

Control por rechazo activo de perturbaciones: guía de diseño y aplicación

Martínez, B. V. *, Sanchis, J., García-Nieto, S., Martínez, M.

Instituto Universitario de Automática e Informática Industrial, Universitat Politècnica de València, Camino de Vera nº14, 46022 Valencia, España.

To cite this article: Martínez, B. V., Sanchis, J., García-Nieto, S., Martínez, M. 2021. Active disturbance rejection control: a guide for design and application. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 18, 201-217. <https://doi.org/10.4995/riai.2021.14058>

Resumen

Este tutorial aborda el diseño de controladores por rechazo activo de perturbaciones (ADRC). Se inicia con la descripción de los bloques que componen el lazo ADRC. Seguidamente, se discute la formulación del problema de control en el marco del rechazo de perturbaciones, la sintonización del conjunto de ganancias que hacen parte del lazo y se presenta una guía general para el diseño del controlador por rechazo activo de perturbaciones. Con este tutorial se pretende ofrecer una introducción a los lectores sobre el ADRC, así como una revisión de los trabajos más significativos que han contribuido al desarrollo y avance de la investigación en el área. Para ilustrar el procedimiento de diseño, se incluyen dos ejemplos: el control de un proceso térmico y el control multivariable de un proceso químico.

Palabras clave: Control activo, rechazo a perturbaciones, sistemas de control lineal, parametrización, estimación lineal.

Active disturbance rejection control: a guide for design and application

Abstract

This tutorial addresses the design of controllers by active disturbance rejection control (ADRC). First, the main blocks in the ADRC loop are described. Next, the formulation of the control problem under the disturbance rejection framework is discussed, as well as the tuning of the gains set which are part of the main loop and a guide on designing of the active disturbance rejection controller is presented. This tutorial aims to offer an introduction to readers about the ADRC and a review of the most significant publications that have contributed to development and advance in the research related to the area. To illustrate the design procedure, two examples are included: thermal control and the multivariable control of a chemical process.

Keywords: Active control, disturbance rejection, linear control systems, parametrization, linear estimation.

1. Introducción

El control por rechazo activo de perturbaciones (ADRC, del inglés *Active Disturbance Rejection Control*) (Han, 2009)¹ surge como una alternativa al control PID que hereda su nivel de independencia del modelo de la planta y busca compensar sus debilidades mediante el concepto de estimación y rechazo de perturbaciones.

El ADRC combina una ley de control, que es el resultado de evaluar una función no lineal del error, con un observador de estados extendido no lineal (ESO, del inglés *Extended State Observer*) que estima tanto la dinámica desconocida del sistema como las perturbaciones sobre la entrada. De esta forma, es posible controlar sistemas de diferente naturaleza y complejidad sin la necesidad de obtener previamente un modelo preciso.

*Autor para correspondencia: blamarca@doctor.upv.es

Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4,0 International (CC BY-NC-ND 4,0)

¹Esta publicación introdujo de manera formal la propuesta del autor en la literatura en inglés. Sin embargo, la sigla ADRC se menciona en trabajos previos de sus colaboradores, como por ejemplo en (Gao, 2003).

En (Gao, 2014) se destacan tres características sobre el ADRC:

- i) No se requiere un modelo riguroso del proceso a controlar. Inicialmente sólo son necesarios el orden del sistema y el valor nominal de su ganancia crítica². Esta última hace referencia al parámetro que establece una relación proporcional entre la entrada de control y la enésima derivada de la salida (ver (1)).
- ii) Estima en una única señal las incertidumbres y las perturbaciones para cancelarlas evitando que se reflejen en la salida. Si bien el término incertidumbre se utiliza en teoría de control para referirse a la posible variación de los parámetros del modelo o a la dinámica no modelada y, por otro lado, la palabra perturbación se entiende como la presencia de señales externas no manipulables, en el enfoque ADRC ambos conceptos se reúnen bajo el nombre de *perturbación total*, cuyo impacto en el lazo es estimado y cancelado mediante la acción de control.
- iii) Induce al sistema real a comportarse como una planta nominal que facilita el diseño del controlador.

Se considera que el control por rechazo activo de perturbaciones es un nuevo paradigma debido a que transforma el problema de control, en el que se requiere una representación matemática detallada del proceso para el diseño del controlador, en el problema de formular un estimador que ofrece, a partir de las señales de entrada y salida, el valor de la *perturbación total* (incertidumbre y perturbaciones). Esta información se utiliza para transformar la planta en su equivalente nominal y así diseñar un controlador que actúe sobre un sistema libre de perturbaciones.

Las ideas anteriores han impulsado la propuesta de esquemas de control tales como el control lineal por rechazo activo de perturbaciones (LADRC, del inglés *Linear Active Disturbance Rejection Control*) (Gao, 2003) que reemplaza las estructuras no lineales del controlador y observador por una ley de control por realimentación de estados y un observador tipo Luenberger, respectivamente; o el control proporcional integral generalizado basado en observador (GPIO, del inglés *Generalized Proportional Integral Observer-based control*) (Sira-Ramírez, 2018), donde se emplea el concepto de observador de estados extendido para estimar, además de la *perturbación total*, un número finito de sus derivadas con aplicación al control de sistemas no lineales y con incertidumbre. El control por rechazo activo de perturbaciones con observador proporcional integral generalizado (GPI) se ha empleado, por ejemplo, en la regulación de la tensión y corrientes de un convertidor CD/CD reductor-paralelo (Guerrero-Ramírez et al., 2018) y en el control de inclinación y velocidad de avance de una bicicleta sin conductor (Baquero-Suárez et al., 2018).

La utilidad del control lineal por rechazo activo de perturbaciones como herramienta alternativa al control PID se estudia en (Herbst, 2013). Este trabajo presenta un análisis detallado a nivel de simulación sobre el LADRC para sistemas lineales, de primer y segundo orden, dirigido a profesionales de la industria.

