mathbf{C}_E y \mathbf{K}_E respectivamente) y otra matriz que almacena los términos asociados a los VED (\mathbf{C}_D y \mathbf{K}_D). A continuación se definen los componentes de cada una de ellas.

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_E^B &= [C_{E,ii}^B] = m_B L_B \omega_i^B \zeta_i^B, \quad i = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B \\ \mathbf{C}_E^b &= [C_{E,ii}^b] = m_b L_b \omega_i^b \zeta_i^b, \quad i = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^b, \end{aligned} \quad (5.18d)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_E^B &= [K_{E,ii}^B] = \frac{m_B L_B}{2} (\omega_i^B)^2, \quad i = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B \\ \mathbf{K}_E^b &= [K_{E,ii}^b] = \frac{m_b L_b}{2} (\omega_i^b)^2, \quad i = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^b \end{aligned} \quad (5.18e)$$

Las submatrices cuadradas \mathbf{C}_D^B y \mathbf{C}_D^b , de dimensión N_{mod}^B y N_{mod}^b respectivamente, pueden expresarse como

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_D^B &= [C_{D,ij}^B] = \sum_{k=1}^{N_D} c_{Dk} \text{sen} \frac{i\pi x_{Dk}^B}{L_B} \text{sen} \frac{j\pi x_{Dk}^B}{L_B}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B \\ \mathbf{C}_D^b &= [C_{D,ij}^b] = \sum_{k=1}^{N_D} c_{Dk} \text{sen} \frac{i\pi x_{Dk}^b}{L_b} \text{sen} \frac{j\pi x_{Dk}^b}{L_b}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^b. \end{aligned} \quad (5.18f)$$

De manera semejante, los elementos de las matrices cuadradas \mathbf{K}_D^B y \mathbf{K}_D^b vienen dados por

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_D^B &= [K_{D,ij}^B] = \sum_{l=1}^{N_D} k_{Dl} \text{sen} \frac{i\pi x_{Dl}^B}{L_B} \text{sen} \frac{j\pi x_{Dl}^B}{L_B}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B \\ \mathbf{K}_D^b &= [K_{D,ij}^b] = \sum_{l=1}^{N_D} k_{Dl} \text{sen} \frac{i\pi x_{Dl}^b}{L_b} \text{sen} \frac{j\pi x_{Dl}^b}{L_b}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^b. \end{aligned} \quad (5.18g)$$

Por último, las submatrices \mathbf{C}_D^{Bb} , \mathbf{K}_D^{Bb} , \mathbf{C}_D^{bb} , \mathbf{K}_D^{bb} se definen como

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{C}_D^{Bb} &= [C_{D,ij}^{Bb}] = -\sum_{k=1}^{N_D} c_{Dk} \operatorname{sen} \frac{i\pi x_{Dk}^B}{L_B} \operatorname{sen} \frac{j\pi x_{Dk}^b}{L_b}, \\ \mathbf{K}_D^{Bb} &= [K_{D,ij}^{Bb}] = -\sum_{l=1}^{N_D} k_{Dl} \operatorname{sen} \frac{i\pi x_{Dl}^B}{L_B} \operatorname{sen} \frac{j\pi x_{Dl}^b}{L_b}, \\ \mathbf{C}_D^{bb} &= [C_{D,ji}^{bb}], \quad \mathbf{K}_D^{bb} = [K_{D,ji}^{bb}]; \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B \\ j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^b \end{array} \quad (5.18h)$$

Y el subvector de carga modal $\mathbf{Q}_B(t)$ de dimensión N_{mod}^B , viene dado por

$$\mathbf{Q}_B(t) = \{Q_{B,i}\} = -\sum_{k=1}^{N_p} (H(t - \frac{d_k}{V}) - H(t - \frac{d_k + L_B}{V})) P_k \operatorname{sen} \frac{n\pi(Vt - d_k)}{L_B}, \quad i = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B. \quad (5.18i)$$

Como puede observarse, el sistema de ecuaciones (5.18), de dimensión $N_{\text{mod}}^B + N_{\text{mod}}^b$, queda acoplado a través de las matrices de amortiguamiento y rigidez, debido a las submatrices \mathbf{C}_D y \mathbf{K}_D introducidas por los VED. Para su resolución, en primer lugar se integra numéricamente el sistema de ecuaciones expresado en coordenadas modales, empleando el Método de Newmark- β de la aceleración lineal. Los desplazamientos, velocidades y aceleraciones en secciones concretas de las vigas, así como las fuerzas axiales en los VED, se obtienen finalmente por Superposición Modal, combinando linealmente un número concreto de modos de vibración analíticos de la viga principal y de la auxiliar, el cual se determina realizando un análisis de sensibilidad sobre la estructura analizada en cada caso que garantice la convergencia de las soluciones obtenidas.

5.6.4. FORMULACIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL SISTEMA REACONDICIONADO ANTE EXCITACIÓN SENOIDAL

Para estudiar las características particulares del sistema de doble viga mostrado en la figura 5.15, se ha optado en primer lugar por analizar su evolución ante una excitación senoidal de frecuencia y amplitud constantes, aplicada en el centro de vano de la viga principal. Con este tipo de excitación pueden obtenerse las características fundamentales del sistema en resonancia y, por tanto, cualquier conclusión extraída de este análisis aportará información relevante relativa al comportamiento del tablero reacondicionado ante el paso de los trenes de AV en una situación de resonancia.

El estudio que se realizará a continuación se basa en las premisas siguientes:

- ✓ Cuando un tren circula sobre un puente a la velocidad de resonancia, la respuesta del mismo se debe fundamentalmente al modo que entra en resonancia y, por tanto, la influencia de modos diferentes al que resuena puede despreciarse en el cálculo de la respuesta dinámica de la viga principal.
- ✓ En la mayoría de puentes de vía única y sin esviaje, que es el caso analizado en sentido estricto mediante el modelo plano descrito, las vibraciones excesivas ante la circulación de las composiciones ferroviarias se deben habitualmente a resonancias del modo fundamental (en algunas circunstancias han podido detectarse resonancias del segundo modo de flexión (Museros y Alarcón [75])).
- ✓ Las oscilaciones del primer modo de flexión de la viga principal producen una distribución simétrica de fuerzas sobre la viga auxiliar debido a la presencia de los VED, cuando todos ellos son iguales (en material y dimensiones) y están distribuidos uniformemente. En tales circunstancias cabe esperar que la respuesta de la viga auxiliar también se deba principalmente a la contribución de su primer modo de flexión.

Admitiendo a continuación que las longitudes de ambas vigas son iguales, $L_B=L_b=L$, que están verticalmente alineadas de forma que $x_{Di}^B = x_{Di}^b$, y considerando únicamente el primer modo de flexión para las vigas principal y auxiliar, se puede obtener un único amortiguador equivalente al conjunto de VED situados en diferentes secciones de las vigas. Este amortiguador equivalente, ubicado en $x=L/2$, tiene unas constantes definidas por las siguientes expresiones:

$$C_D = \sum_{i=1}^{N_D} c_{Di} \text{sen}^2\left(\frac{\pi x_{Di}}{L}\right),$$

$$K_D = \sum_{i=1}^{N_D} k_{Di} \text{sen}^2\left(\frac{\pi x_{Di}}{L}\right).$$
(5.19)

Si l_D representa la separación entre los VED que conectan la viga principal con la auxiliar (simétricamente distribuidos con respecto al centro de

vano), se considera que todos los VED instalados son idénticos (mismo material y dimensiones), y se considera la relación (5.4), las ecuaciones (5.19) pueden describirse como

$$C_D = \frac{G_E \eta(\omega_1^B) n_{VED} A_{VED}}{\omega_1^B h_{VED}} \sum_{i=1}^{N_D} \cos^2 \left[\frac{\pi}{L} l_D \left(i - \frac{N_D + 1}{2} \right) \right],$$

$$K_D = \frac{C_D \omega_1^B}{\eta(\omega_1^B)},$$
(5.20)

donde $\eta(\omega_1^B)$ representa el valor del factor de pérdidas del material viscoelástico η , a la frecuencia de resonancia del primer modo de flexión de la viga principal.

El comportamiento del sistema reacondicionado ante excitación armónica y considerando únicamente la contribución de los modos fundamentales de la viga principal y la auxiliar, puede ser descrito a través de un sistema de 2 grados de libertad (2gdl), tal y como se muestra en la figura 5.15.

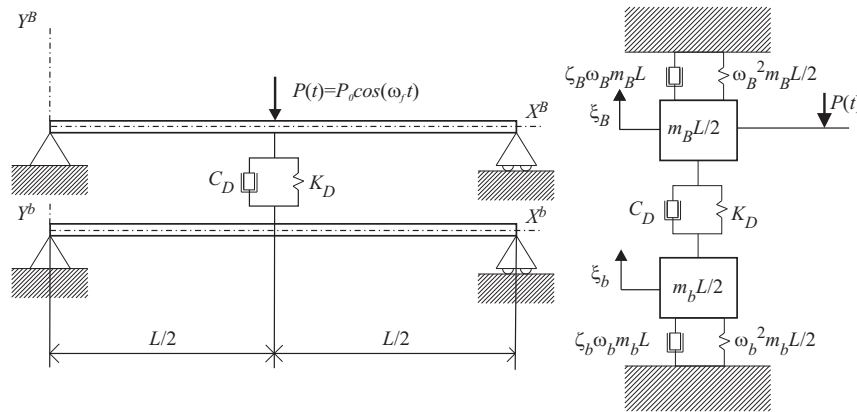


Figura 5.17. Sistema de 2gdl equivalente

Las ecuaciones de movimiento del sistema equivalente de 2gdl en coordenadas modales y expresadas de forma matricial son

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\xi}_B \\ \ddot{\xi}_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\zeta_B\omega_B + \frac{2C_D}{m_B L} & -\frac{2C_D}{m_B L} \\ -\frac{2C_D}{m_b L} & 2\zeta_b\omega_b + \frac{2C_D}{m_b L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\xi}_B \\ \dot{\xi}_b \end{pmatrix} + \\
+ \begin{pmatrix} \omega_B^2 + \frac{2K_D}{m_B L} & -\frac{2K_D}{m_B L} \\ -\frac{2K_D}{m_b L} & \omega_b^2 + \frac{2K_D}{m_b L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_B \\ \xi_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2P_0 \cos(\omega_f t) \\ 0 \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{5.21}$$

Nótese que en las ecuaciones anteriores se ha modificado ligeramente la nomenclatura de algunas de las variables por simplicidad. En concreto, se ha omitido el subíndice 1 que indica valores asociados al primer modo, además de transformar superíndices en subíndices en algunas de ellas. De esta forma, ω_B y ω_b representan las frecuencias propias del primer modo de flexión de ambas vigas, ζ_B , ζ_b son las tasas de amortiguamiento asociadas al modo fundamental, y $m_B L$, $m_b L$ las masas totales de las vigas principal y auxiliar respectivamente. Por último, P_0 y ω_f representan la amplitud y la frecuencia de la excitación armónica, respectivamente.

Para resolver el sistema de ecuaciones anterior, se han definido previamente los siguientes parámetros adimensionales:

$$\text{Relación de frecuencias:} \quad \varphi = \omega_b / \omega_B \tag{5.22}$$

$$\text{Frecuencia de excitación adimensional:} \quad \Omega = \omega_f / \omega_B \tag{5.23}$$

$$\text{Relación de masas:} \quad \mu = m_b / m_B \tag{5.24}$$

$$\text{Tasa de amortiguamiento externa:} \quad \zeta_D = C_D / (\omega_B m_B L) \tag{5.25}$$

$$\text{Tasa de rigidez externa:} \quad \kappa_D = 2K_D / (\omega_B^2 m_B L) \tag{5.26}$$

Reescribiendo las ecuaciones (5.21) en función de los parámetros adimensionales definidos, se obtiene un nuevo sistema de ecuaciones dimensionalizado, que se muestra a continuación

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\xi}_B \\ \ddot{\xi}_b \end{pmatrix} + 2\omega_B \begin{pmatrix} \zeta_B + \zeta_D & -\zeta_D \\ -\zeta_D & \zeta_b \varphi \mu + \zeta_D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\xi}_B \\ \dot{\xi}_b \end{pmatrix} + \\
+ \omega_B^2 \begin{pmatrix} 1 + \kappa_D & -\kappa_D \\ -\kappa_D & \varphi^2 \mu + \kappa_D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_B \\ \xi_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2P_0 \cos(\omega_f t) \\ 0 \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{5.27}$$

Si se considera que el número de cargas móviles que circulan sobre la viga principal es suficientemente elevado como para que la resonancia se desarrolle por completo, la máxima respuesta del sistema tendrá lugar durante la etapa de las oscilaciones forzadas. Despreciando la solución transitoria del sistema anterior, las amplitudes modales ξ_B y ξ_b , soluciones al sistema de ecuaciones (5.27), pueden expresarse en términos de funciones temporales complejas como

$$\begin{aligned}\xi_B(t) &= \bar{\xi}_B e^{i\omega_f t}, \\ \xi_b(t) &= \bar{\xi}_b e^{i\omega_f t};\end{aligned}\quad (5.28)$$

donde $\bar{\xi}_B$ y $\bar{\xi}_b$ son también amplitudes complejas, $i = \sqrt{-1}$. La evolución temporal de las amplitudes modales viene dada por la parte real de ξ_B y ξ_b . Sustituyendo las expresiones (5.28) en (5.27), el sistema de ecuaciones a resolver queda del siguiente modo

$$\begin{pmatrix} \bar{\xi}_B \\ \bar{\xi}_b \end{pmatrix} = (-\omega_f^2 \mathbf{M} + i\omega_f \mathbf{C} + \mathbf{K}) \begin{pmatrix} -2P_0 \\ m_B L \\ 0 \end{pmatrix}\quad (5.29)$$

donde \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} son las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento de la ecuación (5.27) respectivamente.

Obteniendo los módulos de la amplitud compleja $\bar{\xi}_B$ y $\bar{\xi}_b$, y dividiéndolos por la amplitud estática en el centro de vano, se obtienen los factores de amplificación modal analíticos A_B y A_b para la viga principal y la auxiliar, en función de los parámetros adimensionales. Dichos valores se muestran a continuación:

$$A_B = \frac{|\bar{\xi}_B|}{2P_0 / (\omega_B^2 m_B L)} = \sqrt{\frac{[\mu(\varphi^2 - \Omega^2) + \kappa_D]^2 + 4\Omega^2(\zeta_b \varphi \mu + \zeta_D)^2}{E^2 + 4\Omega^2 F^2}},\quad (5.30a)$$

$$A_b = \frac{|\bar{\xi}_b|}{2P_0 / (\omega_b^2 m_b L)} = \sqrt{\frac{\kappa_D^2 + 4\Omega^2 \zeta_D^2}{E^2 + 4\Omega^2 F^2}};\quad (5.30b)$$

donde

$$E = \mu(\varphi^2 - \Omega^2)(1 - \Omega^2 + \kappa_D) + (1 - \Omega^2)\kappa_D - 4\Omega^2[\zeta_b \varphi \mu(\zeta_B + \zeta_D) + \zeta_D \zeta_B],\quad (5.30c)$$

$$F = \zeta_b \varphi \mu(1 - \Omega^2 + \kappa_D) + \mu(\varphi^2 - \Omega^2)(\zeta_B + \zeta_D) + \zeta_D(1 - \Omega^2) + \zeta_B \kappa_D,\quad (5.30d)$$

A partir de las ecuaciones (5.30) es posible deducir la expresión de la amplitud de la aceleración del modo fundamental de la viga principal, a_B , la cual se ha adimensionalizado dividiendo por el término $2P_0/m_B L$.

$$a_B = |\bar{\xi}_B| \omega_f^2 = \Omega^2 A_B. \quad (5.31)$$

Tal y como se aprecia en las ecuaciones (5.30) y (5.31), el factor de amplificación modal y la aceleración de la viga dependen de siete parámetros adimensionales, que son φ , μ , Ω , ζ_B , ζ_b , ζ_D y κ_D . Se puede sin embargo eliminar la dependencia de unos de ellos empleando la relación (5.4). De este modo, es posible expresar el parámetro adimensional κ_D en función de ζ_D como sigue

$$\kappa_D = \frac{2}{\eta(\omega_B)} \zeta_D, \quad (5.32)$$

donde $\eta(\omega_B)$ es el factor de pérdidas del material viscoelástico η , a la frecuencia de resonancia del primer modo de flexión de la viga principal, expresado según la nomenclatura modificada que omite el subíndice relativo al orden de la forma modal. Por tanto, una vez conocidas las propiedades mecánicas del VED a emplear en el reacondicionamiento, los parámetros que gobiernan la respuesta del sistema de 2gdl se reducen a seis, (φ , μ , Ω , ζ_B , ζ_b , ζ_D), y las ecuaciones (5.30) pueden describirse como

$$A_B = \frac{|\bar{\xi}_B|}{2P_0 / (\omega_B^2 m_B L)} = \sqrt{\frac{\left[\mu(\varphi^2 - \Omega^2) + \frac{2}{\eta(\omega_B)} \zeta_D \right]^2 + 4\Omega^2 (\zeta_b \varphi \mu + \zeta_D)^2}{E^2 + 4\Omega^2 F^2}}, \quad (5.33a)$$

$$A_b = \frac{|\bar{\xi}_b|}{2P_0 / (\omega_b^2 m_b L)} = \sqrt{\frac{\left(\frac{2}{\eta(\omega_B)} \zeta_D \right)^2 + 4\Omega^2 \zeta_D^2}{E^2 + 4\Omega^2 F^2}}; \quad (5.33b)$$

$$E = \mu(\varphi^2 - \Omega^2)(1 - \Omega^2) + \frac{2}{\eta(\omega_B)} \zeta_D + (1 - \Omega^2) \frac{2}{\eta(\omega_B)} \zeta_D - 4\Omega^2 [\zeta_b \varphi \mu (\zeta_B + \zeta_D) + \zeta_D \zeta_B], \quad (5.33c)$$

$$F = \zeta_b \varphi \mu (1 - \Omega^2) + \frac{2}{\eta(\omega_B)} \zeta_D + \mu (\varphi^2 - \Omega^2) (\zeta_B + \zeta_D) + \zeta_D (1 - \Omega^2) + \zeta_B \frac{2}{\eta(\omega_B)} \zeta_D. \quad (5.33d)$$

5.6.5. ANÁLISIS PARAMÉTRICO DE LA RESPUESTA DE LA VIGA PRINCIPAL REACONDICIONADA

Análogamente al estudio paramétrico realizado por Martínez para el sistema reacondicionado con amortiguadores fluído-viscosos (FVD) [63], en esta sección se pretende analizar la influencia de las variables adimensionales φ , μ , Ω , ζ_B , ζ_b , ζ_D en la respuesta dinámica de la viga principal reacondicionada con VED. Para ello, en primer lugar se ha calculado el factor de amplificación A_B mediante la ecuación (5.33a), ante variaciones de la frecuencia de excitación senoidal entre $0.5 \leq \Omega \leq 1.5$ y en incrementos de 0.01, y modificando los valores de algunos de los restantes parámetros adimensionales mientras que otros de ellos permanecen constantes. En la figura 5.18 se muestran algunos de los resultados obtenidos.

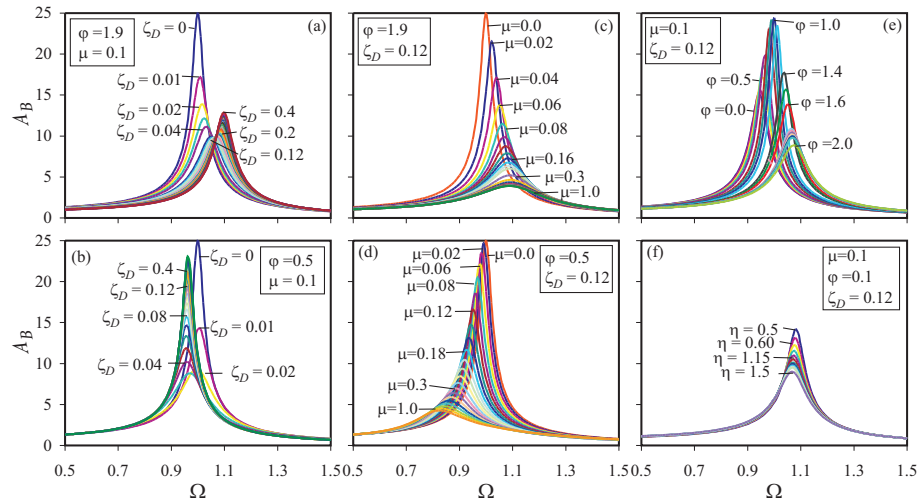


Figura 5.18. Factor de amplificación A_B frente a Ω para diferentes valores de los parámetros adimensionales

Todos los resultados anteriores se han obtenido considerando una tasa de amortiguamiento para la viga principal y auxiliar de $\zeta_B = 2\%$ y $\zeta_b = 0.5\%$. Para el Factor de Pérdidas del material viscoelástico se ha tomado un

valor de $\eta(\omega_B)=1.2$, exceptuando los resultados mostrados en la figura 5.18(f).

En las figuras 5.18(a) y 5.18(b) se ha representado el valor de A_B frente a Ω , para diferentes valores de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D comprendidos entre 0 y 0.4, y manteniendo constante la relación de frecuencias y masas entre la viga principal y la auxiliar (φ, μ). De acuerdo con la expresión (5.20), una vez fijado el material viscoelástico a emplear en el reacondicionamiento, cualquier incremento de este parámetro representa un aumento del área de cortadura A_{VED} del VED, del número de amortiguadores instalados n_{VED} , o una reducción del espesor de la capa del material viscoelástico h_{VED} . De la observación de las dos figuras mencionadas pueden extraerse las conclusiones siguientes: (i) a medida que se incrementa la constante de amortiguamiento C_D , y con ella ζ_D y κ_D , la respuesta máxima de la viga principal decrece monótonamente hasta alcanzar un valor mínimo y, a partir de éste, vuelve a incrementarse según aumenta el valor de ζ_D . (ii) El valor de la frecuencia de excitación para el que tiene lugar el máximo de la respuesta, Ω_r , se desplaza lateralmente siguiendo una tendencia que depende del valor del ratio de frecuencias φ : si la frecuencia propia de la viga auxiliar es superior a la de la viga principal, $\varphi > 1$, el pico de la respuesta se desplaza hacia valores superiores de Ω conforme se incrementa el valor de ζ_D . Por el contrario, si $\varphi < 1$, el desplazamiento es hacia valores inferiores.

El caso $\zeta_D=0$ (y también $\kappa_D=0$), se corresponde con la respuesta del oscilador amortiguado, cuya amplificación y frecuencia de resonancia vienen dadas por las conocidas expresiones

$$A_B|_{\zeta_D=0} = A_{gdI} = \frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2 + (2\zeta_B\Omega)^2}}, \quad (5.34)$$

$$\Omega_r|_{\zeta_D=0} = \sqrt{1-2\zeta_B^2}, \quad (5.35)$$

siendo la amplitud del pico de resonancia

$$A_B'|_{\zeta_D=0} = \frac{1}{2\zeta_B\sqrt{1-\zeta_B^2}}. \quad (5.36)$$

La evolución de A_B ante variaciones de la tasa de amortiguamiento ζ_D , confirma que para cada combinación de parámetros φ , μ , es decir, para un tablero determinado con su viga auxiliar correspondiente, existe un valor óptimo de ζ_D que minimiza la respuesta dinámica en resonancia de la viga principal.

Cabe recordar también que el modelo de VED de Kelvin utilizado en este estudio paramétrico considera unas propiedades mecánicas del material viscoelástico a una frecuencia, temperatura y nivel de deformación determinado. Teniendo en cuenta lo expuesto en la sección acerca de las limitaciones del modelo de Kelvin y sus implicaciones en la modelización del comportamiento viscoelástico, el valor óptimo ζ_D experimentará variaciones según la temperatura ambiental a la que trabaje el sistema de reacondicionamiento.

Las figuras 5.18(c) y (d) muestran la influencia del parámetro μ en la amplificación de la respuesta de la viga principal, manteniendo constantes las variables adimensionales φ y ζ_D ($\varphi=1.9-0.5$, $\zeta_D=0.12$). Tal y como puede apreciarse en las figuras, A_B decrece monótonamente al aumentar μ . El valor mínimo de A_B se alcanzaría en el límite en el que μ tiene a infinito, que equivaldría a vincular el VED a una referencia fija (suelo); una situación ideal que no resultaría viable técnicamente en la mayoría de puentes. Contrariamente, la máxima respuesta en la viga principal se alcanza cuando $\mu=0$, que nuevamente se correspondería con la respuesta de un sistema de 1 gdl. También es claramente apreciable en las figuras mencionadas cómo la respuesta del sistema no experimenta variaciones importantes para valores de μ muy próximos a la unidad o superiores. La frecuencia de resonancia se desplaza hacia valores superiores a medida que aumenta μ cuando la frecuencia fundamental de la viga auxiliar es superior a la de la viga principal ($\varphi>1$), tendencia que se invierte cuando $\varphi<1$.

En la figura 5.18(e) se muestra la evolución del factor de amplificación A_B tomando valores fijos de μ y ζ_D y variando la relación de frecuencias φ entre 0 y 2. Tal y como podría preverse, la máxima amplificación A_B se alcanza cuando la frecuencia fundamental de la viga principal y de la auxiliar son coincidentes, $\varphi=1$. En tales circunstancias ambas vigas vibran en fase y, por tanto, la elongación experimentada por el amortiguador es

muy reducida, lo que conduce a una escasa disipación de energía. La reducción de la respuesta A_B se hace mayor cuanto mayor es la diferencia entre las frecuencias de la viga principal y auxiliar. Puede observarse también que empleando valores de φ superiores a 1, la amplificación de la respuesta de la viga principal puede experimentar una mayor reducción que si se emplean valores de φ inferiores a la unidad. El caso límite en el que $\varphi=0$ se correspondería con un amortiguador de masa sintonizada (TMD), en el que una masa queda conectada a la viga principal a través del amortiguador de constantes C_D y K_D . Y cuando φ tiende a infinito, la respuesta de la viga principal equivale a la de un sistema de 1gdl, conectado a la referencia fija a través del amortiguador viscoelástico.

Por último, en la figura 5.18(f) se ha representado A_B en función de Ω , empleando diferentes valores del Factor de Pérdidas del material $\eta(\omega_B)$ y manteniendo constantes los parámetros φ , μ y ζ_D . Tal y como puede apreciarse, la reducción de la respuesta dinámica es mayor a medida que se incrementa el valor del Factor de Pérdidas del Material, produciéndose un desplazamiento de la frecuencia de resonancia hacia valores inferiores. En el caso particular en el que $\eta(\omega_B)$ tiende a infinito, el VED introduciría una rigidez nula en el sistema, comportándose como un FVD ideal. Este caso límite es el que se corresponde con el estudio paramétrico presentado previamente por Martínez en su Tesis Doctoral, en donde se planteó el reacondicionamiento con FVD y se observó una evolución similar de A_B ante variaciones de los parámetros adimensionales. Se ha podido comprobar también que el aumento de la tasa de amortiguamiento de la viga auxiliar ζ_b tiene un efecto beneficioso en el reacondicionamiento, reduciendo la respuesta de la viga principal monótonamente según éste se incrementa.

El comportamiento dinámico del sistema de 2 gdl equivalente en términos de aceleración es similar al observado anteriormente con la amplificación A_B , tal y como puede observarse en la figura 5.19. Cabe señalar en este caso que los valores máximos de la amplitud de las aceleraciones tienen lugar a una frecuencia Ω ligeramente diferente a la correspondiente a los valores máximos observados en la figura 5.18.

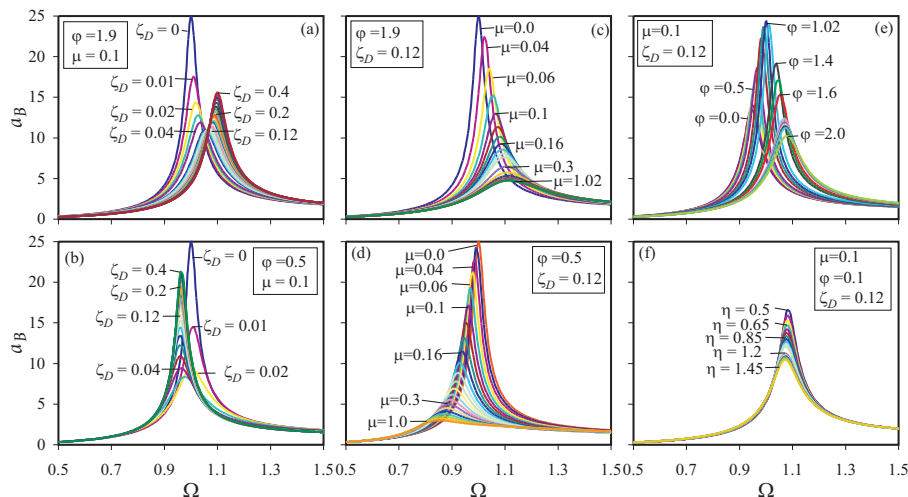


Figura 5.19. Amplificación a_B frente a Ω para diferentes valores de los parámetros adimensionales

Una característica particular del sistema de 2 gdl analizado es que su respuesta se asemeja en gran medida a la de un sistema de 1 gdl, ya que en el rango de interés de los parámetros adimensionales no ha sido posible detectar el segundo pico de resonancia en la respuesta de la viga principal, que sería el comportamiento esperable en un sistema de 2 gdl. Al representar la amplificación de la viga auxiliar A_b tomando valores muy reducidos de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D , sí ha sido posible detectar este segundo pico, aunque a medida que se incrementa el amortiguamiento introducido por el VED, éste deja de ser visible (figura 5.20). Por tanto en el rango de valores de ζ_D necesarios para reducir la respuesta del sistema, no es previsible que tenga lugar este segundo pico de resonancia.

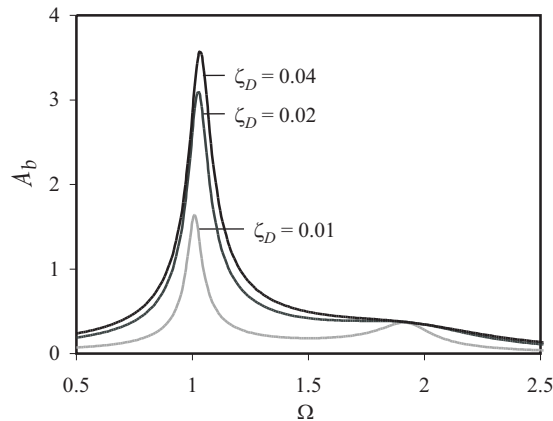


Figura 5.20. Amplificación A_b frente a Ω para $\varphi=1.9$, $\mu=0.1$ y $\eta=1.2$

Por otro lado cabe señalar que la aparición de una resonancia en la viga auxiliar no constituye un problema que pueda llegar a comprometer la efectividad del sistema de reacondicionamiento. Como demostró Martínez en [63], los requisitos de frecuencia que debe cumplir esta viga para garantizar un correcto funcionamiento del sistema de disipación, hacen que esté sobredimensionada desde el punto de vista resistente y, en consecuencia, cualquier fenómeno de resonancia que pudiera experimentar no generaría solicitaciones excesivas en la misma.

Para finalizar este apartado, se resumen a continuación las conclusiones más importantes extraídas del estudio paramétrico:

- ✓ Una vez fijado el valor de φ y μ , es decir, para un tablero y una viga auxiliar determinados, existe un valor óptimo de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D que minimiza la respuesta máxima del tablero. Este valor óptimo puede presentar variaciones si se modifica la temperatura ambiental de trabajo del dispositivo.
- ✓ Como ya se estudió para el reacondicionamiento con FVD, no existen valores óptimos de φ y μ , ya que la respuesta dinámica del sistema se reduce monótonamente a medida que éstos aumentan. Sin embargo, se ha observado que pueden alcanzarse reducciones mayores de la respuesta dinámica tomando valores de η superiores a la unidad.
- ✓ El sistema de reacondicionamiento logra ser más efectivo si se escogen materiales viscoelásticos con un elevado Factor de

Pérdidas η . En el caso límite cuando η tiende a infinito, el VED se comporta como un FVD ideal. La evolución del sistema de reacondicionamiento con FVD ante variaciones de los parámetros adimensionales, estudiada previamente en [63] por Martínez, es similar a la observada con los VED.

- ✓ La respuesta dinámica de la viga principal en el sistema de 2 gdl equivalente, presenta un comportamiento dinámico asimilable al de un sistema de 1gdl. En el rango de interés de los parámetros adimensionales, no es apreciable el segundo pico de resonancia característico de los sistemas de 2gdl.
- ✓ A partir de estas conclusiones es posible proponer un procedimiento de dimensionado del sistema de reacondicionamiento, que consistiría en la selección del menor tamaño de viga auxiliar que, combinado con el amortiguador óptimo, logre reducir la respuesta dinámica del puente hasta el nivel deseado.

5.7. MODELO NUMÉRICO BASADO EN LA DERIVADA FRACCIONAL

5.7.1. INTRODUCCIÓN

El modelo numérico descrito en las secciones anteriores presenta, como ya se ha mencionado, una limitación fundamental derivada de su naturaleza bidimensional. Como puede deducirse, sus resultados son válidos en sentido estricto para aquellos tableros de puente con un comportamiento asimilable al de una viga, al considerar únicamente la contribución de los modos de vibración longitudinal. Este podría ser el caso de los tableros isostáticos de vía única, sin esviaje ni excentricidad de la vía, y en los que la luz entre apoyos supera a su anchura. Las consecuencias de despreciar los modos de torsión y flexión transversal en la simulación del comportamiento dinámico de los tableros de vía doble han sido cuantificadas en el Capítulo 4, donde se ha podido observar que también en estas tipologías la contribución del modo de flexión longitudinal es predominante, incluso en aquéllos con una anchura superior a su luz.

Estas limitaciones de aplicación del modelo plano que se han mencionado, derivadas de su comportamiento de viga, no impiden evaluar la efectividad del sistema de reacondicionamiento propuesto en el control de las vibraciones debidas a la circulación de los trenes. Sin embargo, este modelo introduce simplificaciones relativas al comportamiento dinámico del VED cuya influencia en la precisión de los resultados obtenidos no resulta sencilla de evaluar a priori.

Para lograr una simulación más realista del comportamiento del VED que permita evaluar con mayor precisión su potencial aplicabilidad en el reacondicionamiento de puentes, se ha empleado un modelo basado en la derivada fraccional para el VED, desarrollado previamente por Tsai y Lee [94]. Este modelo permite incluir aspectos como la degradación de las propiedades del VED con los ciclos de oscilación o la influencia de la temperatura ambiental en sus propiedades. Sus características principales, así como la formulación de las nuevas ecuaciones de movimiento del sistema reacondicionado, se presentan en los siguientes apartados.

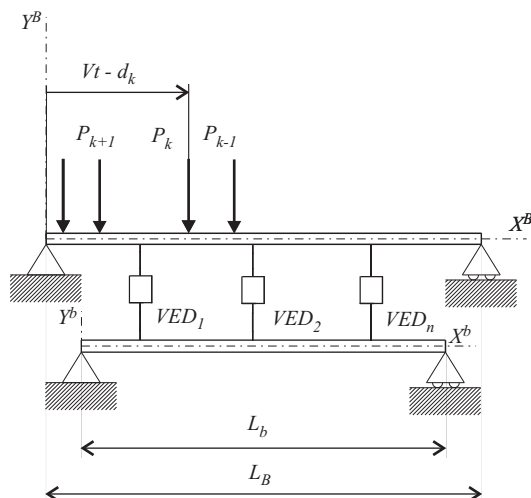


Figura 5.21. Modelo plano del puente con su sistema de reacondicionamiento y VED modelizados mediante derivadas fraccionales

En la figura 5.21 se muestra una representación esquematizada del nuevo modelo numérico del sistema. Tal y como puede observarse, la única diferencia respecto del empleado anteriormente radica en la modelización

de los VED, manteniéndose el comportamiento B-E para el tablero del puente y sus viga auxiliar correspondiente.

Como se verá en los siguientes apartados, la formulación asociada a este modelo numérico presenta una mayor complejidad y coste computacional que la correspondiente al modelo anterior, empleándose una aproximación numérica para la resolución del sistema de ecuaciones derivado de esta modelización. El planteamiento de un sistema de 2gdl equivalente para llevar a cabo un estudio paramétrico similar al presentado en la sección 5.6.5 no se ha considerado necesario en este caso, por dos razones principales:

- ✓ En primer lugar, la utilización de un modelo de VED aparentemente más preciso para simular su comportamiento dinámico no se prevé que altere cualitativamente el comportamiento dinámico global del sistema reacondicionado, en términos de la influencia de los parámetros adimensionales y las combinaciones entre ellos sobre la respuesta de la viga principal. Por tanto, las conclusiones extraídas del estudio paramétrico realizado con el modelo de VED de Kelvin pueden ser aplicables al modelo numérico basado en la derivada fraccional.
- ✓ En segundo lugar, debido a la resolución numérica del sistema de ecuaciones resultante, no es posible obtener expresiones simplificadas de la amplitud y aceleración modal similares a las ecuaciones (5.30) y (5.31), que faciliten el análisis paramétrico. En consecuencia, el sistema de ecuaciones con derivadas fraccionales debería ser resuelto cada vez que se varíen los parámetros adimensionales; un excesivo coste computacional que no resulta necesario desde un punto de vista práctico.

El modelo numérico de derivadas fraccionales que se describe en los siguientes apartados se empleará únicamente para el cálculo de la respuesta dinámica de los tableros reacondicionados, con el objeto de verificar que los VED son capaces de reducir de forma eficiente la respuesta dinámica del sistema pese a la degradación que experimenta el material viscoelástico ante los ciclos de deformación, la frecuencia de los mismos o la temperatura ambiente.

5.7.2. MODELO DE VED BASADO EN LA DERIVADA FRACCIONAL

El modelo analítico de VED propuesto por Tsai y Lee [94] basado en la derivada fraccional, presenta las siguientes ventajas respecto de otros encontrados en la bibliografía:

- ✓ El modelo es capaz de reproducir la degradación experimentada por las propiedades mecánicas del material durante los primeros ciclos de oscilación, una característica que puede observarse en los diagramas de histéresis mostrados en el apartado 5.2 y que podría restar eficacia al sistema de reacondicionamiento.
- ✓ Los coeficientes empíricos que definen el comportamiento dinámico del material viscoelástico en este modelo numérico, y que se obtienen a través de un ajuste experimental, son únicamente dependientes de la temperatura a la cual se ha realizado dicha caracterización. Conocida ésta, es posible reproducir de manera fiable el comportamiento dinámico del mismo en un amplio rango de frecuencias, temperaturas y amplitudes de deformación.
- ✓ Buena correlación entre el modelo analítico y las medidas experimentales.
- ✓ Aunque la aplicación que los autores dan al modelo está relacionada con la protección sísmica, el modelo es válido para simular el comportamiento viscoelástico ante cualquier tipo de excitación.
- ✓ Permite una implementación numérica en el dominio de tiempo.

La ecuación constitutiva de este modelo de VED parte de la definición fraccional de la relación tensión-deformación en el viscoelástico propuesta por Bagley y Torvik [7],

$$\tau(t) = G_E \gamma(t) + G_C D^\alpha [\gamma(t)], \quad (5.37)$$

donde $\tau(t)$ y $\gamma(t)$ son, respectivamente, la tensión tangencial y deformación angular en el material, G_E y G_C son los parámetros constitutivos del material definidos en la figura 5.16, y D^α es el operador de derivada fraccional, definido según la ecuación (5.10) como

$$D^\alpha[\gamma(t)] = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{\gamma(\tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau. \quad (5.38)$$

En la ecuación anterior, $\Gamma(\cdot)$ representa a la función Gamma de Euler, y α es un número real comprendido entre 0 y 1. Para incluir los efectos térmicos y la degradación de las propiedades del material viscoelástico con los ciclos de deformación que experimenta, Tsai y Lee. proponen la siguiente fórmula para definir sus parámetros constitutivos

$$G_E = G_C = G = A_0 \left\{ 1 + \mu e^{-\beta \left[\int \dot{\gamma} + \theta(T-T_0) \right]} \right\}, \quad (5.39)$$

donde A_0 , α , β , μ y θ son coeficientes empíricos que dependen del material viscoelástico y se determinan experimentalmente, T es la temperatura ambiente, y T_0 la temperatura a la cual han sido obtenidos dichos coeficientes empíricos. Tal y como puede apreciarse en la ecuación (5.39), la degradación experimentada por G_E y G_C con los ciclos de deformación se ha incluido en el modelo en forma de energía de deformación acumulada por unidad de volumen, a través de la integral de la tensión respecto a la deformación; y el efecto de la temperatura ambiente en las propiedades mecánicas del viscoelástico aparece en la ecuación como un tipo de energía inicial acumulada en el material.

Para poder resolver una ecuación con derivadas fraccionales en el dominio del tiempo es habitual emplear algoritmos numéricos de integración paso a paso, adoptando diferentes reglas de cuadratura para aproximar el valor de la integral característica del operador D^α (ecuación 5.38). Para ello, en primer lugar se transformará D^α aplicando la regla de Leibnitz como se muestra a continuación:

$$D^\alpha[\gamma(t)] = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \left[\frac{\gamma(0)}{t^\alpha} + \int_0^t \frac{\dot{\gamma}(\tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau \right], \quad (5.40)$$

y realizando un cambio de variable se obtiene finalmente

$$D^\alpha[\gamma(t)] = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \left[\frac{\gamma(0)}{t^\alpha} + \int_0^t \frac{\dot{\gamma}(t-\tau)}{\tau^\alpha} d\tau \right]. \quad (5.41)$$

Como puede apreciarse, el primer término de la ecuación anterior presenta una singularidad que desaparece si se asume que el amortiguador parte del reposo, $\gamma(0)=0$, que será la condición inicial empleada en este

trabajo; aunque si esta condición no se cumple, la singularidad también podría tratarse empleando algunos métodos matemáticos [46].

El término integral de la ecuación (5.41) puede reescribirse como sigue, para un instante discreto de tiempo $t=N\Delta t$

$$I(t = N\Delta t) = \int_0^t \frac{\dot{\gamma}(t-\tau)}{\tau^\alpha} d\tau = \sum_{n=0}^{N-1} \int_{n\Delta t}^{(n+1)\Delta t} \frac{\dot{\gamma}(t-\tau)}{\tau^\alpha} d\tau. \quad (5.42)$$

Asumiendo que la función $\gamma(t)$ es lineal en cada uno de los intervalos $[n\Delta t, (n+1)\Delta t]$, su derivada puede aproximarse a

$$\dot{\gamma}(t-\tau) \approx \frac{\gamma((N-n)\Delta t) - \gamma((N-(n+1))\Delta t)}{\Delta t} = \frac{\gamma_{N-n} - \gamma_{N-n-1}}{\Delta t}. \quad (5.43)$$

Introduciendo la ecuación (5.43) en la (5.42) se obtiene

$$I(t = N\Delta t) \approx \frac{1}{(1-\alpha)\Delta t^\alpha} \sum_{n=0}^{N-1} (\gamma_{N-n} - \gamma_{N-n-1}) [(n+1)^{1-\alpha} - n^{1-\alpha}]. \quad (5.44)$$

Por último, si se sustituye la ecuación (5.44) en la (5.41) y se agrupan los diferentes términos en base a una regla de cuadratura del tipo,

$$D^\alpha \gamma_N = \frac{1}{\Delta t^\alpha} \sum_{n=0}^N w_n \gamma_N, \quad (5.45)$$

donde los pesos cuadráticos se definen como

$$\begin{aligned} w_0 &= \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} [(N-1)^{1-\alpha} - N^{1-\alpha} + (1-\alpha)N^{-\alpha}], \\ w_N &= \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)}, \\ w_{N-n} &= \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} [(n+1)^{1-\alpha} - 2n^{1-\alpha} + (n-1)^{1-\alpha}], \quad 1 \leq n \leq N-1 \end{aligned} \quad (5.46)$$

el operador fraccional D^α queda aproximado a

$$\begin{aligned} D^\alpha [\gamma(t)] &\approx \frac{\Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} [(N-1)^{1-\alpha} - N^{1-\alpha} + (1-\alpha)N^{-\alpha}] \gamma(0) + \frac{\Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} \gamma(N\Delta t) + \\ &+ \frac{\Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} \sum_{n=1}^{N-1} [(N-n+1)^{1-\alpha} - 2(N-n)^{1-\alpha} + (N-n-1)^{1-\alpha}] \gamma(n\Delta t) \end{aligned} \quad (5.47)$$

Sustituyendo la expresión anterior en la ecuación (5.37), se llega a la relación discretizada tensión-deformación en el VED formulada por Tsai y Lee,

$$\tau(N\Delta t) = G(N\Delta t) \left[1 + \frac{\Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} \right] \gamma(N\Delta t) + \frac{G(N\Delta t)\Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} H(N\Delta t), \quad (5.48)$$

donde el término $H(N\Delta t)$, que acumula toda la historia temporal previa de deformación angular del VED, viene definido por

$$H(N\Delta t) = \left[(N-1)^{1-\alpha} + (-N+1-\alpha)N^{-\alpha} \right] \gamma(0) + \sum_{n=1}^{N-1} \left[-2(N-n)^{1-\alpha} + (N-n+1)^{1-\alpha} + (N-n-1)^{1-\alpha} \right] \gamma(n\Delta t). \quad (5.49)$$

Tal y como puede deducirse, la evaluación de $H(N\Delta t)$ puede implicar un elevado coste computacional, llegando incluso a hacer inabordable el problema si la excitación aplicada al VED es de larga duración. Sin embargo, de la observación de la ecuación (5.49) puede deducirse que este término depende en mayor medida de la historia temporal más reciente de las deformaciones que de los valores más distantes. Partiendo de esta característica del comportamiento viscoelástico, pueden plantearse reducciones del número de términos requeridos por las fórmulas de las cuadraturas realizando truncamientos de la historia temporal de las deformaciones [47, 30]; una estrategia que daría solución a los problemas derivados de los excesivos costes computacionales. Como se verá más adelante, en la aplicación planteada en esta Tesis Doctoral no ha sido necesario truncar la historia temporal de las deformaciones del VED durante la resolución del problema dinámico. Los costes computacionales derivados de la evaluación del término $H(N\Delta t)$ han sido perfectamente asumibles.

Por último, la fuerza ejercida por el VED para el instante de tiempo $t = N\Delta t$, puede escribirse como

$$f_D(N\Delta t) = k_D y_{rel}(N\Delta t) + f_V(N\Delta t), \quad (5.50a)$$

donde k_D se define en este caso como

$$k_D(N\Delta t) = \frac{n_{VED} A_{VED}}{h_{VED}} G(N\Delta t) \left(1 + \frac{\Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} \right), \quad (5.50b)$$

siendo A_{VED} , n_{VED} , h_{VED} y G el área de cortadura del material viscoelástico, el número de capas, su espesor y el parámetro constitutivo del material en $t=N\Delta t$, respectivamente. La historia temporal previa, $f_v(N\Delta t)$, viene dada por

$$f_v(N\Delta t) = \frac{G(N\Delta t)\Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} H(N\Delta t)n_{VED}A_{VED}. \quad (5.50c)$$

Y la elongación $y_{rel}(N\Delta t)$ del VED se define como

$$y_{rel}(N\Delta t) = y_D^B(N\Delta t) - y_D^b(N\Delta t), \quad (5.50d)$$

donde y_D^B y y_D^b son los desplazamientos experimentados por cada uno de los extremos del amortiguador. La deformación angular del VED es, por tanto

$$\gamma(N\Delta t) = \frac{y_{rel}(N\Delta t)}{h_{VED}}. \quad (5.51)$$

5.7.3. FORMULACIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL SISTEMA RECONDICIONADO SOMETIDO A UN TREN DE CARGAS MÓVILES

Partiendo de la aproximación discreta de la derivada fraccional para describir el comportamiento del VED, el conjunto de ecuaciones de movimiento del sistema reacondicionado se ve modificado tal y como se muestra a continuación.

Al igual que en el caso anterior, en el que el VED se modelizaba mediante un elemento de Kelvin, las nuevas ecuaciones de movimiento pueden obtenerse como superposición de los $N_{mod}^B + N_{mod}^b$ modos de la viga principal y auxiliar, respectivamente. La presencia de una distribución discreta de VED situados a largo de ambas vigas enlazando el movimiento de determinadas secciones de las mismas, da lugar a un acoplamiento del sistema de ecuaciones resultante. Por esta razón, la historia temporal de la amplitud de cada una de las contribuciones modales consideradas en el cálculo dinámico dependerá del orden del sistema de ecuaciones (es decir, dichas amplitudes son función de N_{mod}^B y N_{mod}^b). Por tanto, un paso previo a la obtención de los resultados definitivos del cálculo dinámico en este sistema es, como se ha mencionado con anterioridad, la realización de un análisis de sensibilidad para determinar la convergencia de la solución

con el número de contribuciones modales N_{mod}^B y N_{mod}^b seleccionadas en el cálculo.

Para un instante de tiempo $t=N\Delta t$, el sistema de ecuaciones de movimiento de la viga principal reacondicionada, expresado en forma matricial y en coordenadas modales, puede escribirse como

$$\mathbf{M}\ddot{\xi}(N\Delta t) + \mathbf{C}\dot{\xi}(N\Delta t) + \mathbf{K}\xi(N\Delta t) + \mathbf{R}^T \mathbf{K}_D(N\Delta t) \mathbf{R}\xi(N\Delta t) + \mathbf{R}^T \mathbf{F}_V(N\Delta t) = \mathbf{Q}(N\Delta t), \quad (5.52a)$$

donde el vector de desplazamientos modales, $\xi(N\Delta t)$, incógnitas del problema, viene definido en la expresión (5.18b):

$$\xi(N\Delta t) = \begin{pmatrix} \xi_B \\ \xi_b \end{pmatrix}_{N_{\text{mod}}^B + N_{\text{mod}}^b} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \xi_B = (\xi_1^B \quad \dots \quad \xi_{N_{\text{mod}}^B}^B)^T \\ \xi_b = (\xi_1^b \quad \dots \quad \xi_{N_{\text{mod}}^b}^b)^T \end{array} \right. \quad (5.52b)$$

En la ecuación (5.52a), \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} son, respectivamente, las matrices cuadradas de masa, amortiguamiento y rigidez del sistema reacondicionado, en coordenadas modales. Es decir,

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}^B & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^b \end{pmatrix}_{N_{\text{mod}}^B + N_{\text{mod}}^b}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}^B & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}^b \end{pmatrix}_{N_{\text{mod}}^B + N_{\text{mod}}^b}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}^B & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}^b \end{pmatrix}_{N_{\text{mod}}^B + N_{\text{mod}}^b}; \quad (5.52c)$$

donde los términos de las submatrices \mathbf{M}^B y \mathbf{M}^b coinciden con los mostrados en la expresión (5.18c); $\mathbf{C}^B = \mathbf{C}_E^B$ y $\mathbf{C}^b = \mathbf{C}_E^b$ (ambas submatrices definidas en (5.18d)); $\mathbf{K}^B = \mathbf{K}_E^B$ y $\mathbf{K}^b = \mathbf{K}_E^b$, cuyos términos vienen definidos en (5.18e).