Una recopilación reciente de la implementación del LADRC en casos experimentales se encuentra en (Zheng and Gao, 2018). Este trabajo resume los resultados en aplicaciones como el rechazo de vibraciones en el control de movimiento, el control de la posición angular de un manipulador empleado en ejercicios de rehabilitación, el control de flujo y presión en sistemas de generación de energía, el control de temperatura en líneas de extrusión y el diseño de nueva tecnología para el control de motores.

Asimismo, una revisión de los trabajos que han aportado a la fundamentación teórica de esta estrategia puede consultarse en (Huang and Xue, 2014) y (Feng and Guo, 2017). Estas publicaciones profundizan en la formulación del ADRC para el control de sistemas que se describen mediante ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones diferenciales parciales, respectivamente.

Algunos de los desafíos expuestos en (Huang and Xue, 2014) se abordaron en trabajos posteriores que se incluyen como parte de la revisión del estado del arte de este tutorial. De esta manera, se pretende ofrecer a los lectores una guía introductoria para el diseño de controladores bajo el enfoque LADRC de acuerdo con tres fases:

1. Formulación del problema en el marco del control por rechazo de perturbaciones, cuyo principal objetivo es identificar aquello que representa la *perturbación total* del sistema.
2. Sintonización del conjunto de ganancias LADRC.
3. Implementación y validación del lazo de control.

El artículo se organiza de la siguiente manera: en la sección 2 se describen los bloques que conforman el lazo ADRC según su naturaleza no lineal o lineal. Las secciones 3 y 4 exponen la formulación del problema de control y la sintonización de las ganancias del lazo LADRC. En la sección 5 se ofrece una revisión del estado del arte que incluye algunas ideas de investigación futuras. La sección 6 presenta una guía para el diseño del controlador lineal por rechazo activo de perturbaciones que reúne lo expuesto en las secciones previas. Esta guía se aplica a dos ejemplos que se abordan en la sección 7 y finalmente, la sección 8 reúne las conclusiones.

2. Control por rechazo activo de perturbaciones

En esta sección se presentan la formulación no lineal (NADRC, del inglés *Nonlinear Active Disturbance Rejection Control*) y la formulación lineal (LADRC) del control por rechazo activo de perturbaciones. Ambas estructuras pueden emplearse para el control de procesos tanto lineales como no lineales.

De forma general, un lazo de control por rechazo activo de perturbaciones contiene tres bloques principales como se muestra en la Figura 1:

- Generador de trayectorias: toma como entrada la referencia deseada \tilde{r} y genera un perfil transitorio de la misma, r_1 , junto con sus derivadas $\dot{r}_1, \ddot{r}_1, \dots, r_1^{(n)}$.

²Traducción del inglés *critical gain* empleado en la literatura. Otras denominaciones incluyen “ganancia de control” (*control gain*), “ganancia de entrada” (*input gain*) o “ganancia de alta frecuencia” (*high-frequency gain*).

- Observador de estados extendido: ofrece la estimación de los estados del sistema z_1, z_2, \dots, z_n y de un estado adicional z_{n+1} que reúne la dinámica no modelada y las perturbaciones.
- Controlador: proporciona una acción de control por realimentación de estados u_0 que se diseña asumiendo que la planta ha sido modificada para que su comportamiento se asemeje al de un sistema nominal deseado libre de perturbaciones. Esto es, la acción de control u_0 actúa sobre la *planta modificada* y la acción de control $u = (u_0 - z_{n+1})/b_0$ actúa sobre el sistema real.

La naturaleza no lineal o lineal de los tres bloques anteriores determina la formulación ADRC. Note que la implementación del lazo requiere del conocimiento del orden n y del valor aproximado de la ganancia crítica, denotado por b_0 .

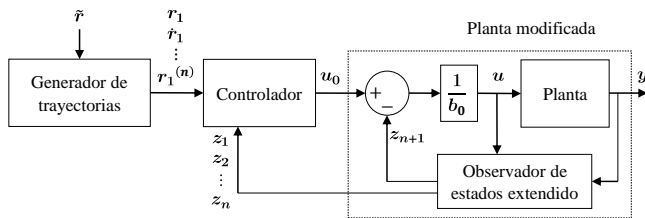


Figura 1: Lazo de control por rechazo activo de perturbaciones.

2.1. Control no lineal por rechazo activo de perturbaciones

El control por rechazo activo de perturbaciones es aplicable a sistemas de una entrada y una salida y a sistemas multivariables. Para simplificar la notación matemática, se introduce el algoritmo considerando el sistema SISO:

$$\ddot{y} = -a_1\dot{y} - a_0y + bu \quad (1)$$

La ecuación (1) es el modelo de entrada-salida de un sistema de segundo orden en el que y es la salida a controlar, u es la acción de control o variable manipulada, a_0 y a_1 son constantes que determinan la ubicación de los polos del sistema y b se denomina ganancia crítica.

Una representación en espacio de estados de (1) está dada por (2) donde se ha incluido la variable w para indicar las perturbaciones de carga que actúan sobre el sistema.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -a_0x_1 - a_1x_2 + bu + w \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2)$$

Considere ahora que no se conocen los valores de a_0 y a_1 y que se cuenta con una aproximación del valor de b . En este caso, los dos primeros términos a la derecha de la expresión correspondiente para \dot{x}_2 se reúnen en una función denominada *perturbación total*, la cual también incluye las perturbaciones de carga w y la diferencia entre el valor real de la ganancia crítica b y su valor nominal conocido b_0 . Esto es:

$$f = -a_0x_1 - a_1x_2 + (b - b_0)u + w \quad (3)$$

Empleando (3) en (2) se tiene que:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f + b_0u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4)$$

Como la perturbación total es desconocida, f se asigna a un estado adicional que es estimado y compensado por el lazo de control. Así, se obtiene el modelo extendido en espacio de estados (5) en el que $x_3 \triangleq f$ y $h = \dot{f}$ es desconocida.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 + b_0u \\ \dot{x}_3 = h \\ y = x_1 \end{cases} \quad (5)$$

La evolución de los estados de (5) se obtiene a partir del observador de estados extendido (ESO) (6) cuyas entradas corresponden a la acción de control u que actúa sobre la planta y a la salida medida y .