\mathbf{R} es una matriz de cambio de coordenadas, que permite la transformación del vector de coordenadas modales $\xi(N\Delta t)$ al de elongaciones del VED, $\mathbf{Y}_{\text{rel}}(N\Delta t)$. A partir de la expresión (5.50d) pueden definirse los elementos del vector de elongaciones:

$$\mathbf{Y}_{\text{rel}}(N\Delta t) = \{y_{\text{rel},i}\} = y_{D_i}^B(N\Delta t) - y_{D_i}^b(N\Delta t), \quad i = 1, 2, \dots, N_D; \quad (5.52d)$$

siendo N_D el número de amortiguadores instalados en el sistema de reacondicionamiento. Los desplazamientos de los extremos del i -ésimo amortiguador, $y_{D_i}^B(N\Delta t)$ y $y_{D_i}^b(N\Delta t)$, pueden aproximarse como superposición de la familia de senos

$$y_{Di}^B(N\Delta t) = \sum_{j=1}^{N_{\text{mod}}^B} \xi_j^B(N\Delta t) \text{sen} \frac{j\pi x_{Di}^B}{L_B}, \quad y_{Di}^b(N\Delta t) = \sum_{j=1}^{N_{\text{mod}}^b} \xi_j^b(N\Delta t) \text{sen} \frac{j\pi x_{Di}^b}{L_b}. \quad (5.52e)$$

Por tanto, sabiendo que $\mathbf{Y}_{rel}(N\Delta t) = \mathbf{R}\boldsymbol{\xi}(N\Delta t)$, la matriz de transformación de coordenadas \mathbf{R} puede escribirse como

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \text{sen} \frac{\pi x_{D1}^B}{L_B} & \dots & \text{sen} \frac{N_{\text{mod}}^B \pi x_{D1}^B}{L_B} & -\text{sen} \frac{\pi x_{D1}^b}{L_b} & \dots & -\text{sen} \frac{N_{\text{mod}}^b \pi x_{D1}^b}{L_b} \\ \text{sen} \frac{\pi x_{D2}^B}{L_B} & \dots & \text{sen} \frac{N_{\text{mod}}^B \pi x_{D2}^B}{L_B} & -\text{sen} \frac{\pi x_{D2}^b}{L_b} & \dots & -\text{sen} \frac{N_{\text{mod}}^b \pi x_{D2}^b}{L_b} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \text{sen} \frac{\pi x_{DN_D}^B}{L_B} & \dots & \text{sen} \frac{N_{\text{mod}}^B \pi x_{DN_D}^B}{L_B} & -\text{sen} \frac{\pi x_{DN_D}^b}{L_b} & \dots & -\text{sen} \frac{N_{\text{mod}}^b \pi x_{DN_D}^b}{L_b} \end{bmatrix}. \quad (5.52f)$$

En la ecuación (5.52a), la matriz cuadrada \mathbf{K}_D y el vector \mathbf{F}_V , que contienen los términos asociados al modelo fraccional del VED, vienen definidos por las expresiones (5.50b) y (5.50c). Así pues,

$$\mathbf{K}_D = [k_{D,ii}] = \frac{n_{VED,i} A_{VED,i}}{h_{VED,i}} G_i(N\Delta t) \left(1 + \frac{\Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} \right), \quad i = 1, 2, \dots, N_D, \quad (5.52g)$$

$$\mathbf{F}_V = \{f_{V,i}\} = \frac{G_i(N\Delta t) \Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} H_i(N\Delta t) n_{VED,i} A_{VED,i}, \quad i = 1, 2, \dots, N_D.$$

Por último, el vector de carga modal $\mathbf{Q}(N\Delta t)$ viene definido por

$$\mathbf{Q}(N\Delta t) = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_B \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}_{N_{\text{mod}}^B + N_{\text{mod}}^b}, \quad (5.52h)$$

donde los términos del subvector $\mathbf{Q}_B(N\Delta t)$ responden a la ecuación (5.18i).

El sistema matricial de ecuaciones definido por las expresiones (5.52) queda acoplado debido a la matriz \mathbf{K}_D de rigidez de los VED, la cual resulta una matriz llena al ser transformada a coordenadas modales, y también del vector \mathbf{F}_D que introduce el efecto de la historia temporal previa de los distintos amortiguadores sobre cada modo de vibración.

Para la integración numérica de este sistema de ecuaciones acoplado, en el que el comportamiento de los amortiguadores es no lineal dado que el módulo G depende de la historia previa de deformaciones, se emplea un

método tipo Newmark- β combinado con un algoritmo iterativo que se describe en el siguiente apartado.

5.7.4. ALGORITMO PARA LA INTEGRACIÓN NUMÉRICA DEL SISTEMA DE ECUACIONES DEL MODELO

Aunque el algoritmo utilizado para resolver el sistema (5.52) no es especialmente complejo ya que se basa en el conocido método de Newmark, requiere de la evaluación de una serie de derivadas que no resulta inmediata o evidente. Por esta razón, se ha considerado de utilidad incluir de manera resumida los pasos principales que constituyen el algoritmo de cálculo utilizado.

En primer lugar se rescribe la expresión (5.52) de forma incremental, restando la ecuación de equilibrio en el instante de tiempo $t=(n+1)\Delta t$ de la correspondiente al instante $t=n\Delta t$, empleando la aproximación de Newmark:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{n+1} &= \left(\mathbf{M} \frac{1}{\beta \Delta t^2} + \mathbf{C} \frac{\gamma}{\beta \Delta t} + \mathbf{K} \right) \Delta \xi_{n+1} + \mathbf{R}^T \mathbf{K}_{D,n+1} \mathbf{R} \xi_{n+1} + \mathbf{R}^T \mathbf{F}_{V,n+1} - \Delta \mathbf{P}_{n+1} = \mathbf{0}, \\ \Delta \mathbf{P}_{n+1} &= \Delta \mathbf{Q}_{n+1} + \left(\mathbf{M} \frac{1}{\beta \Delta t} + \mathbf{C} \frac{\gamma}{\beta} \right) \dot{\xi}_n + \left(\mathbf{M} \frac{1}{2\beta} + \mathbf{C} \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \right) \ddot{\xi}_n + \mathbf{R}^T \mathbf{K}_{D,n} \mathbf{R} \xi_n + \mathbf{R}^T \mathbf{F}_{V,n}, \end{aligned} \quad (5.53)$$

donde β y γ son los parámetros del método de Newmark y \mathbf{r}_{n+1} el vector de residuos de la ecuación de equilibrio.

Teniendo en cuenta que \mathbf{K}_D y \mathbf{F}_V son dependientes del tiempo, debido a la variación del parámetro constitutivo del material G con la energía de deformación, para la evaluación de estos términos y la resolución del sistema de ecuaciones en el instante $t=(n+1)\Delta t$, puede emplearse una técnica iterativa tipo Newton o similar. De este modo, la solución ξ_{n+1}^{k+1} , siendo k un contador de las iteraciones realizadas, puede buscarse igualando a cero el residuo $\mathbf{r}_{n+1}^{k+1}(\xi_{n+1}^{k+1})$; el cual puede calcularse considerando una expansión en serie de primer orden:

$$\mathbf{r}_{n+1}^{k+1}(\xi_{n+1}^{k+1}) = \mathbf{r}_{n+1}^k + \left. \frac{\partial \mathbf{r}_{n+1}}{\partial \xi_{n+1,k}} \right|_{\xi_{n+1}^k} \cdot (\xi_{n+1}^{k+1} - \xi_{n+1}^k) = 0. \quad (5.54)$$

La solución final para el instante de tiempo $t=(n+1)\Delta t$ se obtiene cuando la norma del vector de residuos satisface un determinado criterio de convergencia, es decir,

$$\|\mathbf{r}_{n+1}^{k+1}\| < \varepsilon. \quad (5.55)$$

A continuación se muestra resumidamente la adaptación de este algoritmo implícito mencionado al sistema de ecuaciones (5.53).

1. Ensamblaje de las matrices \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} e inicialización del vector de amplitudes modales y de sus derivadas temporales, $\xi_0 = \dot{\xi}_0 = \ddot{\xi}_0 = 0$.
2. Inicialización de las variables asociadas a los VED en $t=0$ (asumiendo que todos ellos son idénticos en dimensiones y material constitutivo):

- 2.1. $\mathbf{Y}_{rel}(0) = \mathbf{Y}_{rel,0} = \mathbf{0}$.

- 2.2. Parámetro constitutivo G : $\mathbf{G}_0 = \{G_{0i}\} = A_0(1+\mu)$, $i = 1, 2, \dots, N_D$.

- 2.3. Vector de deformación angular: $\boldsymbol{\gamma}_0 = \mathbf{Y}_{rel,0}/h$.

- 2.4. Vector de tensión tangencial: $\boldsymbol{\tau}_0 = \{\tau_{0i}\} = \gamma_{0i}G_{0i}$, $i = 1, \dots, N_D$.

- 2.5. Matriz \mathbf{K}_D : $\mathbf{K}_{D,0} = [K_{D,ii}] = \frac{n_{VED}A_{VED}}{h_{VED}}G_{0i}$, $i = 1, 2, \dots, N_D$.

- 2.6. Vector \mathbf{F}_V : $\mathbf{F}_{V,0} = \mathbf{0}$.

- 2.7. Energía de deformación: $\mathbf{E}_0 = \{E_{0i}\} = \int \tau_i d\gamma_i = 0$, $i = 1, \dots, N_D$.

- 2.8. Vector de cargas puntuales \mathbf{Q} : $\mathbf{Q}_0 = \mathbf{0}$

3. Inicio del bucle temporal:

$$t=(n+1)\Delta t, \quad n = 0, \dots, N$$

donde n hace referencia al paso de tiempo ya resuelto y N es el número total de ellos, de forma que al final de cada uno de los pasos de tiempo considerados, $t=(n+1)\Delta t$

- 3.1. Cálculo de la historia temporal previa H (ecuación (5.49)) de cada VED para $t=n\Delta t$ y $t=(n+1)\Delta t$, H_n y H_{n+1} .

- 3.2. Cálculo del vector \mathbf{F}_V para $t=n\Delta t$. Es decir, $\mathbf{F}_{V,n}$ (ec. (5.52g))

- 3.3. Cálculo de la relación incremental $\Delta\mathbf{Q}_{n+1} = \mathbf{Q}_{n+1} - \mathbf{Q}_n$.

- 3.4. Cálculo de $\Delta\mathbf{P}_{n+1}$

- 3.5. Bucle de iteraciones (tipo “do while true”)

3.5.1. Si $k=1$, asignar

$$\xi_{n+1}^k = \xi_n, \quad \tau_{n+1}^k = \tau_n, \quad \mathbf{G}_{n+1}^k = \mathbf{G}_n, \quad \mathbf{Y}_{rel,n+1}^k = \mathbf{Y}_{rel,n}, \quad \mathbf{K}_{D,n+1}^k = \mathbf{K}_{D,n},$$

$$\mathbf{E}_{n+1}^k = \mathbf{E}_n;$$

pero si $k>1$, ξ_n , τ_n , \mathbf{G}_n , $\mathbf{Y}_{rel,n}$, $\mathbf{K}_{D,n}$ y \mathbf{E}_n se sustituyen por los resultados de la iteración anterior a la actual.

3.5.2. Cálculo de $\mathbf{F}_{V,n+1}^k$ (ecuación (5.52g)):

$$\mathbf{F}_{V,n+1}^k = \{f_{V,n+1,i}^k\} = n_{VED} A_{VED} \frac{G_{n+1,i}^k \Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} H_{n+1,i}, \quad i = 1, 2, \dots, N_D.$$

3.5.3. Cálculo del residuo \mathbf{r}_{n+1}^k (ecuación (5.53)).

3.5.4. Si $k=1$, asignar $r_{comp} = \|\mathbf{r}_{n+1}^k\|$,

pero si $k>1$, comprobar la convergencia: si $\|\mathbf{r}_{n+1}^k\| < \varepsilon \cdot r_{comp}$, se salta al punto 3.7; de lo contrario, se continúa con la secuencia.

3.5.5. Derivada del parámetro G para cada VED:

$$\left. \frac{\partial \mathbf{G}_{n+1}}{\partial \mathbf{Y}_{rel,n+1}} \right|_k = \left\{ \left. \frac{\partial G_{n+1,i}}{\partial Y_{rel,n+1,i}} \right|_k \right\} = -\frac{A_0}{h_{VED}} \mu e^{-\beta\theta(T-T_0)} \beta \tau_{n+1,i}^k e^{-\beta E_{n+1,i}^k},$$

donde $i = 1, 2, \dots, N_D$.

3.5.6. Ensamblaje de la derivada de la matriz \mathbf{K}_D :

$$\left. \frac{\partial \mathbf{K}_{D,n+1}}{\partial \mathbf{Y}_{rel,n+1}} \right|_k = \left[\left. \frac{\partial K_{D,n+1,ii}}{\partial Y_{rel,n+1,i}} \right|_k \right] = \left. \frac{\partial G_{n+1,i}}{\partial Y_{rel,n+1,i}} \right|_k \frac{n_{VED} A_{VED}}{h_{VED}} \left(1 + \frac{\Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} \right),$$

para $i = 1, 2, \dots, N_D$.

3.5.7. Cálculo de la derivada del vector \mathbf{F}_V :

$$\left. \frac{\partial \mathbf{F}_{V,n+1}}{\partial \mathbf{Y}_{rel,n+1}} \right|_k = \left\{ \left. \frac{\partial F_{V,n+1,i}}{\partial D_{n+1,i}} \right|_k \right\} = \left. \frac{\partial G_{n+1,i}}{\partial D_{n+1,i}} \right|_k \frac{n_{VED} A_{VED} H_{n+1,i} \Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)},$$

para $i = 1, 2, \dots, N_D$.

3.5.8. Cálculo de la derivada del residuo:

$$\frac{\partial \mathbf{r}_{n+1}}{\partial \xi_{n+1}} \Big|_k = \left[\left(\frac{\partial \mathbf{r}_{n+1}}{\partial \xi_{n+1}} \Big|_k \right)_{im} \right] = M_{im} \frac{1}{\beta \Delta t^2} + C_{im} \frac{\gamma}{\beta \Delta t} + K_{im} + \sum_{l=1}^{N_D} R_{li} R_{lm} K_{D,n+1,ll}^k$$

$$+ \sum_{j=1}^{N_{\text{mod}}^B + N_{\text{mod}}^b} \left(\sum_{l=1}^{N_D} R_{li} R_{lm} R_{lj} \frac{\partial K_{D,n+1,ll}}{\partial Y_{rel,n+1,l}} \Big|_k \right) \xi_{n+1,j}^k + \sum_{l=1}^{N_D} R_{li} R_{lm} \frac{dF_{V,n+1,l}}{dY_{rel,n+1,l}} \Big|_k,$$

donde $i, m = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B + N_{\text{mod}}^b$.

3.5.9. Obtención de los resultados para la iteración $k+1$:

$$\xi_{n+1}^{k+1} = \xi_{n+1}^k - \left(\frac{\partial \mathbf{r}_{n+1}}{\partial \xi_{n+1}} \Big|_k \right)^{-1} \mathbf{r}_{n+1}^k, \quad \mathbf{Y}_{rel,n+1}^{k+1} = \mathbf{R} \xi_{n+1}^{k+1}, \quad \gamma_{n+1}^{k+1} = \frac{Y_{rel,n+1}^{k+1}}{h_{VED}},$$

$$\tau_{n+1}^{k+1} = \{ \tau_{n+1,i}^{k+1} \} = G_{n+1,i}^k \left[1 + \frac{\Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} \right] \gamma_{n+1,i}^{k+1} + \frac{G_{n+1,i}^k \Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} H_{n+1,i}, \quad i = 1, 2, \dots, N_D,$$

$$\mathbf{E}_{n+1}^{k+1} = \{ E_{n+1,i}^{k+1} \} = E_{n+1,i}^k + \frac{(Y_{rel,n+1,i}^k - Y_{rel,n+1,i}) (\tau_{n+1,i}^k + \tau_{n+1,i})}{2h_{VED}}, \quad i = 1, 2, \dots, N_D,$$

$$\mathbf{G}_{n+1}^{k+1} = \{ G_{n+1,i}^{k+1} \} = A_0 \left\{ 1 + \mu e^{-\beta [E_{n+1,i}^{k+1} + \theta(T-T_0)]} \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, N_D,$$

$$\mathbf{K}_{D,n+1}^{k+1} = [K_{D,n+1,ii}^k] = \frac{n_{VED} A_{VED}}{h_{VED}} \left(1 + \frac{\Delta t^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} \right) G_{n+1,i}^{k+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N_D$$

NOTA: se ha podido comprobar que la variación de G_{n+1} entre dos iteraciones consecutivas es muy reducida. Por esta razón, la tensión τ_{n+1}^{k+1} se calcula empleando G_{n+1}^k en lugar de G_{n+1}^{k+1} . Sin embargo, podría plantearse la adición de un algoritmo iterativo para el cómputo simultaneo de τ_{n+1}^{k+1} y G_{n+1}^{k+1} .

3.6. Incremento del contador de iteraciones, $k=k+1$ y retorno al punto 3.5 (“*end do*”).

3.7. Actualización de variables

$$\xi_{n+1} = \xi_{n+1}^k, \quad \tau_{n+1} = \tau_{n+1}^k, \quad \mathbf{G}_{n+1} = \mathbf{G}_{n+1}^k, \quad \mathbf{Y}_{rel,n+1} = \mathbf{Y}_{rel,n+1}^k, \quad \mathbf{K}_{D,n+1} = \mathbf{K}_{D,n+1}^k,$$

$$\mathbf{E}_{n+1} = \mathbf{E}_{n+1}^k;$$

$\dot{\xi}_{n+1}, \ddot{\xi}_{n+1}$ se actualizan empleando la aproximación de Newmark.

3.8. Retorno al punto 3.

Una vez resuelto el sistema de ecuaciones en coordenadas modales, los desplazamientos y aceleraciones en secciones concretas de la viga principal y auxiliar se obtienen, al igual que en el modelo numérico anterior, como combinación lineal de un número concreto de modos de vibración analíticos de la viga principal y de la auxiliar, respectivamente.

5.8. OPTIMIZACIÓN DEL SISTEMA REACONDICIONADO CON VED

El estudio paramétrico llevado a cabo de forma analítica sobre el sistema de 2 gdl equivalente (sección 5.6.5), en el que el VED se modeliza como un elemento de Kelvin, pone de manifiesto que existe un valor óptimo de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D capaz de minimizar la respuesta en resonancia de la viga principal, y que éste viene asociado a los valores de los parámetros φ y μ . Además de ello, este valor óptimo varía con la temperatura ambiente. Por tanto, una adecuada selección de estas 3 variables adimensionales para una determinada viga principal y temperatura va a condicionar la efectividad del sistema de reacondicionamiento.

Respecto a los parámetros φ y μ , aunque no existe un valor óptimo para ellos, sí se ha podido verificar la importancia de emplear valores elevados de los mismos. En general, una vez seleccionada una tipología determinada de viga auxiliar, la masa por unidad de longitud de la misma y su frecuencia fundamental quedan definidas (y con ellas φ y μ). Por tanto la estrategia de dimensionado del sistema de reacondicionamiento consistiría en la selección del menor tamaño de viga auxiliar asociada a su amortiguador óptimo correspondiente, para alcanzar la reducción de la respuesta deseada.

En los siguientes apartados se analizan con mayor detalle algunos de los aspectos fundamentales para un dimensionado óptimo del sistema de reacondicionamiento. En primer lugar, se tratará de obtener la tasa de amortiguamiento externa ζ_D capaz de minimizar la respuesta en resonancia de la viga principal, la cual está asociada a los valores φ y μ . Adicionalmente, se estimará el nivel de amortiguamiento que el sistema de reacondicionamiento introduce de manera efectiva sobre el tablero. Por último, se establecerá una relación entre las necesidades de

amortiguamiento del puente a reacondicionar para alcanzar una determinada reducción de su respuesta dinámica y el mínimo tamaño de viga auxiliar necesario para lograrlo. El análisis de estos aspectos permitirá establecer una metodología para el predimensionado del sistema de reacondicionamiento, basada en expresiones sencillas que puedan ser utilizadas en aplicaciones prácticas. Este predimensionado deberá comprobarse posteriormente empleando el modelo de derivada fraccional para predecir con mayor precisión el comportamiento del sistema en un rango amplio de temperaturas ambientales.

5.8.1. DETERMINACIÓN DE LA TASA DE AMORTIGUAMIENTO ζ_D ÓPTIMA

La determinación exacta de un valor óptimo de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D en función de las características de la viga auxiliar (definidas por los parámetros φ y μ) y la temperatura ambiente, sólo sería posible aplicando un procedimiento de optimización al sistema de ecuaciones (5.52). Sin embargo, ello implicaría la resolución de una formulación con un nivel de complejidad muy elevado y excesivamente costosa computacionalmente para cada puente a reacondicionar. Además, pese a ello no conduciría a la obtención de una expresión sencilla válida para el dimensionado del sistema de reacondicionamiento en una aplicación práctica.

Como alternativa se propone determinar este valor óptimo de manera aproximada, empleando para ello el modelo numérico simplificado presentado en la sección 5.6, donde el VED se modeliza mediante un elemento de Kelvin. A continuación se presenta y discute esta alternativa.

La determinación de un valor óptimo de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D en función de φ y μ , a partir de las ecuaciones (5.30) o (5.31) derivadas del modelo de 2gdl equivalente, no resulta posible con un procedimiento puramente analítico. Martínez obtiene este óptimo en el sistema de 2gdl equivalente reacondicionado con FVD¹ [63] despreciando

¹ Las ecuaciones de amplificación modal A_B y aceleración a_B del sistema de 2 gdl reacondicionado con FVD coinciden con las ecuaciones (5.30) y (5.31) si se considera $\kappa_D = 0$.

el amortiguamiento estructural ($\zeta_b = \zeta_b = 0$). En tales circunstancias, las curvas paramétricas de amplificación A_B en función de ζ_D presentan la particularidad de intersectarse en un mismo punto, coincidente con el mínimo valor de A_B en resonancia, cuya tasa de amortiguamiento correspondiente es, por tanto, la óptima (ζ_D^*). Y el mismo comportamiento se observa en la amplitud de la aceleración a_B , aunque el valor de la tasa ζ_D^* se modifica respecto al óptimo asociado a la minimización de A_B en resonancia. Ello permite deducir analíticamente las expresiones siguientes, asociadas a la mínima amplificación y mínima aceleración de la respuesta en resonancia de la viga principal, en función de los parámetros φ y μ :

$$\zeta_{D,A}^* = \frac{(\eta^2 - 1)\mu}{\sqrt{4 + 6\mu + 2\mu^2 + 2\mu\eta^2 + 3\mu^2\eta^2 + \mu^3\eta^2}}, \quad (5.56)$$

$$\zeta_{D,a}^* = \frac{(\eta^2 - 1)\mu}{\sqrt{4 + 2\mu + 6\mu\eta^2 + 3\mu^2\eta^2 + 2\mu^2\eta^4 + \mu^3\eta^4}}. \quad (5.57)$$

Esta característica particular de las curvas paramétricas de A_B no se cumple en el sistema reacondicionado con VED, debido a la rigidez adicional κ_D que introduce el amortiguador en el sistema. En este caso, la determinación de la tasa de amortiguamiento óptima en el sistema reacondicionado con VED a partir de las expresiones (5.30) y (5.31) se ha obtenido numéricamente. Para ello, se ha considerado en primer lugar una tipología particular de viga auxiliar, de manera que su masa por unidad de longitud y frecuencia fundamental (y por tanto φ y μ) sean variables dependientes únicamente del canto h de la misma. Como viga auxiliar se ha tomado en este análisis una viga pretensada de hormigón de Módulo Elástico $E_b = 36$ MPa, densidad $\rho_b = 2500$ kg/m³, tasa de amortiguamiento estructural $\zeta_b = 1\%$ y distancia entre apoyos igual a la del puente. La sección transversal de la misma se muestra en la figura 5.22.

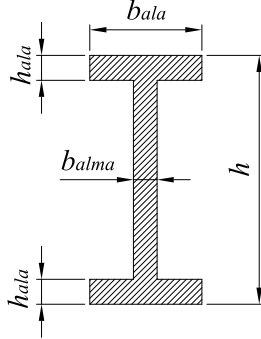


Figura 5.22. Sección transversal de la viga auxiliar

De esta forma, los parámetros adimensionales φ y μ pueden expresarse en función del canto h de la viga como se muestra a continuación:

$$\mu(h) = \frac{m_b}{m_B} = \frac{\rho_b A_b(h)}{m_B}, \quad \varphi(h) = \frac{\omega_b}{\omega_B} = \sqrt{\frac{E_b I_{zb}(h)}{\mu(h) E_B I_{zB}}}, \quad (5.58)$$

donde el área $A_b(h)$ y la inercia del eje fuerte de la viga auxiliar $I_{zb}(h)$ vienen dadas por

$$A_b(h) = (2b_{ala}h_{ala} + b_{alma}(h - 2h_{ala})) \cdot 2, \Rightarrow \quad (5.59)$$

$$b_{ala} = 0.5\text{m}, \quad h_{ala} = 0.1\text{m}, \quad b_{alma} = 0.09\text{m}.$$

$$I_{zb}(h) = \frac{1.05}{12} [b_{ala}h^3 - (b_{ala} - b_{alma})(h - 2h_{ala})^3] \cdot 2. \quad (5.60)$$

En la ecuación (5.60), la inercia de la viga estimada a partir de su sección recta transversal, se ha incrementado en un 5% para incluir el efecto de las armaduras. Nótese también que tanto el área $A_b(h)$ como $I_{zb}(h)$ se han multiplicado por dos, lo que equivale a considerar un total de dos vigas auxiliares en el reacondicionamiento, representadas como una viga única en el modelo numérico. El empleo de varias vigas auxiliares en el reacondicionamiento permite emplear cantos menores de las mismas.

Una vez seleccionada la tipología de la viga auxiliar y las propiedades mecánicas del material viscoelástico del VED a una frecuencia, temperatura y deformación determinada, el factor de amplificación dinámica A_B y la aceleración a_B en el sistema de 2 gdl equivalente dependen únicamente de los parámetros Ω , h y ζ_D , definiendo estos dos últimos una alternativa de reacondicionamiento. Considerando una viga

principal de 10 m de luz y propiedades $m_B = 9754.13$ kg/m, $\zeta_B = 0.02$ y frecuencia fundamental $f_B = 12.8$ Hz, se han recalculado nuevamente los valores A_B y a_B a partir de las expresiones (5.33) y (5.31), en el rango de interés de los parámetros mencionados ($0.5 \leq \Omega \leq 1.5$, $0.7 \text{ m} \leq h \leq 1.4 \text{ m}$, $0 \leq \zeta_D \leq 0.2$), con una resolución de 0.002 (unidades en metros para el canto h) y considerando tres valores diferentes del Factor de Pérdidas del material viscoelástico comprendidos en el rango $\eta = [0.8, 1.8]$, el cual se considera representativo de los valores máximos que puede alcanzar este parámetro en los materiales viscoelásticos comerciales empleados en aplicaciones estructurales, y en el rango de temperaturas ambientales de interés (entre 0 y 40 °C).

En la figura 5.23 se muestran los valores máximos en resonancia de las amplitudes A_B y a_B para cada una de las combinaciones h - ζ_D consideradas, representados en forma de curvas de nivel. En estos gráficos puede apreciarse nuevamente, en primer lugar, la reducción monótona de la respuesta de la viga principal con el aumento de la tasa de amortiguamiento ζ_D , para un canto de viga auxiliar h determinado. Esta tendencia se mantiene hasta alcanzar el valor ζ_D óptimo, a partir del cual la respuesta vuelve a incrementarse a medida que se eleva la tasa de amortiguamiento externa ζ_D .

Los valores óptimos numéricos de la tasa de amortiguamiento, $\zeta_{D,num}^*$, asociados a un canto de viga determinado, se han indicado en la figura 5.23 mediante líneas de trazo punteado. Se han incluido también (en trazo rayado discontinuo) los valores óptimos analíticos, ζ_D^* , calculados a partir de las expresiones (5.56) y (5.57), las cuales desprecian el amortiguamiento estructural y consideran $\kappa_D = 0$ (o en otras palabras, un Factor de Pérdidas del material viscoelástico η que tiende a infinito).

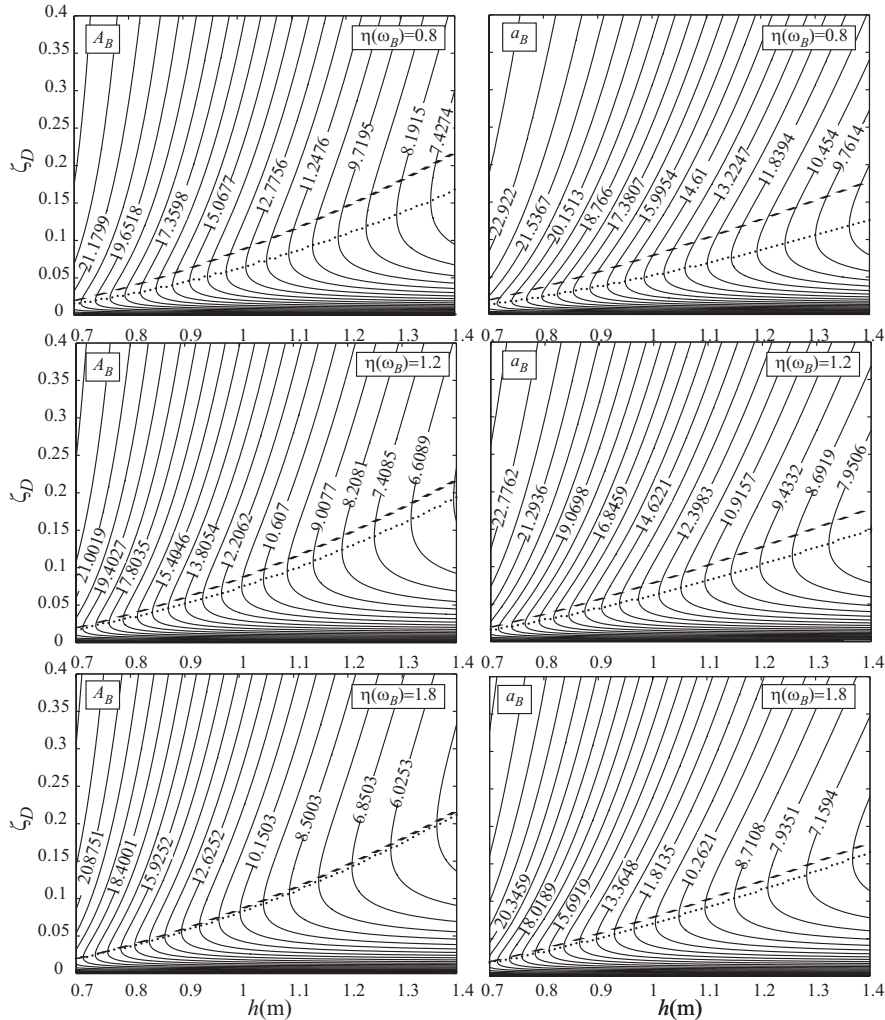


Figura 5.23. Valores A_B y a_B en resonancia para diferentes valores de h y ζ_D

Tal y como puede apreciarse en la figura 5.23, la curva de óptimos estimada con las expresiones (5.56) y (5.57) predice tasas de amortiguamiento superiores a las obtenidas numéricamente, en todos los casos analizados. La diferencia entre ellas se hace mayor a medida que se incrementa h y, como podía preverse, se reduce con el aumento del Factor de Pérdidas η del material. Del mismo modo, cualquier incremento de la tasa de amortiguamiento estructural respecto de los valores nominales considerados en este ejemplo numérico ($\zeta_B = 0.02$, $\zeta_b = 0.01$), dará lugar a

mayores diferencias entre ellas, ya que los valores óptimos analíticos ζ_D^* se obtienen despreciando el amortiguamiento estructural de las vigas. Cabe señalar en este sentido que, según el Eurocódigo (ver tabla 4.5), el amortiguamiento estructural asociado a tableros de tipo metálico o mixtos para luces comprendidas entre 10 y 25 m se sitúa en torno al 2% como máximo, por tanto los valores de amortiguamiento seleccionados en este estudio numérico podrían considerarse como un valor límite superior. Se puede concluir que no se prevé que lleguen a producirse diferencias entre estas dos curvas muy superiores a las mostradas en la figura 5.23 en situaciones reales.

Para cuantificar las diferencias entre los valores óptimos $\zeta_{D,num}^*$ y ζ_D^* , se ha calculado el valor de amplificación A_B y aceleración a_B alcanzados en la viga principal, empleando cada una de las relaciones h - ζ_D óptima estimadas anteriormente. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 5.24.

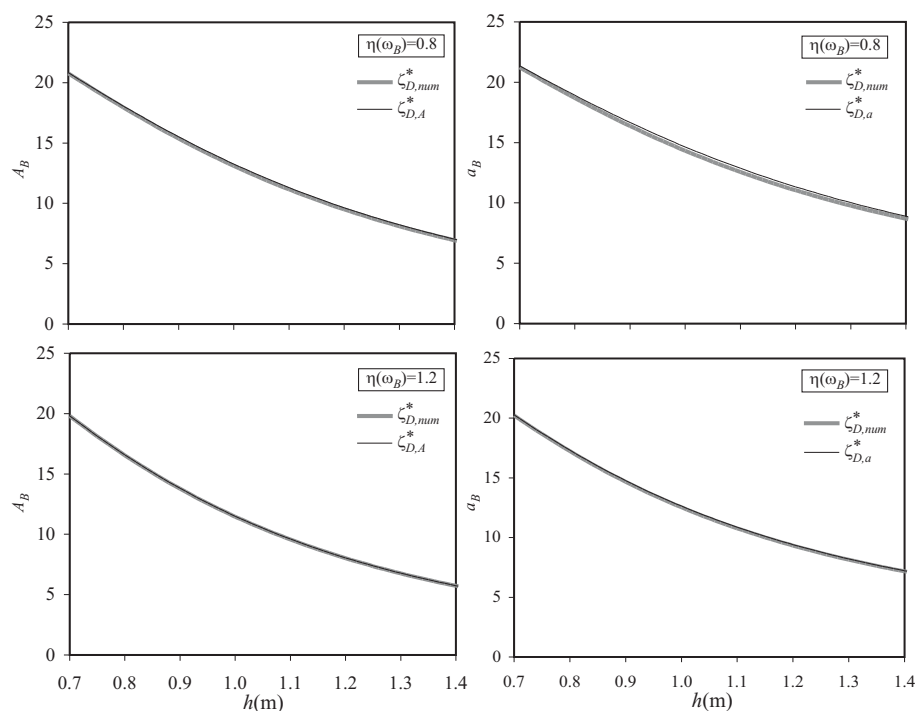


Figura 5.24. Valores A_B y a_B en función de h asociados a las tasas de amortiguamiento óptimas numéricas ($\zeta_{D,num}^*$) y analíticas (ζ_D^*)

Tal y como puede observarse, la diferencia entre los valores de amplificación A_B y a_B en la viga principal empleando la combinación óptima numérica $h-\zeta_{D,num}^*$, frente a los obtenidos estimando la tasa de amortiguamiento a partir de las expresiones (5.56) y (5.57), son muy reducidos. La mayor diferencia entre ellos tiene lugar para el valor del Factor de Pérdidas del material, $\eta=0.8$, siendo también poco perceptible en ese caso. Cabe recordar que, una vez seleccionado el material viscoelástico a emplear en el VED (y, por tanto, son conocidos los parámetros G_E y η), la tasa de amortiguamiento ζ_D deseada en el reacondicionamiento se consigue variando el área de las capas de material viscoelástico en el VED, su espesor, o el número de VED instalados a lo largo de la viga principal, según las ecuaciones (5.20). Por tanto, la estimación del amortiguador óptimo en base a las ecuaciones (5.56) y (5.57), puede conducir a la selección de un sistema de reacondicionamiento con un mayor número de VED o de mayores dimensiones al que se obtendría realizando esta estimación del óptimo de forma numérica; y sin embargo, este ligero sobredimensionado no afecta prácticamente a la reducción obtenida en la respuesta dinámica en la viga principal, como se desprende de la figura 5.24.

Se puede concluir que las ecuaciones (5.56) y (5.57), que determinan de forma analítica un valor de ζ_D óptimo despreciando (i) el amortiguamiento estructural y (ii) la rigidez introducida por el VED, al haber sido formuladas a partir de un sistema de 2 gdl reacondicionado con FVD; pueden resultar útiles como herramienta para la selección del VED asociado a una viga auxiliar determinada, ya que garantizan un mínimo de la respuesta en resonancia de la viga principal. Sin embargo, pueden conducir a un sobredimensionado de los amortiguadores del sistema de reacondicionamiento, una particularidad que se hace más acusada cuando el Factor de Pérdidas del material viscoelástico η es inferior a la unidad.

5.8.2. ESTIMACIÓN DE LA TASA DE AMORTIGUAMIENTO INTRODUCIDA POR EL SISTEMA DE REACONDICIONAMIENTO EN LA VIGA PRINCIPAL

El parámetro adimensional ζ_D asociado al VED, no puede considerarse como la tasa de amortiguamiento total introducida a la viga principal de forma efectiva mediante el sistema de reacondicionamiento (esta tasa de

amortiguamiento efectiva, se denominará en lo que sigue $\zeta_{B,ef}$). Esto sucedería sólo en el caso de que la viga principal estuviera conectada a una referencia externa fija por medio del VED. En tales circunstancias, la tasa de amortiguamiento total introducida en la viga principal vendría dada por

$$\zeta_{B,ef} = \frac{\zeta_B + \zeta_D}{1 + \frac{2}{\eta} \zeta_D}. \quad (5.61)$$

Sin embargo, en el sistema de reacondicionamiento propuesto el VED enlaza la viga principal con otra auxiliar que realiza el papel de la referencia externa fija y, por tanto, $\zeta_{B,ef}$ será previsiblemente inferior al valor dado por la expresión (5.61). De ahí la importancia de proyectar el reacondicionamiento con valores elevados de ϕ y μ , que permiten que el comportamiento de la viga auxiliar se asemeje más al de una referencia externa fija y, por tanto, que el sistema de reacondicionamiento funcione de manera más eficiente.

Para dimensionar adecuadamente el sistema de reacondicionamiento resulta necesario, en primer lugar, estimar la tasa de amortiguamiento $\zeta_{B,ef}$ introducida de forma efectiva en el tablero del puente para una temperatura ambiental determinada. Dicha estimación se ha realizado a partir de la similitud del comportamiento de la viga principal con un sistema de 1 gdl, tal y como se muestra a continuación.

A partir de las expresiones (5.35) y (5.36), que definen respectivamente la amplificación del pico de resonancia de un sistema de 1 gdl y su frecuencia, se determinarán las propiedades de un sistema de 1 gdl equivalente tal que, ante una excitación armónica, experimente la misma amplificación de la respuesta en resonancia y a la misma frecuencia de excitación que el sistema de 2 gdl equivalente, en el que el VED se modeliza como un elemento Kelvin tomando las propiedades mecánicas del material a una temperatura determinada (figura 5.15). De este modo se obtendrá una tasa de amortiguamiento ζ_{1gdl} que se considerará como la tasa de amortiguamiento efectiva introducida en la viga principal tras el reacondicionamiento. El amortiguamiento ζ_{1gdl} puede obtenerse igualando la expresión (5.36) a la amplificación máxima del sistema de 2 gdl, es decir

$$\zeta_{B,ef} \equiv \zeta_{1gdl} = \sqrt{\frac{A_B^r - \sqrt{(A_B^r)^2 - 1}}{2A_B^r}}. \quad (5.62)$$

Obviamente en este valor de amortiguamiento estimado, están incluidas tanto la contribución de ζ_D como la del porcentaje de amortiguamiento estructural de la viga principal, ζ_B . La frecuencia de resonancia del sistema de 1 gdl equivalente, será, por tanto

$$\omega_{1gdl} = \Omega_r \omega_B \sqrt[4]{\frac{(A_B^R)^2}{(A_B^R)^2 - 1}}. \quad (5.63)$$

Se ha podido comprobar que la similitud en la respuesta entre el sistema de 1 y 2 gdl se mantiene en el rango de interés de los parámetros adimensionales en las proximidades de la frecuencia de resonancia, donde se sitúan los valores máximos de la respuesta de la viga principal que se pretenden atenuar con el sistema de reacondicionamiento. Para ilustrar esta equivalencia, se han ajustado las propiedades del sistema de 1gdl equivalente a partir de la amplificación máxima A_B obtenida para una relación de frecuencias φ comprendida entre 1 y 2.5, una relación de masas μ en el rango [0.05, 0.2], y una tasa de amortiguamiento externa ζ_D comprendida entre 0 y 0.2, todo ello con una resolución de 0.02. En la figura 5.25 se muestra un resumen de los resultados obtenidos, en los que la amplificación A_B del sistema de 2 gdl se ha calculado considerando tasas de amortiguamiento para la viga principal y auxiliar de $\zeta_B = 2\%$ y $\zeta_b = 0.5\%$, tomado un valor del Factor de Pérdidas del material viscoelástico de $\eta=1.2$, asociado a una cierta temperatura ambiente de trabajo del material.

En la figura 5.25 se ha representado, sobre un mismo gráfico, la amplificación A_B del sistema de 2gdl y los valores de amplitud A_{1gdl} correspondientes al sistema de 1 gdl equivalente. Como puede apreciarse, las figuras situadas en una misma fila comparten idénticas características de la viga auxiliar (presentan los mismos valores de los parámetros adimensionales φ y μ). Las figuras situadas sobre la misma columna comparten un mismo valor de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D , a excepción de la primera columna, en la que se ha incluido un gráfico calculado con un valor de $\zeta_D=0$, mientras que el resto de curvas han sido obtenidas con una tasa de amortiguamiento $\zeta_D=0.06$, tal y como se indica

en las leyendas de las diferentes figuras. Puede observarse una buena correspondencia entre los dos sistemas en las proximidades de la frecuencia de resonancia. Sin embargo, según Ω se aleja del valor de resonancia Ω_r , el grado de aproximación es ligeramente inferior y dependiente de los parámetros adimensionales ζ_D , φ y μ : a medida que se incrementa la tasa de amortiguamiento externa ζ_D (y con ella κ_D), el comportamiento del sistema de 2 gdl se aleja del correspondiente al sistema de 1 gdl equivalente. Lo mismo sucede al incrementar la masa de la viga auxiliar μ y la relación de frecuencias φ , que permiten introducir más amortiguamiento efectivo en el sistema.

Las figuras mostradas corroboran también algunas de las conclusiones obtenidas del estudio paramétrico. Puede apreciarse cómo para relaciones de frecuencia φ próximas a 1, el sistema de reacondicionamiento es poco eficiente, alcanzándose una tasa de amortiguamiento efectiva de $\zeta_{1gdl}=0.021$ (similar al de la viga principal, $\zeta_B = 0.02$), para $\zeta_D = 0.2$. En esta situación ambas vigas vibran en fase y, por tanto, la elongación del viscoelástico es muy reducida; lo que se traduce en una mínima disipación de energía. Por el contrario, a medida que se incrementa μ y el parámetro φ se aleja del valor unidad, el desfase en las vibraciones de ambas vigas se incrementa. Por tanto el sistema de reacondicionamiento trabaja de manera más eficiente, introduciendo en la viga principal una tasa de amortiguamiento efectiva, $\zeta_{B,ef} \approx \zeta_{1gdl}$, que se aproxima más al valor teórico ideal dado por la ecuación (5.61).

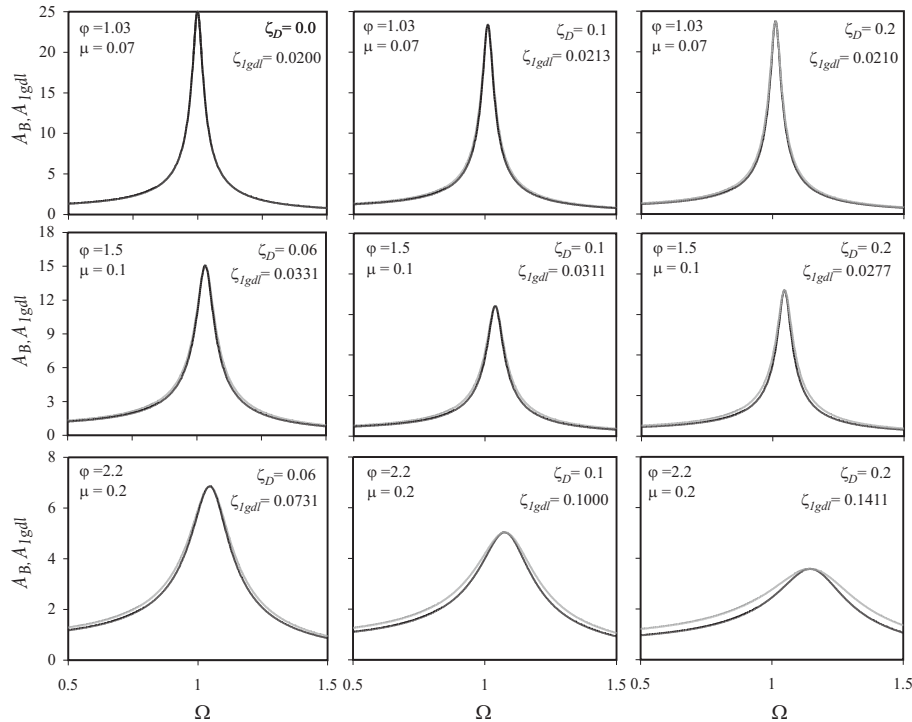


Figura 5.25. Amplificación del sistema de 2gdl (—) y sistema de 1gdl equivalente (— · —), para $\zeta_B=2\%$ y $\zeta_b=0.5\%$

También puede apreciarse que la reducción de la respuesta de la viga principal crece al aumentar φ y μ . Este hecho confirma lo observado anteriormente respecto al tamaño de la viga auxiliar: cuanto mayor sea ésta, puede alcanzarse una atenuación de la respuesta de la viga principal más elevada.

5.8.3. RELACIÓN ENTRE LAS NECESIDADES DE AMORTIGUAMIENTO DEL PUENTE Y EL CANTO DE LA VIGA AUXILIAR

Una vez determinada la relación entre el canto de la viga h y su amortiguador óptimo correspondiente para una temperatura determinada, es posible también establecer una vinculación entre la tasa de amortiguamiento efectiva ζ_{ef} requerida en la viga principal para atenuar su respuesta hasta el nivel deseado, y un canto mínimo h de la viga auxiliar. Este canto de viga mínimo combinado con el amortiguador

óptimo constituirá el sistema de reacondicionamiento requerido en el puente para obtener la reducción deseada de la respuesta dinámica.

Para determinar esta nueva relación $h-\zeta_{ef}$ basta con ajustar el sistema de 1 gdl equivalente a partir de las expresiones (5.62) y (5.63), empleando el valor de amplitud A_B asociado a la tasa de amortiguamiento óptima que minimiza la respuesta en resonancia de la viga principal, en términos de amplificación o aceleración.

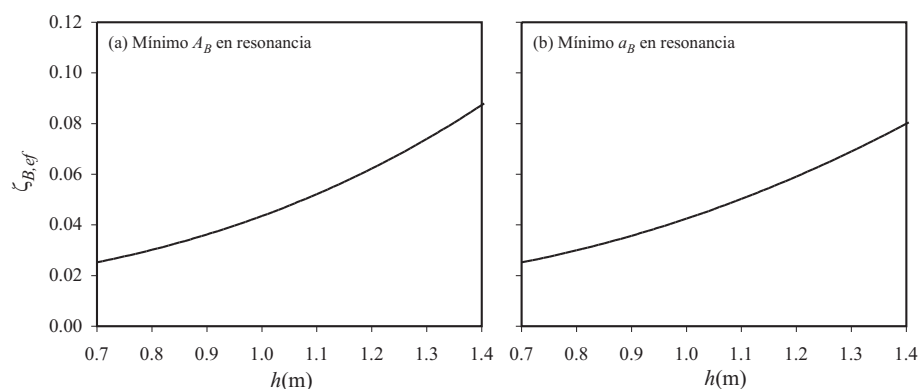


Figura 5.26. Tasa de amortiguamiento efectiva ζ_{ef} introducida en la viga principal en función de h ; (a) asociada a $\zeta_{D,A}^*$ y (b) asociada a $\zeta_{D,a}^*$

En la figura 5.26 se ha representado la relación $h-\zeta_{B,ef}$. La tasa de amortiguamiento efectiva $\zeta_{B,ef}$ asociada a un canto de viga h determinado, se ha estimado mediante el ajuste del sistema de 1 gdl empleando los valores de amplitud mínima en resonancia calculados en la sección 5.8.1 y representados en la figura 5.24, para un valor del Factor de Pérdidas del material de $\eta=1.2$. En la figura 5.26(a) se muestra la relación $h-\zeta_{B,ef}$ relacionada con el amortiguador óptimo $\zeta_{D,A}^*$ que minimiza el factor de amplificación dinámica en resonancia de la viga principal A_B ; mientras que en la figura 5.26(b), se muestra esta misma relación, pero en este caso asociada al amortiguador óptimo $\zeta_{D,a}^*$ que minimiza la respuesta en resonancia en términos de aceleraciones. Dado que el objetivo principal del sistema de reacondicionamiento es atenuar la respuesta dinámica de la estructura en términos de aceleraciones, la relación $h-\zeta_{B,ef}$ de mayor interés para el objetivo que se persigue es la mostrada en la figura 5.26(b), si bien se observa que los valores de ambas figuras son similares.

5.9. PROCEDIMIENTO DE DIMENSIONADO DEL SISTEMA DE REACONDICIONAMIENTO

A partir de lo expuesto en el apartado de optimización del sistema de reacondicionamiento (sección 5.8), el cual se basa en el análisis del sistema de 2 gdl equivalente, es posible establecer una metodología para el predimensionado del sistema de amortiguación, válida para una determinada temperatura de trabajo. Para que el sistema sea efectivo en un intervalo de temperaturas ambientales, será necesario realizar algunas iteraciones hasta alcanzar la solución final, tal y como se mostrará en la sección 5.10. El procedimiento de dimensionado propuesto puede resumirse en los siguientes apartados:

1º- Determinar las necesidades de amortiguamiento del tablero. Para ello, se calculará su respuesta dinámica incrementando progresivamente su tasa de amortiguamiento estructural hasta que la aceleración máxima obtenida tras la realización del cálculo dinámico en base a la normativa vigente (IAPF-07), se reduzca por debajo del Estado Límite de Servicio de 3.5 m/s^2 en un 30% aproximadamente, para que la degradación del material debida a los efectos térmicos no reste eficacia al reacondicionamiento. Este valor obtenido será la tasa de amortiguamiento efectiva $\zeta_{B,ef}$ que debe ser introducida por el sistema de reacondicionamiento.

2º- Considerando un rango de temperaturas de trabajo del dispositivo entre 0 y 40°C , el valor $\zeta_{B,ef}$ anteriormente estimado se asociará a una temperatura media ambiental de 20°C . Por tanto, se seleccionará un material viscoelástico con unas propiedades mecánicas optimizadas a esa temperatura (elevado Factor de Pérdidas y Módulo de Elasticidad Tangencial) y para una frecuencia coincidente con ω_B . Estos valores de las propiedades mecánicas del VED serán los utilizados en los siguientes apartados.

3º- Representar la curva $h-\zeta_{B,ef}$ de la figura 5.26(b), particularizada al puente a reacondicionar y a la tipología de viga auxiliar seleccionada, considerando las propiedades mecánicas del VED a 20°C .

4º- A partir de la figura 5.26(b), seleccionar el menor canto de viga h que permita introducir en el tablero la tasa de amortiguamiento requerida en el puente, $\zeta_{B,ef}$, a la temperatura media del intervalo (en este caso, 20°C).

5º- Seleccionar la tasa de amortiguamiento ζ_D óptima para el canto de viga h escogido a la temperatura media de funcionamiento del dispositivo (20 °C). Se recomienda calcular numéricamente la relación h - ζ_D óptima, ya que conduce a un predimensionado más ajustado de las dimensiones y número de VED a instalar en el sistema de reacondicionamiento. Como alternativa al cálculo numérico, esta relación podría también estimarse a partir de las ecuaciones (5.62) y (5.63), aunque ello puede conducir a unos VED que no proporcionen la máxima reducción posible.

6º- Mediante las ecuaciones (5.20), seleccionar las dimensiones de las capas de material viscoelástico y la distribución de los VED.

7º- Recálculo dinámico del tablero reacondicionado a diferentes temperaturas ambientales que abarquen el intervalo de uso del mismo (en esta Tesis se considera un rango entre 0 y 40 °C). Con el objeto de obtener una estimación más fiable del comportamiento del tablero reacondicionado, los cálculos se realizarán empleando el modelo basado en la derivada fraccional (sección 5.7).

8º- En caso de no obtener el nivel de disipación deseado en el rango de temperaturas de interés, seleccionar un tamaño de viga auxiliar superior e iterar a partir del punto 5º. Como alternativa al incremento del canto de la viga, se recomienda previamente probar a modificar las dimensiones de del VED por motivos que se mostrarán en el apartado 5.10.4.

Nótese que el procedimiento de dimensionado propuesto se basa en la optimización del sistema de reacondicionamiento a una temperatura ambiental media dentro del rango de trabajo del dispositivo. Como puede deducirse, cuanto más se aleje la temperatura ambiental de este valor medio, el sistema de reacondicionamiento dejará de estar optimizado si no se modifican las dimensiones del VED. Sin embargo, tal y como se ha podido comprobar en las figuras 5.18 y 5.19, para valores de la tasa de amortiguamiento ζ_D próximos al óptimo, la reducción de la respuesta de la viga principal continúa siendo muy significativa. Este comportamiento del sistema da un margen suficiente para encontrar una combinación de VED y viga auxiliar que, aunque no sea óptima en todo el rango de temperaturas, sí consiga reducir la respuesta dinámica del sistema considerablemente.

La metodología de dimensionado descrita anteriormente ha sido verificada en primer lugar mediante su aplicación al reacondicionamiento de diversos tableros con un nivel de aceleración inadmisibles, considerando una temperatura ambiental constante y empleando únicamente el modelo de Kelvin para simular el comportamiento del VED. Algunos de estos reacondicionamientos están recogidos en las referencias [69] y [68]. En los artículos mencionados, se aplica el procedimiento de dimensionado mencionado al predimensionado del sistema de reacondicionamiento de dos puentes con unos niveles de aceleración máxima de 13.8 m/s^2 y 6 m/s^2 , respectivamente. En estos dos ejemplos, como viga auxiliar se propone el uso de una viga tipo cajón metálico, con una tasa de amortiguamiento de un 2%; verificándose que este método propuesto basado en la asimilación del comportamiento dinámico del puente reacondicionado a un sistema de 1 gdl, conduce a la selección de un sistema de amortiguación válido para el control de la aceleración máxima de los tableros a una temperatura ambiental constante.

5.10. EJEMPLO DE APLICACIÓN: REACONDICIONAMIENTO DE UN PUENTE ISOSTÁTICO REAL

Como ejemplo de la potencial aplicabilidad de los VED en el control de las vibraciones inducidas por el tráfico ferroviario, en este apartado se procede al dimensionado del sistema de reacondicionamiento de un puente con un nivel de aceleraciones inadmisibles, aplicando la metodología presentada en la sección 5.9. Los resultados obtenidos permitirán verificar la efectividad del sistema de reacondicionamiento propuesto y de la metodología establecida para su dimensionado.

Las propiedades mecánicas del puente objeto de estudio se muestran en la tabla 5.1.

Luz, L_B (m)	9.70
Masa, m_B (kg/m)	9754
Inercia de la sección, I_{ZB} (m ⁴)	0.159
Módulo Elástico, E_B (Pa)	$3.6 \cdot 10^{10}$
Frecuencia natural, $f_{\theta B}$ (Hz)	12.8
Tasa de amortiguamiento modal, ζ_B (%)	2

Tabla 5.1. Propiedades mecánicas del puente a reacondicionar

Los datos de la tabla anterior se corresponden con los del puente Vinival presentado en el Anexo I, el cual está constituido por tableros de vía única de reducida excentricidad y esviaje. En este caso la utilización de un modelo numérico plano para simular su comportamiento dinámico queda plenamente justificada. Conviene recordar que en el Capítulo 4 se ha mostrado que también en la respuesta dinámica máxima de los puentes isostáticos de doble vía y luces moderadas predominan las formas modales de flexión longitudinal.

5.10.1. CÁLCULO DINÁMICO DEL TABLERO SIN REACONDICIONAR

En primer lugar se ha calculado la respuesta dinámica del puente seleccionado según la IAPF-07. Se ha considerado un comportamiento de viga B-E y se ha determinado la aceleración ante la circulación de las 10 composiciones ferroviarias del modelo HSLM-A, además de siete composiciones europeas de alta velocidad (THALYS, TGV, ETR-Y, ICE2, EUROSTAR, VIRGIN, TAV) en un rango de velocidades comprendido entre 144 y 288² km/h, y en incrementos de 3.6 km/h. Los resultados obtenidos en términos de aceleraciones, calculados en el dominio del tiempo por superposición modal de las contribuciones modales de frecuencia inferior a 30 Hz, se muestran en la figura 5.27.

² Según la normativa, el cálculo dinámico debe realizarse hasta una velocidad máxima de 1.2 veces la de proyecto de la línea. Así pues, considerando una velocidad máxima de proyecto de la línea de 240 km/h, $288 \text{ km/h} = 1.2 \cdot 240 \text{ km/h}$.

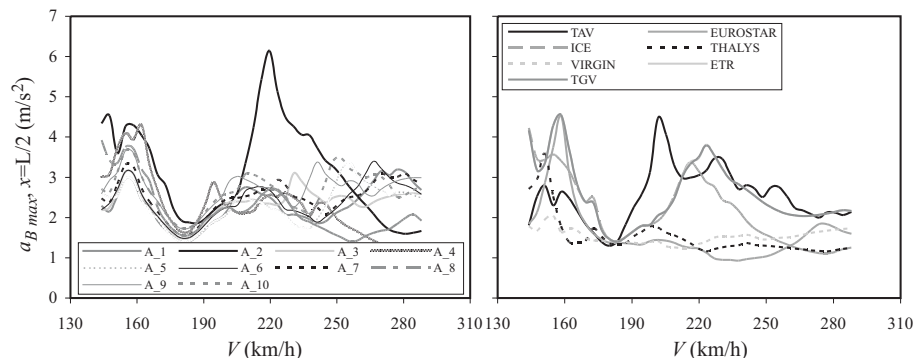


Figura 5.27. Envolventes de aceleración máxima en función de la velocidad de paso de diferentes composiciones ferroviarias.

En los gráficos anteriores se ha representado, en función de la velocidad de paso de los trenes, la máxima aceleración obtenida en el puente de estudio ante la circulación de cada una de las composiciones ferroviarias consideradas en el cálculo. Tal y como puede observarse, el valor de la aceleración alcanza un máximo de 6.14 m/s^2 a una velocidad de 220 km/h , y se debe a la circulación del tren HSLM-A2. En cuanto a las aceleraciones obtenidas ante la circulación de los trenes reales europeos, éstas alcanzan amplitudes menores, observándose un máximo de 4.47 m/s^2 ante la circulación del TAV a 202 km/h .

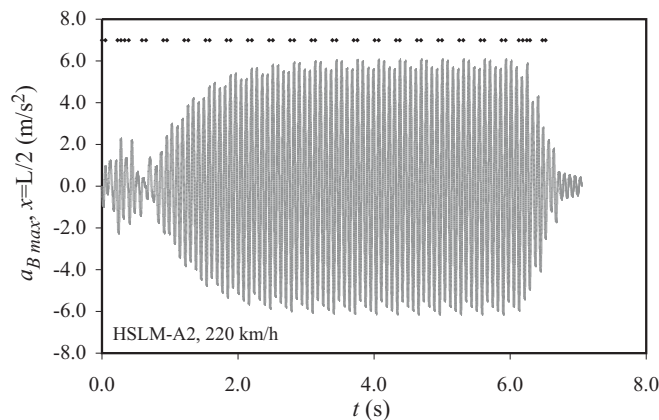


Figura 5.28. Historia temporal de aceleraciones en $x=L/2$ ante la circulación del tren HSLM-A2 a 220 km/h . (♦) Instantes de tiempo de entrada de cargas

En la figura 5.28 se ha representado la historia temporal de la aceleración en centro de vano ante la circulación del tren HSLM-A2 a 220 km/h ;

sobre ésta se han señalado además mediante rombos negros los instantes de tiempo de entrada de los ejes de la composición ferroviaria considerada, constituida por sendas locomotoras ubicadas en los extremos del tren, más un conjunto de coches de pasajeros con bogies igualmente espaciados. Tal y como se puede comprobar en la figura, existe un período inicial coincidente con el paso de la primera locomotora en el que no se observa el aumento creciente de la respuesta característico de una situación de resonancia. Ello es debido a la falta de regularidad de las distancias de los ejes de la locomotora, existiendo un desfase entre la entrada de cargas y las oscilaciones del tablero que no propicia la aparición de este fenómeno. Sin embargo, con la entrada de los ejes de los coches de pasajeros en fase con las vibraciones del tablero, se produce un incremento gradual de la respuesta dinámica. Puede apreciarse también cómo el puente experimenta cuatro ciclos de oscilación vertical durante el paso de cada uno de estos ejes igualmente espaciados, correspondientes a una cuarta resonancia del modo fundamental del tablero.

Los resultados mostrados anteriormente ponen de manifiesto que el puente analizado presenta un comportamiento dinámico en términos de aceleraciones que no cumple con el Estado Límite de Servicio ligado a la seguridad del tráfico, fijado en 3.5 m/s^2 para vías sobre balasto. Con el objeto de reducir sus aceleraciones por debajo de este límite se procederá al dimensionado del sistema de reacondicionamiento con VED empleando la metodología propuesta. En las siguientes secciones se muestra paso a paso el procedimiento seguido.

5.10.2. ESTIMACIÓN DE LAS NECESIDADES DE AMORTIGUAMIENTO EN EL PUENTE Y SELECCIÓN DEL MATERIAL VISCOELÁSTICO

Con el objeto de determinar qué nivel de amortiguamiento se requiere en el tablero para que su aceleración máxima se mantenga por debajo del límite de 3.5 m/s^2 , se ha recalculado la respuesta dinámica del mismo ante la circulación de la composición más desfavorable (HSLM-A2) empleando diferentes tasas de amortiguamiento estructural. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 5.29, en la que se ha representado la envolvente de aceleraciones máximas en el puente ante la circulación de la composición HSLM-A2, en función de su velocidad de paso y considerando diferentes tasas de amortiguamiento estructural.

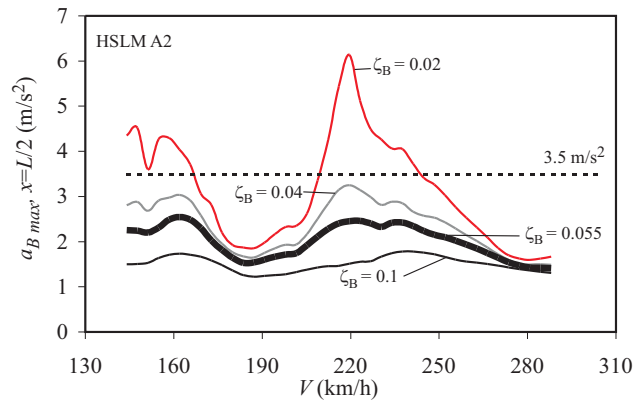


Figura 5.29. Estimación de las necesidades de amortiguamiento en el puente

Considerando un rango de temperaturas ambientales comprendido entre 0 y 40°C, en este caso las necesidades de amortiguamiento del tablero se estiman $\zeta_{B,ef} = 0.055$ para la temperatura media del intervalo de interés, que es de 20°C. Este valor consigue reducir los picos de aceleración máxima registrados en el tablero aproximadamente un 30% por debajo del Estado Límite de 3.5 m/s², de este modo se prevé que el reacondicionamiento consiga reducir de manera efectiva las aceleraciones máximas para otras temperaturas dentro del rango considerado.

Como material viscoelástico para esta aplicación se ha seleccionado el empleado por Tsai y colaboradores en algunos de sus trabajos [94, 93, 80], manufacturado por la compañía 3M. Aunque el uso dado a este material en los artículos citados está orientado a la protección sísmica de edificios, a partir de los datos proporcionados por estos autores, se ha verificado que presenta unas buenas propiedades disipativas en un rango de temperaturas comprendido entre 10 y 40°C [93], y para un nivel de deformación angular máximo de 0.2. Adicionalmente, los autores proporcionan los coeficientes empíricos del modelo fraccional de este viscoelástico (ecuación (5.39)) evaluados a una temperatura ambiental de 28°C, los cuales serán utilizados para la simulación dinámica del tablero reacondicionado con el modelo de derivadas fraccionales descrito en la sección 5.7. Sin embargo, para aplicar el procedimiento de dimensionado del reacondicionamiento según lo expuesto en la sección 5.9 se requiere conocer las propiedades mecánicas de este material (G_E y η) a la temperatura media de 20°C y a una frecuencia de excitación coincidente

con la del primer modo de flexión del tablero (en este caso particular, $f_{0B} = 12.8$ Hz). Para ello se ha optado por simular numéricamente un ensayo senoidal de amplitud constante sobre el VED, empleando el modelo numérico de derivadas fraccionales con los coeficientes empíricos proporcionados, y ajustar a la curva de histéresis tensión-deformación resultante la obtenida empleando el modelo de Kelvin. Para la simulación del ensayo senoidal se ha impuesto una deformación angular de 0.05 de amplitud sobre el VED, a una frecuencia coincidente con la del primer modo de flexión del tablero, $f_{0B} = 12.8$ Hz, y considerando una temperatura ambiental $T_0 = 20^\circ\text{C}$. El valor de de la amplitud de deformación seleccionado, se ha estimado en base al desplazamiento vertical obtenido en el tablero sin reacondicionar ante la circulación del tren A2 y considerando un espesor de la capa de viscoelástico de 0.025 m (coincidente con el del VED empleado en [94]). Como se ha podido comprobar tras la realización de los cálculos dinámicos del tablero reacondicionado, la amplitud de deformación seleccionada es similar a la experimentada por el VED en este caso particular, a la velocidad de paso de la composición HSLM A2 que produce la máxima aceleración en el tablero. El número de ciclos impuesto al VED para realizar el ajuste de las curvas es el equivalente a la mitad del tiempo de paso del tren HSLM-A2 sobre el tablero, a la velocidad de resonancia de 220 km/h. En la tabla 5.2 se muestran los coeficientes empíricos del modelo fraccional del material seleccionado y sus propiedades mecánicas a la frecuencia y temperatura de interés, obtenidas tras el ajuste de las curvas de histéresis siguiendo el planteamiento descrito.

Coeficientes empíricos del VED	
A_0 (Pa)	$7.0741 \cdot 10^4$
μ	3
α	0.6
β (m^2/N)	$1.4504 \cdot 10^{-7}$
θ ($\text{N}/(\text{m}^2\text{C})$)	$7.3774 \cdot 10^5$
T_0 ($^\circ\text{C}$)	28
Propiedades del VED a 20°C , 12.8Hz y $\gamma=0.05$	
G_E (MPa)	4.448
η	1.19

Tabla 5.2. Características del material viscoelástico empleado

En la figura se muestra en trazo gris la curva de histéresis obtenida con el modelo de derivadas fraccionales del VED tras la simulación del ensayo senoidal. Sobre ella se ha superpuesto la curva ajustada correspondiente al modelo de Kelvin del VED, que ha permitido estimar las propiedades mecánicas de este material en términos de G_E y η a la frecuencia y temperatura de interés. Tal y como puede apreciarse el material experimenta una cierta degradación de sus propiedades mecánicas con los ciclos de oscilación, una particularidad que no puede ser reproducida por el modelo de Kelvin.

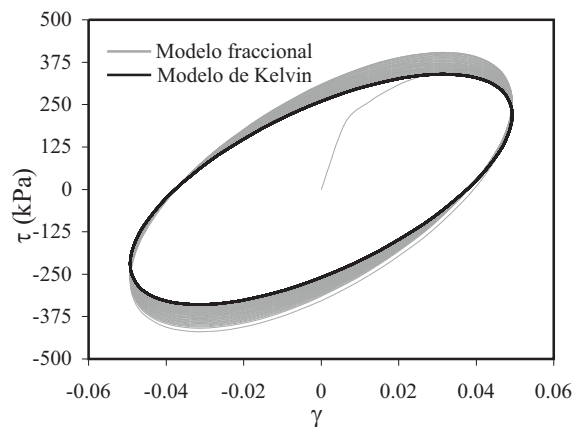


Figura 5.30. Curvas de histéresis del VED empleando diferentes modelos para la simulación de su comportamiento dinámico

5.10.3. SELECCIÓN DEL CANTO MÍNIMO DE LA VIGA AUXILIAR Y DEL AMORTIGUADOR ÓPTIMO

Una vez estimada la tasa de amortiguamiento necesaria en el tablero, $\zeta_{B,ef}=0.055$, y seleccionado el material viscoelástico a emplear en el reacondicionamiento, el tamaño de la viga auxiliar y la tasa de amortiguamiento óptima ζ_D asociada a éste pueden seleccionarse a partir de la figura 5.31.

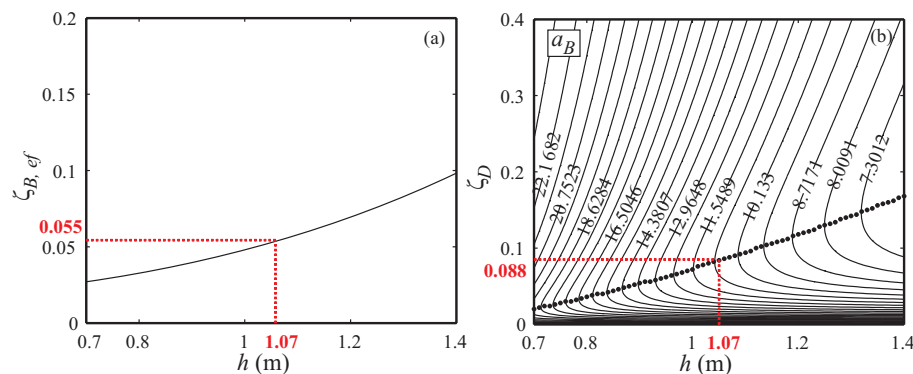


Figura 5.31. Selección del par $h-\zeta_D$ a partir de las necesidades de amortiguamiento en el tablero

Los gráficos anteriores se han obtenido a partir del análisis paramétrico del sistema de 2 gdl equivalente tal y como se describe en la sección 5.6.5, pero en este caso particularizado a las propiedades del puente a reacondicionar y a la tipología de viga auxiliar seleccionada. En este caso como viga auxiliar se han considerado 2 vigas pretensadas de hormigón, con las mismas características descritas en la sección 5.6.5 (Módulo Elástico $E_b=36$ MPa, densidad $\rho_b=2500$ kg/m³, tasa de amortiguamiento estructural $\zeta_b = 1\%$ y distancia entre apoyos igual a la del puente). Estudios anteriores de Martínez et al. [64] mostraron que pueden emplearse igualmente con éxito vigas metálicas para el reacondicionamiento.

A partir de la figura 5.31(a) puede determinarse el mínimo canto de viga necesario para elevar la tasa del amortiguamiento del tablero a un valor de $\zeta_{B,ef}= 0.055$. Una vez seleccionado el tamaño h de la viga, la figura 5.31(b) permite estimar la tasa de amortiguamiento óptima ζ_D asociada al mismo, para una temperatura ambiental de 20 °C. En este caso, $\zeta_D=0.08$. Por último, queda determinar el número, distribución y dimensiones de los VED a emplear en el reacondicionamiento. En este caso se ha optado por colocar un total de dos VED (uno por cada viga auxiliar), ubicados en centro de vano del tablero, que es la zona de máxima amplitud de las oscilaciones dinámicas debidas al primer modo de flexión del tablero y, por tanto, el VED trabajará de manera más efectiva. En el Capítulo 4 se ha podido comprobar también tras el análisis dinámico de un conjunto representativo de puentes, que la respuesta máxima de todos ellos tiene

lugar en la sección de tablero correspondiente al centro de vano, incluso al incluir en el cálculo dinámico la contribución de formas modales tridimensionales, además de las de flexión recta.

En la figura 5.32 se han recogido las características principales del sistema de reacondicionamiento propuesto para el tablero de estudio. Cabe señalar que no se dispone de las especificaciones técnicas del material viscoelástico relativas a los valores de tensión tangencial y deformación angular admisibles, los cuales condicionan las dimensiones del VED. Como alternativa, se verificará que los valores de tensión y deformación angular no superan en ningún caso los registrados por Tsai y colaboradores en [94, 93, 80], durante la circulación de las composiciones ferroviarias sobre el tablero en el rango de velocidades de interés.

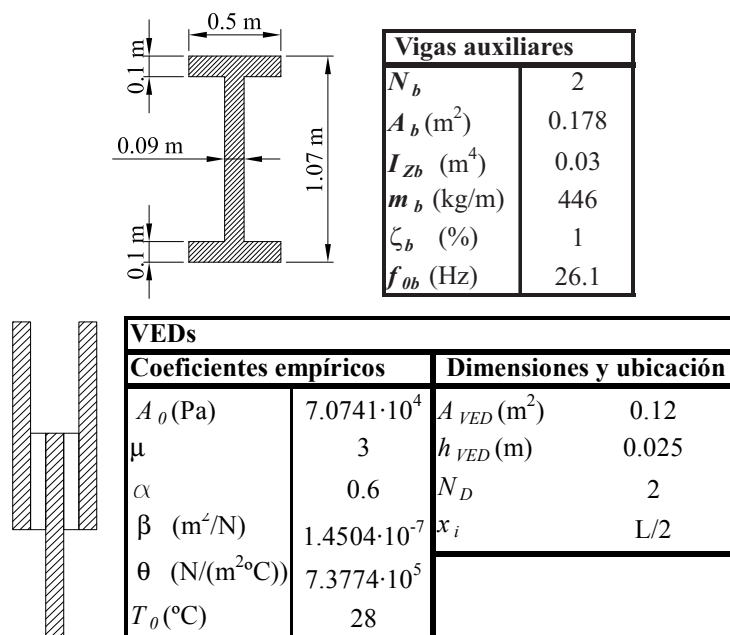


Figura 5.32. Dimensiones y características principales del sistema de reacondicionamiento predimensionado a 20°C

5.10.4. RESPUESTA DE LA ESTRUCTURA REACONDICIONADA

Una vez predimensionado el sistema de reacondicionamiento, se calcula nuevamente la respuesta dinámica del tablero modificado empleando el modelo numérico de derivadas fraccionales descrito en la sección 5.7, sometido al paso de las 18 composiciones ferroviarias mencionadas en el apartado 5.10.1 y en el mismo rango de velocidades. Con el objeto de verificar la efectividad del sistema de reacondicionamiento propuesto en el rango de temperaturas comprendido entre 0 y 40 °C, el cálculo se realiza para varias temperaturas ambientales del intervalo. Como se ha mencionado, la presencia de los VED da lugar a un acoplamiento del sistema de ecuaciones en coordenadas modales (5.52). En consecuencia, la precisión de la solución en espacio modal depende del número de contribuciones modales consideradas para el tablero y la viga auxiliar, es decir, del orden del sistema. Por tanto, un paso previo a la obtención de la solución definitiva, es la realización de un análisis de sensibilidad de la respuesta al número de contribuciones modales, para determinar el orden mínimo del sistema que garantiza la convergencia de la solución. En este caso particular el sistema se resolverá incluyendo los tres primeros modos del tablero y de cada viga auxiliar; y la respuesta en coordenadas espaciales se obtendrá en cada sección de la viga principal como combinación lineal de los modos de vibración de frecuencia inferior a 30 Hz, tal y como prescribe la IAPF-07.

En la figura 5.33 se muestran las envolventes de aceleración máxima del tablero reacondicionado ante la circulación de la composición HSLM-A2 a diferentes velocidades, y considerando diferentes temperaturas dentro del intervalo de interés. En la figura 5.33(a) se ha representado, en trazo rojo, la respuesta dinámica del tablero antes de introducir el sistema de reacondicionamiento, la cual alcanza un máximo de aceleración de 6.14 m/s² a una velocidad de 220 km/h como se ha mencionado anteriormente. Sobre este mismo gráfico se han incluido también las envolventes de aceleración obtenidas tras el reacondicionamiento, a la temperatura ambiente de 20 °C (en trazo negro), 0 °C (en trazo gris) y 40 °C (en trazo discontinuo). Puede observarse que a la temperatura de 20 °C, para la cual se ha optimizado el sistema de reacondicionamiento, ha logrado reducirse la aceleración máxima del tablero por debajo del límite de 3.5 m/s². En concreto, el mayor valor registrado es de 2.84 m/s² a la velocidad de 230

km/h. Destaca también el desplazamiento hacia velocidades superiores de este pico de resonancia respecto del resultado obtenido en el tablero sin reacondicionar, debido al incremento de rigidez del sistema tras la introducción del conjunto de vigas auxiliares y amortiguadores en el tablero. A las temperaturas de 0 °C y 40 °C la efectividad del sistema de reacondicionamiento se reduce; por un lado, debido a la degradación que experimenta el material viscoelástico con el aumento de la temperatura y, por otro, a que el sistema de reacondicionamiento se aleja de su configuración óptima, determinada para una temperatura de 20 °C.

La máxima aceleración obtenida en el tablero a la temperatura de 0 °C alcanza un valor de 4.06 m/s² a la velocidad de 245 km/h. Tal y como puede apreciarse, el descenso de la temperatura ambiental ha desplazado este pico de resonancia hacia una velocidad un 6.5% superior respecto de la máxima resonancia registrada a 20°C; un hecho que denota la rigidización experimentada por el VED con el descenso de la temperatura ambiental. A 40°C el valor máximo de la aceleración es de 3.62 m/s² y tiene lugar a una velocidad ligeramente superior a la del tablero sin reacondicionar, 223 km/h, aunque por debajo de la correspondiente a la temperatura de 20°C. Esta reducción de la velocidad de resonancia pone de manifiesto el ablandamiento experimentado por el VED con el incremento de la temperatura, lo cual resta eficacia al sistema de reacondicionamiento.

Las aceleraciones máximas registradas en el tablero reacondicionado a las temperaturas límite del rango considerado, 0°C y 40°C, no exceden en gran medida el valor de 3.5 m/s². Teniendo en cuenta además que el Estado Límite mencionado viene afectado por un coeficiente de seguridad de dos, el reacondicionamiento propuesto podría darse por válido para este tablero.

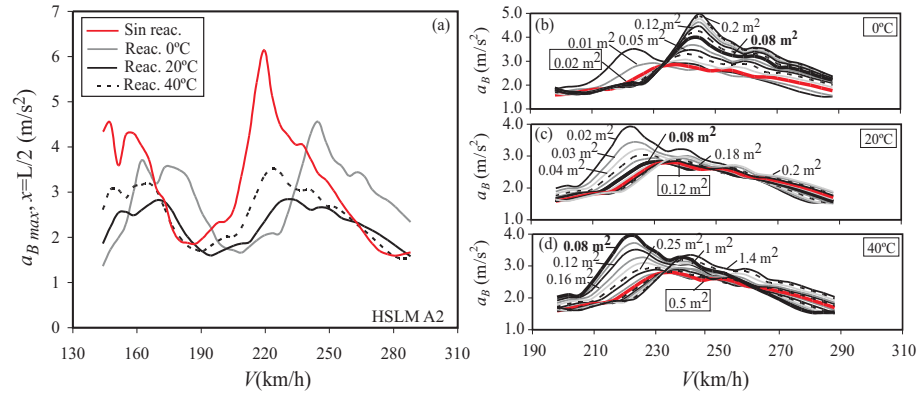


Figura 5.33. Envolturas de aceleración máxima en función de la velocidad de paso de la composición HSLM-A2 y a diferentes temperaturas

En las figuras 5.34, 5.35 y 5.36 se muestran, respectivamente, las historias temporales de las aceleraciones ante la circulación del tren HSLM-A2 a las velocidades críticas de resonancia antes y después de reacondicionar la estructura, para las temperaturas ambientales de 0°C, 20°C y 40°C. El control de la respuesta dinámica que ejerce el sistema de reacondicionamiento resulta evidente en las temperaturas ambientales indicadas.

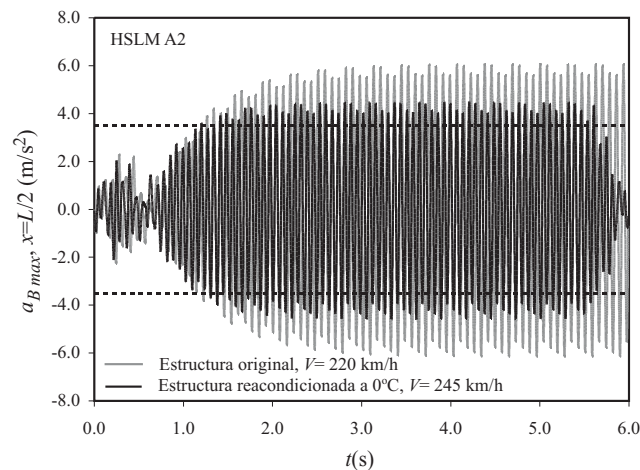


Figura 5.34. Historia temporal de aceleraciones en $x=L/2$ antes y después de reacondicionar la estructura, ante la circulación del tren HSLM-A2 y a 0°C

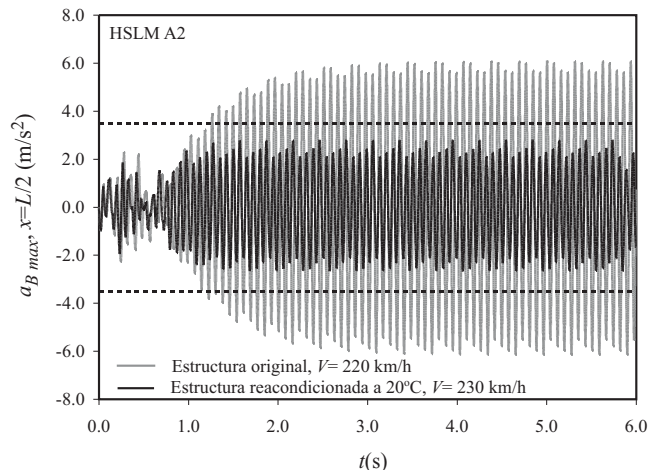


Figura 5.35. Historia temporal de aceleraciones en $x=L/2$ antes y después de reacondicionar la estructura, ante la circulación del tren HSLM-A2 y a 20°C

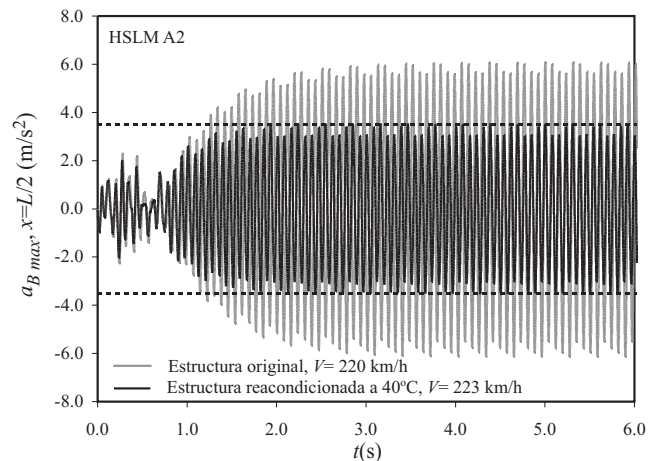


Figura 5.36. Historia temporal de aceleraciones en $x=L/2$ antes y después de reacondicionar la estructura, ante la circulación del tren HSLM-A2 y a 40°C

En aras a lograr una mejora de su efectividad a las temperaturas límite de 0 °C y 40 °C, se ha planteado como paso previo al incremento del canto de las vigas auxiliares, una variación del área de cortadura del VED. Para ello, se ha mantenido fijo el espesor de las capas de material viscoelástico en el valor $h_{VED} = 0.025$ m y se ha recalculado la respuesta dinámica del tablero a 0 °C, 20 °C y 40 °C, ante la circulación del tren más desfavorable, considerando diferentes valores del área de las capas de material

viscoelástico y acotando el rango de velocidades de paso en el entorno del pico máximo de aceleración $V=[190, 310]$ km/h. Los resultados en términos de envolventes de aceleración se muestran en las figuras 5.33(b), (c) y (d). En cada uno de los gráficos mencionados puede observarse la evolución de las aceleraciones máximas en el tablero en función del valor del área de cortadura empleada en cada uno de los VED instalados en el sistema de reacondicionamiento. La envolvente en trazo rojo representa el mínimo de aceleración alcanzado para cada temperatura, el cual se corresponde con el valor de área de viscoelástico que aparece encuadrado en las figuras. Como puede observarse, a medida que se incrementa la temperatura ambiental se requiere una mayor área de material viscoelástico para lograr una efectividad similar del sistema de reacondicionamiento, debido a que el material se ablanda perdiendo su capacidad disipativa. Por el contrario, a medida que se reduce la temperatura, el material viscoelástico experimenta una rigidización que obliga a emplear una menor área de material para alcanzar el mismo efecto disipativo. A la temperatura de 20°C, el área óptima del VED es de $A_{VED} = 0.12$ m², la cual coincide con el valor seleccionado empleando la metodología propuesta de dimensionado del sistema de reacondicionamiento; un resultado que verifica la efectividad de este procedimiento para la selección de la combinación óptima de amortiguadores y viga auxiliar a una temperatura ambiental determinada.

En las figuras 5.33(b), (c) y (d) se ha marcado con una línea de trazo grueso una nueva alternativa de reacondicionamiento empleando un área de VED menor, orientada a reducir la respuesta dinámica de la estructura a 0 °C. En este caso se ha escogido un área de viscoelástico de $A_{VED} = 0.08$ m², un valor que no se corresponde con ninguno de los óptimos registrados para las temperaturas mostradas en los gráficos. Tal y como puede observarse en las figuras, con este nuevo valor de área, inferior al estimado aplicando el procedimiento de dimensionado de la sección 5.9, se logra reducir ligeramente la aceleración a 0 °C hasta un valor de 3.98 m/s², manteniéndose prácticamente invariable el valor de aceleración máxima a 20 °C y aumentándose el correspondiente a la temperatura de 40 °C hasta 3.95 m/s².

Los resultados mostrados en la figura 5.33 ponen de manifiesto que no es posible reducir las aceleraciones estrictamente por debajo del límite de 3.5

m/s² a las temperaturas ambientales de 0 °C y 40 °C empleando el canto de viga $h=1.07$ m. Con el objeto de mejorar el comportamiento dinámico del puente a esas temperaturas se propone una nueva configuración del sistema de reacondicionamiento, en la que el canto de las vigas auxiliares se ha incrementado hasta un valor de $h=1.2$ m. Las dimensiones y características principales de esta nueva propuesta se resumen en la figura 5.37.

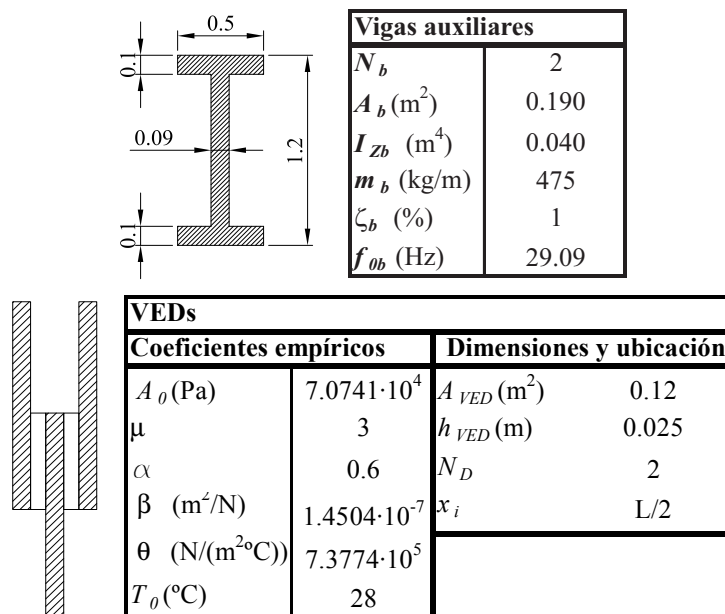


Figura 5.37. Dimensiones y características principales de una nueva propuesta de reacondicionamiento

En esta nueva propuesta de reacondicionamiento se ha optado por mantener las mismas dimensiones de los amortiguadores viscoelásticos que en el caso anterior, es decir, $A_{VED}=0.12$ m² y $h_{VED}=0.025$ m, en lugar de seleccionar el tamaño óptimo del VED a partir de la figura 5.31(b). El motivo de esta elección se debe a dos causas fundamentales:

- ✓ Por un lado, puede comprobarse en la figura 5.31(b) que la tasa de amortiguamiento ζ_D óptima asociada al canto de viga $h=1.2$ m es muy similar a la correspondiente al valor $h=1.07$ m. Si se tiene en cuenta además que dicha tasa de amortiguamiento se distribuye

entre dos VED, la diferencia entre el área óptima de éstos para cada uno de los cantos de viga mencionados es muy reducida.

- ✓ Como se ha comentado con anterioridad, para valores de área próximos al óptimo la reducción de la respuesta continúa siendo muy significativa. Aprovechando este margen, es posible tratar de mejorar el comportamiento del sistema a las temperaturas límite del intervalo de interés empleando un área de VED inferior a la óptima a 20°C, tal y como se ha visto en el caso anterior.

En la figura 5.38 se muestran los valores de aceleración máxima obtenidos para cada velocidad de paso de la composición ferroviaria más desfavorable, a diferentes temperaturas. Al igual que en el caso anterior, los cálculos se ha realizado empleando el modelo numérico de derivadas fraccionales, en el cual el comportamiento del VED se simula de forma más realista.

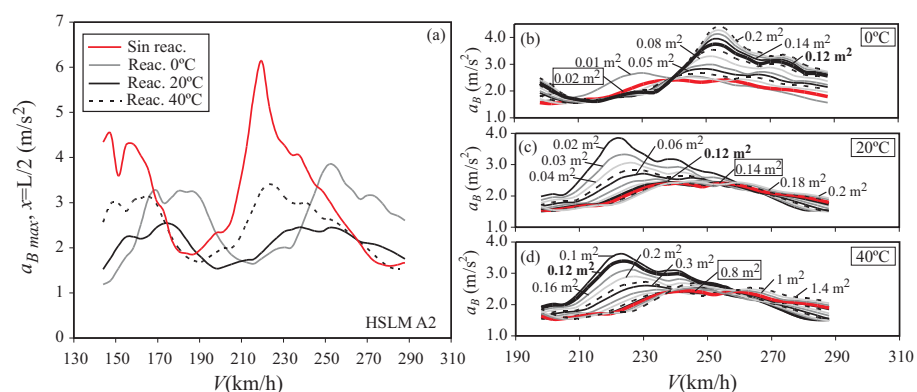


Figura 5.38. Envolventes de aceleración máxima en función de la velocidad de paso de la composición HSLM-A2 y a diferentes temperaturas

En la figura 5.38(a) se han representado las envolventes de aceleración máxima estimadas en el tablero, sin incluir el reacondicionamiento (en trazo rojo) e incluyendo el sistema de reacondicionamiento descrito en la figura 5.37 para las temperaturas de 0°C (en trazo gris), 20°C (en trazo negro) y 40°C (en trazo discontinuo). Las aceleraciones máximas se han reducido gracias al incremento del canto de las vigas auxiliares, lográndose de este modo una mejora en el comportamiento dinámico del tablero a las temperaturas ambientales más críticas (0°C y 40°C). Como puede observarse la aceleración máxima a 0°C se ha reducido hasta un

valor de 3.85 m/s^2 y tiene lugar a una velocidad de paso del tren HSLM-A2 de 252 km/h. La aceleración máxima a la temperatura de 20°C queda muy por debajo del límite de 3.5 m/s^2 , detectándose un máximo a 173 km/h de 2.54 m/s^2 . Por último, a la temperatura ambiental de 40°C la aceleración queda también por debajo del Estado Límite de Servicio, obteniéndose un valor de 3.4 m/s^2 a la velocidad de 223 km/h.

En las figuras 5.37(b), (c) y (d) se muestran nuevamente las envolventes de aceleración máxima considerando áreas de cortadura diferentes en el material viscoelástico de los VED, y manteniéndose el espesor de cada una de sus capas en $h_{VED}=0.025 \text{ m}$. En cada uno de los gráficos correspondientes a una temperatura ambiental distinta, la envolvente en trazo rojo marca nuevamente el valor óptimo de área de VED, mientras que la envolvente en trazo grueso es el valor de área seleccionado en el reacondicionamiento. Nótese que aunque en este caso particular el área óptima de VED a la temperatura de 20°C es de 0.14 m^2 , el empleo del valor 0.12 m^2 para esta misma temperatura ambiental apenas produce cambios significativos en la amplitud de la aceleración máxima, lográndose además una pequeña mejora en el comportamiento de la estructura a 0°C , temperatura a la cual la aceleración máxima del tablero sobrepasa el Estado Límite de Servicio.

En la figura 5.39 se han representado las envolventes de aceleración máxima del tablero con el sistema de reacondicionamiento propuesto en la figura 5.37, para las temperaturas ambientales de 0°C , 20°C y 40°C y ante la circulación de las 18 composiciones ferroviarias de interés. El efecto disipativo del conjunto de vigas auxiliares con sus amortiguadores correspondientes es muy evidente incluso para las temperaturas límite del rango de interés, si comparamos estos resultados con los del tablero sin reacondicionar mostrados en la figura 5.27. A la temperatura ambiental de 0°C , la reducción de la respuesta del tablero ante la circulación del tren HSLM-A2 alcanza un 37.3 %, siendo de 58.6 % a la temperatura de 20°C , y reduciéndose hasta un 44.6 % para la temperatura de 40°C . En cuanto a la respuesta del tablero ante la circulación de los trenes reales, la reducción del pico máximo de aceleración registrado debido al paso del tren TAV alcanza un 31.8 % a 0°C , siendo de 50% a 20°C y reduciéndose hasta un 38% a la temperatura de 40°C , tal y como puede observarse en los gráficos siguientes.

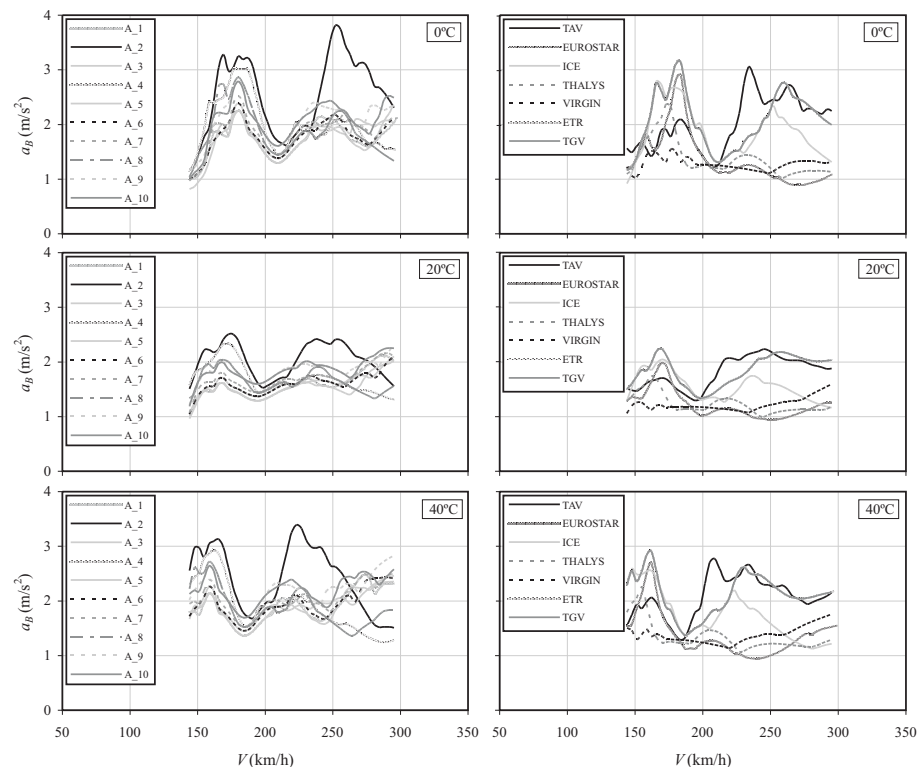


Figura 5.39. Envolventes de aceleración máxima en función de la velocidad de paso de las 18 composiciones ferroviarias consideradas y a diferentes temperaturas

Los resultados dinámicos mostrados en las figuras 5.38 y 5.39 se han obtenido resolviendo el sistema de ecuaciones (5.52) incluyendo las contribuciones de las tres primeras formas modales de la viga principal y auxiliar, respectivamente, al igual que en el reacondicionamiento anterior. Y la respuesta en coordenadas espaciales se ha determinado en cada sección de la viga principal como combinación lineal de los modos de vibración de frecuencia inferior a 30 Hz. Para ilustrar la sensibilidad del cálculo al número de contribuciones modales incluidas en el análisis, en la figura 5.40 se muestran los resultados de aceleración máxima en la viga principal obtenidos en diferentes secciones de la misma (un cuarto de vano, $x=0.25L$; y centro de vano, $x=0.5L$), incrementando progresivamente el número de contribuciones modales que definen el orden del sistema de ecuaciones (5.52) hasta un máximo de seis en cada una de las vigas

(principal y auxiliar). Las aceleraciones mostradas en la figura se deben a la circulación de la composición ferroviaria más desfavorable en este caso, el tren HSLM-A2.

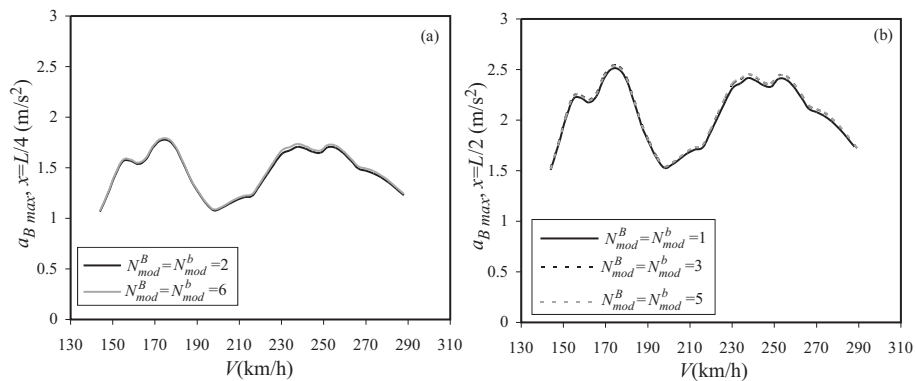


Figura 5.40. Envolventes de aceleración máxima del tablero reacondicionado ante el paso de la composición HSLM-A2 y considerando diferente número de contribuciones modales

Nótese que en la figura anterior se han representado por separado y empleando un número diferente de contribuciones modales los resultados de aceleración en las secciones de la viga correspondientes a $0.25L$ (figura 5.40(a)) y $0.5L$ (figura 5.40(b)). Las formas modales de flexión de orden par presentan siempre un nodo en centro de vano, que se traduce en una amplitud nula del modo de vibración en ese punto.

Las pequeñas diferencias apreciables entre las envolventes mostradas en la figura 5.40 justifican el empleo de los tres primeros modos de vibración de las vigas principal y auxiliar en el cálculo de la respuesta.

Los resultados presentados ponen de manifiesto que la aceleración máxima en el tablero puede reducirse considerablemente en un amplio rango de temperaturas ambientales introduciendo una apropiada combinación de vigas auxiliares y amortiguadores. Adicionalmente ha podido verificarse que el procedimiento propuesto para el pre-dimensionado del sistema de reacondicionamiento, basado en el análisis de la respuesta dinámica de un sistema de 2 gdl simplificado en el que el VED se modeliza como un elemento de Kelvin, resulta una buena aproximación para obtener las dimensiones finales de los elementos constitutivos del sistema de reacondicionamiento.

Ha podido comprobarse también que los esfuerzos a los que se ven sometidos los VED en este ejemplo de reacondicionamiento alcanzan un valor máximo de 15.7 kN a la temperatura de 20°C, mientras que a las temperaturas de 0°C y 40°C, las fuerzas máximas en los amortiguadores son, respectivamente, 52.5 kN y 5.9 kN, las cuales ponen de manifiesto el efecto de endurecimiento/ablandamiento sufrido por el material viscoelástico ante los efectos ambientales. En la Tesis Doctoral de Martínez [63] quedó demostrado que las fuerzas en los amortiguadores fluido-viscosos del sistema de reacondicionamiento, de un orden de magnitud similar a las registradas en los VED en esta aplicación particular, son reducidas, no llegando por tanto a superarse la resistencia a punzonamiento de la losa de reparto ni los esfuerzos máximos admisibles en la viga auxiliar. Ello se debe a que el requisito de frecuencia que deben cumplir las vigas auxiliares del sistema de reacondicionamiento para garantizar su correcto funcionamiento da lugar a elementos muy sobredimensionados desde el punto de vista resistente.

En cuanto al material viscoelástico empleado en los amortiguadores del sistema, éste se ve sometido a valores de tensión tangencial máxima que oscilan entre 50 kPa y 438 kPa, en el rango de temperaturas considerado; y a unos niveles de deformación angular máxima comprendidos entre 0.059 y 0.023. Los valores mencionados quedan por debajo del rango de tensiones y deformaciones a los que se ve sometido este material viscoelástico particular en los trabajos de Tsai y colaboradores (una muestra de ello puede encontrarse en [93]). Por tanto, puede afirmarse que no se superan los límites admisibles para un funcionamiento adecuado del mismo.

5.11. CONCLUSIONES

Este capítulo se ha dedicado al estudio de la potencial aplicabilidad de los VED al reacondicionamiento de puentes de ferrocarril existentes, como alternativa a la sustitución o refuerzo del tablero cuando éstos presentan un comportamiento dinámico inaceptable debido al aumento de la velocidad de circulación de las composiciones ferroviarias.

El sistema de reacondicionamiento propuesto, constituido por un conjunto de vigas auxiliares conectadas al tablero mediante una distribución de VED, fue analizado previamente por Martínez en su Tesis Doctoral, pero empleando en el caso citado como elementos de disipación pasiva FVD en lugar de VED. El estudio permitió demostrar que este sistema de reacondicionamiento era capaz de atenuar de manera eficaz las vibraciones de los tableros que presentaban un comportamiento dinámico inaceptable según la normativa vigente, sin excederse la fuerza máxima de punzonamiento de los tableros ni las solicitaciones máximas admisibles en los FVD o en las vigas auxiliares, las cuales quedan muy sobredimensionadas desde el punto de vista resistente.

Una de las principales ventajas del VED frente al FVD es, previsiblemente, su menor coste. Sin embargo, sus capacidades disipativas presentan una fuerte dependencia con la temperatura ambiental; un hecho que podría restar eficacia al sistema de reacondicionamiento a temperaturas ambiente por encima de la óptima de trabajo del dispositivo (que producen un ablandamiento del material viscoelástico con la consiguiente pérdida de su capacidad disipativa), o bien a temperaturas inferiores (se produce una excesiva rigidización del material).