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1\gamma_1(e) \\ \dot{z}_2 = z_3 + b_0u - \beta_2\gamma_2(e) \\ \dot{z}_3 = -\beta_3\gamma_3(e) \\ e = z_1 - y \end{cases} \quad (6)$$

En la ecuación (6), z_i representa la estimación del i -ésimo estado x_i , β_i son las ganancias y $\gamma_i(e)$ corresponde a funciones no lineales del error de estimación e que constituyen los términos de corrección del observador.

La cancelación activa de las perturbaciones se logra al sustraer la información de la perturbación total, contenida en z_3 , de la ley de control u_0 (ver Figura 1), según:

$$u = \frac{u_0 - z_3}{b_0} \quad (7)$$

Al reemplazar (7) en (4) y asumiendo que $z_3 \approx f$, el sistema se transforma en:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u_0 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (8)$$

El modelo en espacio de estados (8) representa una *planta modificada* libre de perturbaciones y con comportamiento integrador sobre la que actúa la acción de control:

$$u_0 = k_1 \text{fal}(r_1 - z_1, \alpha_1, \delta) + k_2 \text{fal}(\dot{r}_1 - z_2, \alpha_2, \delta) \quad (9)$$

$$\text{fal}(\tilde{e}, \alpha_i, \delta) = \begin{cases} \frac{\tilde{e}}{\delta^{1-\alpha_i}}, & |x| \leq \delta \\ |\tilde{e}|^{\alpha_i} \text{sign}(\tilde{e}), & |x| > \delta \end{cases} \quad (10)$$

La función no lineal (10) fue propuesta por (Han, 2009) y con una combinación diferente de argumentos posibilita la evaluación de las expresiones no lineales del ESO según $\gamma_i(e) = \text{fal}(e, \bar{\alpha}_i, \bar{\delta})$.

De acuerdo con lo expuesto en esta sección, el control del sistema (2) mediante NADRC requiere de la selección de seis tipos de parámetros: las ganancias del observador β_i ; las constantes $\bar{\alpha}_i$ y $\bar{\delta}$ para la evaluación de las funciones no lineales del observador y las ganancias k_i junto con las constantes α_i y δ para el diseño de la ley de control.

Si guiendo un enfoque similar, el algoritmo NADRC se puede emplear para el control de sistemas no lineales de orden n en cuyo caso la perturbación total también incluye los términos que corresponden a la dinámica no lineal y no modelada. En la siguiente sección se describen las modificaciones sobre el ESO y la ley de control que permiten la implementación del ADRC lineal.

2.2. Control lineal por rechazo activo de perturbaciones

Considere que se desea controlar el sistema (2) ahora mediante control lineal por rechazo activo de perturbaciones (LADRC). El modelo extendido coincide con (5). Sin embargo, los estados se estiman mediante una versión lineal de (6), en la que $\gamma_i(e) = e$ como resultado de evaluar (10) con $\tilde{\alpha}_i = 1$ (Li et al., 2017a). De esta forma, el observador lineal de estados extendido (LESO, del inglés *Linear Extended State Observer*) para (5) se define como:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 + L_1 e \\ \dot{z}_2 = z_3 + b_0 u + L_2 e \\ \dot{z}_3 = L_3 e \\ e = y - z_1 \end{cases} \quad (11)$$

Note que se han reemplazado las variables β_i por las L_i para hacer referencia a las ganancias lineales del observador.

La acción de control que actúa sobre el proceso real concuerda con (7), pero la acción de control que actúa sobre la planta modificada se convierte en la ley por realimentación de estados (12). Es una práctica común asumir que la referencia para el seguimiento corresponde directamente a la entrada \tilde{r} y que sus derivadas son cero en el caso de que éstas no estén acotadas o se omita el generador de trayectorias (Zhao and Gao, 2014).

$$u_0 = k_1(\tilde{r} - z_1) - k_2 z_2 \quad (12)$$

En comparación con el NADRC, el LADRC solo requiere de la sintonización de dos tipos de parámetros: las ganancias L_i del observador y las ganancias k_i del controlador. Sin embargo, en ambas formulaciones la cantidad de variables de diseño se relaciona de forma directa con el orden n asumido para el proceso.

En la literatura también se denomina al planteamiento expuesto en este apartado como LADRC convencional. En la Tabla A.3 del Apéndice A se incluye su versión de orden n .

3. Formulación del problema de control en el marco LADRC

Si bien el control por rechazo activo de perturbaciones parte de la idea de que mediante el diseño de la ley de control un sistema lineal o no lineal se puede transformar en un sistema lineal desacoplado similar a (8), el éxito en la aplicación de la estrategia radica en la formulación del problema de control, tal que las cantidades desconocidas (incertidumbre de modelado y perturbaciones) se combinen en la función de perturbación total (Huang and Xue, 2014). Esta formulación comienza con la selección de las variables controladas y manipuladas, involucra la comprensión del sistema mediante representaciones matemáticas o señales disponibles para su análisis y conduce a la selección de la *forma canónica LADRC* para el diseño del observador.

3.1. Identificación de las variables controladas y manipuladas

La identificación de las salidas del sistema que se desea controlar y de las entradas mediante las cuales se puede llevar a cabo el control es el primer paso en el diseño de controladores sin importar la estrategia que se emplee. El ADRC fue inicialmente formulado para sistemas de una entrada y una salida como se expuso en la sección 2, pero rápidamente se adaptó a sistemas multivariados bajo el nombre de control por desacoplamiento de perturbaciones (DDC, del inglés *Disturbance Decoupling Control*) (Zheng et al., 2009). En este apartado se presenta esta formulación.