Con el objeto de evaluar si los VED pueden ser válidos para el control de las vibraciones de los puentes en un amplio rango de temperaturas ambientales, se han implementado dos modelos numéricos bidimensionales del sistema reacondicionado, que son (i) un modelo numérico preliminar, en el que el VED se modeliza de forma muy simplificada, y (ii) un modelo numérico basado en las derivadas fraccionales, en el que el VED se modeliza de forma más compleja y permite tener en cuenta la degradación de sus propiedades con los ciclos de oscilación, con la amplitud de la deformación impuesta, la frecuencia de excitación o la temperatura ambiental de trabajo del dispositivo.

El estudio del comportamiento dinámico del sistema de reacondicionamiento empleando el modelo numérico preliminar ha permitido llegar a algunas conclusiones que se resumen a continuación:

- ✓ Para cada tamaño de viga auxiliar definido, existe un VED óptimo asociado a ésta que permite minimizar la respuesta dinámica de un tablero determinado en resonancia, para una cierta temperatura ambiental.
- ✓ El amortiguador óptimo asociado a un tablero y una viga auxiliar concreta varía según la temperatura ambiental. Sin embargo, tomando un VED de características próximas a las óptimas se obtiene también un elevado porcentaje de reducción de la respuesta dinámica del tablero, lo que puede dar un margen suficiente para poder encontrar un VED capaz de atenuar suficientemente la respuesta del tablero en un rango amplio de temperaturas ambientales.
- ✓ Es posible definir una metodología para el predimensionado del sistema de reacondicionamiento basada en la determinación del VED óptimo para una temperatura igual a la media entre la máxima y la mínima ambiental prevista, empleando expresiones sencillas extraídas del estudio del comportamiento dinámico del modelo numérico preliminar ante excitación senoidal.

Para verificar la efectividad tanto del sistema de reacondicionamiento propuesto como de la metodología establecida para su dimensionado se ha seleccionado como ejemplo un puente isostático de vía única, con un nivel de aceleraciones que sobrepasa el Estado Límite de Servicio ligado a la seguridad del tráfico, de 3.5 m/s^2 para vías sobre balasto. Aplicando la metodología propuesta se ha dimensionado el conjunto de vigas auxiliares y VED necesarios para mantener la aceleración máxima en el tablero por debajo del límite establecido por la normativa, llegando a las siguientes conclusiones:

- ✓ Los resultados muestran que la aceleración máxima en el tablero puede reducirse en gran medida empleando una adecuada combinación de vigas auxiliares y VED, en un amplio rango de temperaturas ambientales. En el caso particular analizado, se han alcanzado reducciones en la respuesta dinámica próximas al 60%

para la temperatura ambiental a la que se ha optimizado el sistema, que en este caso ha sido de 20 °C. A las temperaturas de 0 °C y 40 °C, límites inferior y superior del rango de temperaturas de interés considerado, la capacidad disipativa del sistema se reduce entre un 30 y un 40%, debido a la variación de las propiedades mecánicas del VED con la temperatura. Los esfuerzos inducidos en las vigas auxiliares y tablero, así como las tensiones y deformaciones del material viscoelástico, son moderados y no superan su capacidad resistente.

- ✓ La metodología propuesta en la sección 5.9 para el dimensionado del sistema de reacondicionamiento resulta una herramienta útil, como primera aproximación, para la selección de las vigas auxiliares y VED necesarios para reducir la respuesta dinámica del tablero hasta los niveles deseados. A partir de este diseño preliminar del reacondicionamiento, y mediante un breve proceso iterativo de ajuste, puede encontrarse una configuración final más optimizada en un amplio rango de temperaturas ambientales, en caso de resultar necesario.
- ✓ Dicho proceso iterativo de ajuste podría llevarse a cabo integrando los procedimientos descritos en esta Tesis en algún tipo de algoritmo de optimización. Esta alternativa se ha postergado por exceder el alcance y objetivos fijados para la Tesis, pero debe considerarse sin duda como una posible línea de desarrollo futuro.
- ✓ La naturaleza bidimensional de los modelos numéricos implementados para el estudio del sistema de reacondicionamiento no permite considerar la contribución de los modos de vibración tridimensionales, tales como los de torsión o flexión transversal, en la respuesta dinámica del tablero. Por tanto, los resultados de este estudio serían aplicables en sentido estricto para tableros isostáticos de vía única, sin esviaje ni excentricidad en la vía, ya que en estos casos predominan los modos de flexión longitudinal en la respuesta dinámica de los mismos. Sin embargo, en el Capítulo 4 ha podido observarse, tras el estudio de un conjunto representativo de puentes isostáticos de vía doble, que la contribución del modo de flexión longitudinal

continúa siendo predominante en la determinación de la respuesta dinámica máxima de la estructura. Cabe añadir además que en la Tesis Doctoral de Martínez se muestran varios ejemplos de reacondicionamiento de puentes reales empleando FVD, y en todos ellos el sistema de disipación fue dimensionado para minimizar la aceleración debida al primer modo de flexión. Tras el cálculo de la respuesta dinámica de los tableros reacondicionados empleando modelos numéricos tridimensionales, se observó que las aceleraciones máximas lograron reducirse por debajo de los límites establecidos por la normativa. En consecuencia, no existen indicios de que los resultados satisfactorios mostrados en este capítulo para puentes de vía única no puedan obtenerse igualmente en el reacondicionamiento de puentes de ferrocarril de vía doble.

- ✓ Finalmente, se desea incidir en el hecho de que la aplicación que se propone de amortiguadores tipo VED se enmarca en un campo en constante evolución, como es la tecnología de materiales, y que por tanto es esperable que las propiedades disipativas de los materiales viscoelásticos comerciales sigan experimentando mejoras progresivamente. En el marco de un proyecto de I+D solicitado recientemente a la convocatoria 2012 de Investigación Fundamental No Orientada del MINECO [82], se pretende caracterizar experimentalmente el comportamiento dinámico de materiales viscoelásticos más actuales, en aras a lograr una mayor eficiencia del sistema de reacondicionamiento en un amplio rango de temperaturas ambientales.

6

CONCLUSIONES Y DESARROLLOS FUTUROS

6.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se resume el trabajo desarrollado en esta Tesis Doctoral, para posteriormente presentar las conclusiones más relevantes extraídas del mismo. Se ha incluido también un último apartado en el que se plantean posibles líneas de estudio derivadas del trabajo realizado, que podrían ampliar y completar la investigación desarrollada en el campo del cálculo dinámico de puentes de ferrocarril y su reacondicionamiento mediante amortiguadores viscoelásticos (VED).

6.2. RESUMEN DEL TRABAJO REALIZADO

A continuación se describen las tareas desarrolladas a lo largo de esta Tesis Doctoral, en cumplimiento con los objetivos propuestos:

- ✓ Análisis del Estado del Arte en el campo de la dinámica de puentes de ferrocarril, centrado en los modelos numéricos empleados para la simulación de la estructura y del paso de cargas sobre la misma, así como en los efectos producidos por la circulación de estas cargas a alta velocidad sobre los puentes.
- ✓ Análisis del Estado del Arte en el empleo de elementos de disipación pasiva para el control de las vibraciones en obra civil; y en particular, aplicado a puentes de ferrocarril. Se han recopilado también algunos trabajos de interés de diferentes autores en los que se emplean VED en el diseño sismorresistente de diferentes estructuras, y que han permitido conocer más en profundidad el

funcionamiento, características principales y efectividad de estos dispositivos.

- ✓ Estudio de los fenómenos de resonancia y cancelación, en base a las oscilaciones libres producidas por las cargas móviles. Obtención de expresiones matemáticas de las velocidades teóricas de resonancia y cancelación en vigas biapoyadas con apoyos rígidos o elásticos, así como de las condiciones que deben cumplirse para que se produzca una resonancia de máxima amplitud o una cancelación de resonancia. Obtención de expresiones aproximadas para determinar el sentido de variación de la amplitud de las resonancias del primer modo de vibración con la flexibilidad del apoyo.
- ✓ Predimensionado de un conjunto de puentes isostáticos representativo de algunas de las tipologías empleadas más habitualmente para cubrir luces moderadas (entre 10 y 25 m). Modelización de los mismos con EF empleando el método de la placa ortótropa, determinando sus constantes de ortotropía D_x , D_y , D_1 , D_2 , D_{xy} y D_{yx} en base a las características geométricas y mecánicas de los tableros.
- ✓ Determinación de un rango de variación realista de la rigidez vertical de los apoyos elásticos de las tipologías de tablero estudiadas (apoyos de neopreno zunchado y apoyos tipo POT). Revisión bibliográfica de las características y propiedades de estos elementos, orientada a la recopilación de fórmulas empíricas para el cálculo de su rigidez vertical. Obtención del rango de rigidez definitivo para los apoyos de neopreno zunchado a partir de la calibración del modelo numérico de placa ortótropa, empleando medidas experimentales recogidas en Pruebas de Carga de varios tableros reales de la Red Ferroviaria Española.
- ✓ Análisis del comportamiento dinámico del conjunto de tableros dimensionados en términos de aceleraciones, estimando su respuesta mediante los modelos numéricos de placa ortótropa implementados. Estudio de la influencia de las formas modales tridimensionales y de la rigidez vertical de los apoyos elásticos en

la verificación del Estado Límite de Servicio para la seguridad del tráfico asociado a la aceleración vertical máxima del tablero.

- ✓ Validación de los modelos numéricos de placa ortótropa empleados en el estudio mediante comparativas en términos estáticos y dinámicos entre los resultados obtenidos con estos modelos, frente a los estimados empleando modelos numéricos de EF en los que la geometría real del tablero se discretiza de forma más realista.
- ✓ Estudio de las propiedades mecánicas de los amortiguadores viscoelásticos, centrado en su durabilidad en el tiempo, influencia de los efectos térmicos en sus propiedades mecánicas y rangos de tensiones y deformaciones de trabajo habituales en estos dispositivos. Búsqueda bibliográfica sobre modelos numéricos para simular el comportamiento viscoelástico que presenten una adecuada correlación con resultados experimentales.
- ✓ Selección de un modelo numérico simplificado para reproducir el comportamiento del VED y análisis del puente reacondicionado sometido a excitación armónica, siguiendo un planteamiento analítico bidimensional. Determinación de los parámetros bidimensionales que gobiernan la respuesta en resonancia del puente reacondicionado, y análisis paramétrico para el estudio de la evolución del sistema ante variaciones en los mismos.
- ✓ Selección de un modelo numérico más realista del comportamiento viscoelástico, que permita considerar la degradación de sus propiedades mecánicas ante factores como la temperatura ambiental o los ciclos de oscilación. Formulación de las nuevas ecuaciones de movimiento del tablero reacondicionado e implementación de un algoritmo para la integración numérica y resolución de las mismas.
- ✓ Propuesta de una metodología de dimensionado del sistema de reacondicionamiento, capaz de definir el tamaño mínimo de la viga auxiliar requerida y de su amortiguador óptimo asociado.
- ✓ Comprobación de la validez del procedimiento de dimensionado propuesto y de la efectividad del sistema de amortiguamiento,

mediante el cálculo dinámico y reacondicionamiento de un tablero con un nivel de aceleración inadmisible debido al paso de tráfico ferroviario de alta velocidad. Verificación de la efectividad del sistema en un rango de variación realista de la temperatura ambiental.

6.3. CONCLUSIONES

Las principales conclusiones del trabajo desarrollado en esta Tesis Doctoral son las siguientes:

- ✓ Las expresiones teóricas deducidas para la predicción de las velocidades de resonancia y cancelación en una viga simplemente apoyada o con apoyos elásticos resultan útiles para la predicción de estos fenómenos en tableros reales; tanto si presentan un comportamiento dinámico asimilable al de una viga, como si su respuesta dinámica se aproxima a la de una placa ortótropa. Ello es debido a que en una placa biapoyada las formas modales a lo largo de una línea de carga son de tipo senoidal y, en consecuencia, la función de carga modal en la viga y la placa son idénticas a excepción de una constante. El conocimiento de las velocidades a las que se producen los máximos de las oscilaciones libres o las cancelaciones tiene un claro interés a nivel práctico, especialmente en lo que respecta a la determinación experimental de magnitudes dependientes de la amplitud de las vibraciones, tales como el amortiguamiento estructural.
- ✓ No existen indicios de que la interacción vía-estructura pueda invalidar la predicción de las velocidades de cancelación y resonancia en situaciones reales empleando las fórmulas teóricas mencionadas anteriormente.
- ✓ Tras analizar un conjunto representativo de puentes isostáticos de luces medias-cortas y tres tipologías distintas (losa maciza, losa aligerada o puentes de vigas, todos ellos de vía doble), se ha comprobado que la aceleración máxima se produce en la sección central del tablero. Este hecho muestra el predominio de la contribución a la respuesta dinámica de formas modales que

adoptan una mayor amplitud en centro de vano, tales como el primer modo de flexión recta o el primero de torsión. Estas dos formas modales mencionadas son los dos primeros modos de vibración de todos los tableros analizados, siendo el modo de flexión el de menor frecuencia.

- ✓ Mediante el análisis descrito en el punto anterior, se ha verificado también que los puentes de vigas pueden comenzar a experimentar vibraciones inadmisibles a velocidades de circulación en torno a 200 km/h, ante el paso de las composiciones ferroviarias del modelo HSLM-A del Eurocódigo. Para los puentes más cortos, entre 10 y 15 metros, las losas macizas exhiben un mejor comportamiento dinámico que los puentes de vigas a igualdad de luz, pudiéndose alcanzar aceleraciones verticales inadmisibles a velocidades en torno a 280 km/h. Asimismo, para luces superiores a 15 metros se ha comprobado que el comportamiento dinámico de las losas aligeradas ante tráfico de alta velocidad resulta muy superior al de los puentes de vigas; a velocidades de circulación inferiores a 300 km/h no se han registrado niveles de aceleración máxima inadmisibles en esta tipología.
- ✓ También se ha comprobado en el estudio descrito en los dos puntos anteriores que, en los tableros isostáticos de vía doble constituidos por losas macizas o aligeradas, la verificación del ELS ligado a la aceleración vertical puede llevarse a cabo con seguridad incluyendo únicamente la contribución del primer modo de flexión longitudinal en el cálculo dinámico. Por tanto, el empleo de un modelo numérico plano para la predicción del comportamiento dinámico de estos tableros puede considerarse aceptable. Esta conclusión verifica la recomendación del Eurocódigo, no contemplada por la IAPF-07, que permite despreciar las formas modales tridimensionales cuando la razón entre las frecuencias del primer modo de torsión, f_2 , y el primero de flexión, f_1 , cumple la relación $f_2/f_1 > 1.2$. Todas las losas macizas y aligeradas estudiadas se ajustan a esta relación de frecuencias.

- ✓ El comportamiento dinámico de los puentes de vigas isostáticos analizados, todos ellos de vía doble y ante la acción del tren de cargas HSLM–A para alta velocidad, resulta inadmisibles en términos de aceleraciones máximas debido a resonancias del primer modo de flexión longitudinal. Para obtener un comportamiento satisfactorio de esta tipología ante el citado tren de cargas, es necesario que los puentes de vigas utilizados estén más sobredimensionados. Las resonancias del primer modo de torsión, aunque pueden dar lugar a máximos de aceleración de amplitud elevada, no resultan determinantes en la verificación del ELS de aceleración vertical. La contribución del conjunto de formas modales de frecuencia inferior a 30 Hz, y distintas al primer modo de flexión longitudinal y el primero de torsión, es poco significativa en la determinación de la aceleración máxima, pese a que la relación f_2/f_1 resulta inferior a 1.2 en estas tipologías y la normativa vigente insta a incluirlas en el cálculo dinámico. La excepción a esta última observación sobre las contribuciones modales se ha registrado en los tableros de mayores luces ($L=22.5$ m, $L=25$ m) con apoyos elásticos muy flexibles, si bien en situaciones reales no es previsible encontrar rigideces tan reducidas en los aparatos de apoyo.
- ✓ En el caso de los puentes de vigas, para los cuales es común el empleo de apoyos de neopreno zunchado, en general la presencia de dichos apoyos puede no ser tenida en cuenta en la simulación dinámica sin incurrir en imprecisiones que comprometan la seguridad del cálculo dinámico y la verificación del ELS de aceleración máxima. Ello se debe a que los máximos de aceleración debidos a resonancias del primer modo de flexión que tengan lugar a velocidades superiores a la de la primera cancelación alcanzan una mayor amplitud si no se incluyen los apoyos elásticos en los modelos numéricos. Por tanto, resulta más conservador despreciar estos elementos en tableros con una respuesta dinámica dominada por las resonancias mencionadas, es decir, cuando éstas tienen lugar a velocidades superiores a la de la primera cancelación. Los puentes de tipología de losa maciza analizados en esta Tesis Doctoral cumplen esta condición.

- ✓ No existen indicios de que las simplificaciones inherentes a los modelos de placa ortótropa implementados para el estudio de los tableros hayan dado lugar a conclusiones erróneas. La distribución continua de la rigidez vertical del apoyo elástico a lo largo de los estribos, admitida en los modelos numéricos de placa ortótropa de las losas macizas y puentes de vigas, resulta una aproximación razonable tanto para el cálculo estático como dinámico. En los tableros de tipología de losa aligerada se ha observado una cierta sobreestimación de la frecuencia del primer modo de torsión al simular su comportamiento mediante el modelo de placa ortótropa. No obstante, ha podido verificarse que esta imprecisión en la estimación de la rigidez torsional resulta poco significativo en la verificación del ELS de aceleración vertical; ya que la respuesta dinámica de estos tableros está dominada por la contribución del primer modo de flexión longitudinal.
- ✓ Las oscilaciones verticales inadmisibles que pueden experimentar los puentes de ferrocarril existentes ante los nuevos requerimientos de tráfico pueden reducirse significativamente mediante sistemas de reacondicionamiento basados en VED. Pese a la fuerte dependencia de las propiedades disipativas del material viscoelástico con la temperatura, se ha verificado que estos sistemas resultan efectivos en un amplio rango de temperaturas ambientales. El sistema de amortiguación propuesto induce esfuerzos moderados en los elementos estructurales, no superándose su capacidad resistente.
- ✓ El empleo de amortiguadores viscoelásticos en el sistema de reacondicionamiento propuesto frente a otros elementos de disipación pasiva puede resultar una alternativa ventajosa debido a que (i) no necesitan alcanzar ningún régimen vibratorio determinado para resultar efectivos (como en el caso de los TMD); (ii) no requieren de un umbral mínimo de desplazamiento relativo entre sus extremos para su activación, como sucede con los FVD; (iii) su diseño sencillo en forma de lámina o parche le confiere una gran versatilidad en cuanto a su instalación en el sistema de reacondicionamiento y con un coste menor que los FVD; (iv) presentan una larga vida útil, prueba de lo cual es la gran variedad

de aplicaciones en obra civil que cubren un amplio escenario de condiciones de funcionamiento diferentes de estos dispositivos. Algunos ejemplos de aplicación se han mencionado previamente en el Capítulo 1.

- ✓ La metodología propuesta para el dimensionado del sistema de reacondicionamiento, basada en el empleo de una ley de comportamiento simplificada para el material viscoelástico que despreja los efectos térmicos, resulta una buena aproximación como punto de partida para la selección de las dimensiones de la viga auxiliar y su amortiguador óptimo asociado. A partir de este predimensionado inicial puede llegarse a una solución óptima o muy cercana a la óptima del reacondicionamiento mediante un breve proceso iterativo de ajuste.

6.4. LINEAS DE INVESTIGACIÓN PROPUESTAS

En este apartado se proponen algunas líneas de investigación que se han identificado durante la realización de esta Tesis Doctoral, y que podrían aportar conclusiones de interés que completaran el trabajo realizado. A continuación se enumeran las propuestas más relevantes relacionadas con la investigación llevada a cabo hasta el momento:

- ✓ Realización de una campaña de medidas sobre un conjunto de puentes isostáticos de la Red Ferroviaria Española con los siguientes objetivos (i) en primer lugar, constatar experimentalmente el fenómeno de cancelación en estructuras reales a partir del registro de las oscilaciones libres de los tableros tras el paso de las composiciones ferroviarias; (ii) validar las expresiones teóricas para el cálculo de las velocidades de cancelación presentadas en el Capítulo 3. En este sentido se ha presentado recientemente una propuesta de Proyecto de Investigación a la consideración de ADIF, con el objeto de optimizar las velocidades para la realización de pruebas de carga.
- ✓ Construcción de un prototipo experimental para analizar el funcionamiento real del sistema de reacondicionamiento propuesto. Tras los resultados prometedores obtenidos a partir de

los estudios analíticos del sistema de reacondicionamiento realizados previamente por Martínez [63], proponiendo el uso de FVD de sello laberíntico como núcleo central del sistema, y posteriormente por la autora de esta Tesis Doctoral planteando el uso de VED, resulta fundamental la validación experimental de la eficacia de este sistema. Para ello se pretende construir un prototipo de tablero reacondicionado, una tarea cuya inminente realización dependerá de los recursos disponibles y de la obtención de la financiación necesaria. Para ello se ha solicitado recientemente un Proyecto de I+D a la convocatoria 2012 de Investigación Fundamental No Orientada del MINECO [82]. El estudio experimental propuesto pretende reproducir situaciones de resonancia, empleando un excitador de tipo armónico actuando sobre un tablero mixto bixácena de 9 metros. Como elemento de disipación pasiva en el prototipo se pretende emplear tanto FVD como VED, con el objeto de evaluar comparativamente su eficacia y obtener conclusiones definitivas sobre cuál de ellos puede resultar más adecuado para la aplicación que se plantea, desde un punto de vista tanto técnico como económico.

- ✓ Caracterización experimental del comportamiento dinámico del VED en las condiciones de funcionamiento análogas a las de la aplicación planteada, y determinación de los parámetros para reproducir el comportamiento de este tipo de materiales mediante el modelo de la derivada fraccional. Como es bien sabido, las propiedades mecánicas de los VED pueden depender fuertemente de aspectos como la frecuencia de excitación, la temperatura de trabajo del dispositivo, la amplitud de la deformación impuesta al material o los ciclos de oscilación. La información al respecto encontrada en bibliografía suele estar relacionada con las aplicaciones sísmicas, en las que los ciclos de oscilación experimentados por el VED son de menor frecuencia, entre otras diferencias. Un conocimiento más detallado del comportamiento de estos dispositivos ante las condiciones de trabajo de la aplicación ferroviaria planteada, permitirá evaluar de manera más precisa la conveniencia del empleo de un modelo numérico más complejo para simular su comportamiento, como es el de la

derivada fraccional, frente a otros de implementación más sencilla y de menor coste computacional, como es el caso del modelo de Kelvin.

- ✓ Optimización del sistema de reacondicionamiento propuesto a partir de la integración de las ecuaciones de movimiento basadas en la derivada fraccional en algún tipo de algoritmo de optimización.
- ✓ Ampliación del estudio comparativo de tipologías de vía doble para puentes isostáticos de alta velocidad a puentes cajón y puentes de vigas artesa. Dadas las limitaciones observadas en las tipologías analizadas en esta Tesis para velocidades superiores a 300 km/h, resulta de interés analizar el comportamiento de estas otras dos tipologías que, por lo general, presentan frecuencias de vibración superiores que podrían hacerlas más aptas para alta velocidad, o incluso *muy alta velocidad*, entendiendo como tal la circulación a velocidad superior a 350÷400 km/h. La Muy Alta Velocidad de momento está limitada a instalaciones experimentales como el Anillo de Ensayos Ferroviarios proyectado en Antequera, pero es probable que en un futuro a medio plazo se alcancen los 400 km/h como velocidad de operación y sea necesario cuestionarse la adecuación de las actuales tipologías isostáticas para dichos requerimientos. En este sentido, un hito destacado que se pretende lograr en los próximos años es la construcción de la nueva línea de FFCC que recorrerá California de norte a sur, y en la que las velocidades máximas previstas son de 400 km/h (250 mi/h).

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Abbas, H., Kelly, J.M., *A methodology for design of viscoelastic dampers in earthquake-resistant structures*, Report No. UCB/EERC-93/09, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, 1993.
- [2] Administrador de Infraestructuras Ferroviarias, *Infraestructura. Alta Velocidad*, [Consulta: 24 noviembre 2010],
http://www.adif.es/es_ES/infraestructuras/infraestructuras.shtml
- [3] Aida, T., Toda, S., Ogawa, N., Imaga, Y., *Vibration control of beams by beam-type dynamic vibration absorbers*, Journal of Engineering Mechanics, 118, 2, 1992.
- [4] Aiken, I.D., Kelly, J.M., *Earthquake simulator testing and analytical studies of two energy absorbing systems for multistory structures*, Report No. UCB/EERC-90/03, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, 1990.
- [5] Aparicio, A.C., Estradera, J.M., *Aplicación del método de elementos finitos al estudio de la distorsión de tableros de puente de sección de losa aligerada*. Métodos Numéricos para cálculo y diseño en Ingeniería ,Vol 1, nº2, 1985.
- [6] Aprile, A., Inaudi, J.A., Kelly, J.M., *Evolutionary model of viscoelastic dampers for structural applications*, Journal of Engineering Mechanics, 123 (6), 1997.

- [7] Bagley, R.L., Torvik, P.J., *A theoretical basis for the application of fractional calculus to viscoelasticity*, Journal of Rheology, 27 (3), 201-210, 1983.
- [8] Bergström J.S., Boyce M.C., *Constitutive modelling of the large strain time-dependent behaviour of elastomers*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 46 (5), 931-954, 1998.
- [9] Bolotin, V.V., *The dynamic Stability of Elastic Systems*. Holden-Day, San Francisco, C.A., 1964.
- [10] British Standards Institution, *BS 5400: Steel, Concrete and Composite Bridges: Part 9: Bridge Bearings*. 1983.
- [11] Chalhoub, M.S., Kelly, J.M., *Analysis of infinite-strip-shaped base isolator with elastomer bulk compression*. Journal of Engineering Mechanics, 117 (8), 1991.
- [12] Chang, K. C., Soong, T. T., Oh, S.T., Lai M.L., *Effect of ambient temperature on viscoelastically damped structure*, Journal of Structural Engineering, 118 (7), 1992.
- [13] Choo, J.F., Koh, H.M., Kang, S.C., Kim, B.S., *Vibration control of long-span High-Speed railway bridges under periodic moving loading using viscoelastic damper*. IABSE Symposium "Structures for high-speed railway transportation", 2003.
- [14] Cusens, A.R., Pama, R.P., *Bridge deck analysis*. John Wiley & Sons, 1975.
- [15] Das A.K., Dey S.S., *Effects of tuned mass dampers on random response of bridges*. Computers and Structures 43(4), 745-750, 1992.
- [16] Den Hartog, J.P., *Mechanical vibrations*. Dover, 1985.
- [17] Dmitriev, A.S., *Transverse vibrations of a beam with elastic supports during motion of a concentrated force*. International Applied Mechanics, 10 (4), 113-118, 1974.
- [18] Elliot, G., Clark, L.A., *Circular voided concrete slab stiffnesses*. Journal of the Structural Division, 108 (11), 2379-2393, 1982.
- [19] Europa Press, *El AVE español, el más veloz del mundo y Segundo en puntualidad*, (El Mundo, 10 noviembre, 2010)

- [20] Europa Press, *El AVE español, el más veloz del mundo y Segundo en puntualidad*, (El Mundo, 10 noviembre, 2010)
- [21] European Committee for Standardisation (CEN), *Eurocode: Basis of structural design. Annex A2: Application for bridges*. Final PT Draft EN 1990 prAnnex A2 (pre-European Standard), 2002.
- [22] European Committee for Standardisation (CEN), *Eurocode 1: Actions on structures. Part 2: Traffic loads on bridges*, Final Draft prEN 1991-2 (pre-European Standard), 2002.
- [23] European Committee for Standardisation (CEN), *Structural bearings. Part 3: Elastomeric bearings*, EN 1337-3, 2005.
- [24] European Committee for Standardisation (CEN), *Structural bearings. Part 5: Pot bearings*, EN 1337-5, 2005.
- [25] European Rail Research Institute, *PontsRails pour vitesses > 200 km/h. Rapport final*. ERRI-D-214/RP9, 2000.
- [26] Felippa, C.A., *Refined finite element analysis of linear and nonlinear two-dimensional structures*. Tesis Doctoral, Universidad de California, Berkeley, 1966.
- [27] Fryba, L., *Vibration of solids and structures under moving loads*. Noordhoff International Publishing, Groningen, The Netherlands, 1972 (3rd ed. by Thomas Telford, 1999)
- [28] Fryba, L., *Dynamics of railway bridges*. Thomas Telford, London, 1996.
- [29] Fryba, L., *A rough assessment of railway bridges for high speed trains*. Engineering Structures 23, 548–556, 2001.
- [30] Galucio, A.C, Deü, A.C., Ohayon, R., *Finite element formulation of viscoelastic sandwich beams using fractional derivative operators*. Computational Mechanics 33, 282–291, 2004.
- [31] Gbadeyan, J.A., Oni, S.T., *Dynamic behaviour of beams and rectangular plates under moving loads*. Journal of Sound and Vibration 182 (5), 677–695, 1995.

- [32] Gehling, R.N., *Large Space Structure Damping Treatment Performance: Analytic and Test Results*, Role of Damping in Vibration and Noise Control, ASME, NY, 93-100. 1987. (No lo tengo)
- [33] Gemant, A., *A method of analysing experimental results obtained from elasto-viscous bodies*, Physics, 7, 311-317, 1936.
- [34] Gent A.N., Meinecke E.A., *Compression, bending and shear of bonded rubber blocks*. Polymer Engineering and Science, 10, 48-53, 1970.
- [35] Herrmann, L. R., Ramin, H., *Nonlinear behaviour of elastomeric bearings. I: theory*. Journal of Engineering Mechanics, 114 (11), 1988.
- [36] Humar J.L., *Dynamics of structures*. Balkema Publishers, 2002.
- [37] Huffington, N.J., Hoppmann, W.H., *On the transverse vibrations of rectangular orthotropic plates*. Journal of Applied Mechanics 25, 389-395, 1958.
- [38] Inglis, C.E., *A mathematical treatise on vibration of railway bridges*. Cambridge University Press, London, 1932.(no lo tengo)
- [39] Instituto Técnico de Materiales y Construcciones INTEMAC, *Informe de resultados y conclusiones de las actividades de inspección técnica y prueba de carga realizadas en la estructura de la obra "Puente sobre el río Argamasilla en el tramo Ciudad Real-Brazatortas"*. Peticionario: Dirección General de Infraestructura del Transporte, Ministerio de Transportes, Turismo y Comunicaciones, 1991.
- [40] Instituto Técnico de Materiales y Construcciones INTEMAC, *Informe de resultados y conclusiones de las actividades de inspección técnica y prueba de carga realizadas en la estructura del "Puente 3, P.K. 26+456, del tramo Mascaraque-El Emperador sobre el arroyo Bracea"*. Peticionario: Dirección General de Infraestructura del Transporte, Ministerio de Transportes, Turismo y Comunicaciones, 1991.
- [41] Instituto Técnico de Materiales y Construcciones INTEMAC, *Informe de resultados y conclusiones de la prueba de carga de la supresión del paso a nivel situado en el P.K. 8+196 del tramo Valencia-Castellón de la línea de FFCC Valencia-Tarragona. Paso de Vinival en el término municipal de Alboraiá (Valencia)* Peticionario: Subdirección General de

Construcción de Infraestructuras Ferroviarias, Ministerio de Fomento, 1998.

[42] Jones, L.G. David, *Handbook of viscoelastic vibration damping*. John Wiley & Sons, 2001.

[43] Karnovsky, I.A., Lebed, O.I., *Formulas for structural dynamics. Tables, graphs and solutions*, McGraw Hill, 2000.

[44] Keel, C. J., Mahmoodi, P., *Designing of Viscoelastic dampers for Columbia Center Building, Building Motion in wind*, (eds., N. Isyumov and T. Tschanz), ASCE, NY, 66-82, 1986.

[45] Klasztorny, M., Langer, J., *Dinamic response of single-span beam bridges to a series of moving loads*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 19, 1107-1124, 1990.

[46] Koeller, R.C., *Polynomial operators, Stieltjes convolution and fractional calculus in Hereditary mechanics*. Acta Mechanica 58, 251-264, 1986.

[47] Koh, C. G., Kelly, J. M., *Application of fractional derivatives to seismic analysis of base-isolated models*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 19, 229-241, 1990.

[48] Koh, C.G., Lim H.L., *Analytical solution for compression stiffness of bonded rectangular layers*. International Journal of Solids and Structures 38, 445-455, 2001.

[49] Kryloff, A.N., *Über die erzwungenen Schwingungen von gleichförmigen elastischen Stäben (On the forced oscillations of uniform elastic rods)*. Matematische Annalen. Mathematical Collection of Papers of the Academy of Sciences, (A.N. Kryloff, editor), Vol 61. Peterburg: Matematischeskii sbornik Akademii Nauk, 1905.

[50] Kwark, J.W., Choi, E.S., Kim, Y.J., Kim, B.S., Kim, S.I., *Dynamic behaviour of two-span continuous concrete bridges under moving high-speed train*. Computers & Structures 82, 463-474, 2004.

[51] Kwon H.C., Kim, M.C., Lee, I.W., *Vibration control of bridges under moving loads*. Computers and Structures 66(4), 473-480, 1998.

[52] Lee, D. J., *Bridge bearings and expansion joints*. Ed & F N Spon, 1994.

- [53] Lee, H. H., Tsai, C. S., *Analytical model of viscoelastic dampers for seismic mitigation of structures*, Computers & Structures, 50 (2), 1992.
- [54] Lee, Y. S., Kim, S. H., *Structural analysis of 3D high-speed train-bridge interactions for simple train load models*, Vehicle system dynamics, 48 (2), 263-281, 2010.
- [55] Lim, C. K., Hermann L. R., *Equivalent homogeneous FE model for elastomeric Bearings*. Journal of Engineering Mechanics, 113 (1), 1987.
- [56] López Pita, A., *La rigidez vertical de la vía y el deterioro de las líneas de alta velocidad*. Revista de Obras Públicas, 3415, 2001.
- [57] López Pita, A., *Contribución a la modelización mecánica vía-vehículo en líneas de alta velocidad*. Congreso de Ingeniería Mecánica, Cádiz, 2002.
- [58] Mahmoodi, P., Robertson, L.E., Yontar, M., Moy, C. Feld, I., *Performance of Viscoelastic Dampers in World Trade Center Towers*, Dynamic of Structures, Structures Congress '87, Orlando, FL. 1987.
- [59] Majka, M., Hartnett, M., *Effects of speed, load and damping on the dynamic response of railway bridges and vehicles*, Computers & Structures, 86, 556-572, 2008.
- [60] Manterola, J., Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción. Servicio de Publicaciones del Colegio de Caminos, Canales y Puertos, 2006.
- [61] Marchesiello, A., Fasana, L., Garibaldi, L., Piombo, B.A.D., *Dynamics of multi-span continuous straight bridges subject to multi-degrees of freedom moving vehicle excitation*. Journal of Sound and Vibration 224(3), 541-561, 1999.
- [62] Marco, J., Thambiratnam, D., Perera, N., *Influence of damping systems on building structures subjected to seismic effects*. Engineering Structures, 26, 1939-1956, 2004.
- [63] Martínez-Rodrigo, M.D., *Atenuación de vibraciones resonantes en puentes de ferrocarril de Alta Velocidad mediante amortiguadores fluido viscosos*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia, 2009.

- [64] Martínez-Rodrigo, M.D., Lavado, J., Museros, P., *Dynamic performance of existing high-speed railway bridges under resonant conditions retrofitted with fluid viscous dampers*. Engineering Structures, 32 (3), 808-828, 2010.
- [65] Martínez-Rodrigo, M.D., Museros, P., *Optimal design of passive viscous dampers for controlling the resonant response of orthotropic plates under high-speed moving loads*. Journal of Sound and Vibration doi:10.1016/j.jsv.2010.10.017, 2010.
- [66] Ministerio de Fomento, *Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril (IAPF-07)*, Ministerio de Fomento, 2007.
- [67] Minsili L.S., Tieyi Z., He X., Manguelle D.E., *Design and vibration control by friction dampers in truss bridges*. 2nd International Conference on Construction in developing countries: Challenges facing the construction industry in developing countries, 2002.
- [68] Moliner, E., Martínez-Rodrigo, M.D., Lavado, J., *Vibration Control of High-Speed railway bridges using viscoelastic dampers*. Proceedings of the Eleventh International Conference on Civil, structural and Environmental Engineering Computing, 2007.
- [69] Moliner, E., Museros, P., Castillo-Linares, A., *Retrofit of railway bridges for high-speed traffic using discrete viscoelastic dampers (VEDs)*. COMPDYN 2007. Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, 2007.
- [70] Monleón, S., Curso de puentes vol. 2. Servicio Publicaciones Universidad Politécnica de Valencia, Ref. 90.067, 1990.
- [71] MOPU, Dirección General de Carreteras, Recomendaciones para el proyecto y puesta en obra de los apoyos elastoméricos para puentes de carretera, 1982.
- [72] Morgenthaler, D.R., *Design and Analysis of Passive Damped Large Space Structures, Role of Damping in Vibration and Noise Control*, ASCE, NY, 1-8. 1987.

- [73] Mori, A., Carr, A.J., Cooke, N., Moss, P.J., *Compression behaviour of bridge bearings used for seismic isolation*. Engineering Structures, 18 (5), 351-362, 1996.
- [74] Museros, P., *Interacción vehículo-estructura y efectos de resonancia en puentes isostáticos de ferrocarril para líneas de alta velocidad*. Tesis Doctoral, E.T.S. Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid, 2002.
- [75] Museros, P., Alarcón, E., *Influence of the second bending mode on the response of high-speed bridges at resonance*, Journal of Structural Engineering, 131, 405-415, 2005.
- [76] Museros, P., Martínez-Rodrigo, M.D., *Vibration control of simply supported beams under moving loads using fluid viscous dampers*. Journal of Sound and Vibration 300, 292-315, 2007.
- [77] Nielsen E.J., Lai M.L., Soong T.T., Kelly J.M., *Viscoelastic damper overview for seismic and wind applications*. Proceedings of the First World Conference on Structural Control, 3, 42-51, 1994.
- [78] Oniszczuk, Z., *Forced transverse vibrations of an elastically connected complex simply supported double-beam system*. Journal of Sound and Vibration, 264, 273-286, 2003.
- [79] Pesterev, S.V., Yang, B., Bergman, L.A., Tan, C.A., *Revisiting the moving force problem*. Journal of Sound and Vibration, 261, 75-91, 2003.
- [80] Pong, W.S., Tsai, C.S., *Seismic study of buildings with viscoelastic dampers*. Structural Engineering and Mechanics, 3(6), 569-581, 1995.
- [81] Ramberger, G., *Structural bearings and expansion joints*. International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE), SED 6, 2002.
- [82] *Reacondicionamiento de puentes ferroviarios para Alta Velocidad mediante control pasivo de vibraciones: evaluación de viabilidad técnica a través de ensayos en laboratorio*. Propuesta de Proyecto de I+D solicitado al Ministerio de Economía y Competitividad. Subprograma de

Investigación Fundamental No Orientada (Enero 2012). Investigador Principal: María D. Martínez Rodrigo (pendiente de resolución).

[83] Roeder, C: W., Stanton, J.F., *Elastomeric Bearings: State of the art*. Journal of Structural Engineering, 109, (12), 1983.

[84] Ross, D., Ungar, E.E., and Kerwin, E.W., *Damping of Plate Flexural Vibrations by means of Viscoelastic Laminar*, Structural Damping, (ed., Ruzicka, E.J.), ASME, NY. 1959.

[85] Samali, B., Kwok, K.C.S., *Use of viscoelastic dampers in reducing wind and earthquake induced motion of building structures*, Engineering Structures, 17 (9), 639-654, 1995.

[86] Savin, E., *Dynamic amplification factor and response spectrum for the evaluation of vibrations of beams under successive moving loads*. Journal of Sound and Vibration, 248(2), 267-288, 2001.

[87] Shen, K.L., Soong, T.T., *Modeling of viscoelastic dampers for structural applications*. Journal of Engineering Mechanics, 121(6), 1995.

[88] Soong, T.T., Dargush, G.F., *Passive energy dissipation systems in Structural Engineering*. John Wiley & Sons, 1997.

[89] Stancioiu, D., Huajiang, O., Mottershead, J.E., *Vibration of a continuous beam with multiple elastic supports excited by a moving two-axle system with separations*. Meccanica, 44 , 293-303, 2009.

[90] Stokes, G.G., *Mathematical and physical papers Vol. 2*. Cambridge, 1847.

[91] Timoshenko, S.P., *Vibration of bridges*. American Society of Mechanical Engineers Transactions 53, 1928.

[92] Timoshenko, S.P., Woinowsky-Krieger S., *Theory of plates and shells*. Mc Graw Hill, 1959.

[93] Tsai, C.S., *Temperature effects of viscoelastic dampers during earthquakes*. Journal of Structural Engineering, 120 (2), 1994.

[94] Tsai, C.S., Lee, H. H., *Applications of viscoelastic dampers to High-Rise buildings*. Journal of Structural Engineering, 119 (4), 1993.

- [95] Tsai, H.C., Lee, C. C., *Compressive stiffness of elastic layers bonded between rigid plates*. International Journal of Solids and Structures 35, 3053-3069, 1998.
- [96] Tsai, H.C., Pai, W.-J., *Simplified stiffness formulae for elastic layers bonded between rigid plates*. Engineering Structures 25, 1443-1454, 2003.
- [97] Union Internationale des Chemins de Fer (UIC), *Code for the use of rubber bearings for rail bridges, UIC Code 772R*, 1973.
- [98] Vu, H.V., Ordoñez, A.M., Karnopp B.H., *Vibration of a double beam system*. Journal of Sound and Vibration, 229(4), 807-822, 2000.
- [99] Wang J.F., Lin C.C., Chen B.L., *Vibration suppression for high-speed railway bridges using tuned mass dampers*. International Journal of Solids and Structures 40, 465-491, 2003.
- [100] West, R., *Recommendations on the use of grillage analysis for slab and pseudo-slab bridge decks*. C&CA/CIRIA, report 46.017, 1973.
- [101] Willis, R., *Appendix to the Report of the Commissions Appointed to Inquire into the Application of Iron to Railway Structures*. H.M. Stationery Office, 1849.
- [102] Xia, H., Zhang, N., De Roek, G., *Dynamic analysis of high speed railway bridge under articulated trains*. Computers & Structures 81(26), 2467-2478, 2003.
- [103] Xu, Zhao-Dong., *Earthquake mitigation study on viscoelastic dampers for reinforced concrete structures*. Journal of Vibration and Control, 13 (1), 29-43, 2007.
- [104] Xu Zhao-Dong, Zhao, Hong-Tie, Li, Ai-Qun, *Optimal analysis and experimental study on structures with viscoelastic dampers*, Journal of Sound and Vibration, 273, 607-618, 2004.
- [105] Yang, Y.B., Lin, C.L., Yau, J.D., Chang, D.W., *Mechanism of resonance and cancellation for train-induced vibrations on bridges with elastic bearings*, Journal of Sound and Vibration 269, 345-360, 2004.
- [106] Yang, Y.B., Yau, J.D., Hsu, L.C., *Vibration of simple beams due to trains moving at high speeds*. Engineering Structures, 19(11), 936-944, 1997.

- [107] Yang, Y.B., Yau, J.D., Wu Y.S., *Vehicle-bridge interaction dynamics with applications to high-speed railways*. World Scientific Publishing, 2004.
- [108] Yau, J.D., Wu Y.S., Yang, I.B., *Impact response of bridges with elastic bearings to moving loads*. Journal of Sound and Vibration 248 (1), 9–30, 2001.
- [109] Yau, J.D., Yang, Y.B., *A wideband MTMD system for reducing the dynamic response of continuous truss bridges to moving train loads*. Engineering Structures 26, 1795-1807, 2004.
- [110] Yau, J.D., Yang, Y.B., *Vertical accelerations of simple beams due to successive loads travelling at resonant speeds*. Journal of Sound and Vibration 289(1), 210-228, 2006.
- [111] Zhu, X.Q., Law, S.S., *Dynamic load on continuous multi-lane bridge deck from moving vehicles*. Journal of Sound and Vibration 251(4), 697-716, 2002.

ANEXO I

ESTIMACIÓN DE LA RIGIDEZ VERTICAL DE LOS APOYOS DE NEOPRENO ZUNCHADO

I.1. INTRODUCCIÓN

Con el objeto de acotar un rango de variación realista de la rigidez vertical de los apoyos de neopreno zunchado en puentes de luces moderadas, se ha optado por realizar una calibración estática y dinámica del modelo numérico de placa ortótropa, empleando las medidas experimentales recogidas en los informes de las pruebas de carga de tres puentes de vigas isostáticos de la Red Ferroviaria Española. La calibración consiste en reproducir, mediante los modelos numéricos, los ensayos realizados durante la prueba de carga de los puentes, y ajustar las propiedades mecánicas del tablero hasta conseguir una buena correlación entre los resultados numéricos obtenidos y las medidas experimentales recogidas en los informes. El ajuste del modelo numérico permitirá obtener una estimación del valor de la rigidez vertical de los neoprenos y, a partir de éste, definir un rango de variación realista de los apoyos de neopreno zunchado de características comerciales.

El procedimiento seguido para llevar a cabo la calibración de los modelos numéricos se puede resumir en los siguientes puntos:

- ✓ Análisis del informe de resultados y conclusiones de la inspección técnica y prueba de carga realizada sobre la estructura, con el objeto de extraer sus principales propiedades geométricas, elásticas y másicas.
- ✓ Cálculo de los valores nominales de las constantes de ortotropía y de las franjas de diferentes densidades.

- ✓ Determinación del valor nominal de la rigidez vertical de los apoyos de neopreno zunchado siguiendo la formulación de Manterola, que se muestra en el Anexo III.
- ✓ Reproducción del ensayo estático descrito en el informe de la prueba de carga de la estructura, empleando el modelo numérico con propiedades nominales.
- ✓ Comparación de las flechas experimentales registradas en la proximidad de los estribos durante la prueba de carga con los resultados numéricos obtenidos, y ajuste de la rigidez estática de los apoyos elásticos hasta reproducir adecuadamente los desplazamientos verticales con el modelo numérico.
- ✓ Ajuste de los Módulos de Elasticidad de la losa y vigas que componen el tablero, momentos de inercia a flexión y torsión de las vigas, o el canto de la losa, para reproducir adecuadamente la deformada transversal medida en centro de vano durante la realización del ensayo estático.
- ✓ Recálculo de la flecha en los estribos para verificar que los cambios en la rigidez del tablero no modifican los valores adoptados para la rigidez vertical de los neoprenos.
- ✓ Ajuste del espesor de la capa de balasto y del Módulo de Elasticidad dinámico de los apoyos zunchados hasta lograr reproducir la frecuencia fundamental registrada en el ensayo dinámico.

Se han empleado un total de ocho factores de calibración para el ajuste de las propiedades mecánicas de los modelos numéricos, que se enumeran a continuación siguiendo un orden similar al empleado para la calibración:

- ✓ $F_{E,est}^{neop}$: factor de calibración aplicado al Módulo de Elasticidad estático del neopreno, que tiene en cuenta la posible variación de sus propiedades ante factores como el paso del tiempo, o la variabilidad que presentan sus propiedades según el fabricante del elastómero.

- ✓ $F_{E,l}$ y $F_{E,v}$: factores de ajuste del Módulo de Elasticidad de la losa y las vigas pretensadas, respectivamente. De esta forma se considera la posible variación de la constante elástica con el paso del tiempo. El valor del Módulo de Elasticidad de las vigas presenta una incertidumbre menor que el de la losa si ésta se ha hormigonado in situ. Se considerarán como aceptables variaciones en el Módulo de Elasticidad de la losa de un 30% como máximo, mientras que para las vigas no superarán un 15 ó 20%.
- ✓ $F_{I,x}$ y $F_{J,x}$: factores de calibración del momento de inercia a flexión y torsión de las vigas longitudinales. Con estos factores se tiene en cuenta la diferencia entre la inercia bruta de partida de las vigas y la homogeneizada debido a la presencia de armaduras.
- ✓ Δt_{losa} : mayoración del canto de la losa sobre el valor de proyecto.
- ✓ $R_{E,din}^{neop}$: relación entre el Módulo de Elasticidad estático del apoyo elástico y el correspondiente a cargas dinámicas. Tal y como se mencionaba en la sección 4.4.3.1, los valores habituales de este factor están comprendidos entre 1.5 y 2.
- ✓ $\Delta h_{balasto}$: variación del espesor de la capa de balasto respecto del valor nominal

El ajuste de las propiedades del modelo numérico hasta reproducir adecuadamente las deformadas en estribos y centro de vano registradas durante el ensayo, se realiza calculando en cada caso el error cuadrático medio entre los valores numéricos y experimentales, que se define como

$$EMC = \frac{1}{N_{exp}} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_{exp}} \left(w_{nco}(x_i, y_i) - \frac{1}{2} (w_{exp}^{vano1}(x_i, y_i) + w_{exp}^{vano2}(x_i, y_i)) \right)^2}, \quad (I.1)$$

siendo N_{exp} el número de medidas experimentales de que se dispone, y $w_{nco}(x_i, y_i)$ y $(w_{exp}^{vano1}(x_i, y_i) + w_{exp}^{vano2}(x_i, y_i))$ los valores numéricos y experimentales en ambos vanos respectivamente, referidos al mismo punto del tablero. En caso de disponer de las mediciones experimentales en un único vano, este último término se simplificaría según corresponda.

En los siguientes subapartados se muestran los resultados de la calibración realizada sobre el modelo numérico de placa ortótropa, a partir de los datos experimentales de tres puentes reales.

I.2. CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DEL PUENTE VINIVAL

El primer puente empleado para la calibración se trata de un paso a nivel situado en el término municipal de Alboraya (Valencia), en el punto kilométrico 8+196 en el tramo Valencia-Castellón, de la línea de FF.CC. Valencia-Tarragona. Del informe de resultados y conclusiones, resultado de la inspección técnica y prueba de carga [41], se han extraído las propiedades y características nominales de esta estructura, así como los resultados de los ensayos estáticos y dinámicos empleados para llevar a cabo la calibración del modelo numérico. A continuación se describen sus características principales.

La estructura presenta una planta recta con un esviaje de 5° , y está compuesta por un único vano de 9.70 metros de luz. La obra consiste en 4 tableros independientes; sobre los tableros exteriores están situadas las aceras y sobre los interiores van dispuestas las vías, de forma que cada uno de los interiores alberga una única vía de ancho RENFE, que discurre con una excentricidad de 0.275 m con respecto al eje de simetría longitudinal.

Cada uno de estos tableros interiores está constituido por 7 vigas pretensadas prefabricadas de sección doble T asimétrica, de 0.5 m de canto y apoyadas sobre neoprenos zunchados. Sobre ellas descansa la losa de hormigón armado in situ de 0.22 m de canto. En la figura I.1 se muestra la sección transversal del puente Vinival.