El DDC parte de un sistema MIMO $m \times m$ de la forma:

$$\begin{cases} y_1^{(n_1)} = f_1(v_1, \dots, v_m, p_1, \dots, p_m, w) + b_{011} u_1 \\ y_2^{(n_2)} = f_2(v_1, \dots, v_m, p_1, \dots, p_m, w) + b_{022} u_2 \\ \vdots \\ y_m^{(n_m)} = f_m(v_1, \dots, v_m, p_1, \dots, p_m, w) + b_{0mm} u_m \\ v_i = (y_i, \dot{y}_i, \dots, y_i^{(n_i-1)}) \\ p_i = (u_i, \dot{u}_i, \dots, u_i^{(n_i-1)}) \end{cases} \quad (13)$$

donde el cambio en cada salida (representado mediante la derivada de orden n_i , $y_i^{(n_i)}$) se modela como la suma de la perturbación total de cada canal, $f_i(v_i, p_i, w)$ y el producto del valor nominal de la ganancia crítica b_{0ii} y su entrada dominante u_i . La perturbación total combina la dinámica interna no modelada y el acoplamiento entre canales, representados por v_i , p_i , y las perturbaciones de carga, denotadas por w .

Para lograr el desacoplamiento se diseña un LADRC SISO en cada lazo. De esta manera, el sistema multivariable se transforma en un conjunto de m salidas cuyo comportamiento en cada canal se asemeja al de un integrador de orden n_i .

La principal ventaja del DDC es que un diseño adecuado del observador permite la cancelación activa en tiempo real de la perturbación total de cada canal. Sin embargo, la propuesta requiere de la selección previa de las parejas salida-entrada dominante y de la sintonización de $(2n_i + 1)$ parámetros en cada lazo.

3.2. Selección del orden ADRC y caracterización del sistema

Posterior a las primeras publicaciones (Zheng and Gao, 2010), (Parvathy and Daniel, 2013) en las que se reseñaron algunos de los estudios que demostraron la viabilidad del ADRC como nuevo paradigma de control, se hizo evidente la necesidad de profundizar en la justificación teórica de la estrategia. En particular, en la definición de condiciones que permitieran decidir si un proceso puede ser controlado mediante ADRC y la influencia de los parámetros de diseño en el desempeño de lazo cerrado.

En este tutorial se discute la aplicabilidad del ADRC desde dos perspectivas. En la primera, se asume que se cuenta con alguna representación matemática o modelo del proceso que, al ser reformulado, permite identificar las cantidades desconocidas que conforman la perturbación total, así como el orden real o relativo y una aproximación de la ganancia crítica. Por otro lado, se mencionan las características que han orientado el

estudio del ADRC, principalmente en sistemas lineales, y que constituyen la comprensión necesaria del problema para las fases siguientes del diseño.

Cuando el objetivo de control es la regulación de la salida, el modelo de entrada-salida del proceso, como por ejemplo (1), permite identificar los términos desconocidos que conforman la perturbación total. Sin embargo, cuando se desea controlar por completo el vector de estados, la reformulación del problema debe garantizar que tanto la señal de control como las perturbaciones externas solo afecten a la tasa de cambio del último estado (Nowicki et al., 2015). En la literatura en inglés se le conoce a esta condición como *matching condition* (Chen et al., 2016). Lo anterior se aclara mediante un ejemplo.

Dado el sistema SISO de segundo orden:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + w \\ \dot{x}_2 = -c_1x_1 - c_2x_2 + u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (14)$$

con c_1 , c_2 como constantes desconocidas positivas y w como una perturbación que afecta la evolución del primer estado. Si se definen $\bar{x}_1 = x_1$ y $\bar{x}_2 = x_2 + w$, se tiene que:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_2 &= \frac{d}{dt}(x_2 + w) \\ \dot{\bar{x}}_2 &= \dot{x}_2 + \dot{w} \\ \dot{\bar{x}}_2 &= -c_1x_1 - c_2x_2 + u + \dot{w} \\ \dot{\bar{x}}_2 &= -c_1\bar{x}_1 - c_2(\bar{x}_2 - w) + u + \dot{w} \end{aligned} \quad (15)$$

Por lo tanto, el sistema (14) es equivalente a:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = \bar{x}_2 \\ \dot{\bar{x}}_2 = -c_1\bar{x}_1 - c_2(\bar{x}_2 - w) + \dot{w} + u \\ y = \bar{x}_1 \end{cases} \quad (16)$$

de donde se deduce que $f = -c_1\bar{x}_1 - c_2(\bar{x}_2 - w) + \dot{w}$ es la perturbación total y $\bar{x}_3 \triangleq f$ es el estado adicional. Así, bajo el enfoque ADRC, el problema de control se resuelve estimando y cancelando el efecto de f más que la acción individual de la perturbación externa w .

El control por rechazo activo de perturbaciones fue concebido como una tecnología de control que busca eliminar la dependencia de un modelo preciso del proceso, entendiendo que todos los diseños de controladores se basan en alguna interpretación del sistema, ya sea matemática o de otro tipo (Albertos et al., 2014). De esta manera, el ADRC se considera apropiado para sistemas en los que se tiene un conocimiento reducido de la dinámica y su caracterización se realiza mediante el análisis de las señales manipuladas y controladas. Las características de interés incluyen la identificación del orden relativo o de la dinámica dominante; la presencia de respuesta inversa (*undershoot*), como la ocasionada por ceros de fase no mínima; tiempos muertos e inestabilidad.

Respecto al orden ADRC, inicialmente se planteó que éste debería coincidir con el orden relativo del sistema (Han, 2009). Sin embargo, en la mayoría de trabajos se realizan implementaciones de primer o segundo orden bajo la premisa de que muchos de los procesos o aplicaciones prácticas tienen una dinámica dominante de este tipo. En el caso de sistemas SISO, se han planteado dos teoremas que ofrecen orientación en el diseño LADRC cuando no se conoce el orden del proceso (Zhao and Li, 2014). Éstos se resumen a continuación:

- Para un proceso cuyo comportamiento se asemeje al de un sistema LTI de fase mínima existe un conjunto de ganancias LADRC que logran la estabilidad en lazo cerrado, siempre que la ganancia crítica estimada b_0 mantenga el signo de la ganancia crítica real y el orden de la implementación sea igual o superior al orden relativo del sistema.
- Para un proceso con comportamiento similar a un modelo LTI estable en lazo abierto existe un conjunto de ganancias LADRC de primer orden o superior que logran la estabilidad en lazo cerrado. Además del diseño de las ganancias del controlador y observador, se sugiere aumentar el valor absoluto de b_0 hasta alcanzar el desempeño deseado.