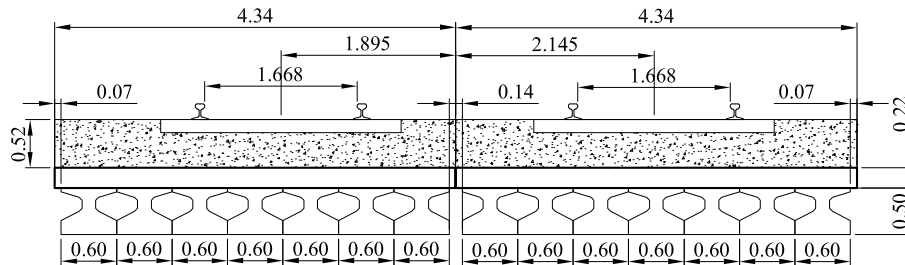


Figura I.1. Sección transversal recta del tablero central del puente Vinival.
Unidades (m)

Las propiedades estructurales de mayor relevancia extraídas del informe de la Prueba de Carga están recopiladas en la tabla I.1

Losa /Apoyos de neopreno		Vigas longitudinales		Plataforma de vía	
L (m)	9.7	N_x , intereje (m)	7, 0.6	$B_{plataforma}$ (m)	4.34
B_{losa} (m), α (?)	4.34, 85°	$I_{x,h}$ (m ⁴)	$5.195 \cdot 10^{-3}$	$h_{balasto}$ (m)	0.52
h_{losa} (m)	0.22	$I_{y,v}$ (m ⁴)	$4.566 \cdot 10^{-3}$	$\rho_{balasto}$ (kg/m ³)	1800
$f_{ck\ losa}$ (kg/cm ²)	250	J_x (m ⁴)	$2.624 \cdot 10^{-3}$	N_{vias} , ancho	1, RENFE
ρ_{losa} (kg/m ³)	2500	A_x (m ²)	0.2031	Carril	UIC-60
N_{neop} , a x b (m)	7, 0.25x0.2	f_{ckx} (kg/cm ²)	450	Traviesa	madera
N_{capas} , t (m)	$3, 9.66 \cdot 10^{-3}$	ρ_x (kg/m ³)	2500	Excentricidad vías (m)	0.275

Tabla I.1. Datos de partida del tablero Vinival

A partir de las anteriores, se obtienen las propiedades mecánicas nominales del modelo de placa ortótropa que se muestran en la tabla I.2. Tal y como puede observarse, únicamente se ha definido una franja de densidad en el tablero, de anchura B_l , que coincide con la plataforma de vía. Otros elementos adicionales, tales como las aceras o barandillas, están situados en un tablero diferente.

Constantes de ortotropía		Distribución de masa		Apoyos de neopreno	
D_x (Nm)	$1.02413 \cdot 10^9$	B_l (m)	4.34	$L_{estribo}$ (m)	4.356
D_y (Nm)	$2.95019 \cdot 10^7$	ρ_1 (kg/m ³)	10643	E_{est} (MPa)	194.16
$D_{I= D_2}$ (Nm)	$5.90039 \cdot 10^6$	$M_{tablero}$ (kg/m)	10162	E_{din} (MPa)	388.33
D_2 (Nm)	$5.90039 \cdot 10^6$			$k_{v, est}$ (N/m ²)	$5.38 \cdot 10^8$
D_{xy} (Nm)	$8.94732 \cdot 10^7$			$k_{v, din}$ (N/m ²)	$1.07 \cdot 10^9$
D_{yx} (Nm)	$2.36015 \cdot 10^7$			κ_{din}	0.01

Tabla I.2. Propiedades nominales del modelo de losa ortótropa del tablero Vinival

La prueba de carga del puente Vinival tuvo lugar en mayo de 1998, realizándose los siguientes ensayos:

- ✓ Prueba estática, consistente en la disposición de una locomotora sobre el tablero en la posición que genere la máxima sollicitación sobre la estructura. En la figura I.2 muestra un esquema de la ubicación de las cargas en este ensayo.
- ✓ Prueba lenta, en la que la locomotora cruza el puente a una velocidad de 5km/h.
- ✓ Prueba a velocidad media, en la que la locomotora circula a una velocidad de 30 km/h
- ✓ Prueba a máxima velocidad, que consiste en el paso de la locomotora a 100 km/h.
- ✓ Prueba de frenado, en la que la locomotora adquiere una velocidad previa de 70 km/h y frena al paso por la estructura.

La locomotora empleada durante la campaña de ensayos, modelo 319, estaba constituida por dos bogies de tres ejes cada uno y 105 t de peso total.

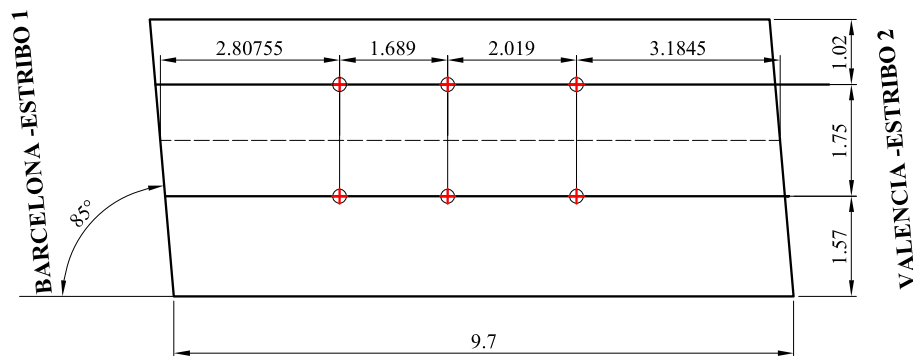


Figura I.2. Ubicación de la locomotora en el ensayo estático. Unidades (m)

Durante la prueba de carga se tomaron medidas de flechas, deformaciones y aceleraciones verticales en el tablero, que son las empleadas en la calibración del modelo numérico.

En primer lugar se han empleado las medidas experimentales de flechas en los estribos para llevar a cabo el ajuste de la rigidez vertical de los

apoyos de neopreno zunchado. La figura muestra los valores numéricos y experimentales de la deformada transversal en los dos estribos.

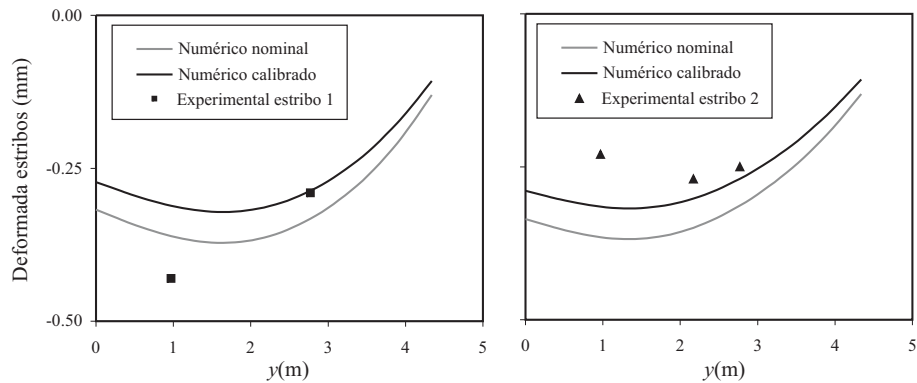


Figura I.3. Deformada transversal en las proximidades de los dos estribos del tablero Vinival. Resultados experimentales y numéricos antes y después de la calibración

Los marcadores de la figura anterior son las medidas experimentales registradas durante el ensayo estático en los estribos. Las líneas de trazo gris representan las deformadas obtenidas al reproducir la prueba empleando las propiedades nominales del modelo numérico; mientras que las negras son el resultado obtenido tras la calibración.

Una vez determinada la rigidez estática de los apoyos zunchados se realiza el ajuste de las propiedades del tablero, empleando las medidas experimentales registradas en centro de vano durante la realización del ensayo estático. En la figura I.4 se muestran los resultados antes y después del ajuste del modelo numérico, junto a los valores experimentales.

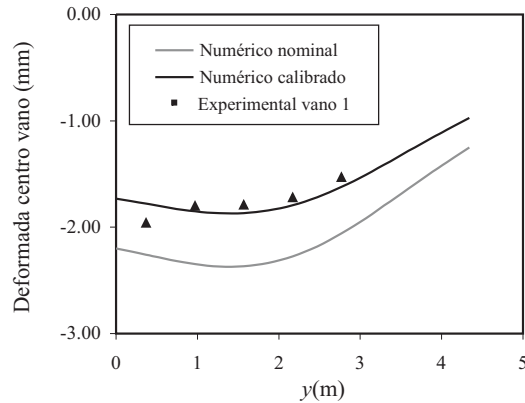


Figura I.4. Deformada transversal en centro de vano del tablero Vinival. Resultados experimentales y numéricos antes y después de la calibración

Por último, se determina la relación entre el Módulo de Elasticidad estático y dinámico del apoyo elástico y se ajusta el valor del espesor de la capa de balasto, hasta que la frecuencia fundamental calculada y la obtenida experimentalmente coincidan. El valor de frecuencia registrado durante el ensayo fue de 12.8 Hz; y tras el ajuste del modelo numérico se ha obtenido un valor de frecuencia de 12.59 Hz, lo que supone una diferencia de 1.64 % respecto del valor experimental, que se considera aceptable.

En las tablas I.3 y I.4 se muestran, respectivamente, los valores de los factores de calibración empleados para el ajuste y las propiedades calibradas del modelo numérico de placa ortótropa.

$F_{E,est}^{neop}$	1.00	$F_{E,l}$	1.25	$F_{l,x}$	1.08	Δt_{losa}	0 cm
$R_{E,din}^{neop}$	2.00	$F_{E,v}$	1.25	$F_{J,x}$	1.00	Δh_{bal}	-8.5 cm

Tabla I.3. Factores de calibración del modelo del puente Vinival

Constantes de ortotropía		Distribución de masa		Apoyos de neopreno	
D_x (Nm)	$1.31146 \cdot 10^9$	B_I (m)	4.34	$L_{estribo}$ (m)	4.356
D_y (Nm)	$3.68774 \cdot 10^7$	ρ_1 (kg/m ³)	9947	E_{est} (MPa)	194.16
$D_1 = D_2$ (Nm)	$7.37549 \cdot 10^6$	$M_{tablero}$ (kg/m)	9498	E_{din} (MPa)	388.33
D_{xy} (Nm)	$1.11841 \cdot 10^8$			$k_{v,est}$ (N/m ²)	$5.38 \cdot 10^8$
D_{yx} (Nm)	$2.95019 \cdot 10^7$			$k_{v,din}$ (N/m ²)	$1.07 \cdot 10^9$
				κ_{din}	0.02

Tabla I.4. Propiedades ajustadas del modelo de losa ortótropa del tablero Vinival

I.3. CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DEL PUENTE ARROYO BRACEA

Esta estructura salva el cauce del arroyo Bracea, a pocos kilómetros de la localidad de los Yébenes, en Toledo. Se encuentra situada en el punto kilométrico 26+456 del tramo Mascaraque-El Emperador, en la línea de alta velocidad Madrid-Córdoba. Sus características principales y los resultados de la inspección técnica y prueba de carga realizadas sobre la misma, se han extraído del informe generado tras la realización de los ensayos [40].

El puente está constituido por dos vanos idénticos simplemente apoyados, con una luz libre de 15.25 m y un esviaje de 45°. Cada uno de los tableros se ha resuelto con cinco vigas prefabricadas de 1.05 m de canto y 2.275 m de intereje, que descansan sobre mortero de nivelación y neoprenos zunchados. Sobre éstas, se ha hormigonado in situ una losa de 0.25 m de espesor y 11.6 m de anchura. El tablero del puente soporta el balasto, dos vías de ancho UIC y una acera con su correspondiente barandilla en cada uno de los lados, tal y como se muestra en la sección transversal recta de la figura I.5.

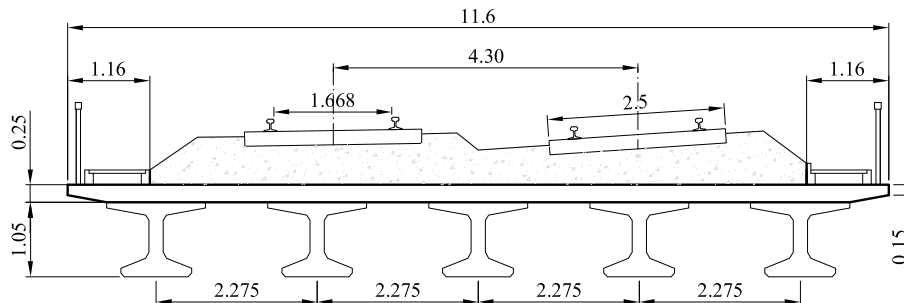


Figura I.5. Sección transversal recta del puente Arroyo Bracea. Unidades (m)

En la tabla I.5 se resumen las características principales de este tablero, extraídas del informe de inspección técnica y prueba de carga.

Losa /Apoyos de neopreno		Vigas longitudinales		Plataforma de vía	
L (m)	15.25	N_x , intereje (m)	5, 2.275	$B_{plataforma}$ (m)	9.28
B_{losa} (m), α (°)	11.6, 45	$I_{x,h}$ (m ⁴)	0.08	$h_{balasto}$ (m)	0.63
h_{losa} (m)	0.25	$I_{y,v}$ (m ⁴)	0.04	$\rho_{balasto}$ (kg/m ³)	1800
$f_{ck\ losa}$ (kg/cm ²)	250	J_x (m ⁴)	$8.467 \cdot 10^{-3}$	N_{vias} , ancho	2, UIC
ρ_{losa} (kg/m ³)	2500	A_x (m ²)	0.54	Carril	UIC-60
N_{neop} , $a \times b$ (m)	5, 0.45x0.25	f_{ckx} (kg/cm ²)	425	Travesía	H _{bibloque}
N_{capas} , t (m)	1, 0.013	ρ_x (kg/m ³)	2500	Excentricidad vías (m)	2.15

Tabla I.5. Datos de partida del puente Arroyo Bracea

A partir de estos datos, se han calculado las propiedades del modelo numérico de placa ortótropa que se muestran en la tabla I.6.

Constantes de ortotropía		Distribución de masa		Apoyos de neopreno	
D_x (Nm)	$2.99704 \cdot 10^9$	$B_1 = B_3$ (m)	1.16	$L_{estribo}$ (m)	16.4
D_y (Nm)	$4.32915 \cdot 10^7$	$\rho_1 = \rho_3$ (kg/m ³)	5735	E_{est} (MPa)	215.48
$D_1 = D_2$ (Nm)	$8.6583 \cdot 10^6$	B_2 (m)	9.3	E_{din} (MPa)	323.22
D_{xy} (Nm)	$9.0531 \cdot 10^7$	ρ_2 (kg/m ³)	9379	$k_{y,din}$ (N/m ²)	$8.53 \cdot 10^8$
D_{yx} (Nm)	$3.46332 \cdot 10^7$	$M_{tablero}$ (kg/m)	25087	κ_{din}	0.02

Tabla I.6. Propiedades mecánicas nominales del modelo numérico del puente Arroyo Bracea

En este caso, se han definido un total de tres franjas de densidades diferentes. Las dos exteriores, de anchura B_1 y B_3 , y densidad ρ_1 y ρ_3 , contienen la parte de tablero sobre la que están dispuestas las barandillas y las aceras. La franja central de anchura B_2 se corresponde con la plataforma de vía.

La prueba de carga del puente tuvo lugar en junio de 1991, realizándose sobre cada vano los mismos ensayos mencionados en el caso del puente Vinival: prueba estática, prueba cuasiestática a velocidad de 5 km/h, ensayo lento a 30 km/h, ensayo rápido a 70 km/h y prueba de frenado sobre la estructura. El tren de cargas empleado en este caso estaba compuesto por una locomotora modelo 319, de 110 t de peso total, distribuidas en dos bogies de tres ejes cada uno, y un vagón tolva de 84 t repartidas en dos bogies de 42 t.

Durante el ensayo estático se situó en tren anterior sobre cada una de las vías, en la posición que da lugar al máximo momento flector en la sección central, tal y como se muestra en la figura I.6.

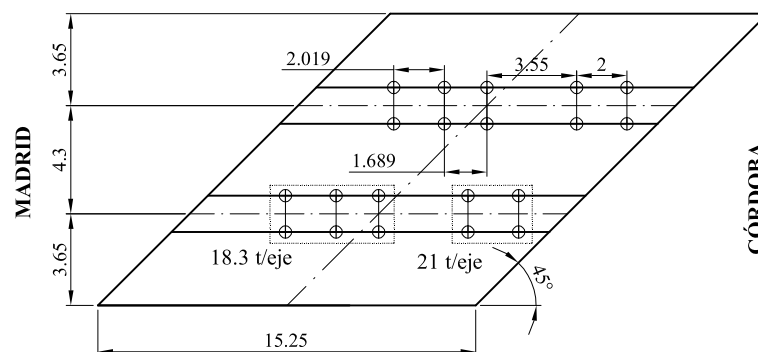


Figura I.6. Ubicación del tren de cargas en el ensayo estático. Unidades (m)

Esta situación es la que se ha reproducido empleando el modelo numérico, comparándose los valores de flechas obtenidos numéricamente con las medidas experimentales, hasta obtener el ajuste deseado.

La figura I.7 muestra los valores numéricos y experimentales de la deformada transversal en el estribo instrumentado, que en este caso fue el más próximo a Córdoba. En trazo gris se han representado los valores numéricos obtenidos con las propiedades nominales del tablero, y la curva en trazo negro es el resultado obtenido tras el ajuste de la rigidez vertical del apoyo zunchado.

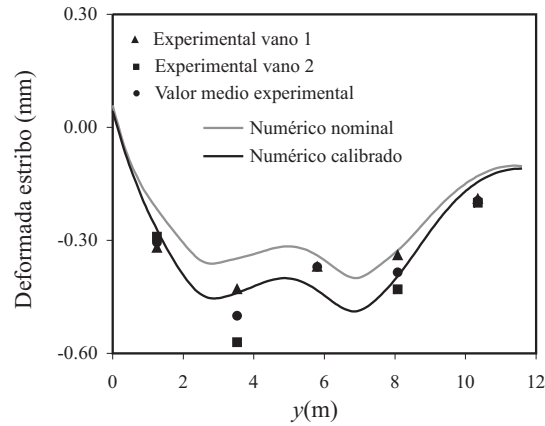


Figura I.7. Deformada transversal en las proximidades del estribo más próximo a Córdoba en el puente Arroyo Bracea. Resultados experimentales y numéricos antes y después de la calibración

A continuación se ajustan las propiedades del tablero empleando los valores de las flechas en centro de vano registradas durante la realización del ensayo estático en cada uno de los vanos. Los resultados antes y después de la calibración se muestran en la figura I.8

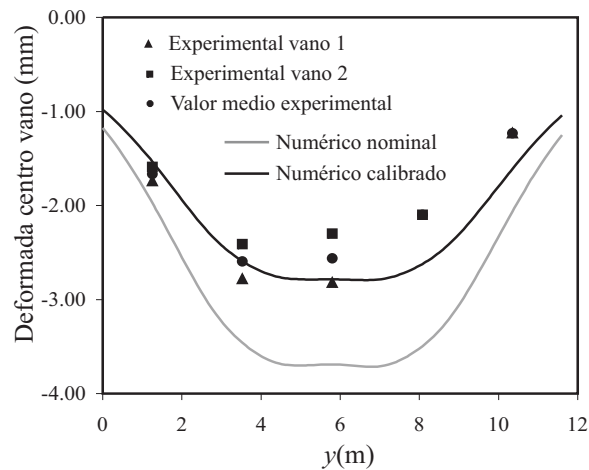


Figura I.8. Deformada transversal en la sección central del puente Arroyo Bracea. Resultados experimentales y numéricos antes y después de la calibración

Una vez calibrado el comportamiento estático del tablero, se modifica el Módulo Elástico del apoyo zunchado, cuyo valor se decide duplicar en el caso de acciones dinámicas, y se actúa también sobre la masa del modelo

variando el valor del espesor de la capa de balasto, hasta que la frecuencia fundamental calculada numéricamente se aproxime a la experimental. El valor de la frecuencia obtenida experimentalmente en este puente fue de 8.79 Hz en el vano 1 y 8.87 Hz en el vano 2. Tras la calibración, la frecuencia fundamental obtenida con el modelo numérico ha sido 9.11 Hz, siendo la diferencia máxima entre los valores de un 2.7%.

En las tablas I.7 y I.8 se muestran los factores de calibración empleados y las propiedades mecánicas del modelo de placa ortótropa tras la calibración.

$F_{E,est}^{neop}$	0.52	$F_{E,l}$	1.25	$F_{I,x}$	1.08	Δt_{losa}	3 cm
$R_{E,din}^{neop}$	2.00	$F_{E,v}$	1.25	$F_{J,x}$	1.00	Δh_{bal}	0 cm

Tabla I.7. Factores de calibración del puente Arroyo Bracea

Constantes de ortotropía		Distribución de masa		Apoyos de neopreno	
D_x (Nm)	$4.12379 \cdot 10^9$	$B_1 = B_3$ (m)	1.16	$L_{estribo}$ (m)	16.4
D_y (Nm)	$7.60268 \cdot 10^7$	$\rho_1 = \rho_3$ (kg/m ³)	5389	E_{est} (MPa)	113.74
$D_1 = D_2$ (Nm)	$1.52054 \cdot 10^7$	B_2 (m)	9.28	E_{din} (MPa)	170.6
D_{xy} (Nm)	$1.30694 \cdot 10^8$	ρ_2 (kg/m ³)	8642	$k_{v,din}$ (N/m ²)	$4.50 \cdot 10^8$
D_{yx} (Nm)	$6.08214 \cdot 10^7$	$M_{tablero}$ (kg/m)	25957	κ_{din}	0.06

Tabla I.8. Propiedades mecánicas calibradas del puente Arroyo Bracea

I.4. CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DEL PUENTE ARGAMASILLA

El puente mencionado da paso al trazado doble de alta velocidad de la línea Madrid-Sevilla, y a una tercera vía de ancho nacional sobre el río Argamasilla, en las afueras de la población del mismo nombre.

La estructura está constituida por un único vano, de 18.5 m de luz libre y sin esviaje. Estructuralmente el tablero está constituido por diez vigas prefabricadas de hormigón pretensado, de 1.5 m de canto, que apoyan sobre los estribos a través de neoprenos zunchados. Sobre ellas descansa una losa hormigonada in situ de 30 cm de espesor mínimo y una anchura total de 20.6 m. El tablero se completa con el balasto, aceras y una barandilla a cada lado. En la figura I.9 se muestra la sección transversal del tablero.

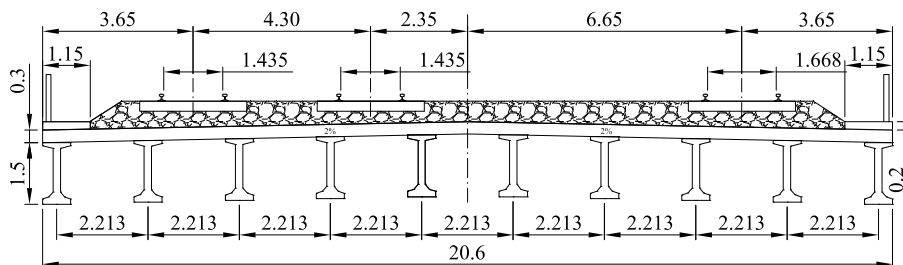


Figura I.9. Sección transversal recta del puente Argamasilla. Unidades (m)

La prueba de carga de esta estructura tuvo lugar en octubre de 1991, elaborándose posteriormente un informe donde quedan recogidas las características de la estructura y los resultados obtenidos de la campaña experimental [39]. Los datos que figuran en este documento han sido los empleados para la calibración del modelo numérico y la estimación de la rigidez vertical de los apoyos elásticos de este tablero. En las tablas I.9 y I.10 se adjuntan los datos de partida extraídos del informe y las propiedades nominales del modelo numérico de losa ortótropa del tablero

Losa /Apoyos de neopreno		Vigas longitudinales		Plataforma de vía	
L (m)	18.5	N_x , intereje (m)	10, 2.213	$B_{plataforma}$ (m)	18.3
B_{losa} (m), α (°)	20.6, 90	$I_{x,h}$ (m ⁴)	0.1161	$h_{balasto}$ (m)	0.566
h_{losa} (m)	0.3	$I_{y,v}$ (m ⁴)	0.0075	$\rho_{balasto}$ (kg/m ³)	1800
$f_{ck losa}$ (kg/cm ²)	250	J_x (m ⁴)	$5.155 \cdot 10^{-3}$	N_{vias} , ancho	3, UIC, RENFE
ρ_{losa} (kg/m ³)	2500	A_x (m ²)	0.4195	Carril	UIC-60
N_{neop} , a x b (m)	10, 0.55x0.2	f_{ckx} (kg/cm ²)	350	Traviesa	H _{monobloque}
N_{capas} , t (m)	$3, 9.66 \cdot 10^{-3}$	ρ_x (kg/m ³)	2500	Excentricidad vías (m)	2.35, 6.65

Tabla I.9. Datos de partida del puente Argamasilla

Las características particulares de las aceras de este tablero, las cuales según el informe de la prueba de carga son de sección maciza, han llevado a considerar diferentes constantes de ortotropía en la zona correspondiente a las aceras, de anchura B_1 , y en la plataforma de vía, de anchura B_2 , tal y como se muestra en la tabla I.10.

	Constantes de ortotropía		Distribución de masa		Apoyos de neopreno	
Plataforma de vía	D_x (Nm)	$5.75854 \cdot 10^9$	$B_1 = B_3$ (m)	1.15	$L_{estribo}$ (m)	20.6
	D_y (Nm)	$7.48078 \cdot 10^7$	$\rho_1 = \rho_3$ (kg/m ³)	5911	E_{est} (MPa)	294.14
	$D_1 = D_2$ (Nm)	$1.49615 \cdot 10^7$	B_2 (m)	18.3	E_{din} (MPa)	588.29
	D_{xy} (Nm)	$9.61879 \cdot 10^7$	ρ_2 (kg/m ³)	7656	$k_{v,est}$ (N/m ²)	$5.42 \cdot 10^8$
	D_{yx} (Nm)	$5.98462 \cdot 10^7$	$M_{tablero}$ (kg/m)	46111	$k_{v,din}$ (N/m ²)	$1.08 \cdot 10^9$
Aceras	D_x (Nm)	$1.03221 \cdot 10^{10}$			κ_{din}	0.03
	D_y (Nm)	$3.46332 \cdot 10^8$				
	$D_1 = D_2$ (Nm)	$6.92664 \cdot 10^7$				
	D_{xy} (Nm)	$3.42165 \cdot 10^8$				
	D_{yx} (Nm)	$2.77066 \cdot 10^8$				

Tabla I.10. Propiedades mecánicas nominales del modelo numérico del puente Argamasilla

Al igual que en los tableros anteriores, la prueba de carga consistió en un conjunto de pruebas estáticas y dinámicas orientadas a la medición de deformaciones, descensos verticales y aceleraciones en el tablero ante la circulación de un tren de cargas determinado sobre cada una de las vías del tablero. En este caso, se emplearon dos trenes de carga diferentes: en las vías correspondientes al trazado de alta velocidad, se empleó la locomotora modelo 319, de 105 t de peso total distribuido en dos bogies de 3 ejes cada uno, y un vagón tolva de 80 t repartidas en dos bogies de 40 t. En la vía de ancho nacional se utilizó una locomotora tipo 321, de 111 t de peso total con dos bogies de tres ejes, y un vagón tolva de las mismas características que el mencionado anteriormente.

Durante el ensayo estático se situaron los tres trenes anteriores sobre el tablero según la configuración que produce un mayor momento flector, que es la mostrada en la figura I.10.

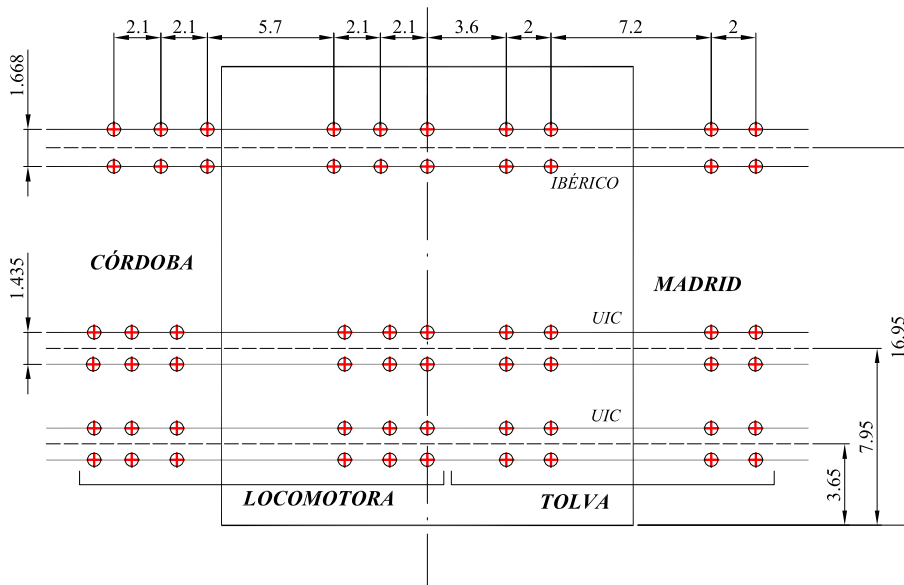


Figura I.10. Ubicación del tren de cargas en el ensayo estático. Unidades (m)

La reproducción del ensayo anterior mediante el modelo numérico de losa ortótropa ha permitido el ajuste de la rigidez vertical de los apoyos de neopreno, empleando los resultados de las flechas registradas en las proximidades de los estribos durante la prueba estática. Los resultados obtenidos del proceso de calibración se muestran en la figura I.11.

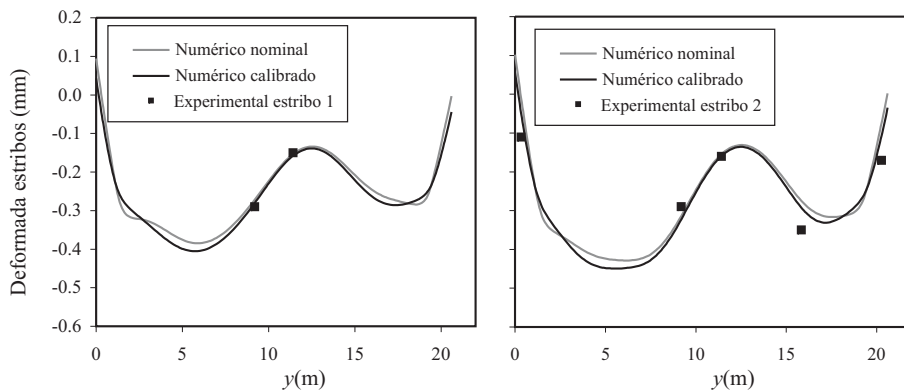


Figura I.11. Deformada transversal en las proximidades de los dos estribos del tablero Argamasilla. Resultados experimentales y numéricos antes y después de la calibración

En la figura anterior, los estribos 1 y 2 hacen referencia a los valores obtenidos en el extremo del tablero más próximo a Córdoba y a Madrid, respectivamente.

Una vez calibrada la rigidez del apoyo de neopreno, se procede al ajuste de las propiedades mecánicas del tablero hasta obtener una adecuada correspondencia entre la deformada medida en centro de vano y los resultados obtenidos con el modelo numérico. En la figura I.12 se muestran las flechas en centro de vano del tablero antes y después de la calibración, junto con las medidas experimentales registradas durante la prueba.

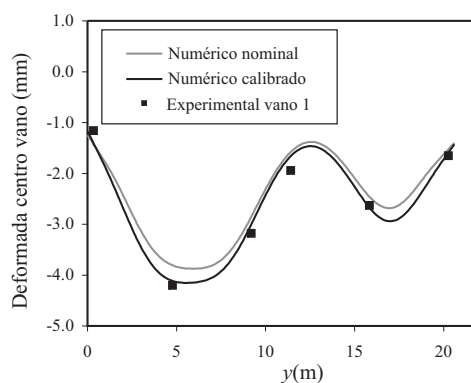


Figura I.12. Deformada transversal en centro de vano del tablero Argamasilla.

Resultados experimentales y numéricos antes y después de la calibración

Por último, se realiza el ajuste dinámico del modelo numérico, para intentar aproximar lo máximo posible la frecuencia fundamental del modelo numérico a la obtenida experimentalmente. En este caso, ha sido necesario duplicar la rigidez vertical del apoyo estático y reducir el espesor de la capa de balasto en 4 cm, obteniéndose una frecuencia fundamental de 7.2 Hz. Durante las pruebas dinámicas ésta se estimó en 8.1 Hz, superando en un 11% al valor numérico. No ha sido posible obtener un ajuste más exacto de la frecuencia variando las propiedades del modelo numérico dentro de rangos realistas, y de modo que se obtenga además una buena correlación con las deformadas registradas durante las pruebas estáticas. En la tabla I.11 se muestran los factores de calibración empleados para el ajuste.

$F_{E,est}^{neop}$	1.00	$F_{E,l}$	0.95	$F_{L,x}$	1.00	Δt_{losa}	0 cm
$R_{E,din}^{neop}$	2.00	$F_{E,v}$	0.95	$F_{J,x}$	1.00	Δh_{bal}	-4 cm

Tabla I.11. Factores de calibración del puente Argamasilla

Las propiedades mecánicas del modelo de placa ortótropa calibrado se detallan en la tabla

	Constantes de ortotropía		Distribución de masa		Apoyos de neopreno	
Plataforma de vía	D_x (Nm)	$5.47062 \cdot 10^9$	$B_1 = B_3$ (m)	1.15	$L_{estribo}$ (m)	20.6
	D_y (Nm)	$7.10673 \cdot 10^7$	$\rho_1 = \rho_3$ (kg/m ³)	5911	E_{est} (MPa)	294.14
	$D_1 = D_2$ (Nm)	$1.42135 \cdot 10^7$	B_2 (m)	18.3	E_{din} (MPa)	588.29
	D_{xy} (Nm)	$9.13785 \cdot 10^7$	ρ_2 (kg/m ³)	7416	$k_{v,est}$ (N/m ²)	$5.42 \cdot 10^8$
	D_{yx} (Nm)	$5.68539 \cdot 10^7$	$M_{tablero}$ (kg/m)	44794	$k_{v,din}$ (N/m ²)	$1.08 \cdot 10^9$
Aceras	D_x (Nm)	$9.80597 \cdot 10^9$			κ_{din}	0.02
	D_y (Nm)	$3.29015 \cdot 10^8$				
	$D_1 = D_2$ (Nm)	$6.58031 \cdot 10^7$				
	D_{xy} (Nm)	$3.25056 \cdot 10^8$				
	D_{yx} (Nm)	$2.63212 \cdot 10^8$				

Tabla I.12. Propiedades mecánicas calibradas del modelo numérico del puente Argamasilla

I.5. CONCLUSIONES

En base a los resultados obtenidos tras la calibración de los modelos numéricos de placa ortótropa empleando medidas experimentales recogidas en las pruebas de carga de los tableros, se emplea en esta Tesis Doctoral como rango de variación realista de la rigidez vertical de los neoprenos los valores $\kappa_{din} = [0 \ 0.1]$. El valor máximo $\kappa_{din}=0.1$ se considera un límite superior que no es previsible que llegue a alcanzarse en situaciones reales.

ANEXO II

INFLUENCIA DEL NÚMERO DE CONTRIBUCIONES MODALES Y DE LA FLEXIBILIDAD DE LOS APOYOS DE NEOPRENO. RESULTADOS

II.1. INTRODUCCIÓN

A continuación se muestran, agrupados por luces, el conjunto de envolventes y ratios de aceleración máxima obtenidas tras el cálculo dinámico de todos los tableros dimensionados empleando el modelo numérico de placa ortótropa.

En las figuras designadas como (a_i) se presentan los valores de aceleración máxima en función de la velocidad de circulación, calculados incluyendo un número diferente de contribuciones modales: las curvas en trazo rojo se han obtenido considerando únicamente el primer modo de vibración; las curvas en trazo gris incluyen además el primer modo de torsión y, por último, las curvas en trazo negro incluyen todas las contribuciones modales de frecuencia hasta 30 Hz.

Las figuras (b_i) recogen los ratios de aceleración máxima definidos en el apartado 4.5.3 del Capítulo 4, que permiten cuantificar las diferencias en términos de la máxima aceleración estimada hasta una velocidad de cálculo determinada, en función del número de contribuciones modales incluidas en el cálculo dinámico.

II.2. LOSAS MACIZAS

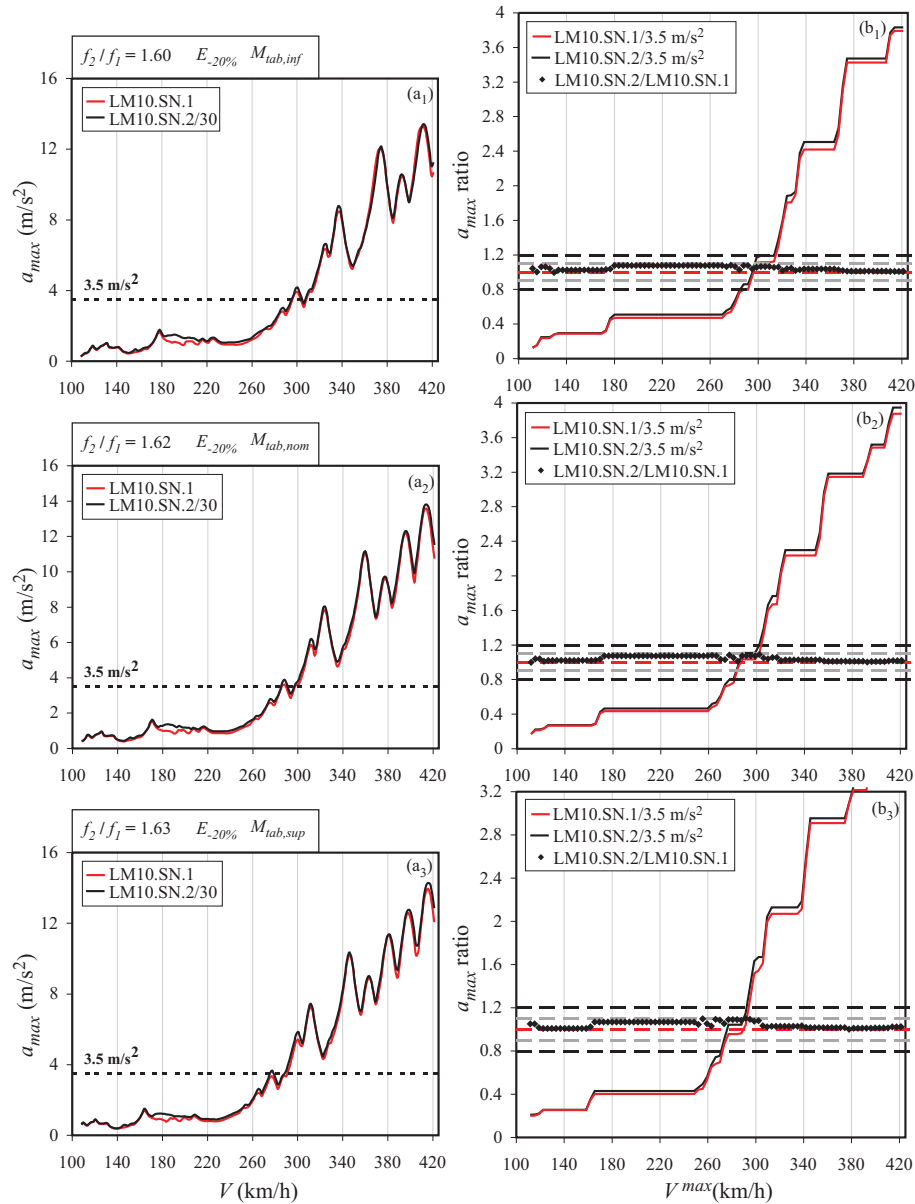


Figura II.1. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=10$ m, módulo elástico del hormigón $E_{-20\%}$ y sin neoprenos

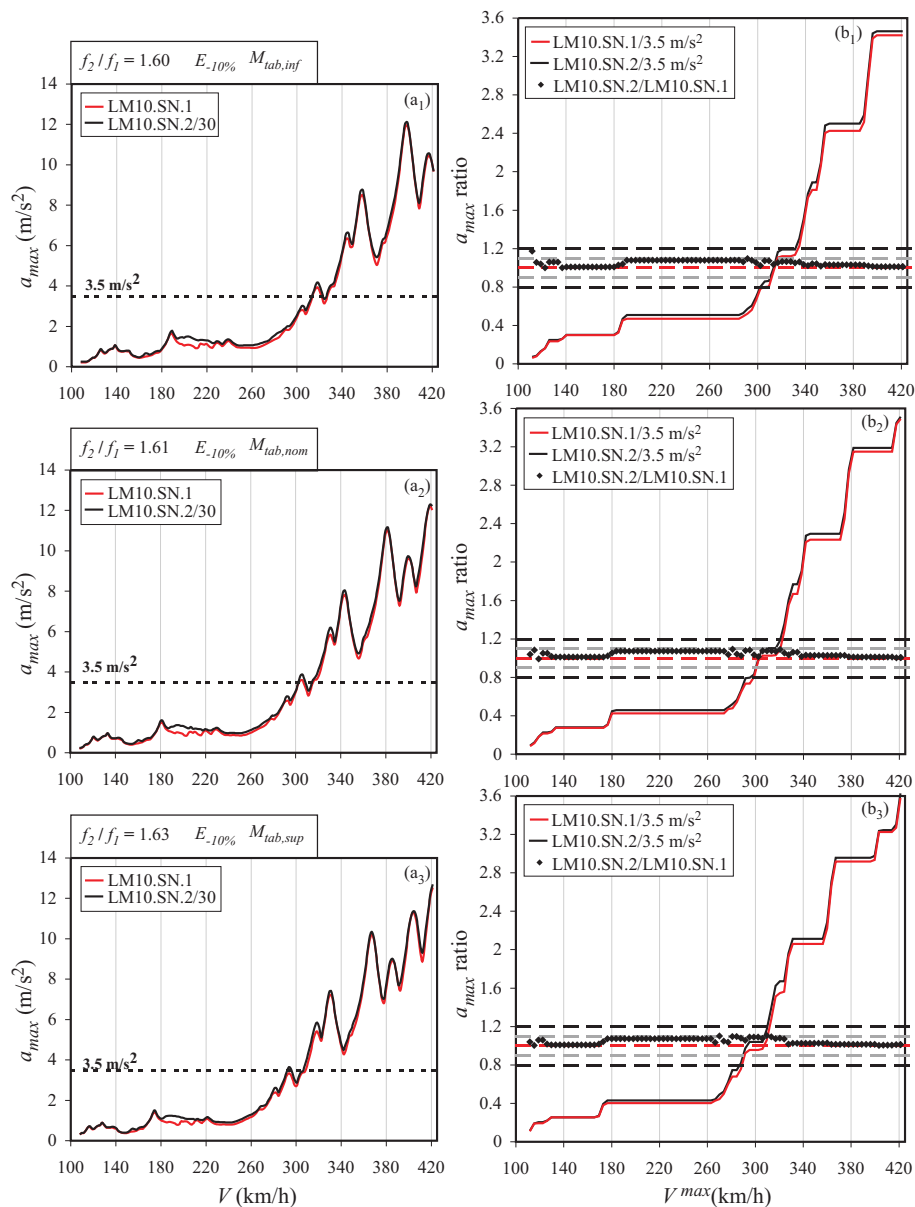


Figura II.2. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=10$ m, módulo elástico del hormigón $E_{-10\%}$ y sin neoprenos

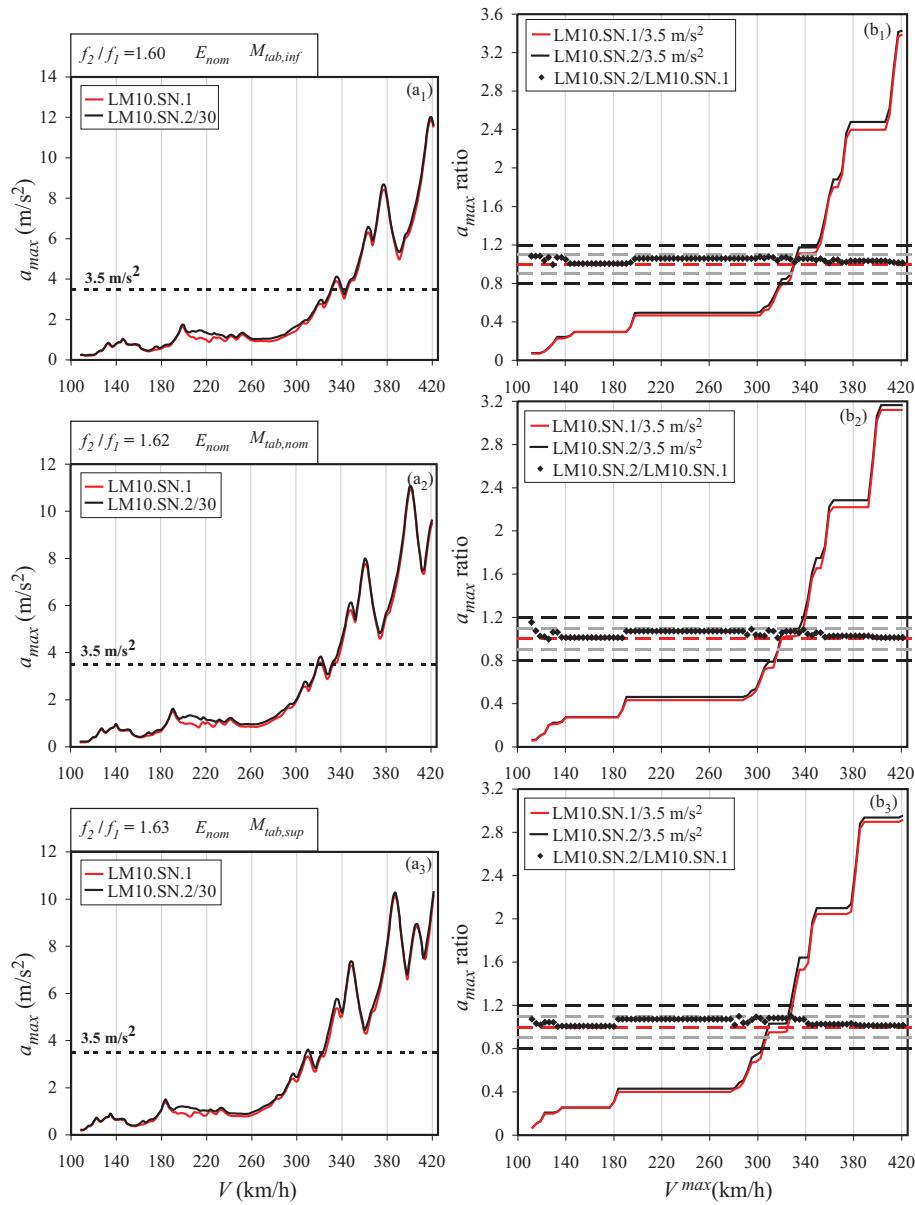


Figura II.3. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=10$ m, módulo elástico del hormigón E_{nom} y sin neoprenos

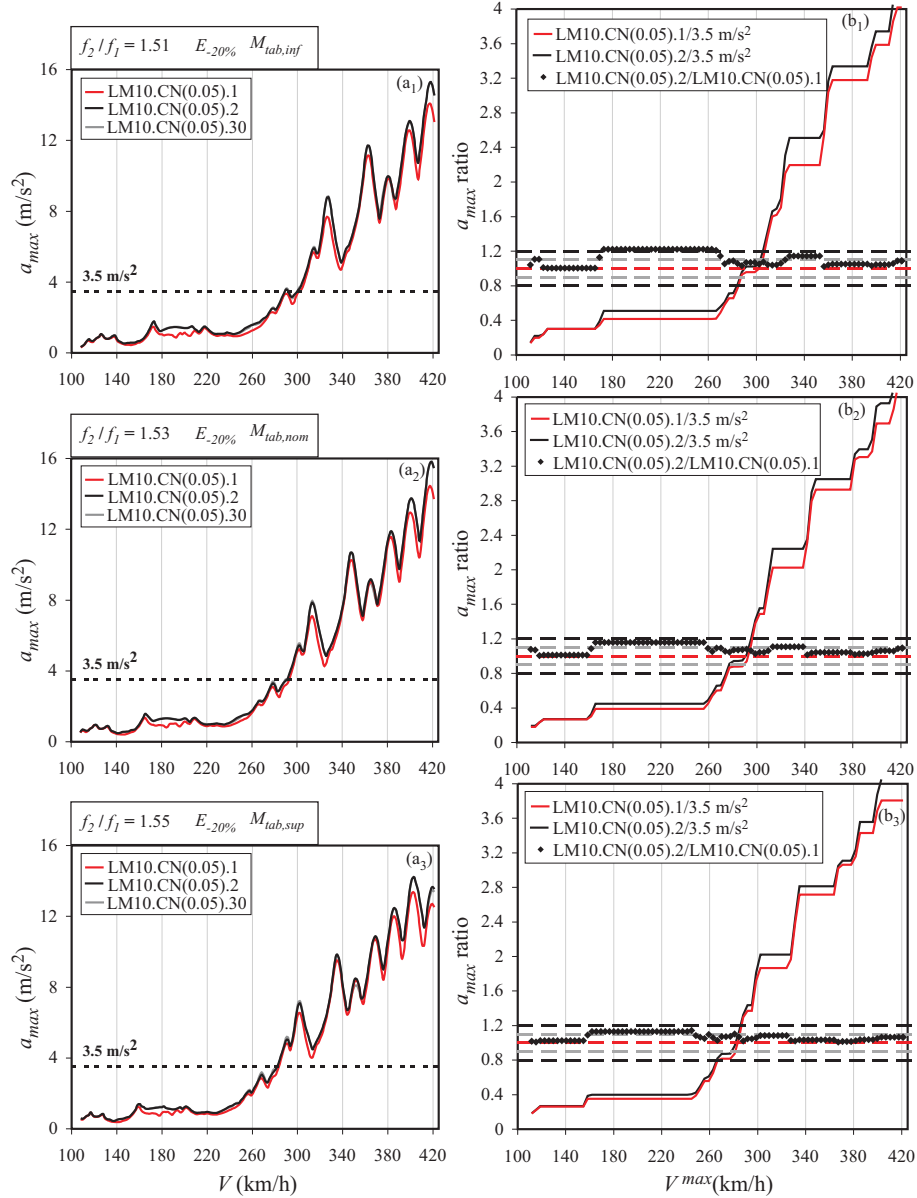


Figura II.4. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=10$ m, módulo elástico del hormigón $E_{-20\%}$ y $\kappa_{din}=0.05$