Particularmente, la implementación LADRC en sistemas LTI de fase mínima tiene mayor robustez respecto a las variaciones en la ganancia crítica nominal cuando el orden del sistema es bajo, aunque la selección de b_0 por debajo del valor verdadero ($b_0 < b$) reduce el nivel de incertidumbre permitido en sistemas con retardo (Xue and Huang, 2015). Esto es, el valor de b_0 puede ajustarse en un rango más amplio de valores cuando n es pequeño, lo cual resulta conveniente si se considera una dinámica dominante de primer o segundo orden, pero esta ventaja se ve limitada en sistemas con tiempo muerto.

3.3. Selección de la forma canónica

La forma canónica ADRC hace referencia al comportamiento deseado de la planta modificada (ver Figura 1). En el ADRC convencional que se expuso en la sección 2, se asume que la acción combinada del observador y la variable manipulada (7) inducen al sistema a comportarse como el conjunto de integradores en cascada libre de perturbaciones (8). Así, el ADRC *transforma* un sistema desconocido e incierto en una versión lineal más simple y menos incierta que reduce la complejidad en el diseño de la ley de control u_0 (Gao, 2014).

Si se cuenta con información sobre el modelo del sistema, ésta se puede incorporar en el observador de estados extendido y así mejorar su capacidad de estimación. De acuerdo con el tipo de información que se emplee para diseñar el LESO, la planta modificada ya no se asume como el conjunto de integradores en cascada característico de la versión LADRC convencional. Estas nuevas propuestas se consideran formas canónicas alternativas en el enfoque ADRC y han sido denominadas por sus autores de diferentes formas. La tabla A.3 reúne las formulaciones del ADRC asistido por modelo (Sun et al., 2016), el ADRC generalizado (Fu and Tan, 2016) y el ADRC modificado (Ahmad and Ali, 2019). Igualmente, en la tabla A.4 se incluyen algunos comentarios para resaltar las principales diferencias entre ellas y orientar al lector sobre la selección e implementación de alguna según la aplicación de su interés.

Finalmente, cabe mencionar que el comportamiento esperado de la planta modificada depende significativamente de la selección de las ganancias del observador y de la ganancia crítica. Previamente se mencionó que el conocimiento del valor estimado de este parámetro es necesario para la implementación del LADRC y su ajuste, en un principio, se propuso con base en la experiencia del ingeniero de control y la caracterización

del proceso. En la sección siguiente se aborda la sintonización del conjunto de ganancias LADRC.

4. Sintonización de las ganancias LADRC

El diseño de los parámetros LADRC ha ganado atención a medida que se avanza en el estudio de esta tecnología. Una característica común entre las contribuciones es que la gran mayoría se basa en *parametrización del ancho de banda* propuesta por (Gao, 2003). Ésta expresa las ganancias del observador y del controlador en función de dos cantidades denominadas *ancho de banda del observador* (ω_o) y *ancho de banda del controlador* (ω_c), respectivamente.

Para el diseño de las ganancias del observador, considere la representación matricial del modelo extendido (5) con $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ dada por:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Eh \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix}}_B u + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_E h \\ y &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Asimismo, la representación matricial del LESO (11) con $z = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T$ y $L = [L_1 \ L_2 \ L_3]^T$ es:

$$\dot{z} = Az + Bu + L(Cx - Cz) \tag{18}$$

Al definir el error de estimación $e = x - z$ y restar (18) de (17) se tiene que el comportamiento dinámico del error responde a:

$$\dot{e} = (A - LC)e + Eh \tag{19}$$

Asumiendo que h , aunque es desconocida, es diferenciable y está acotada, las ganancias del observador se calculan mediante la asignación de polos. (Gao, 2003) propone que todos los polos se ubiquen en la posición $-\omega_o$ en el semiplano izquierdo tal que:

$$|sI - (A - LC)| = (s + \omega_o)^3$$

$$\begin{vmatrix} s + L_1 & -1 & 0 \\ L_2 & s & -1 \\ L_3 & 0 & s \end{vmatrix} = s^3 + 3\omega_o s^2 + 3\omega_o^2 s + \omega_o^3 \tag{20}$$

Resolviendo la ecuación (20) y comparando los coeficientes a ambos lados de la igualdad, se obtienen las ganancias de (21) para el observador lineal (11). El análisis de convergencia empleando este diseño se expone en (Zheng et al., 2007) y en (Ahi and Haeri, 2018) se plantea la discusión sobre la pertinencia de suponer que h es acotada.

$$L_1 = 3\omega_o \quad ; \quad L_2 = 3\omega_o^2 \quad ; \quad L_3 = \omega_o^3 \tag{21}$$

El resultado anterior se puede generalizar para un observador de orden $n + 1$ con ecuación característica (22). Así, las ganancias L_i se calculan de acuerdo con (23).

$$s^{n+1} + L_1 s^n + \dots + L_n s + L_{n+1} = (s + \omega_o)^{n+1} \tag{22}$$

$$L_i = \binom{n+1}{i} \omega_o^i \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n+1 \tag{23}$$