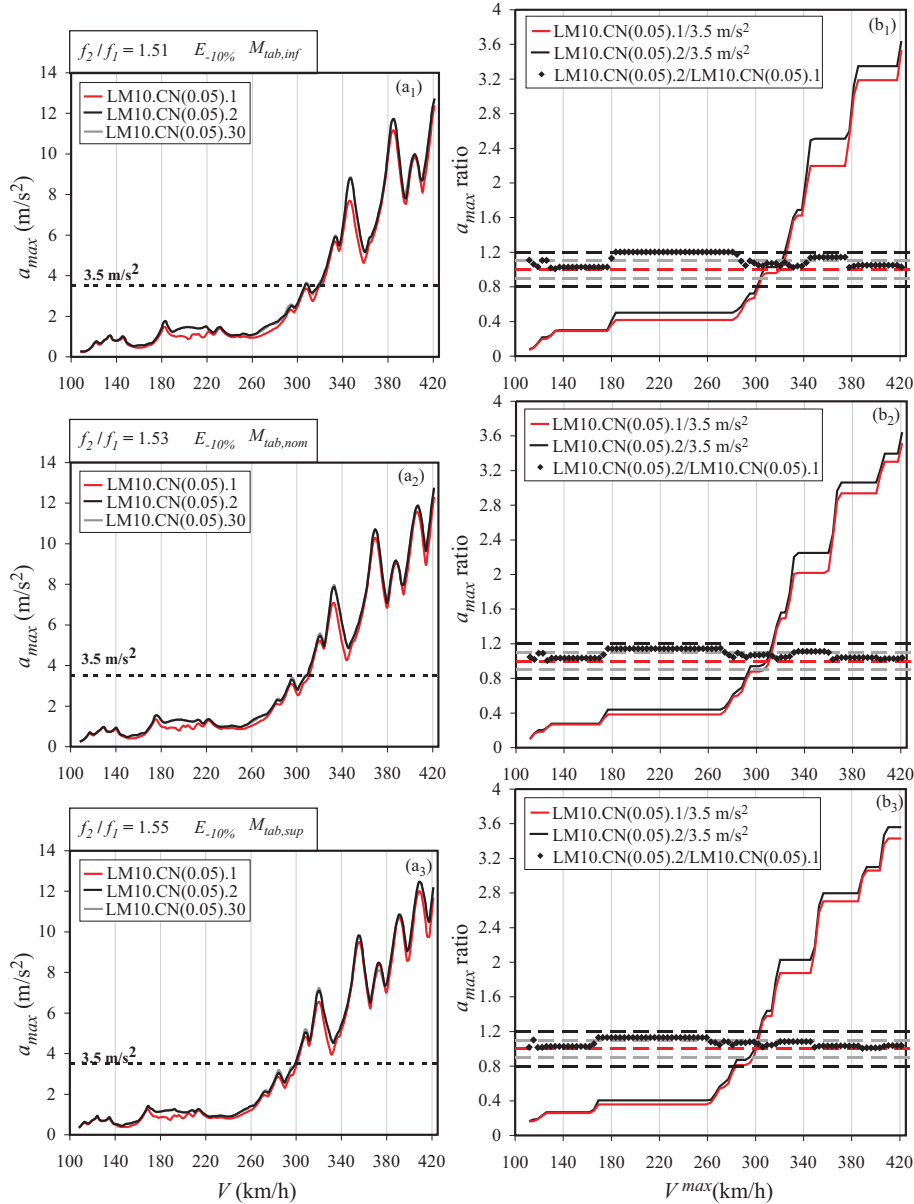


Figura II.5. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=10$ m, módulo elástico del hormigón $E_{-10\%}$ y $\kappa_{din}=0.05$

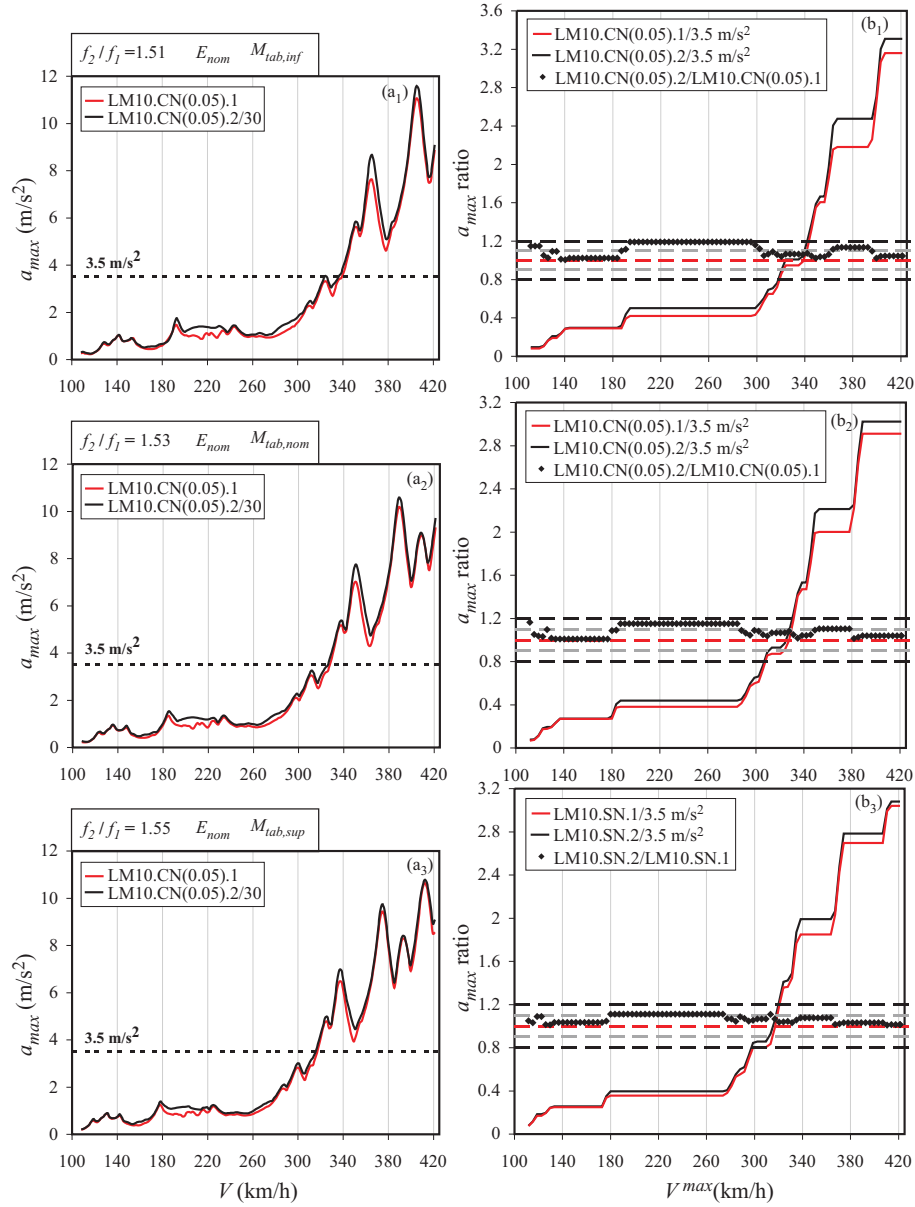


Figura II.6. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=10$ m, módulo elástico del hormigón E_{nom} y $\kappa_{din}=0.05$

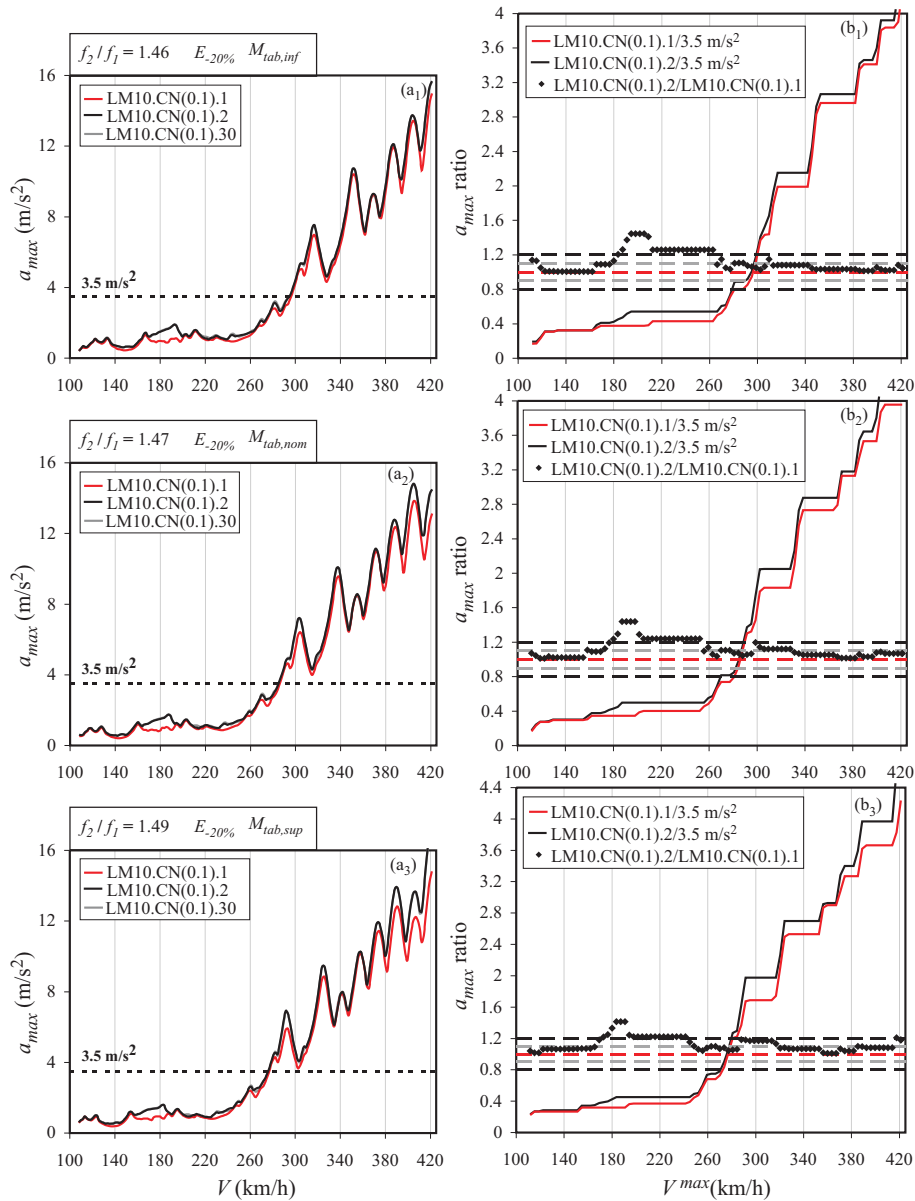


Figura II.7. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=10$ m, módulo elástico del hormigón $E_{-20\%}$ y $\kappa_{din}=0.1$

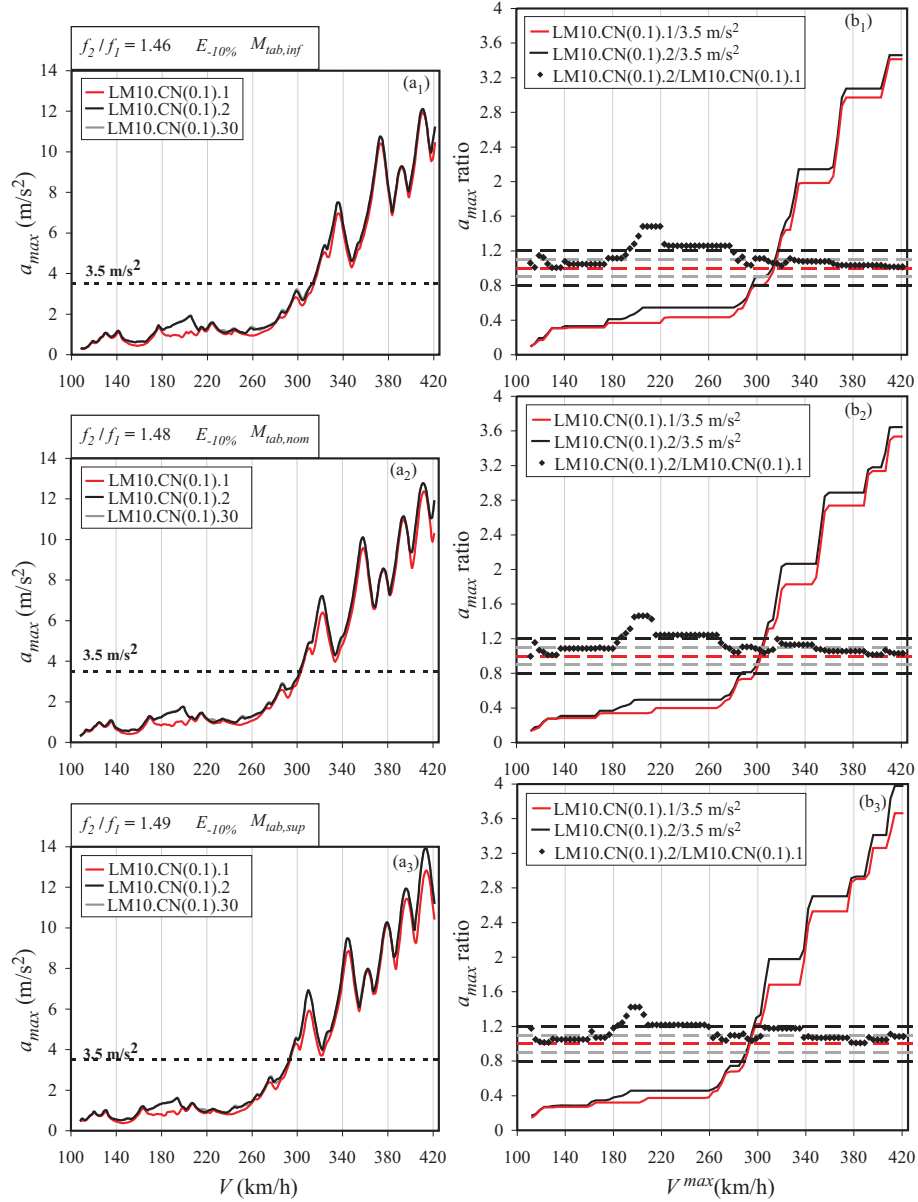


Figura II.8. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=10 \text{ m}$, módulo elástico del hormigón $E_{-10\%}$ y $\kappa_{din}=0.1$

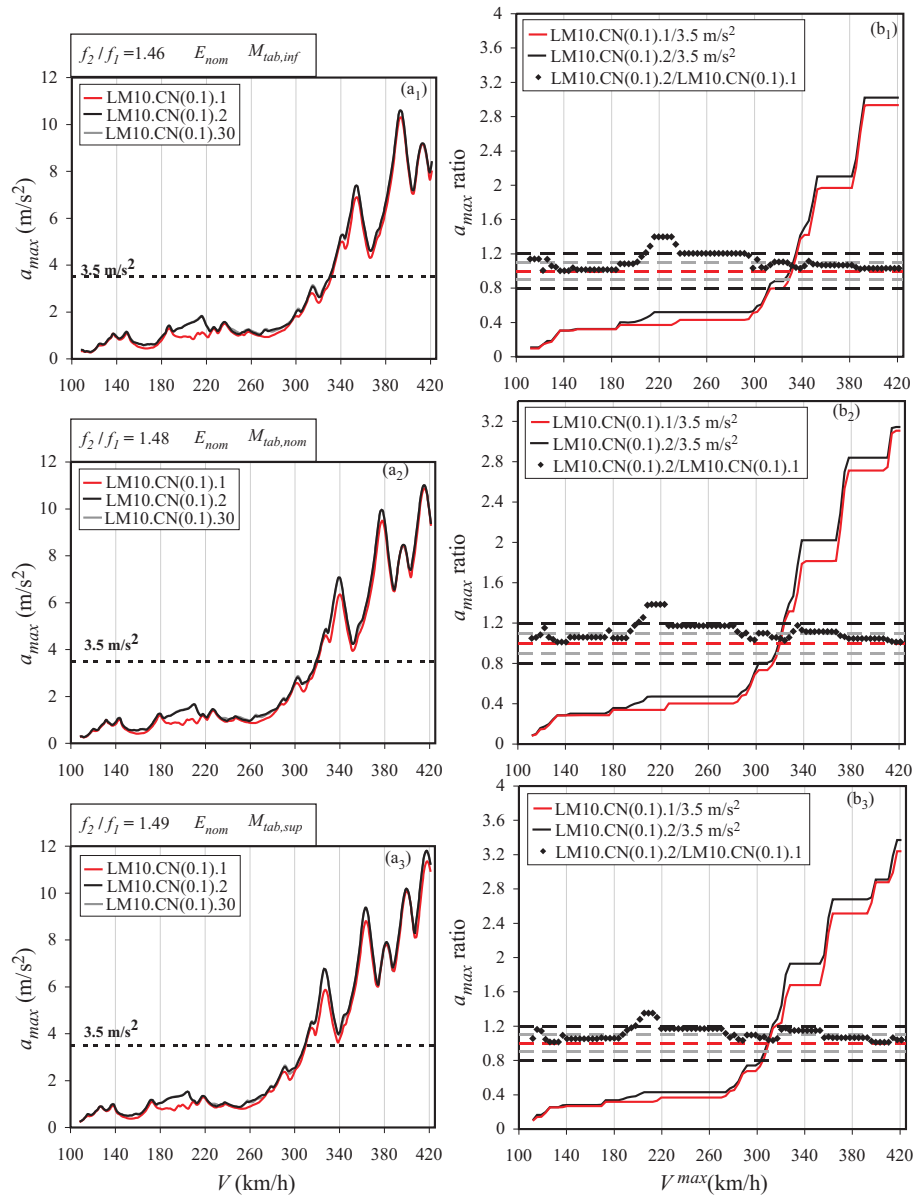


Figura II.9. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=10$ m, módulo elástico del hormigón E_{nom} y $\kappa_{din}=0.1$

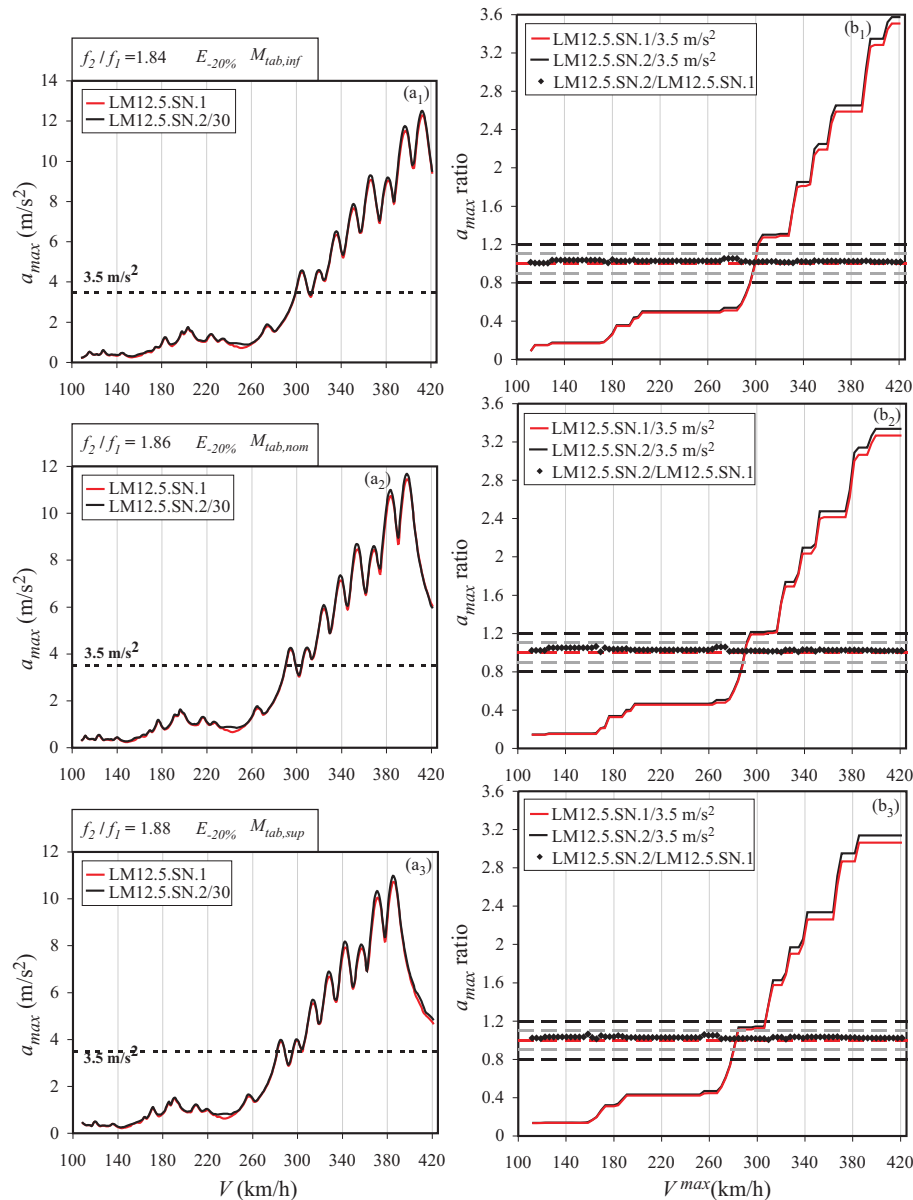


Figura II.10. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=12.5$ m, módulo elástico del hormigón $E_{-20\%}$ y sin neoprenos

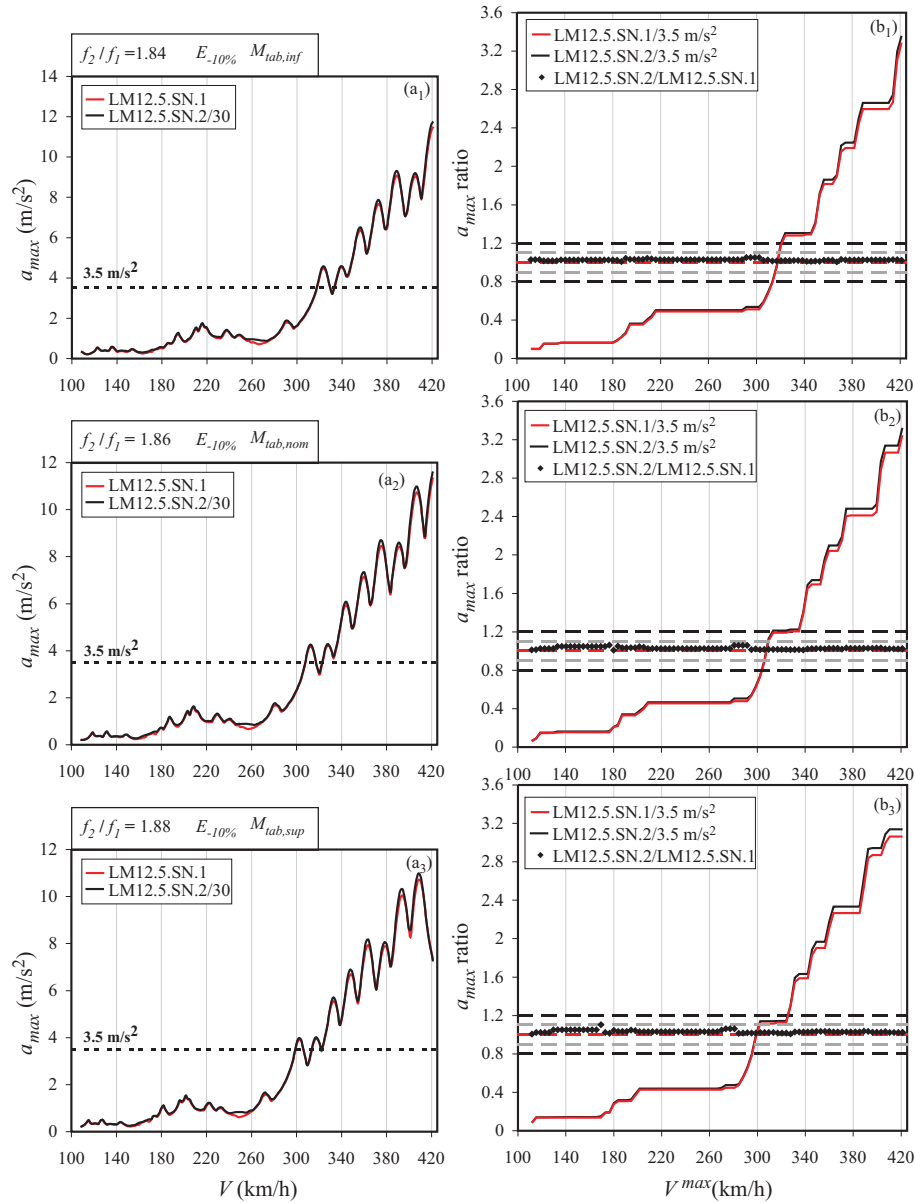


Figura II.11. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=12.5 \text{ m}$, módulo elástico del hormigón $E_{-10\%}$ y sin neoprenos

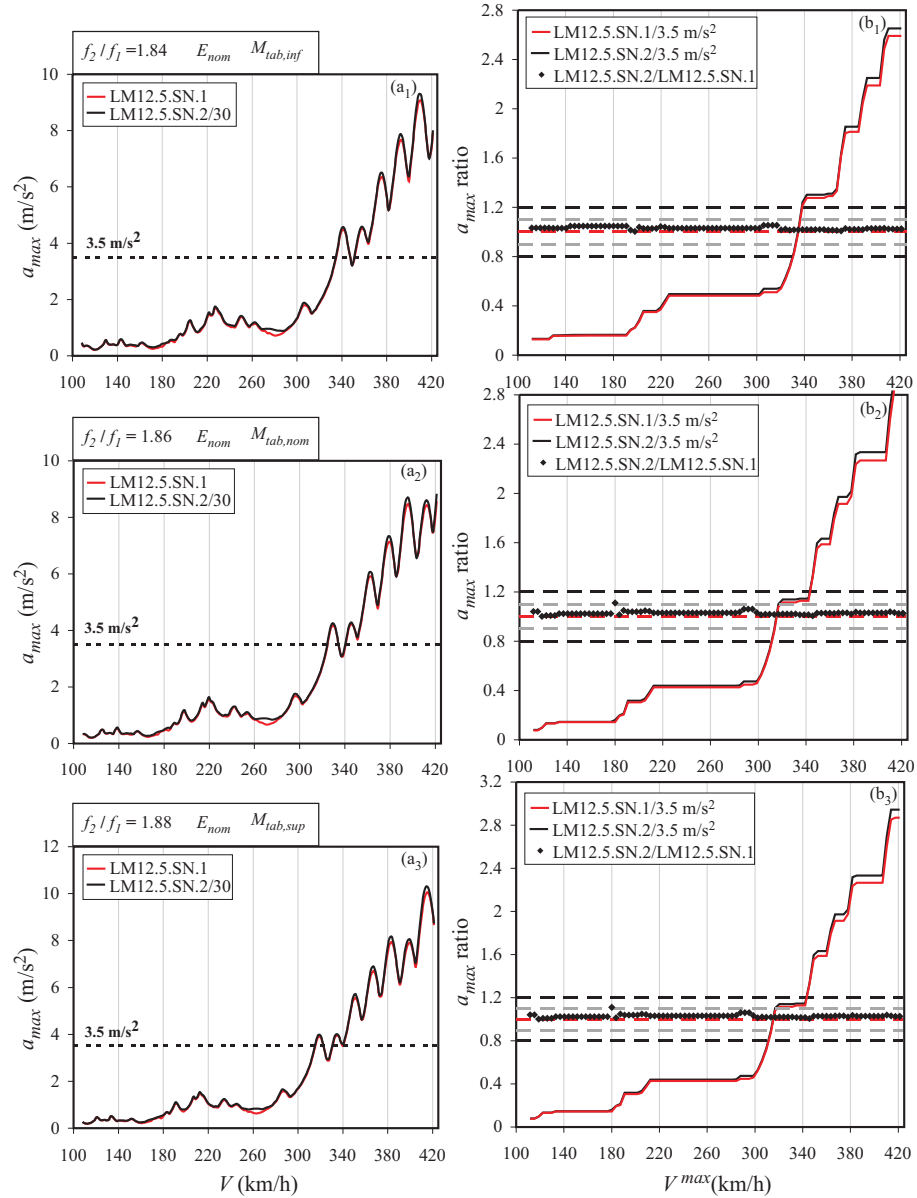


Figura II.12. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=12.5$ m, módulo elástico del hormigón E_{nom} y sin neoprenos

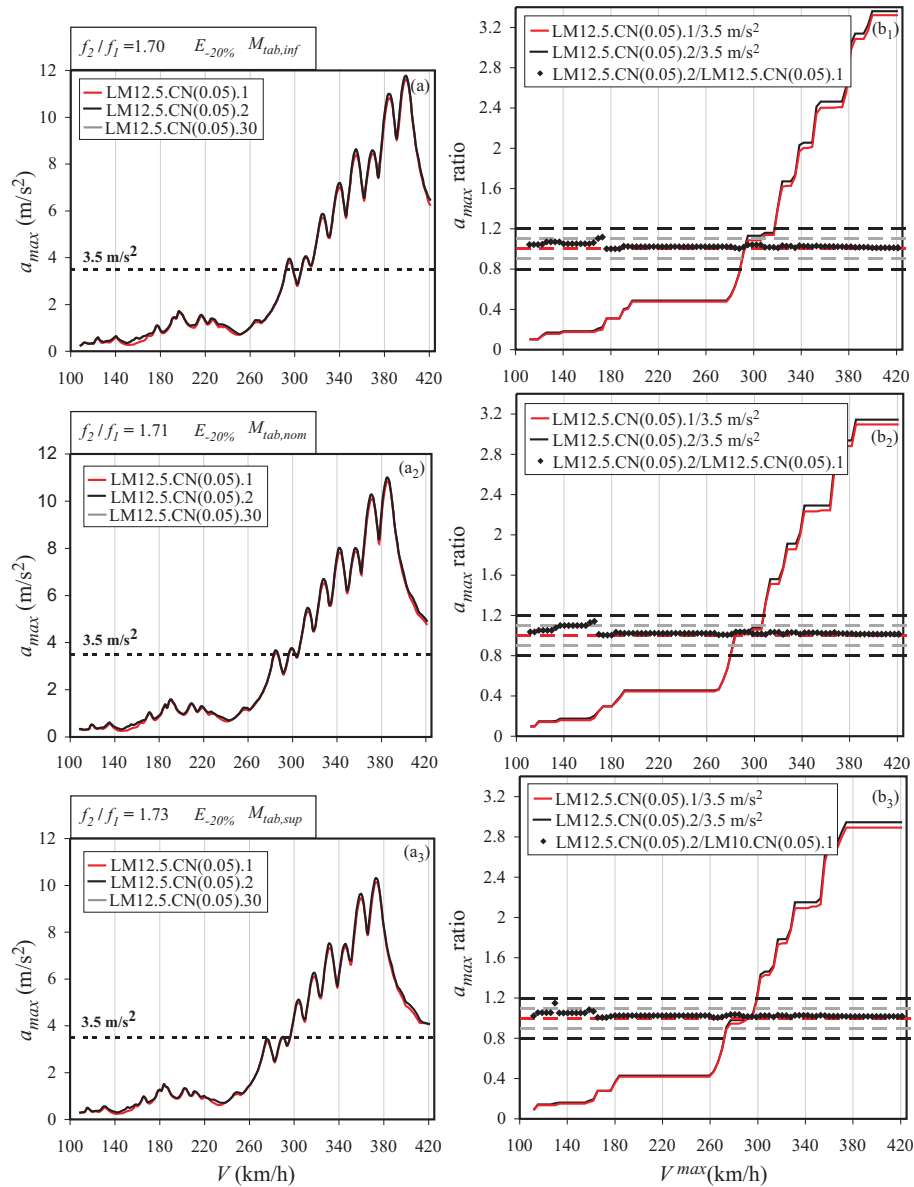


Figura II.13. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=12.5$ m, módulo elástico del hormigón $E_{-20\%}$ y $\kappa_{din} = 0.05$

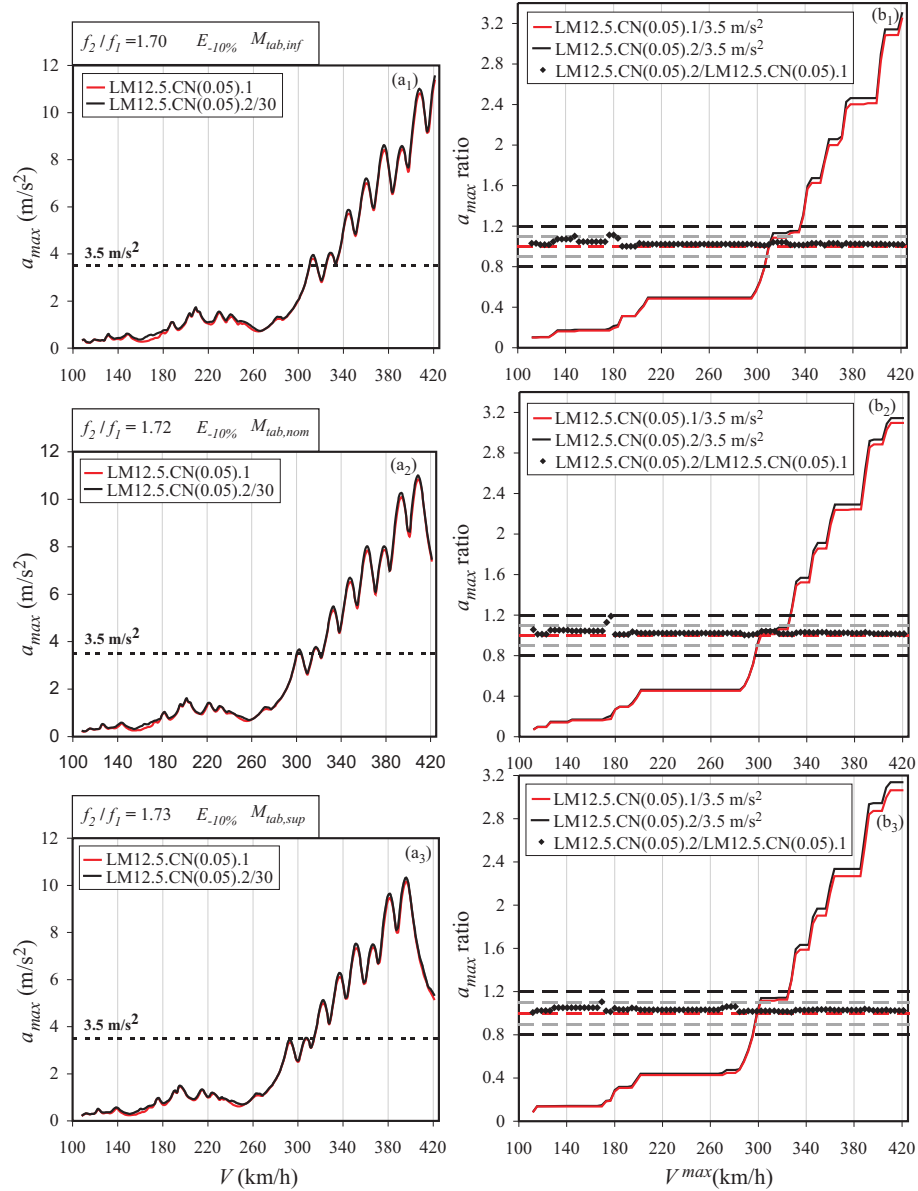


Figura II.14. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=12.5$ m, módulo elástico del hormigón $E_{-10\%}$ y $\kappa_{din} = 0.05$

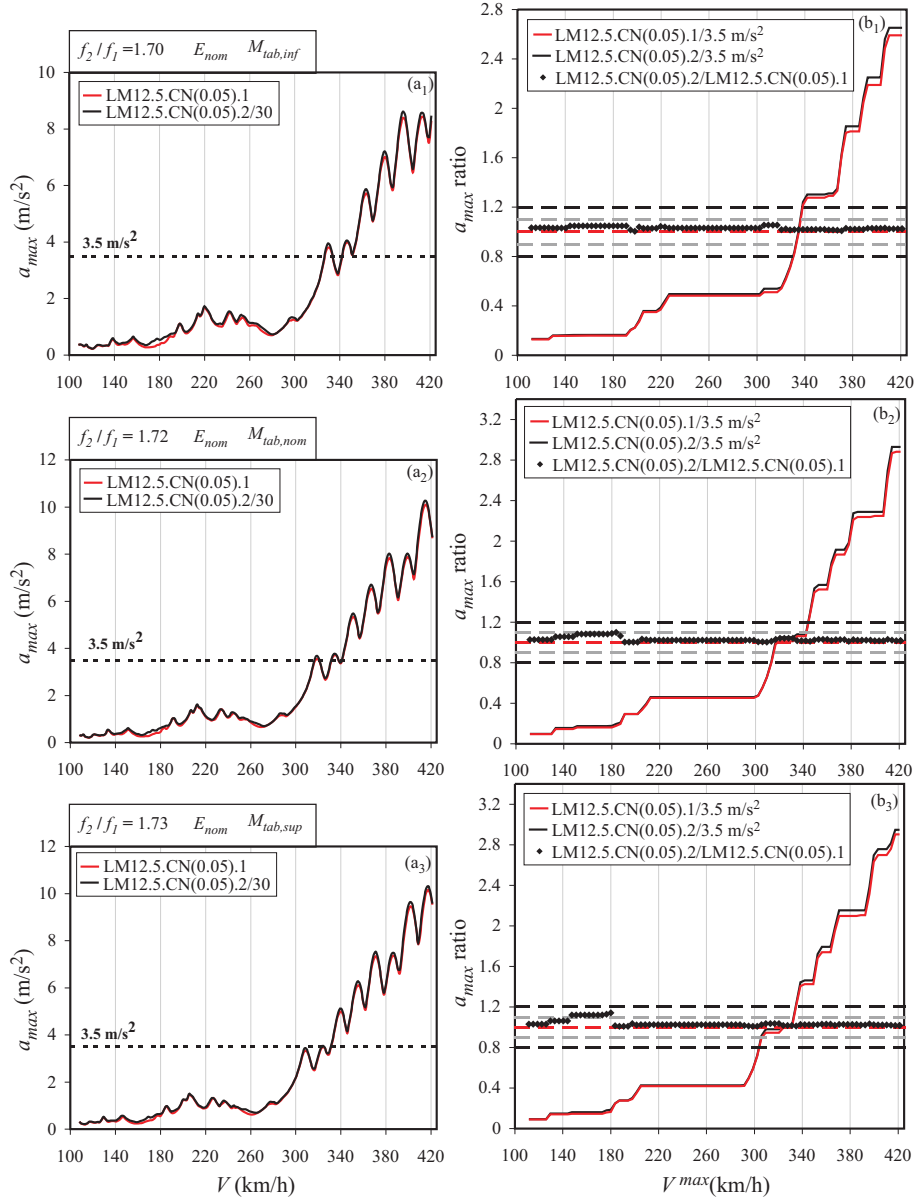


Figura II.15. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=12.5$ m, módulo elástico del hormigón E_{nom} y $\kappa_{din} = 0.05$

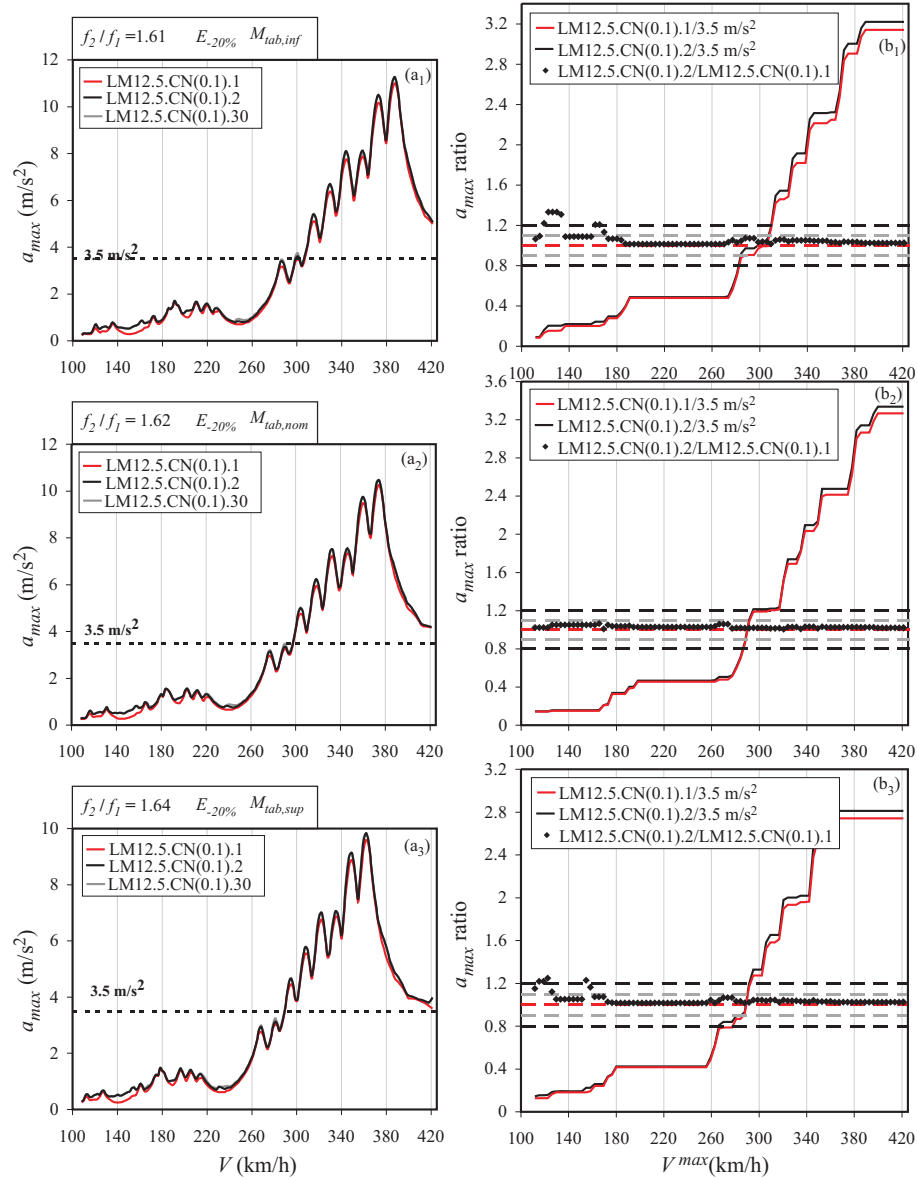


Figura II.16. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=12.5$ m, módulo elástico del hormigón $E_{-20\%}$ y $\kappa_{din} = 0.1$

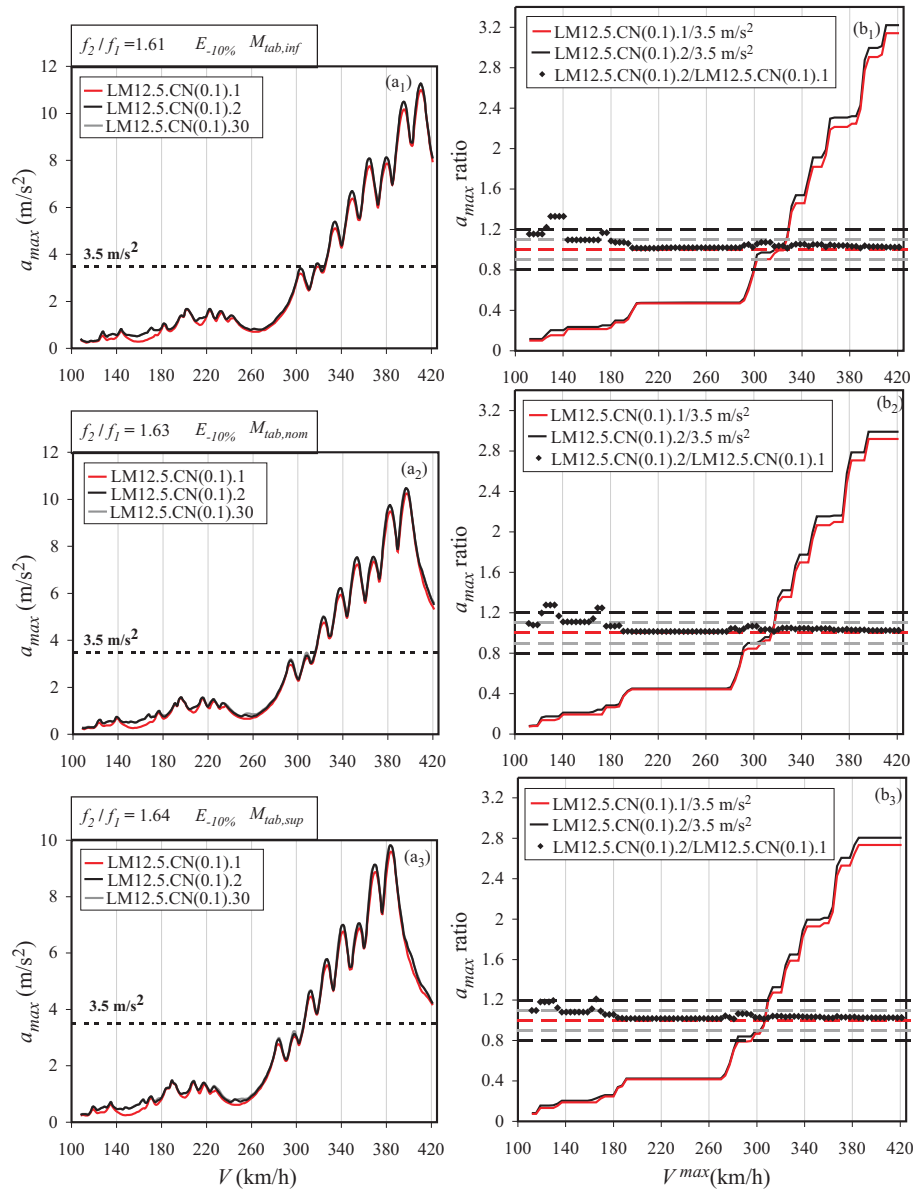


Figura II.17. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=12.5$ m, módulo elástico del hormigón $E_{-10\%}$ y $\kappa_{din} = 0.1$

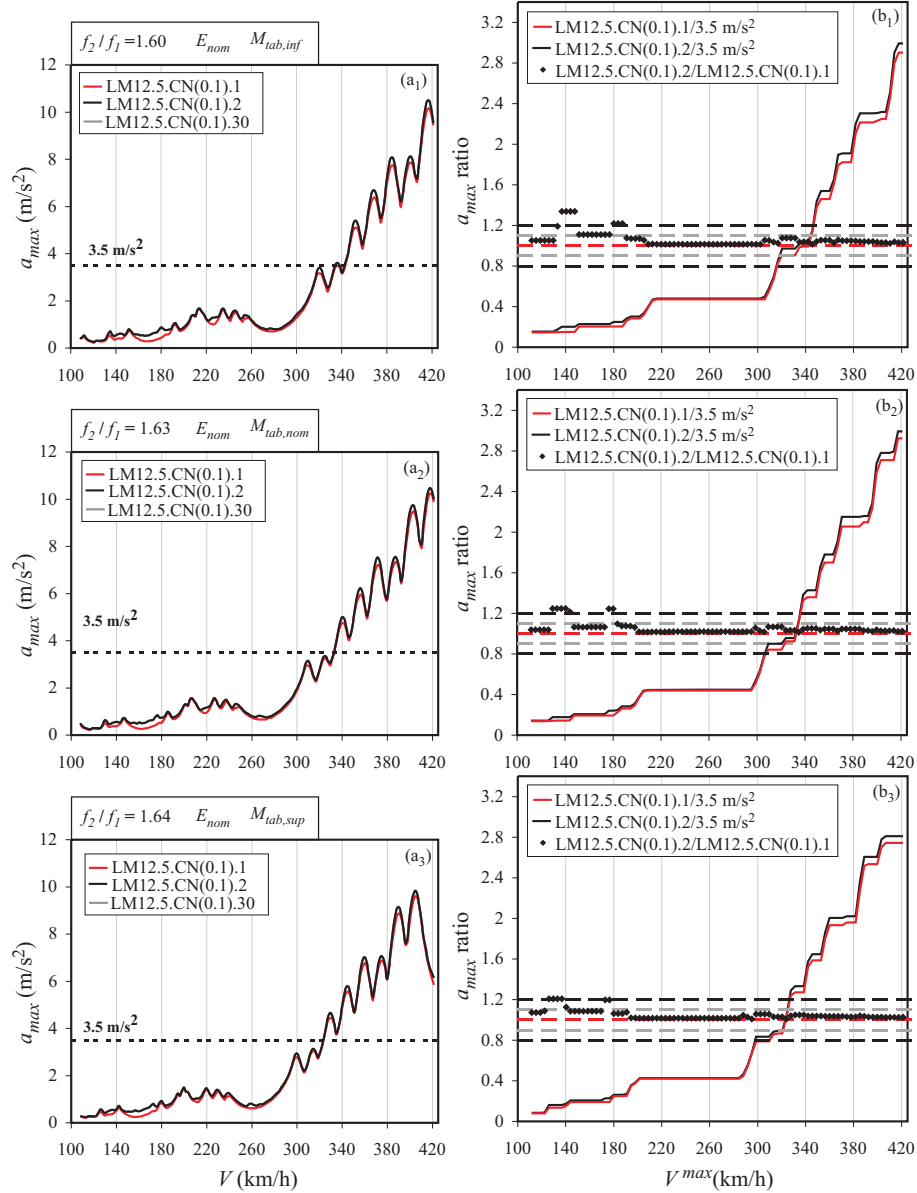


Figura II.18. Aceleraciones máximas de los tableros de tipología de losa maciza de $L=12.5$ m, módulo elástico del hormigón E_{nom} y $\kappa_{din} = 0.1$

II.3. RESULTADOS PUENTES DE VIGAS

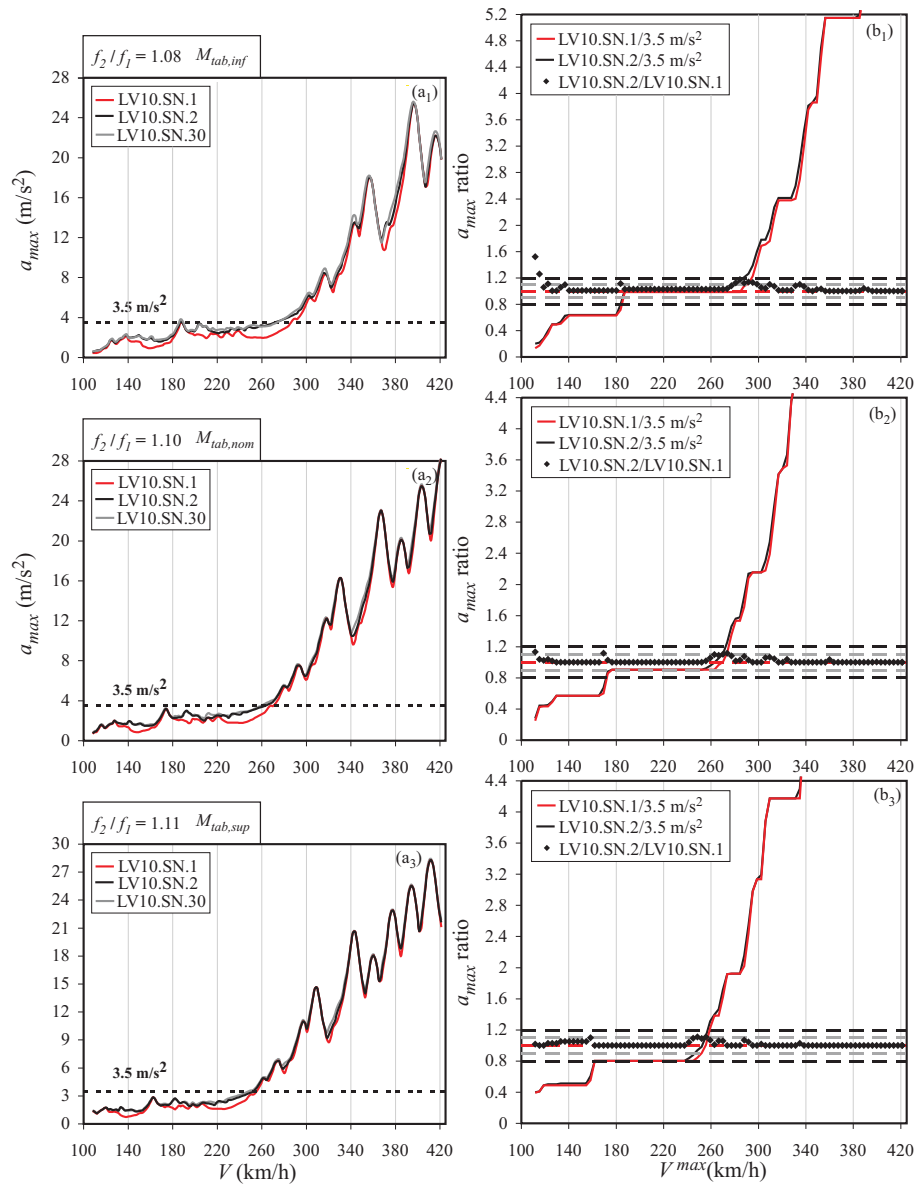


Figura II.19. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=10$ m y sin neoprenos

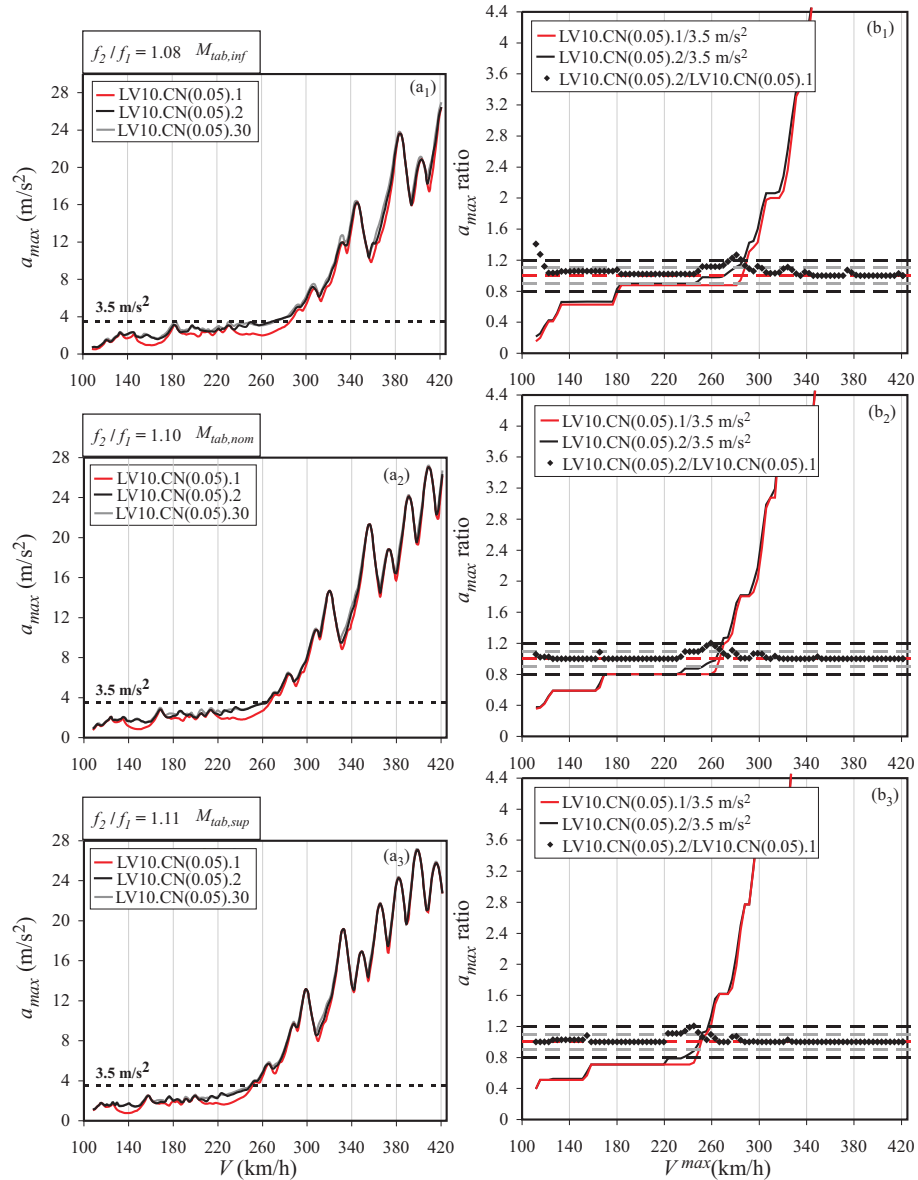


Figura II.20. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=10$ m y $\kappa_{din} = 0.05$

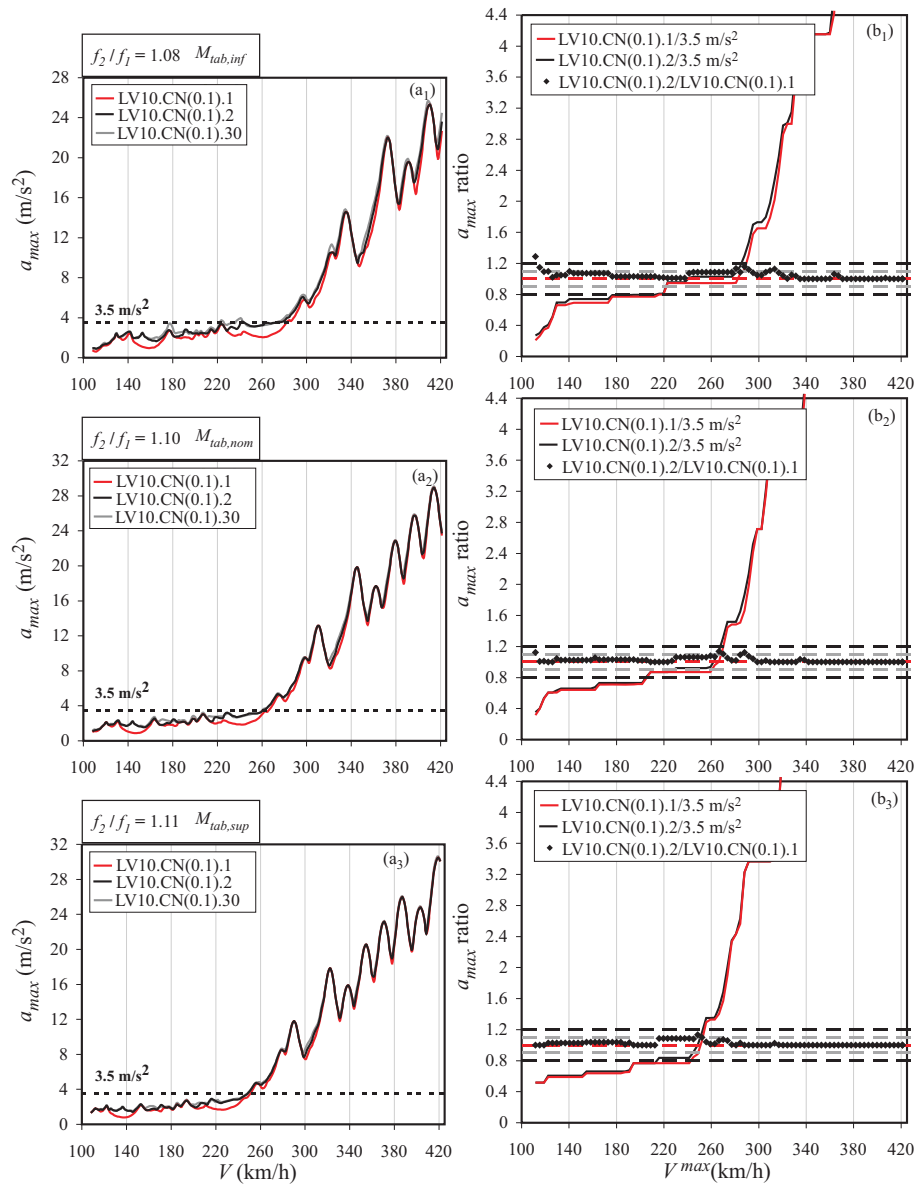


Figura II.21. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=10$ m y $\kappa_{din} = 0.1$

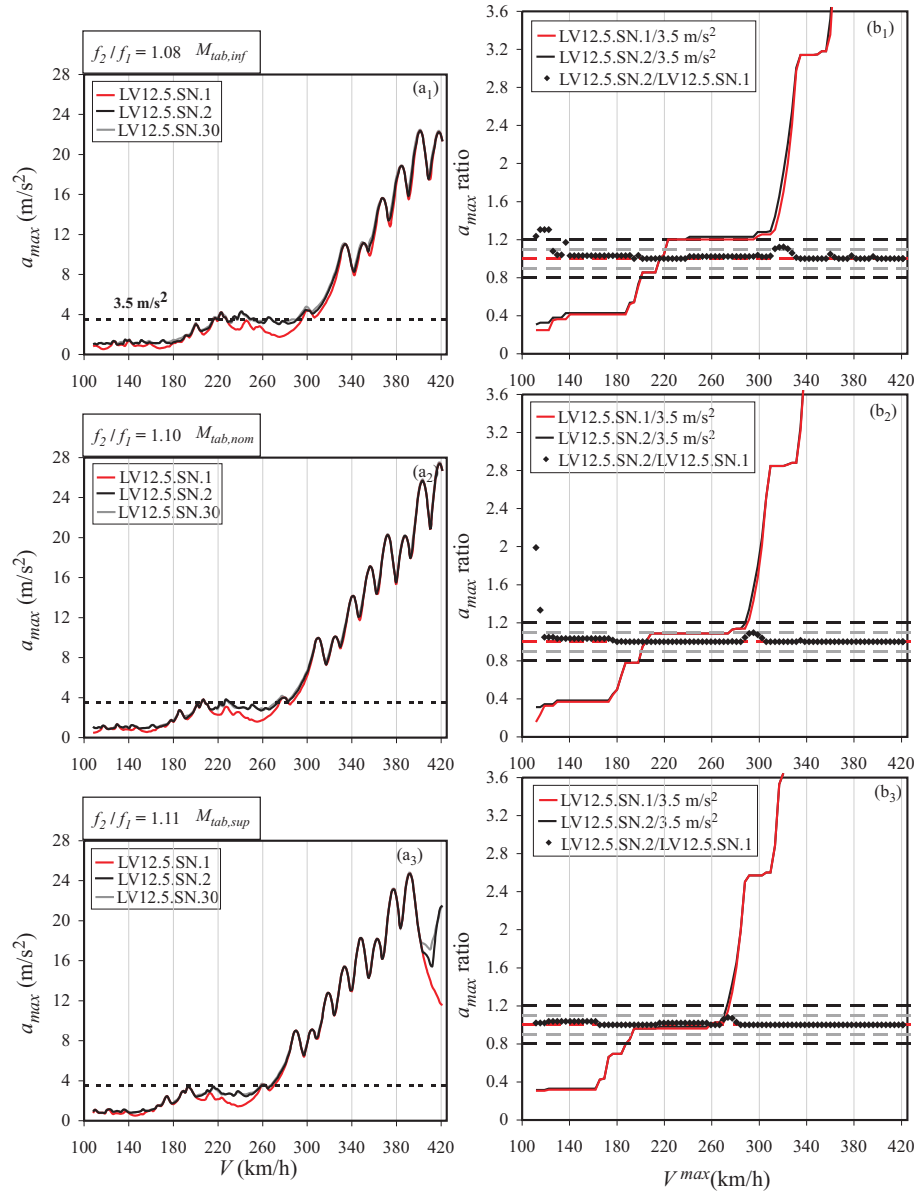


Figura II.22. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=12.5$ m y sin neoprenos

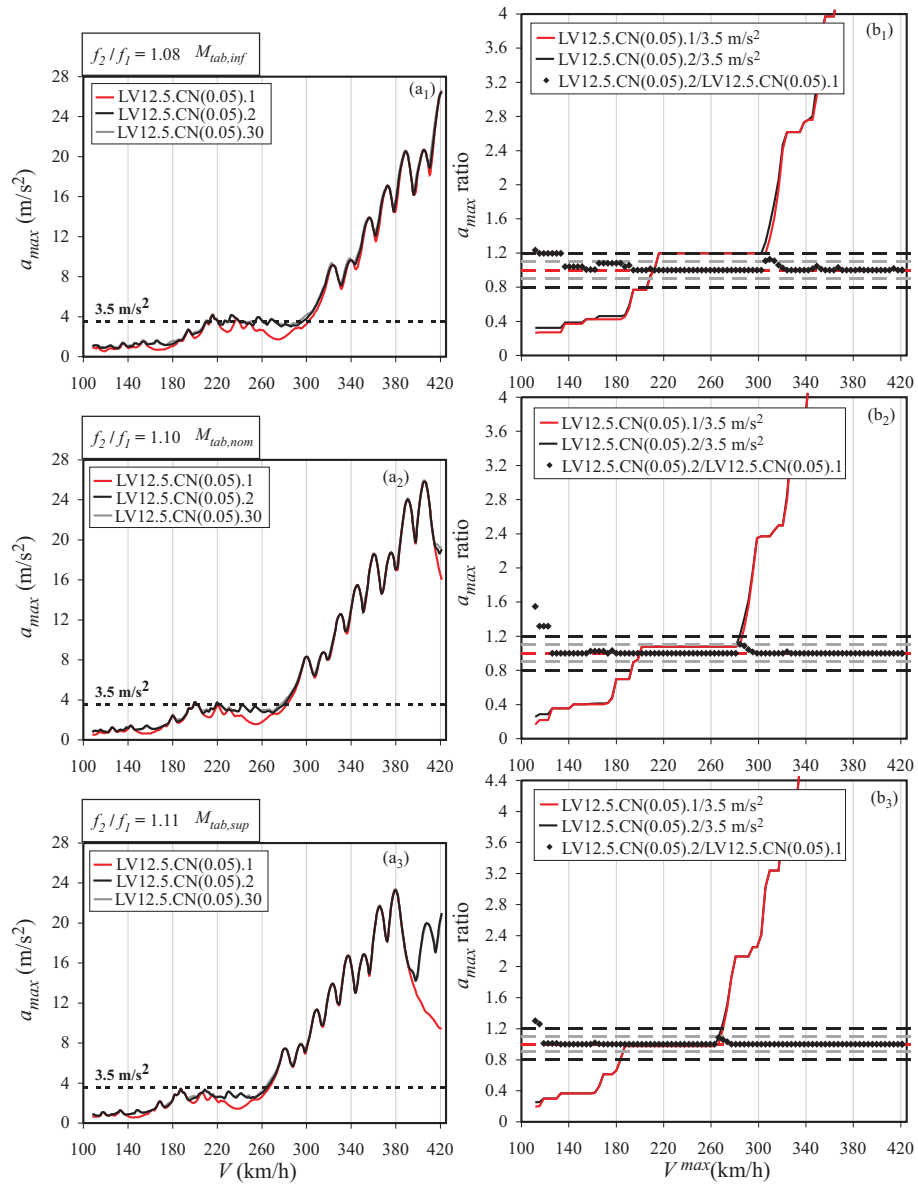


Figura II.23. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=12.5$ m y $\kappa_{din} = 0.05$

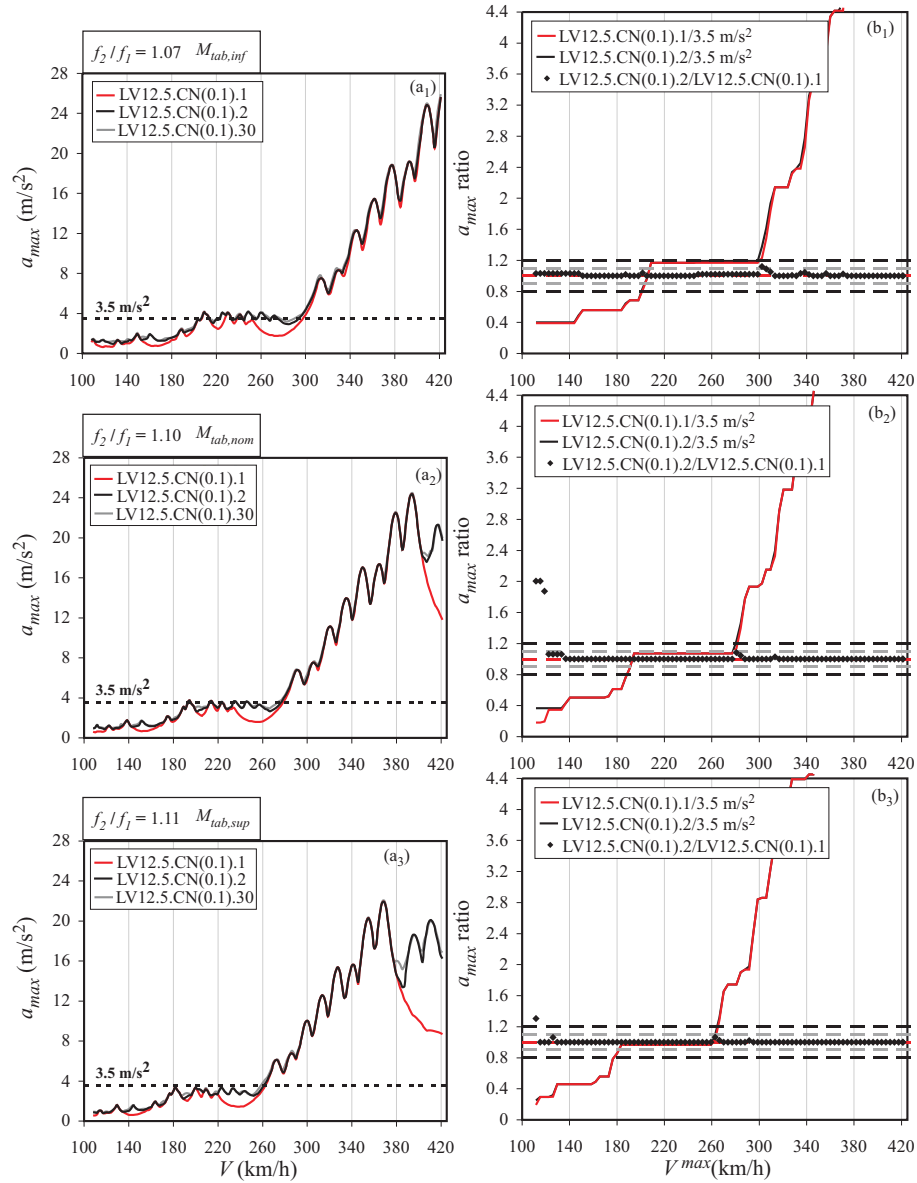


Figura II.24. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=12.5$ m y $\kappa_{din} = 0.1$

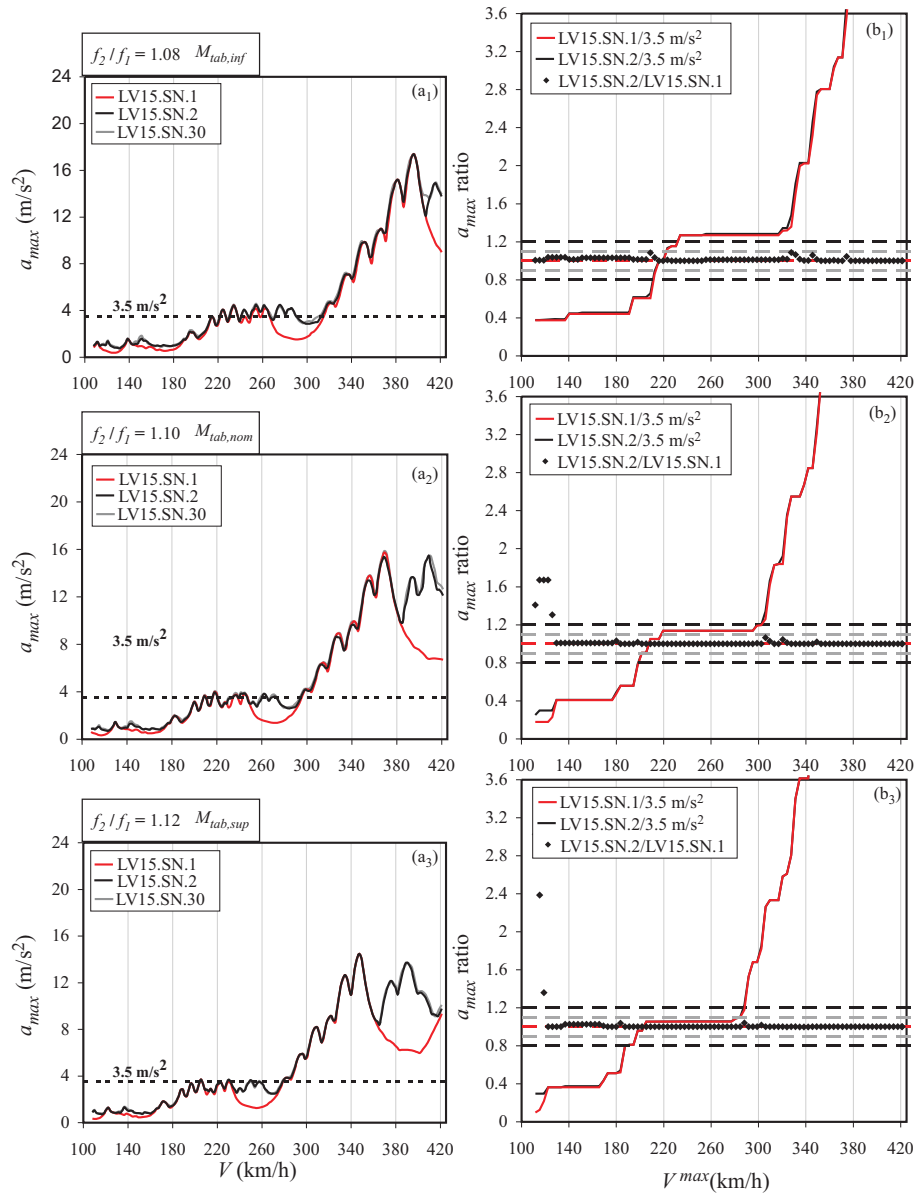


Figura II.25. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=15$ m y sin neoprenos

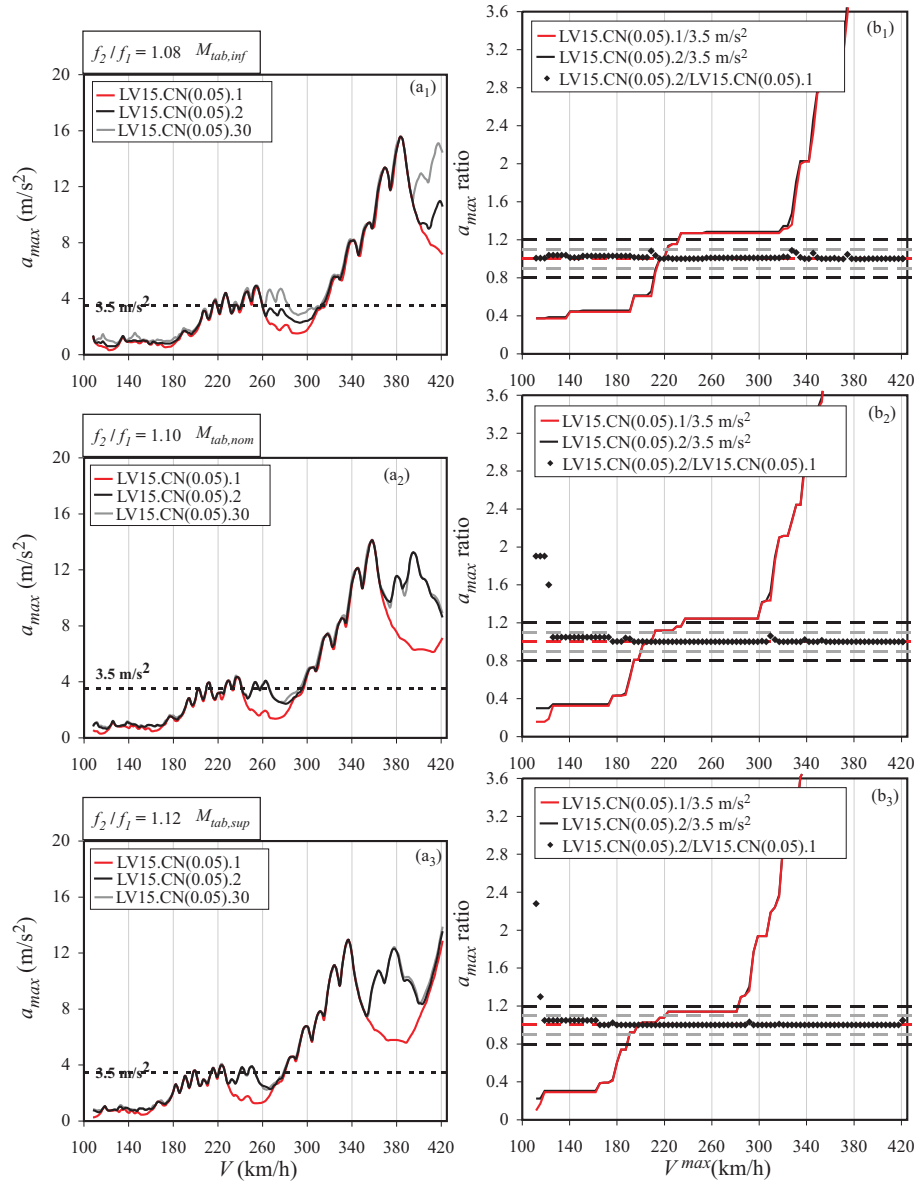


Figura II.26. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=15$ m $\kappa_{din} = 0.05$

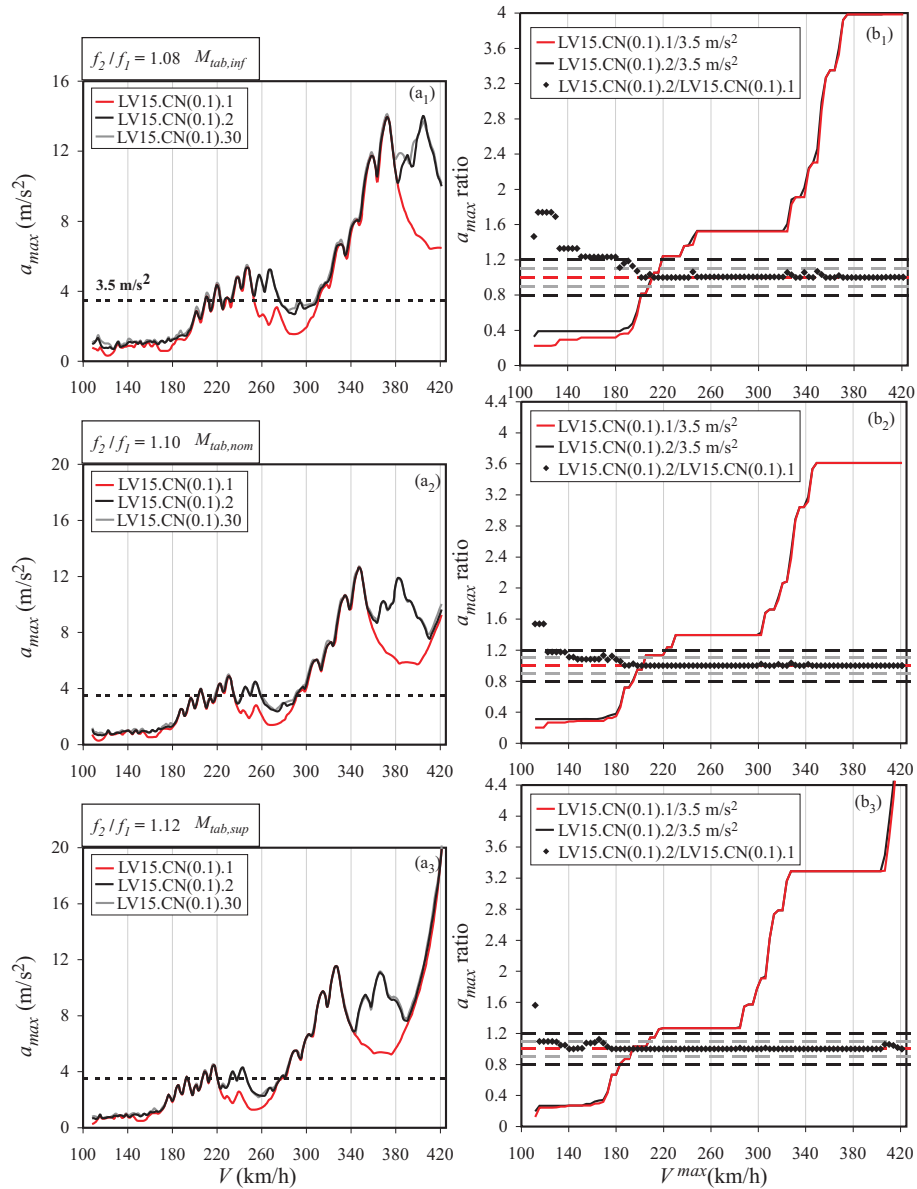


Figura II.27. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=15$ m $\kappa_{din} = 0.1$

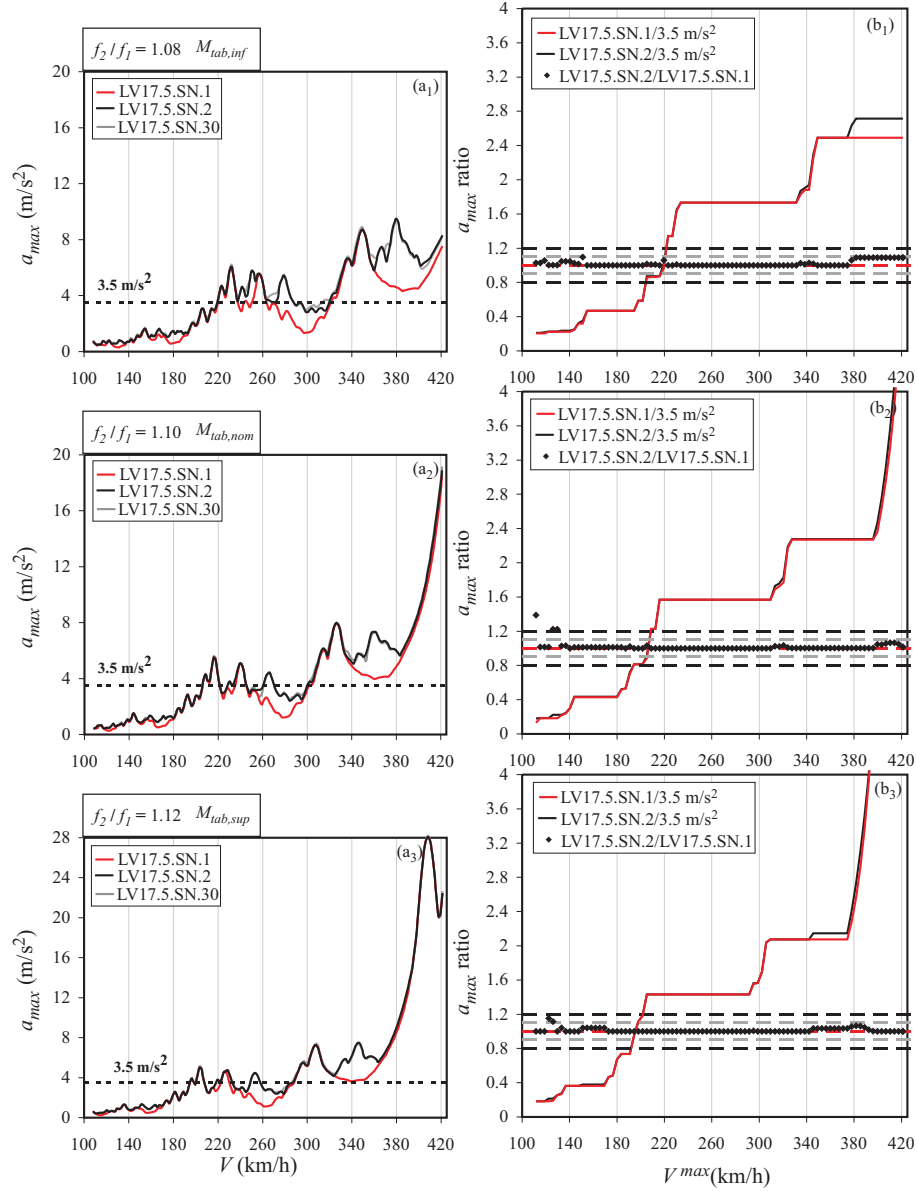


Figura II.28. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=17.5$ m, sin neoprenos

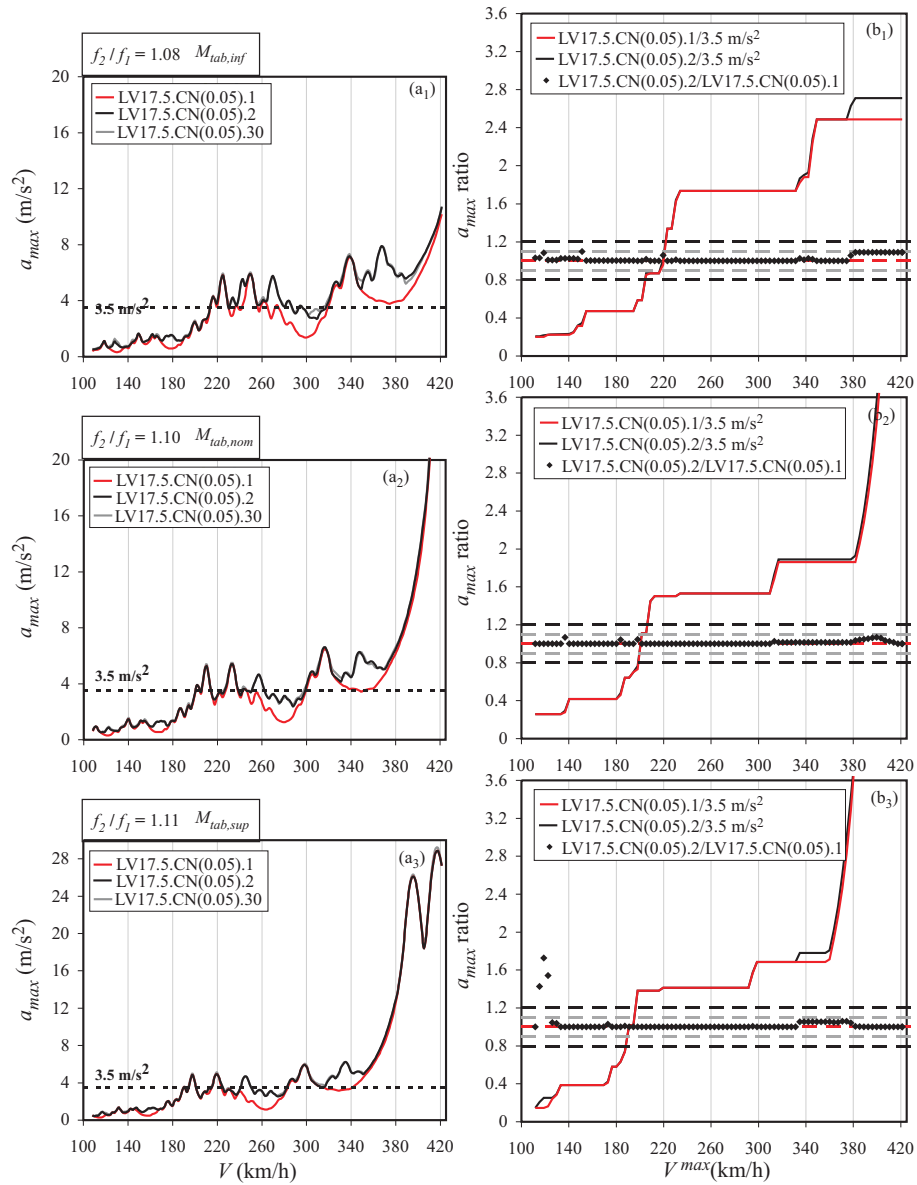


Figura II.29. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=17.5$ m, $\kappa_{din} = 0.05$

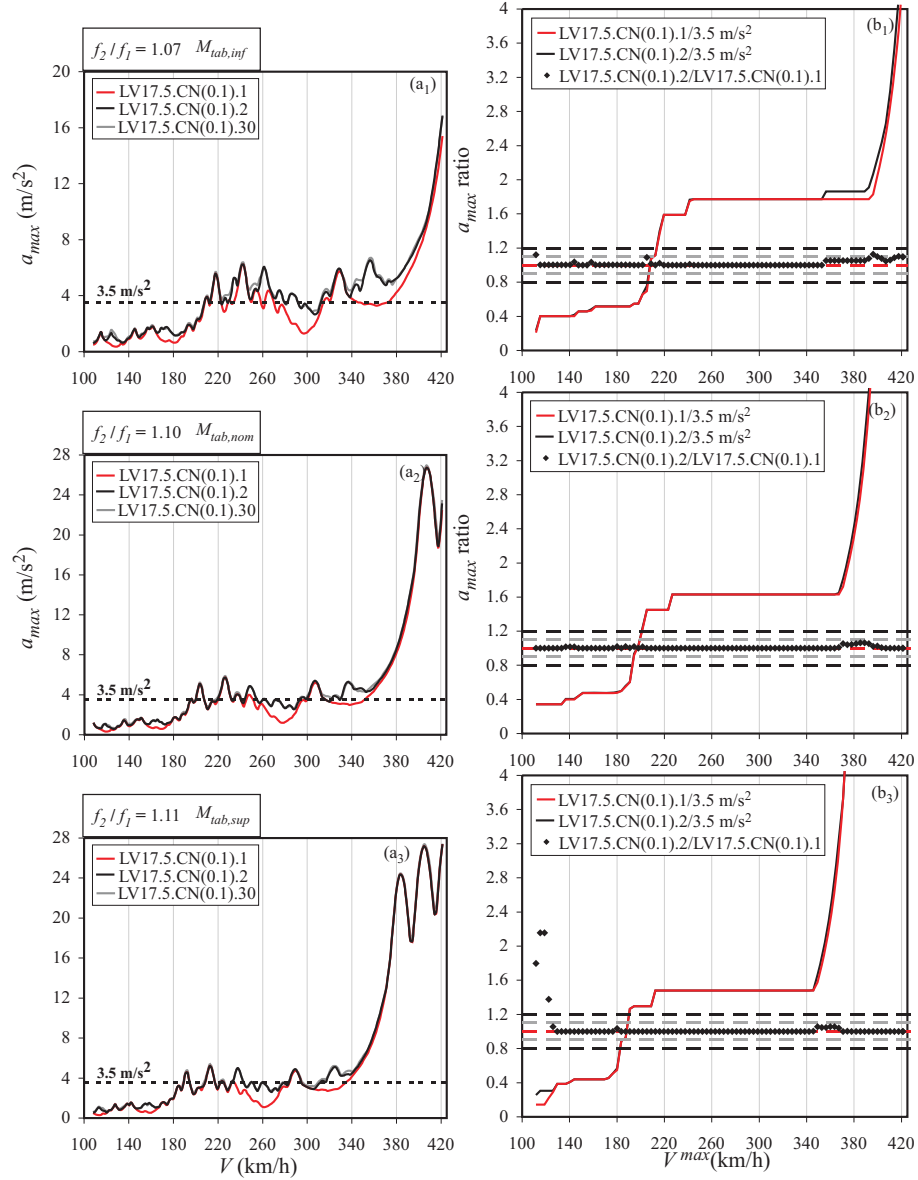


Figura II.30. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=17.5$ m, $\kappa_{din} = 0.1$

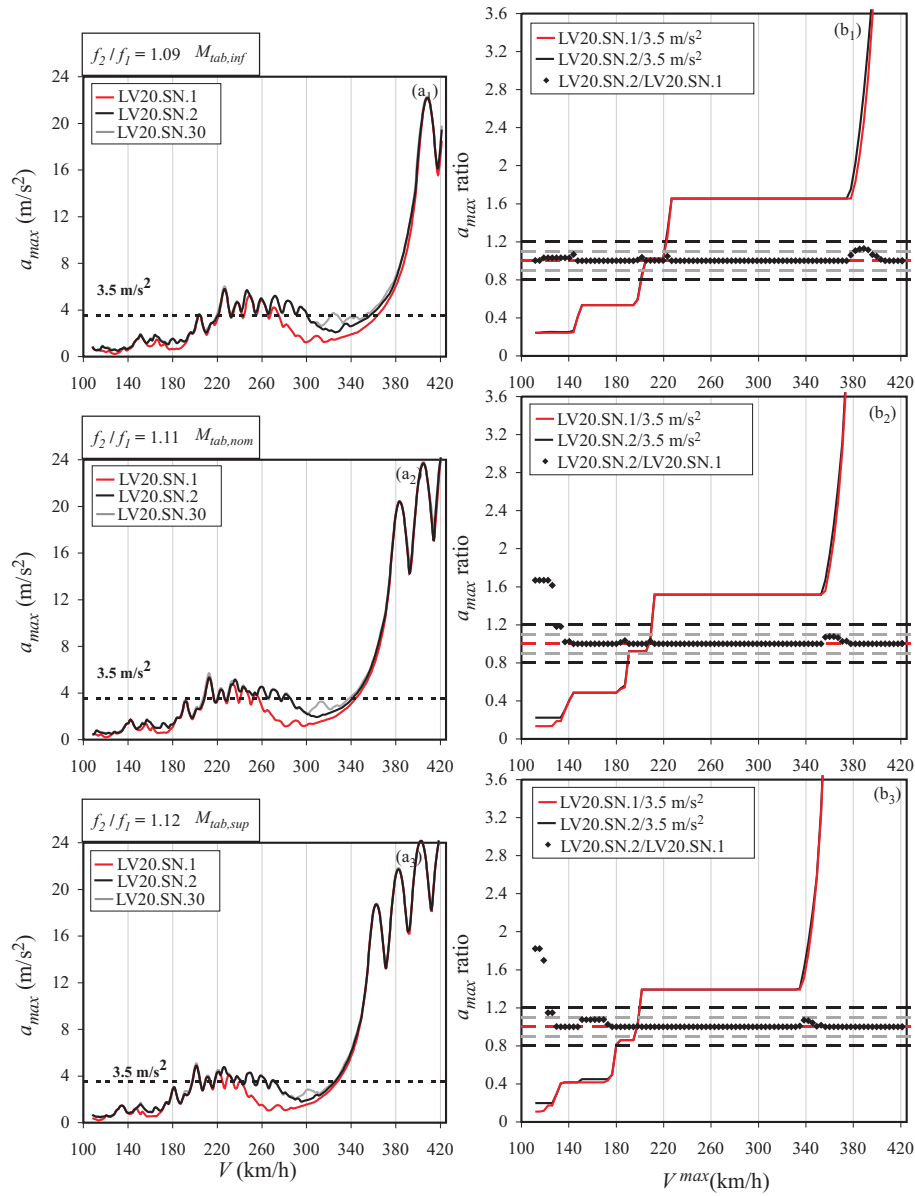


Figura II.31. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=20$ m y sin neoprenos

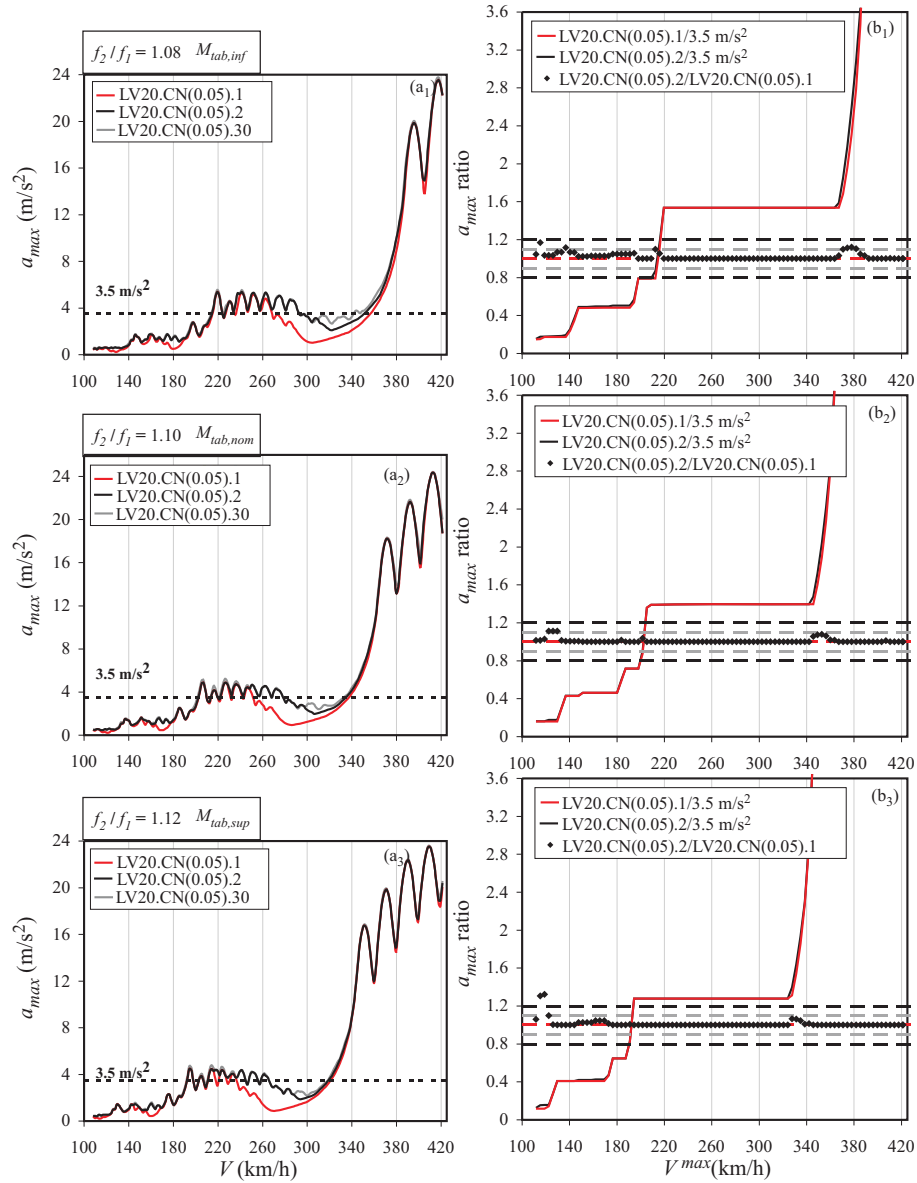


Figura II.32. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=20$ m $\kappa_{din} = 0.05$

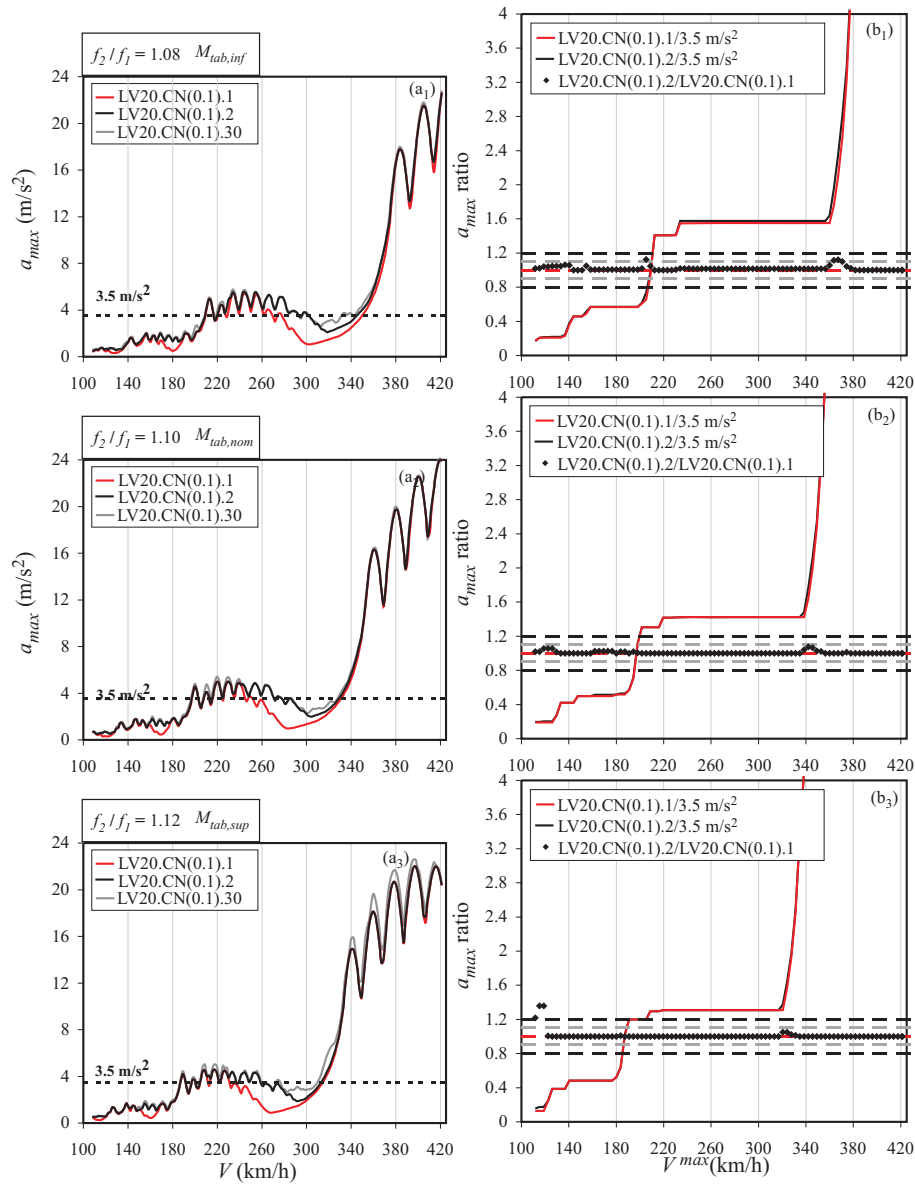


Figura II.33. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=20 \text{ m}$ $\kappa_{din} = 0.1$