Para el diseño de las ganancias del controlador, considere la representación en frecuencia del modelo (8), con Y y U_0 como las transformadas de Laplace de la salida y la acción de control, respectivamente:

$$Y = \frac{U_0}{s^2} \tag{24}$$

La expresión en frecuencia correspondiente a U_0 se obtiene de (12) con $z_1 \approx y$, $z_2 \approx \dot{y}$ y R como la transformada de Laplace de la referencia:

$$U_0 = k_1 R - k_1 Y - k_2 Y s \tag{25}$$

Reemplazando (25) en (24) y reorganizando términos:

$$\frac{Y}{R} = \frac{k_1}{s^2 + k_2 s + k_1} \tag{26}$$

La ecuación característica de (26) indica que la ubicación de los polos de lazo cerrado depende de la selección de k_1 y k_2 . Continuando con el enfoque propuesto en (Gao, 2003) se asignan los dos polos a la ubicación $-\omega_c$ en el semiplano izquierdo tal que:

$$\begin{aligned} s^2 + k_2 s + k_1 &= (s + \omega_c)^2 \\ s^2 + k_2 s + k_1 &= s^2 + 2\omega_c s + \omega_c^2 \end{aligned} \tag{27}$$

La comparación de factores en (27) permite deducir los valores de las ganancias del controlador:

$$k_1 = \omega_c^2 \quad ; \quad k_2 = 2\omega_c \tag{28}$$

Ampliando el análisis a un sistema de orden n , las ganancias de la ley de control u_0 se calculan según:

$$k_i = \binom{n}{i-1} \omega_c^{n+1-i} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{29}$$

La selección de ω_o y ω_c resulta en un proceso de prueba y error en el que a menudo el ancho de banda del controlador se establece según el desempeño deseado de lazo cerrado y el ancho de banda del observador corresponde al valor de ω_c escalado ($\omega_o = k\omega_c$, $k \geq 1$). Un aumento de los valores de ambos parámetros puede mejorar el error de estimación y la velocidad de respuesta del sistema, pero causar oscilaciones junto a un aumento de la magnitud y tasa de cambio de la acción de control (Zheng and Gao, 2016). La principal desventaja de esta estrategia es su naturaleza empírica, pues no siempre ofrece resultados adecuados y es necesaria la resintonización apoyada en otras técnicas.

En el caso en el que se adopta una forma canónica diferente a la convencional, (23) y (29) incluyen información del modelo nominal del sistema según las modificaciones que se presentan en la Tabla A.3.

5. Estado del arte y tendencias en la investigación ADRC

El control por rechazo activo de perturbaciones ha logrado capturar la atención de investigadores de diferentes campos debido a que ofrece una alternativa para el control de sistemas de diferente naturaleza y complejidad, reduciendo la dependencia de un modelo preciso de la planta para el diseño del lazo de control. En esta sección se presenta una revisión de los trabajos destacados de la literatura y se mencionan algunas tendencias en la investigación relacionadas con la formulación del problema de control, la sintonización de ganancias y la propuesta de nuevos algoritmos basados en LADRC. La revisión bibliográfica expuesta a continuación fundamenta los conceptos presentados en las secciones anteriores y se considera un complemento de las mismas.

Sobre la formulación del problema de control: El control por rechazo activo de perturbaciones inicialmente fue presentado como una estrategia de control no lineal (NADRC). Sin embargo, la cantidad de parámetros de sintonía y la dificultad para su ajuste, en comparación con el LADRC, comúnmente se señalan como su principal desventaja.

Por otro lado, la estructura lineal y la menor cantidad de parámetros del LADRC han permitido su validación en diferentes aplicaciones y continúan impulsando la investigación en el área, ya que facilitan la aplicación de conceptos de teoría de control para el análisis de estabilidad, convergencia y desempeño en el dominio del tiempo y de la frecuencia.

Una comparación cualitativa y cuantitativa entre el NADRC y el LADRC se presenta en (Li et al., 2017b). En este trabajo se toma como caso de estudio un sistema bola-viga y se muestra que el NADRC realiza una estimación adecuada de los estados, aun ante la variación de las condiciones iniciales del observador. Sin embargo, su desempeño se limita a medida que la magnitud de la perturbación de carga aumenta; siendo mejor en este último caso, el desempeño del LADRC.

Un enfoque teórico más detallado sobre el ADRC y su relación con otras técnicas de control como el control por el principio del modelo interno (IMP, del inglés *Internal Model Principle*), el control basado en alta ganancia (HGC, del inglés *High-Gain Control*) y el control de modo deslizante (SMC, del inglés *Sliding Mode Control*) puede consultarse en (Guo and Zhao, 2016).

Una de las primeras contribuciones a la justificación teórica del LADRC fue el estudio de la convergencia del LESO y la estabilidad de lazo cerrado; pues queda claro que el observador debe cumplir adecuadamente con la tarea de estimar la perturbación total con el fin de que ésta sea rechazada y la planta sea transformada. En (Zheng et al., 2007) se concluye que cuando la derivada de la perturbación total (expresión matemática de h en (5)) es conocida y puede ser incluida en el LESO, el error de estimación y el error de seguimiento son asintóticamente estables. Por el contrario, si no se conoce la perturbación total, pero se sabe que su primera derivada está acotada, entonces los errores de estimación y de seguimiento también quedan acotados y sus cotas superiores dependen del ajuste de las ganancias del LESO. Estos resultados se validan de forma numérica y experimental en (Zheng et al., 2012) mediante la simulación de un sistema no lineal y la realización de pruebas en una plataforma para el control de movimiento.

La pertinencia de incluir la información disponible sobre el modelo para mejorar el desempeño del estimador también se estudia en (Sanz et al., 2015), donde el desempeño del LESO se analiza cuando se cuenta con mediciones de todos los estados o se implementa un observador de orden reducido asumiendo que el primer estado es accesible.

La incorporación de información sobre el proceso tomó fuerza como resultado de las limitaciones del LADRC convencional expuestas por (Zhao and Gao, 2010) para sistemas lineales de fase no mínima; especialmente aquellos con respuesta inversa ante una entrada escalón, lo que evidencia la dinámica de ceros en el semiplano derecho. Por ejemplo, en (Xue et al., 2016) se ponen de manifiesto las condiciones para el control de sistemas lineales de segundo orden con ceros de fase no mínima, sugiriendo una forma canónica controlable que incluye información sobre la posición de los polos y ceros. Los resultados numéricos de este trabajo muestran que se aumenta la robustez del lazo y que la selección de las ganancias del LESO influye significativamente en la estabilidad. Otras formulaciones LADRC pensadas principalmente para sistemas que presentan un comportamiento de fase no mínima corresponden a las incluidas en la tabla A.3.

En la sección 3.3 se expuso a modo de ejemplo una transformación de coordenadas que en algunos casos permite reformular un problema de control para identificar plenamente los términos desconocidos que se agrupan en la perturbación total y así lograr controlar por completo el vector de estados del sistema. Sin embargo, cuando los procesos tienen una naturaleza más compleja, dicha transformación puede ser difícil de lograr como lo plantean (Li et al., 2012) y (Castillo et al., 2018), cuyas propuestas se enfocan en la reformulación del LESO para incluir información del modelo, tal que se evite la necesidad de realizar una transformación de coordenadas en sistemas con representación general en variables de estado. Estas investigaciones también plantean la necesidad de estudiar el comportamiento del LADRC ante diferentes tipos de perturbaciones como aquellas que no se asumen diferenciables o son de alta frecuencia.

Aunque la extensión del LADRC a sistemas multivariables mediante el desacoplamiento por rechazo de perturbaciones ha tenido gran acogida como variante del control descentralizado, el acoplamiento entre los canales puede dificultar el análisis de la respuesta de lazo para la caracterización de la dinámica dominante y la selección de la ganancia crítica. En (Zhao et al., 2018) se aborda el problema del diseño DDC cuando no se conoce el orden del sistema y se establece una guía para la selección empírica de los parámetros de sintonización. Otros enfoques como (Inoue and Ishida, 2016), (Teppa-Garran and Garcia, 2014) mantienen el acoplamiento estático para evitar la selección de entradas dominantes y realizan el diseño de las ganancias empleando, por ejemplo, el control LQR.

Se considera que la propuesta de nuevos algoritmos de identificación puede aportar en la obtención de las características requeridas para la implementación del LADRC en sistemas MIMO, por ejemplo, ofreciendo representaciones de estos sistemas en alguna de las formas canónicas. Asimismo, debido a las características de los sistemas multivariables, se puede avanzar en la investigación sobre la selección de las parejas de entrada-salida dominante o la aplicabilidad de la metodología a sistemas

con ceros de transmisión debido a las limitaciones que imponen éstos en el desempeño de lazo cerrado. La extensión del LADRC para sistemas MIMO no cuadrados también es un área promisoriosa.

Sobre la selección del conjunto de ganancias: Los enfoques que se desprenden de la parametrización del ancho de banda que se introdujo como estrategia de sintonización en la sección 4 incluyen el cálculo de las ganancias tomando como referencia controladores preexistentes en el lazo o empleando técnicas de optimización que evalúan índices de desempeño de interés.

Debido a que el ADRC se propuso como una alternativa de mejora del control PID, algunos autores han investigado la sintonización LADRC partiendo de las ganancias de controladores PID existentes en el proceso. Tal es el caso de (Zhao and Li, 2014) o (Sun et al., 2019). Estas alternativas ofrecen un punto de partida y requieren del ajuste empírico de acuerdo con los requisitos de desempeño, de forma similar al enfoque de parametrización por ancho de banda.

Por otro lado, (Zhou and Tan, 2019) propone el cálculo de las ganancias LADRC a partir de un controlador estrictamente propio con integrador, similar al que se expone en (Tan and Fu, 2016) al convertir el lazo LADRC en un sistema de dos grados de libertad bajo el enfoque IMC. La metodología de (Zhou and Tan, 2019) garantiza el mismo rechazo de las perturbaciones que el controlador de referencia. Sin embargo, pueden existir múltiples soluciones o conjuntos de ganancias que ofrecerían diferentes niveles de desempeño, respecto al seguimiento de la trayectoria, y no queda clara la estrategia para seleccionar alguna de ellas.

La similitud de la estructura PID con el LADRC o su análisis como un sistema de dos grados de libertad ofrece como ventaja que el conocimiento del ingeniero de control puede facilitar el proceso empírico de ajuste de ganancias en la transición de controladores. Por ello, los enfoques de sintonización hasta ahora mencionados no profundizan en la discusión sobre la ganancia crítica y asumen que se conoce su valor aproximado. Algunas de las propuestas que incluyen a este parámetro dentro del conjunto de ganancias de diseño recurren a su estimación en línea.

En (Madonski et al., 2013) se plantea la optimización multiobjetivo para obtener los valores de b_0 y ω_o que minimizan el error cuadrático de seguimiento y el error cuadrático de estimación. El valor de ω_c se selecciona según los requisitos de lazo cerrado. Por su parte, (Madonski et al., 2015) reformula el problema de optimización como la minimización de la integral del valor absoluto del error ponderado en el tiempo. La única variable de decisión es el valor nominal de la ganancia crítica ya que ω_c se ajusta según los requisitos de desempeño y ω_o corresponde al ancho de banda del controlador escalado. Ambas contribuciones ofrecen mejoras en comparación a cuando el valor de b_0 se asume constante.

Desde otra perspectiva, (Liang et al., 2015) y (Huang and Du, 2016) emplean técnicas de identificación para obtener el conjunto de parámetros LADRC que controlan un sistema modelado con dinámica lineal de segundo orden y fase mínima. La adecuación de las técnicas de identificación para la obtención de modelos simples trae como ventaja que esta información se puede incluir en el diseño del observador de estados y así mejorar la estimación; aunque la implementación en línea de estas

estrategias aumenta el costo computacional y conlleva el ajuste inicial de los parámetros LADRC.

Al igual que se hizo en el ámbito de la sintonización de controladores PID, se han propuesto fórmulas para el cálculo de las tres ganancias LADRC principales (ganancia crítica, ancho de banda del controlador y ancho de banda del observador) aplicables a procesos que se modelan como sistemas de primer orden más tiempo muerto (FOPDT, del inglés *First Order Plus Dead time*). En (Zhang et al., 2019) se realiza la búsqueda de ganancias LADRC para un grupo de plantas nominales variando el retardo y resolviendo en cada caso un problema de optimización que minimiza la integral del cuadrado del error ponderado en el tiempo y está sujeta a una restricción de robustez. Esta metodología permite obtener una función para cada parámetro principal que depende de la información del modelo FOPDT.