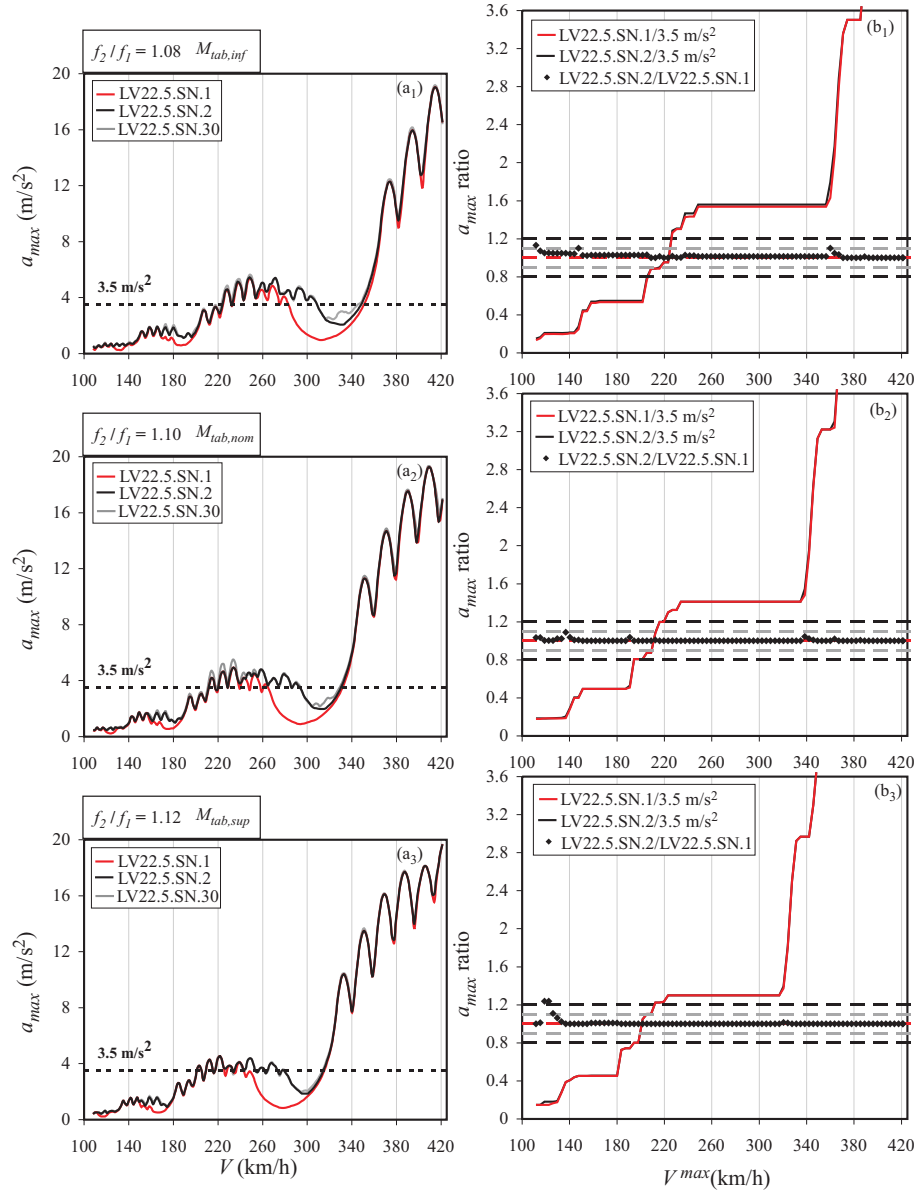


Figura II.34. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=22.5$ m, sin neoprenos

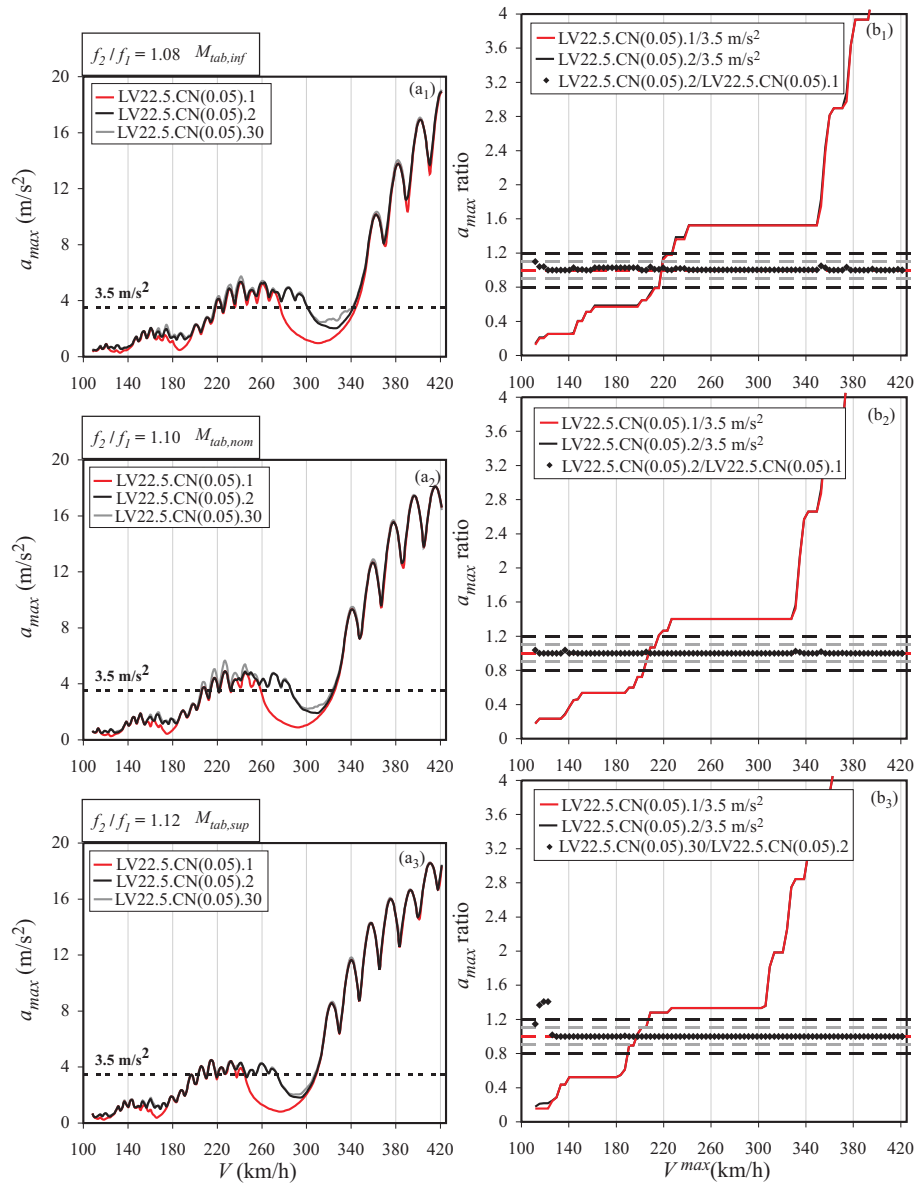


Figura II.35. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=22.5 \text{ m}$ $\kappa_{din} = 0.05$

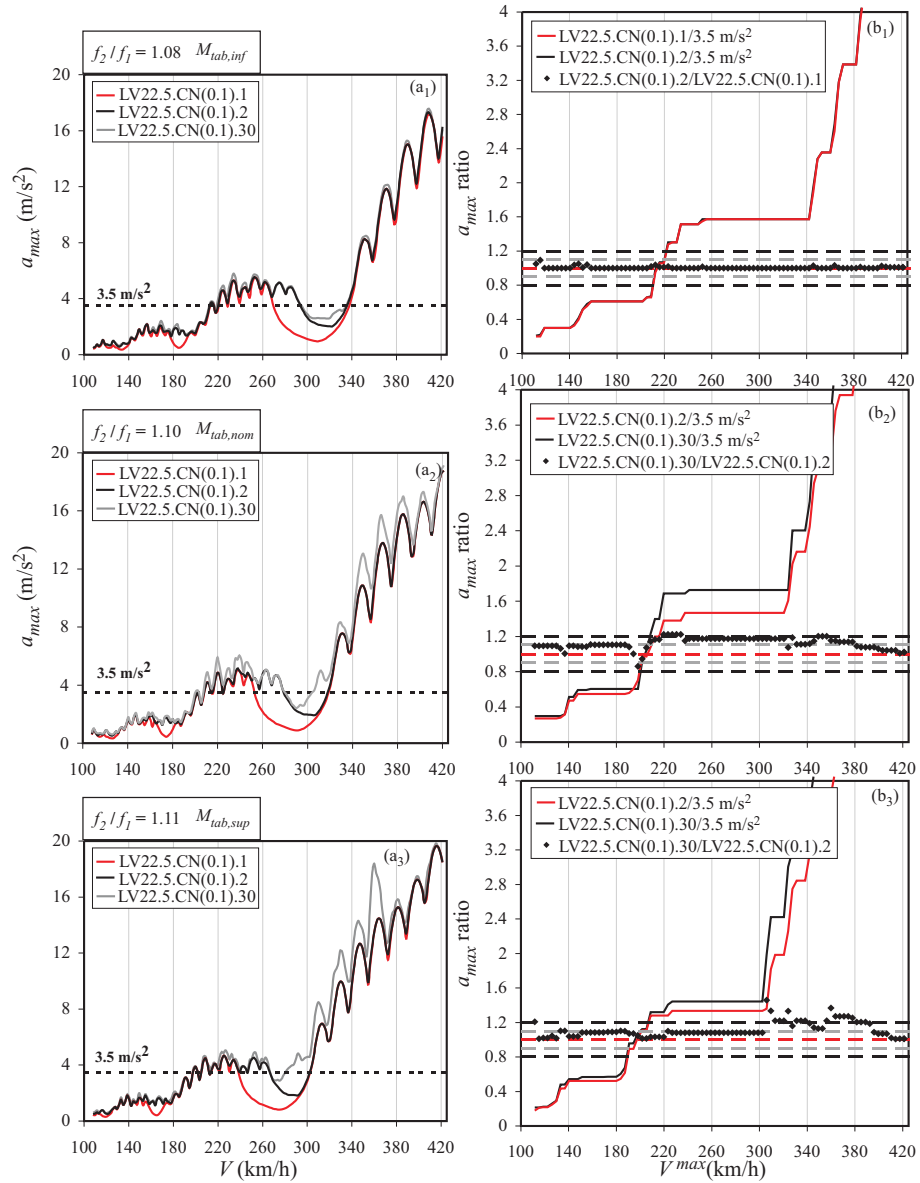


Figura II.36. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=22.5$ m $\kappa_{din} = 0.1$

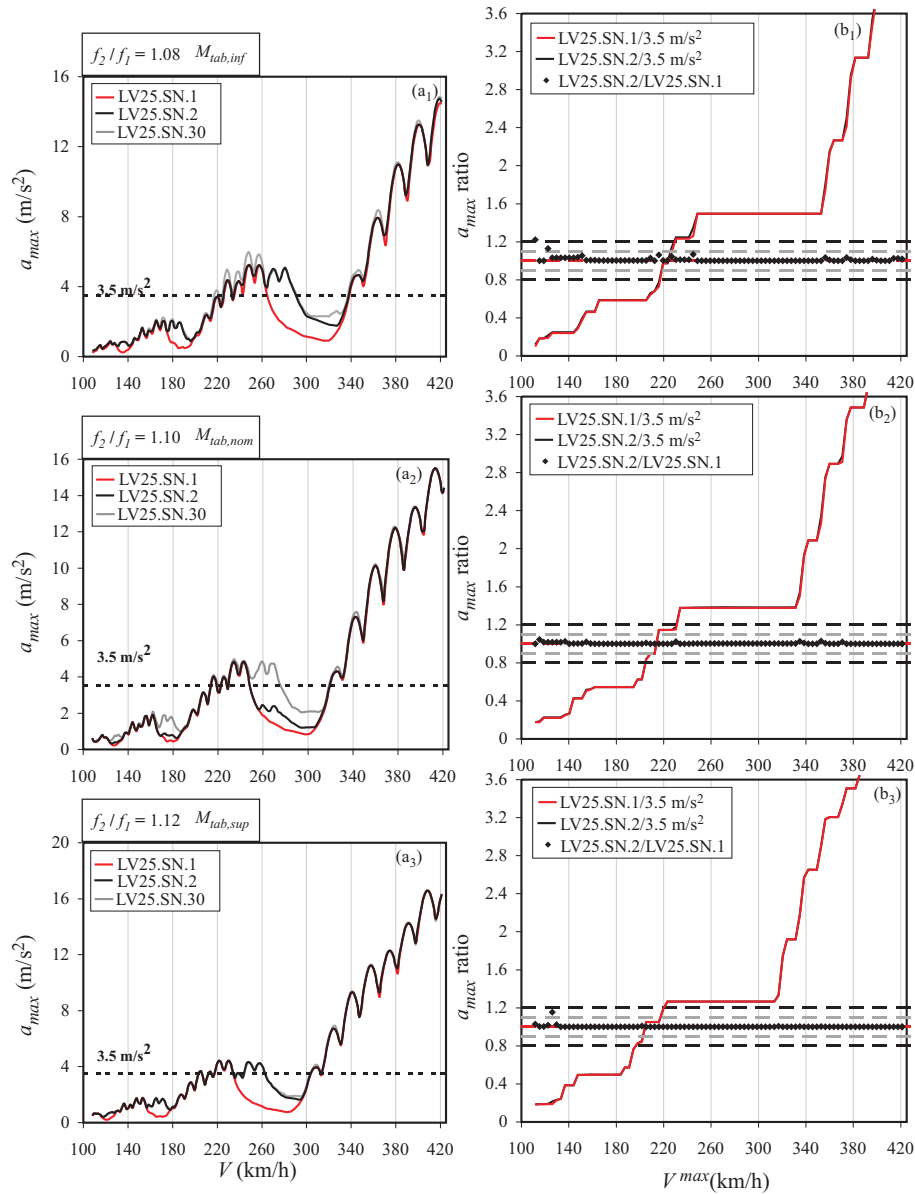


Figura II.37. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=25$ m y sin neoprenos

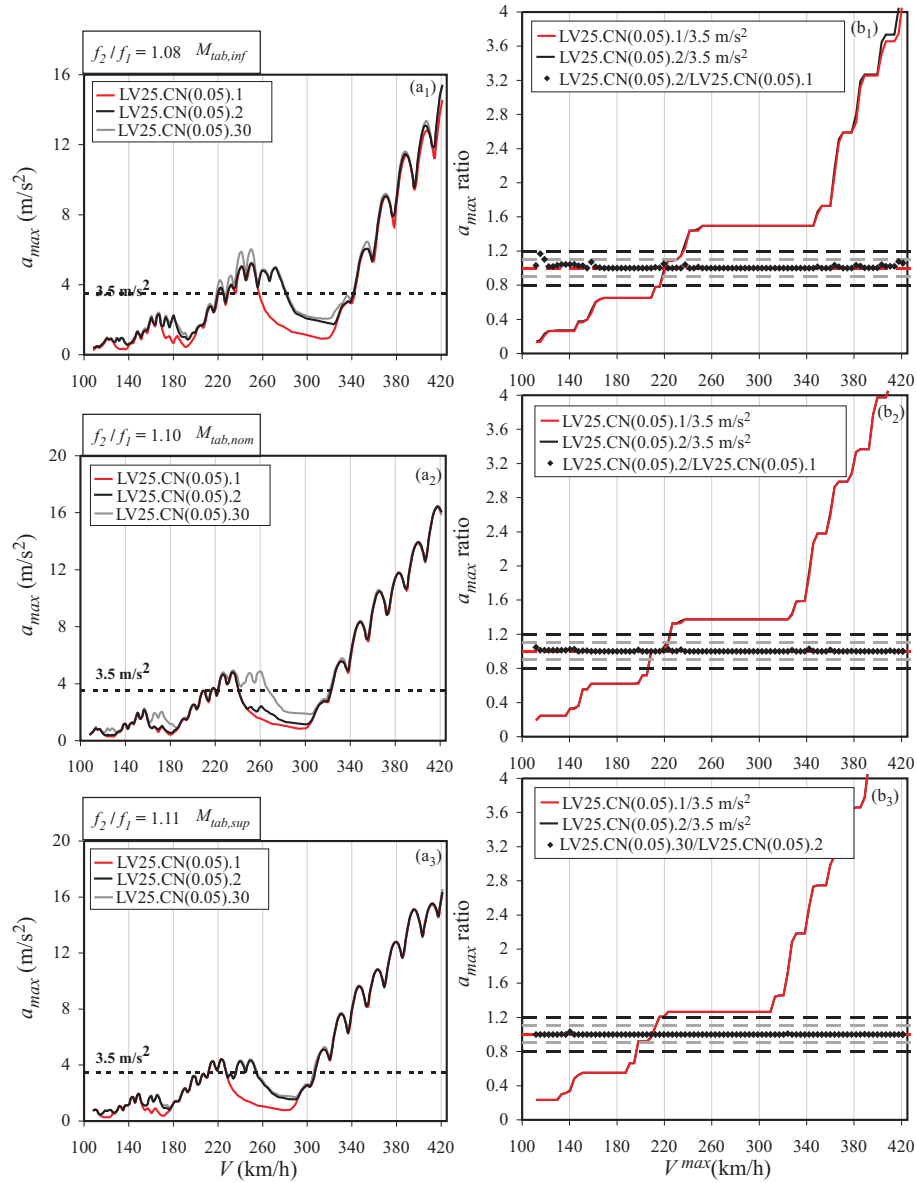


Figura II.38. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=25$ m $\kappa_{din} = 0.05$

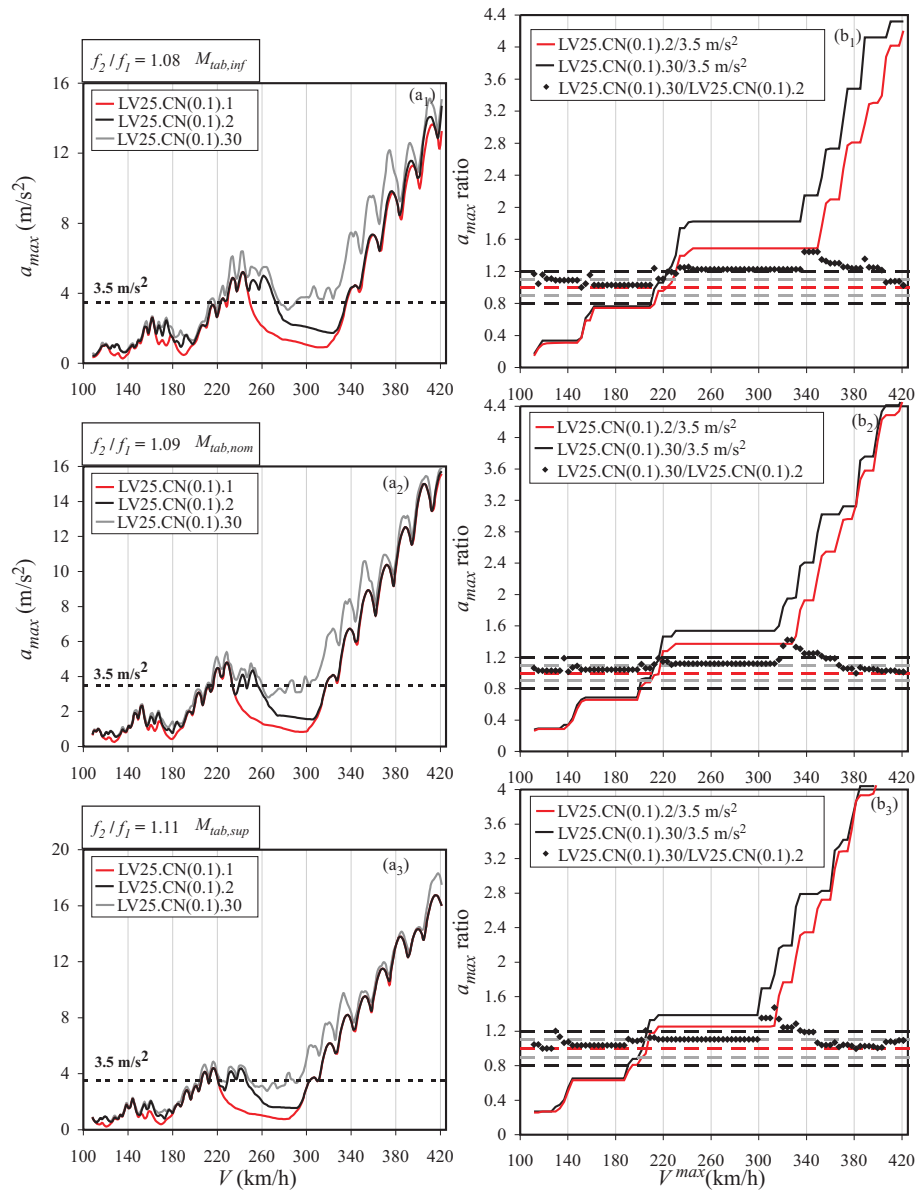


Figura II.39. Aceleraciones máximas de los puentes de vigas de $L=25$ m $\kappa_{din} = 0.1$

II.4. RESULTADOS LOSAS ALIGERADAS

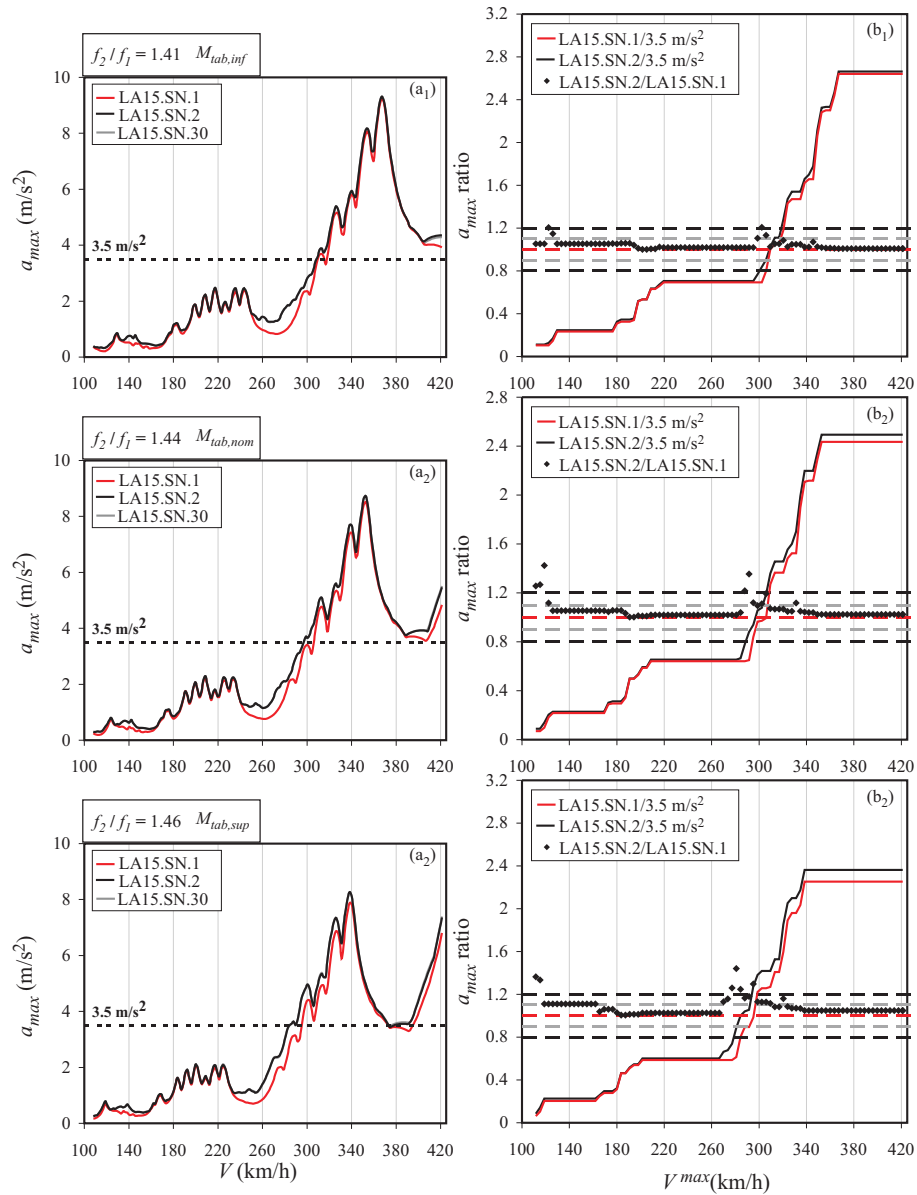


Figura II.40. Aceleraciones máximas de las losas aligeradas de $L=15$ m

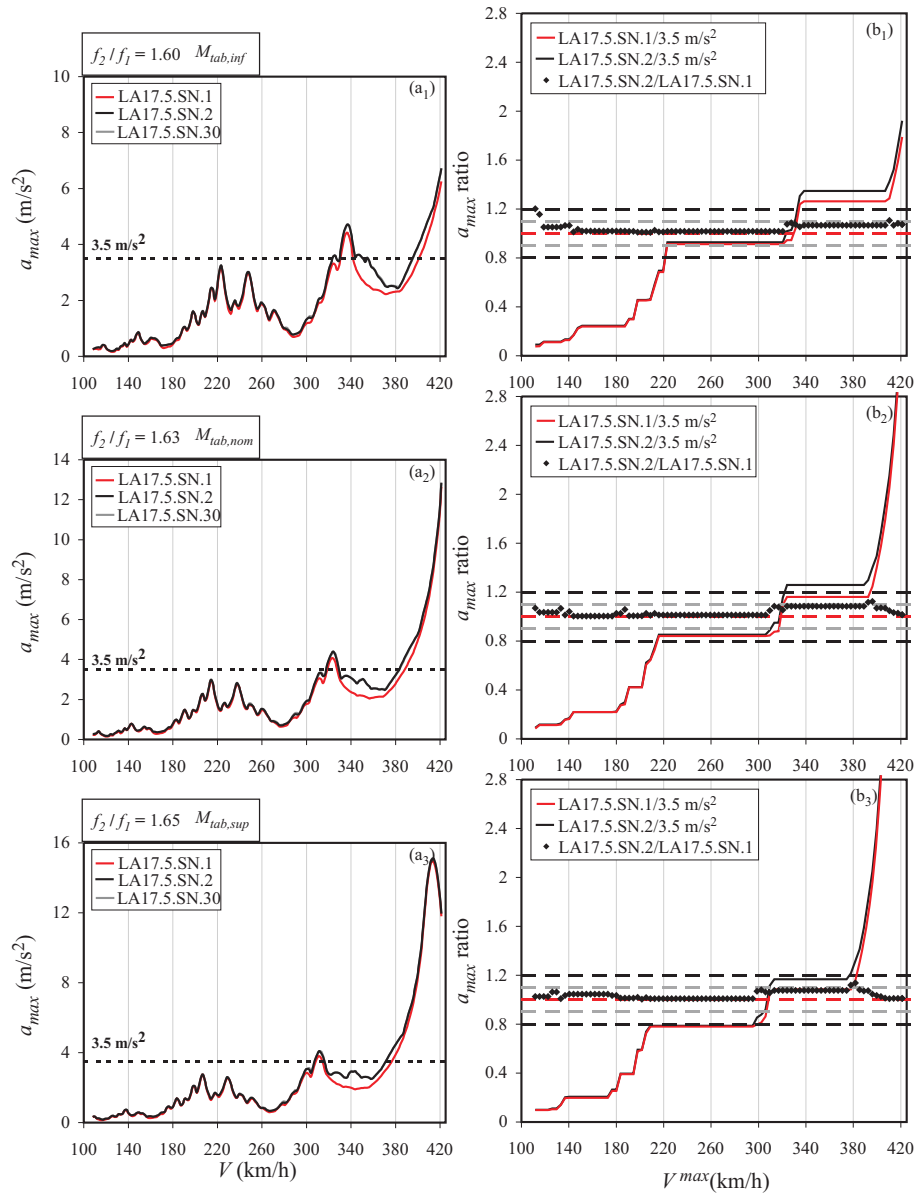


Figura II.41. Aceleraciones máximas de las losas aligeradas de $L=17.5$ m

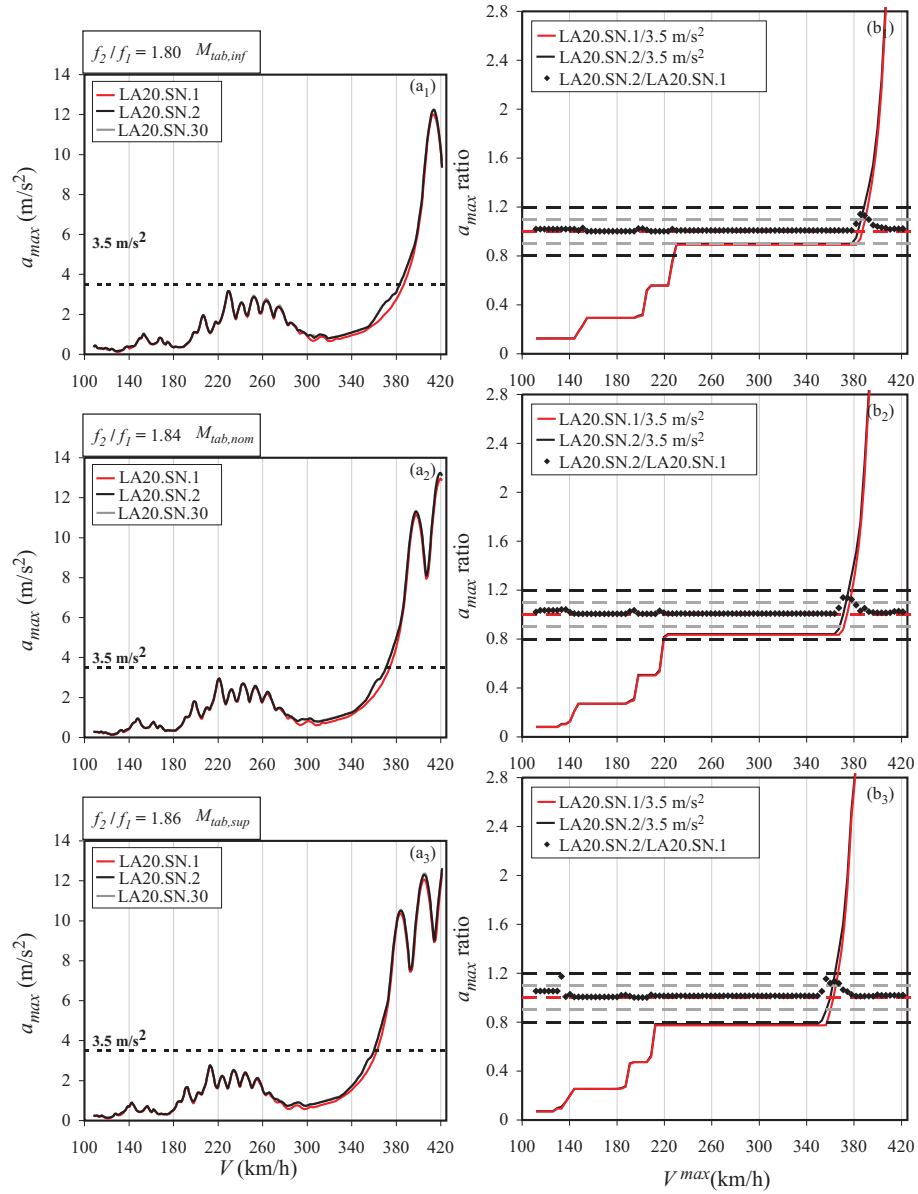


Figura II.42. Aceleraciones máximas de las losas aligeradas de $L=20$ m

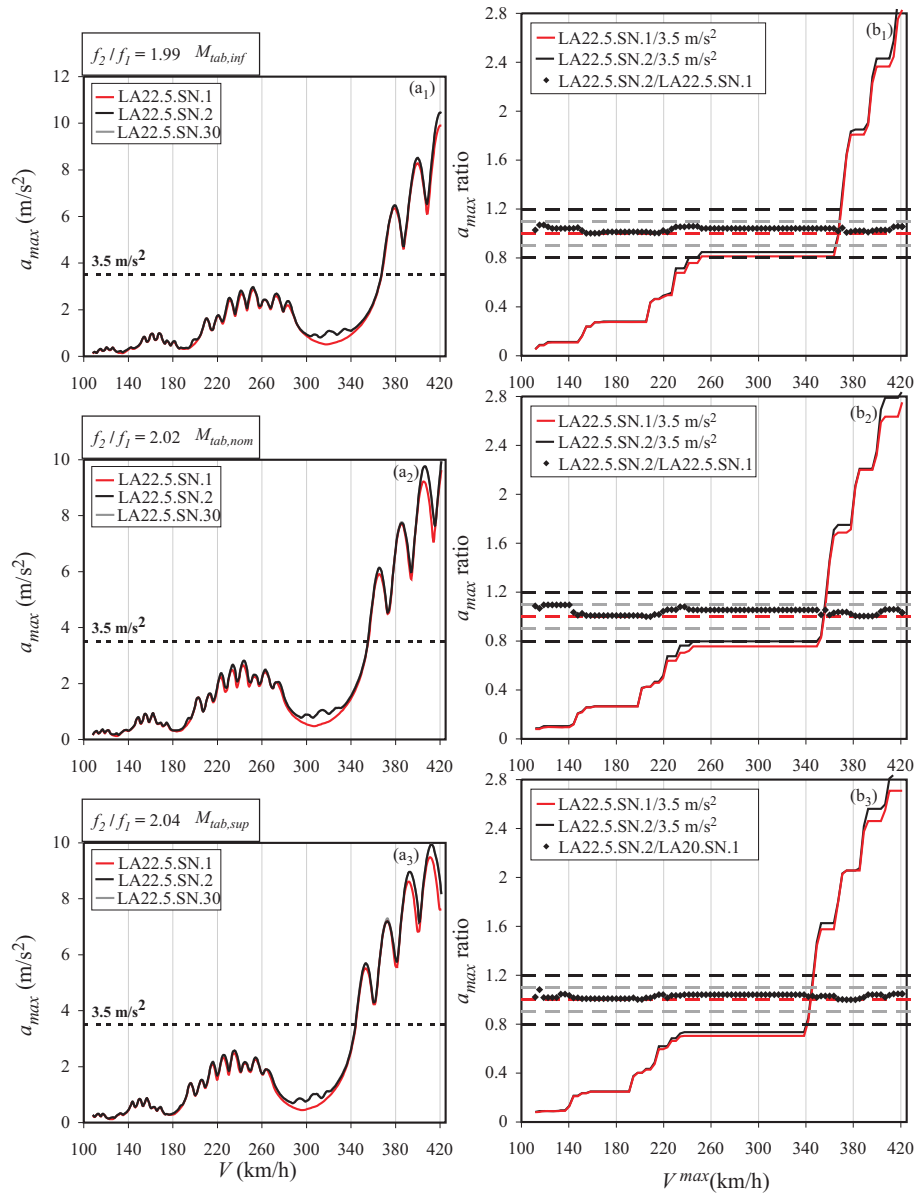


Figura II.43. Aceleraciones máximas de las losas aligeradas de $L=22.5$ m

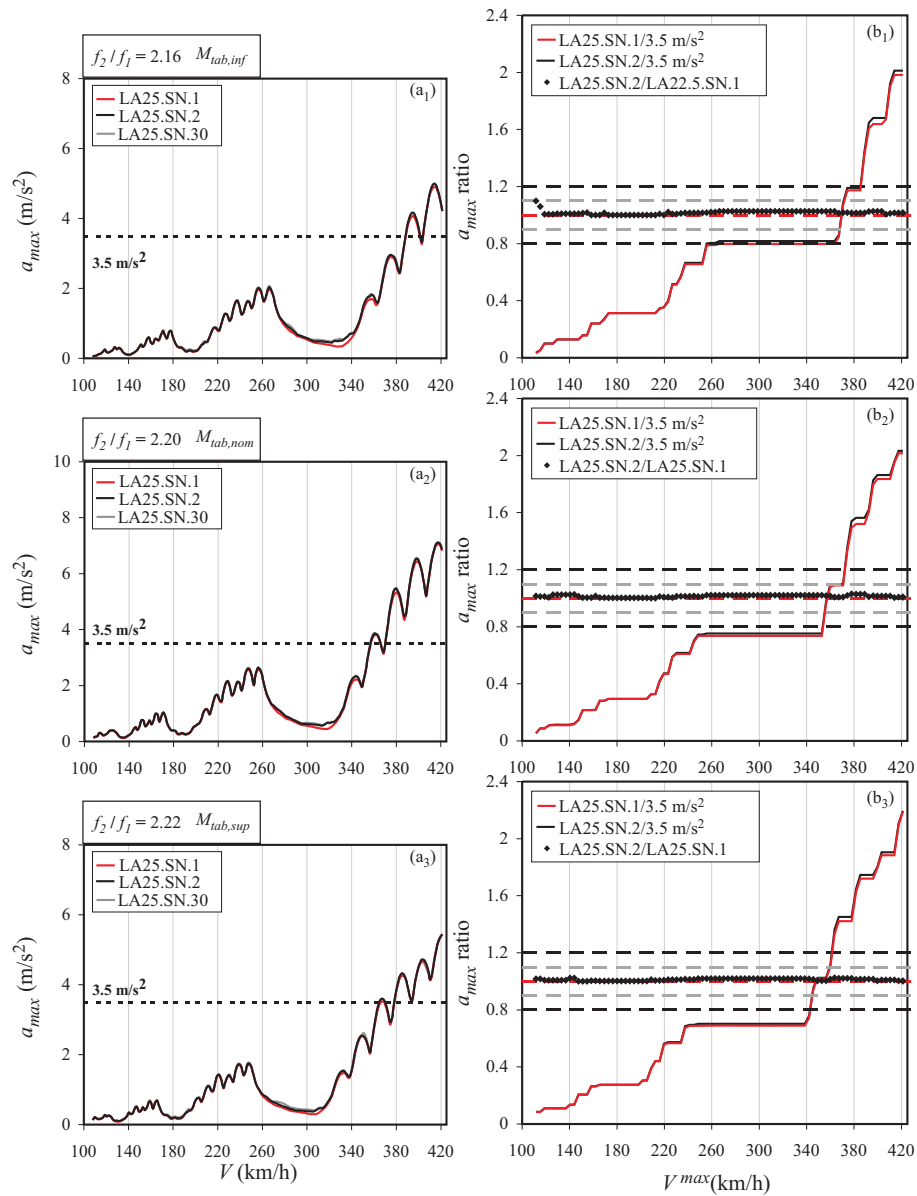


Figura II.44. Aceleraciones máximas de las losas aligeradas de $L=25$ m

ANEXO III

FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DE LA RIGIDEZ VERTICAL DE LOS APOYOS ELÁSTICOS

III.1. INTRODUCCIÓN

A continuación se recogen algunas de las formulaciones empleadas en esta Tesis Doctoral para el cálculo de la rigidez vertical de los apoyos elásticos.

III.2. APUNTES DE PUENTES DE MANTEROLA [60]

En el tomo IV de los apuntes de Puentes de Manterola se presenta una fórmula para el cálculo del módulo de elasticidad de apoyos elastoméricos (neoprenos). En primer lugar se determina su módulo elástico, E , mediante la siguiente fórmula:

$$E \approx 3G(a/t)^2 \nu_3, \quad (\text{III.1})$$

donde G representa el Módulo de Elasticidad Tangencial del elastómero, a es la dimensión menor del neopreno (para un neopreno de sección rectangular rectangular $a \cdot b$), t el espesor de elastómero confinado entre dos chapas metálica de zunchado y ν_3 , un parámetro que depende de la relación entre b y a .

La tabla III.1 extraída de la citada referencia permite determinar el valor de G a partir de la dureza Shore A del neopreno:

Dureza Shore A	50	60	70
G (Kg/cm ²)	6	9	12

Tabla III.1. Valor de G para cargas lentas

Los valores presentados en la tabla III.1 son para cargas lentas (estáticas). En el caso de cargas dinámicas, el autor propone aplicar un coeficiente multiplicador adicional en el cálculo de E , el cual se recoge en la tabla siguiente:

Dureza	40	50	60	70
Coefficiente a multiplicar para cargas dinámicas	1.1	1.25	1.5	1.9

Tabla III.2. Coeficiente multiplicador de G para cargas dinámicas

Y la constante v_3 , dependiente de las características geométricas del apoyo, se proporciona en la tabla III.3:

b/a	1	1.5	2	3	4	6	8	10	infinito
v_3	0.14	0.196	0.229	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313	0.333

Tabla III.3. Coeficiente multiplicador de G para cargas dinámicas

Obtenido el módulo E del neopreno, la rigidez K_v del mismo se determina como,

$$K_v = \frac{Ea}{n_{\text{capas}} t}, \quad (\text{III.2})$$

donde n_{capas} es el número de capas de material elastomérico que componen el apoyo zunchado.

III.3. STRUCTURAL ENGINEERING DOCUMENTS (IABSE) [81]

Ante cargas estáticas de compresión el Módulo de Elasticidad del neopreno zunchado puede aproximarse a

$$E \approx G \left(\frac{a}{t} \right)^2 \left(1 - 0.6 \frac{a}{b} \right), \quad b \geq a. \tag{III.3}$$

Empleando la ecuación (III.2) la rigidez vertical del apoyo elástico se estima como

$$K_v \approx \frac{G \left(\frac{a}{t} \right)^2 \left(1 - 0.6 \frac{a}{b} \right) ab}{n_{capas} t}, \quad b \geq a. \tag{III.4}$$

III.4. CATÁLOGO COMERCIAL MECANOGUMBA

En el catálogo de apoyos elastoméricos Mecanogumba se proporcionan unas tablas de características de los neoprenos de esta compañía, de las que pueden extraerse, entre otros datos de interés, los valores del Módulo de Elasticidad de los mismos ante cargas estáticas. En la figura III.1 se muestra un fragmento de uno de los cuadros de características del catálogo.

APOYOS ARMADOS STANDARD Y ANCLADOS

1	2	3	4	mínima $\sigma \geq 5 \text{ N/mm}^2$			mínima $\sigma < 5 \text{ N/mm}^2$					13	14	15	16	17					
				5	6	7	8	Altura total del apoyo			12						Pernos para Tipos 2 y 4 L=150 mm	Ángulos de giro			
								Desplazamiento admisible	Altura total Tipo 1	de elastómero								Desplazamiento admisible	Tipo 2	Tipo 4	Tipo 5
Formato Dimensiones en planta a x b	Carga Admisible	Módulo E	Nº de capas	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm				
100 x 150	225	235	1	7.0	14	10	--	--	--	--	--	--	1	0.004	0.003	0.005					
			2	10.5	21	15	7.0	42	72	26	10	0.008	0.006	0.010							
			3	14.0	28	20	10.5	49	79	33	15	0.012	0.009	0.015							
			4	16.3	35	25	14.0	56	86	40	20	0.016	0.012	0.020							
			5	18.0	42	30	16.3	63	93	47	25	0.020	0.015	0.025							
			6	--	--	--	18.0	70	100	54	30	0.024	0.018	0.030							
150 x 200	450	480	1	7.0	14	10	--	--	--	--	--	1	0.003	0.003	0.004						
			2	10.5	21	15	7.0	42	72	26	10	0.006	0.006	0.008							
			3	14.0	28	20	10.5	49	79	33	15	0.009	0.009	0.013							
			4	17.5	35	25	14.0	56	86	40	20	0.012	0.012	0.017							
			5	21.0	42	30	17.5	63	93	47	25	0.015	0.015	0.021							
			6	23.3	49	35	21.0	70	100	54	30	0.018	0.018	0.025							
			7	25.3	56	40	23.3	77	107	61	35	0.021	0.021	0.029							
			8	27.0	63	45	25.3	84	114	68	40	0.024	0.024	0.033							
			9	--	--	--	27.0	91	121	75	45	0.027	0.027	0.037							

Figura III.1. Cuadro de características de los apoyos de neopreno

A partir de las dimensiones en planta $a \times b$ del apoyo, su Módulo de Elasticidad E y espesor t , extraídos de la tabla anterior, se determina la rigidez del apoyo empleando la expresión (III.2).

Los valores de los Módulos de Elasticidad de los neoprenos mostrados en la tabla 4.7 se muestran a continuación.

	E (N/mm ²)
Puente Arroyo Bracea	610
Argamasilla	630
Vinival	315

Tabla III.4. Módulo de Elasticidad E según catálogo de Mecanogumba

ANEXO IV

TRENES DE CARGA PARA EL CÁLCULO DINÁMICO

IV.1. INTRODUCCIÓN

En este anexo se definen los trenes de cargas puntuales empleados en los análisis dinámicos. En la sección IV.2 se ha incluido la definición del Tren Dinámico Universal HSLM-A, utilizado en los cálculos del Capítulo 4. En el apartado IV.3 se recogen los modelos de cargas puntuales de algunas composiciones reales de alta velocidad.

IV.2. TREN DINÁMICO UNIVERSAL (HSLM-A)

El Tren Dinámico Universal, definido en el Eurocódigo 1 [22], se emplea en el cálculo de líneas interoperables de alta velocidad y se considera una envolvente de los efectos dinámicos producidos por los trenes clásicos, articulados y regulares de alta velocidad europeos. Comprende dos familias de trenes, el Tren Dinámico Universal-A y el Tren Dinámico Universal-B, cada una de ellas caracterizada por una distinta disposición de las cargas puntuales. En este apartado se incluye únicamente la definición del Tren Dinámico Universal-A, al ser el modelo aplicable a tableros continuos, simplemente apoyados y de longitud determinante mayor o igual a 7 m.

La composición HSLM-A está compuesta por un total de 10 trenes de cargas puntuales, estando cada uno de ellos constituido por dos locomotoras y un cierto número de coches de pasajeros de longitud

variable, con cargas iguales en todos los ejes. En la figura IV.1 se muestran sus principales características.

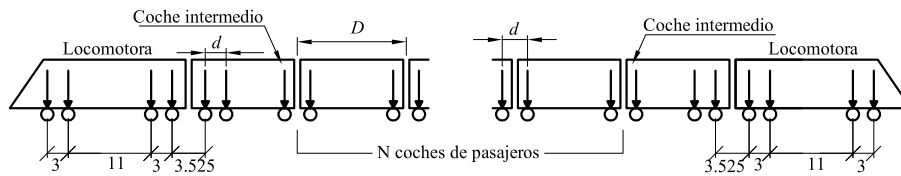


Figura IV.1. Tren Dinámico Universal HSLM-A

La tabla IV.1 recoge la posición y valor de las diferentes cargas de los 10 trenes del modelo.

Tren	Número de coches de pasajeros N	Longitud del coche D [m]	Distancia entre ejes de un bogie d [m]	Carga nominal por eje P [kN]
A1	18	18	2,0	170
A2	17	19	3,5	200
A3	16	20	2,0	180
A4	15	21	3,0	190
A5	14	22	2,0	170
A6	13	23	2,0	180
A7	13	24	2,0	190
A8	12	25	2,5	190
A9	11	26	2,0	210
A10	11	27	2,0	210

Tabla IV.1. Tren Dinámico Universal HSLM-A

IV.3. TRENES REALES DE ALTA VELOCIDAD

Las tablas siguientes definen un conjunto de siete trenes de alta velocidad existentes en la actualidad en Europa. El valor D_k representa la distancia a la cabeza de la composición; y P es la carga por eje.

TALGO 350

D_k [m]	P [kN]	D_k [m]	P [kN]
0	170	181.6	170
2.65	170	184.25	170
11	170	192.6	170
13.65	170	195.25	170
19.125	170	200.725	170
28.095	170	209.695	170
41.235	170	222.835	170
54.375	170	235.975	170
67.515	170	249.115	170
80.655	170	262.255	170
93.795	170	275.395	170
106.935	170	288.535	170
120.075	170	301.675	170
133.215	170	314.815	170
146.355	170	327.955	170
155.325	170	336.925	170
160.8	170	342.4	170
163.45	170	345.05	170
171.8	170	353.4	170
174.45	170	356.05	170

Tabla IV.2. Modelo de cargas puntuales del TALGO-350 (RENFE serie 102)

VIRGIN EXPRESS

D_k [m]	P [kN]	D_k [m]	P [kN]
0	170	136.5	170
2.7	170	139.2	170
17	170	143.4	170
19.7	170	146.1	170
23.9	170	160.4	170
26.6	170	163.1	170
40.9	170	167.3	170
43.6	170	170	170
47.8	170	184.3	170
50.5	170	187	170
64.8	170	191.2	170
67.5	170	193.9	170
71.7	170	208.2	170
74.4	170	210.9	170
88.7	170	215.1	170
91.4	170	217.8	170
95.6	170	232.1	170
98.3	170	234.8	170
112.6	170	239	170
115.3	170	241.7	170
119.5	170	256	170
122.2	170	258.7	170

Tabla IV.3. Modelo de cargas puntuales del Virgen Express

EUROSTAR 373/1

D_k [m]	P [kN]	D_k [m]	P [kN]
0	170	195.095	170
3	170	198.095	170
14	170	213.795	170
17	170	216.795	170
20.275	170	232.495	170
23.275	170	235.495	170
38.975	170	251.195	170
41.975	170	254.195	170
57.675	170	269.895	170
60.675	170	272.895	170
76.375	170	288.595	170
79.375	170	291.595	170
95.075	170	307.295	170
98.075	170	310.295	170
113.775	170	325.995	170
116.775	170	328.995	170
132.475	170	344.695	170
135.475	170	347.695	170
151.175	170	363.395	170
154.175	170	366.395	170
169.875	170	369.67	170
172.875	170	372.67	170

Tabla IV.4. Modelo de cargas puntuales del Eurostar 373/1

ETR-Y

D_k [m]	P [kN]	D_k [m]	P [kN]
0	187	149.9	120
3	187	152.9	120
12	187	168.9	120
15	187	171.9	120
19.4	120	176	120
22.4	120	179	120
38.4	120	195	120
41.4	120	198	120
45.5	120	202.1	120
48.5	120	205.1	120
64.5	120	221.1	120
67.5	120	224.1	120
71.6	120	228.2	120
74.6	120	231.2	120
90.6	120	247.2	120
93.6	120	250.2	120
97.7	120	254.3	120
100.7	120	257.3	120
116.7	120	273.3	120
119.7	120	276.3	120
123.8	120	280.7	187
126.8	120	283.7	187

Tabla IV.5. Modelo de cargas puntuales del ETR-Y

INTER CITY EXPRESS 2 (ICE-2)

D_k [m]	P [kN]	D_k [m]	P [kN]
0	195	177.71	112
3	195	180.21	112
11.46	195	196.71	112
14.46	195	199.21	112
19.31	112	204.11	112
21.81	112	206.61	112
38.31	112	223.11	112
40.81	112	225.61	112
45.71	112	230.51	112
48.21	112	233.01	112
64.71	112	249.51	112
67.21	112	252.01	112
72.11	112	256.91	112
74.61	112	259.41	112
91.11	112	275.91	112
93.61	112	278.41	112
98.51	112	283.31	112
101.01	112	285.81	112
117.51	112	302.31	112
120.01	112	304.81	112
124.91	112	309.71	112
127.41	112	312.21	112
143.91	112	328.71	112
146.41	112	331.21	112
151.31	112	336.06	195
153.81	112	339.06	195

Tabla IV.6. Modelo de cargas puntuales del ICE2

TGV

D_k [m]	P [kN]	D_k [m]	P [kN]
170	0	170	237.59
170	3	170	240.59
170	14	170	251.59
170	17	170	254.59
163	20.275	163	257.865
163	23.275	163	260.865
170	38.975	170	276.565
170	41.975	170	279.565
170	57.675	170	295.265
170	60.675	170	298.265
170	76.375	170	313.965
170	79.375	170	316.965
170	95.075	170	332.665
170	98.075	170	335.665
170	113.775	170	351.365
170	116.775	170	354.365
170	132.475	170	370.065
170	135.475	170	373.065
170	151.175	170	388.765
170	154.175	170	391.765
170	169.875	170	407.465
170	172.875	170	410.465
170	188.575	170	426.165
170	191.575	170	429.165
163	207.275	163	444.865
163	210.275	163	447.865
170	213.55	170	451.14
170	216.55	170	454.14

Tabla IV.7. Modelo de cargas puntuales del TGV

THALYS

D_k [m]	P [kN]	D_k [m]	P [kN]
170	0	170	200.19
170	3	170	203.19
170	14	170	214.19
170	17	170	217.19
170	20.275	163	220.465
170	23.275	163	223.465
170	38.975	170	239.165
170	41.975	170	242.165
170	57.675	170	257.865
170	60.675	170	260.865
170	76.375	170	276.565
170	79.375	170	279.565
170	95.075	170	295.265
170	98.075	170	298.265
170	113.775	170	313.965
170	116.775	170	316.965
170	132.475	170	332.665
170	135.475	170	335.665
170	151.175	170	351.365
170	154.175	170	354.365
163	169.875	163	370.065
163	172.875	163	373.065
170	176.15	170	376.34
170	179.15	170	379.34
170	190.15	170	390.34
170	193.15	170	393.34

Tabla IV.8. Modelo de cargas puntuales del THALYS