El análisis en frecuencia, particularmente el estudio de la robustez LADRC que involucra las funciones de sensibilidad y sensibilidad complementaria, ha sido empleado como estrategia para la sintonización de algunos de los parámetros del lazo en (Sun et al., 2016) y más recientemente en (He et al., 2020). En este último, se propone un conjunto de fórmulas de ajuste aplicables a procesos de orden alto que se modelan como n sistemas de primer orden en cascada.

Si bien la tendencia entre los investigadores es el diseño LADRC para sistemas de orden inferior (p.e. $n = 1$ o $n = 2$) y sistemas con retardo debido a la dinámica dominante, algunos procesos como los sistemas hidráulicos de orden superior expuestos en (Chu et al., 2019) han servido como caso de estudio para la propuesta de nuevas estrategias de ajuste de parámetros en el dominio de la frecuencia basados en la teoría de realimentación cuantitativa (QFT, del inglés *Quantitative Feedback Theory*).

El avance en la investigación sobre estrategias para la sintonización o selección del conjunto de ganancias LADRC ha evidenciado la interdependencia entre los tres parámetros principales: la ganancia crítica, el ancho de banda del observador y el ancho de banda del controlador. Por ejemplo, para un valor determinado de b_0 , existe un conjunto de valores de ω_c y ω_o que representan la región de estabilidad y que pueden ofrecer diferente desempeño si se analiza ya sea el problema del rechazo de perturbaciones o el de seguimiento de trayectoria. Recientemente, en (Li et al., 2020) se aborda el estudio de la región de estabilidad del LADRC para el control de sistemas con retardo y la utilidad de la misma en la selección de los parámetros de sintonía.

El diseño del lazo de control para garantizar los requisitos de rechazo de perturbaciones en estado estacionario no siempre ofrece resultados aceptables en el seguimiento de la trayectoria. Algunos trabajos que toman como caso de estudio los procesos industriales enfocan el diseño de las ganancias LADRC para garantizar el rechazo de las perturbaciones argumentando que en este tipo de aplicaciones no se producen cambios en la consigna por periodos prolongados. El uso de la optimización multiobjetivo puede contribuir en el análisis de índices en conflicto y por tanto en el diseño del controlador teniendo en cuenta tanto el seguimiento como el rechazo de perturbaciones. El desafío radica en el costo computacional si se realiza sintonización en línea o en la definición de modelos que representen adecuadamente grupos de procesos si se opta por el ajuste fuera de línea.

Finalmente, el crecimiento de la magnitud y tasa de cambio de la ley de control o la presencia de oscilaciones en la misma es una desventaja que introduce el aumentar el ancho de banda del observador para mejorar la velocidad de estimación. Comúnmente se reporta como solución viable la inclusión de limitadores en el lazo. En (Herbst, 2016) se presenta una formulación discreta LADRC que tiene en cuenta las limitaciones sobre la tasa de cambio de la acción de control siguiendo el enfoque del uso de limitadores. En esta área, puede investigar la pertinencia de emplear otras estrategias para el manejo de restricciones no solo de la variable manipulada, sino también de la variable controlada; especialmente en sistemas no lineales cuyo punto de operación lleve al lazo a generar señales de amplitud cercana a su restricción.

Sobre nuevos algoritmos de control basados en LADRC: El reporte de aplicaciones exitosas en la literatura ha impulsado el desarrollo de nuevos esquemas LADRC para su uso en la industria. Tal es el caso del LADRC basado en error que se propone en (Madonski et al., 2019), el cual logra expresar todas las estructuras del lazo en una única función de transferencia que relaciona la señal de control con el error de seguimiento. Otras contribuciones como (Wu et al., 2018) y (Cheng et al., 2019) han tomado el LADRC como base para la propuesta de nuevos algoritmos de control que combinan esta formulación con técnicas avanzadas como el control predictivo generalizado (GPC, del inglés *Generalized Predictive Control*) reduciendo así la dependencia de este último del modelo matemático de la planta.

En (Maxim et al., 2019) se señala que dentro de los retos del control automático en la industria 4.0 se encuentra la propuesta de nuevos algoritmos de implementación sencilla, aplicables a un rango amplio de procesos y cuyos parámetros puedan ser ajustados automáticamente ante un cambio en las condiciones de operación. El ADRC, al ser una tecnología enfocada hacia el control de procesos con dinámica no modelada e incertidumbres de diferente naturaleza, puede contribuir en la formulación de soluciones para reducir la dependencia de modelos precisos o para complementar el control de sistemas complejos mediante su combinación con técnicas de control adaptativo y robusto.

6. Una guía para la implementación del algoritmo LADRC

Esta sección reúne los conceptos e ideas presentadas en las secciones anteriores en una guía para el diseño de lazos de control mediante LADRC.

En la Figura 2 se presenta un algoritmo de cinco pasos. En algunos de ellos se hace referencia a la sección del tutorial en la que se abordó la teoría correspondiente. También se incluyen algunas sugerencias de cálculo para las ganancias LADRC. Por ejemplo, si se tiene acceso a la respuesta al escalón en lazo abierto de un sistema estable con dinámica dominante de primer orden, el valor aproximado de la ganancia crítica b_0 se puede calcular como la razón entre la ganancia estática K y la constante de tiempo τ . Por otro lado, si se asume una dinámica dominante de segundo orden, el valor nominal b_0 se aproxima como la razón entre la ganancia estática y el cuadrado de la constante de tiempo T (Herbst, 2013).

El tiempo de establecimiento de lazo cerrado deseado, t_s , se puede emplear para calcular el ancho de banda del controlador y posteriormente escalar el resultado para obtener el ancho de banda del observador. En cada caso, las sugerencias de cálculo representan valores iniciales para las ganancias y puede ser necesario su ajuste de acuerdo con los requisitos de desempeño, como se indica en el paso final.

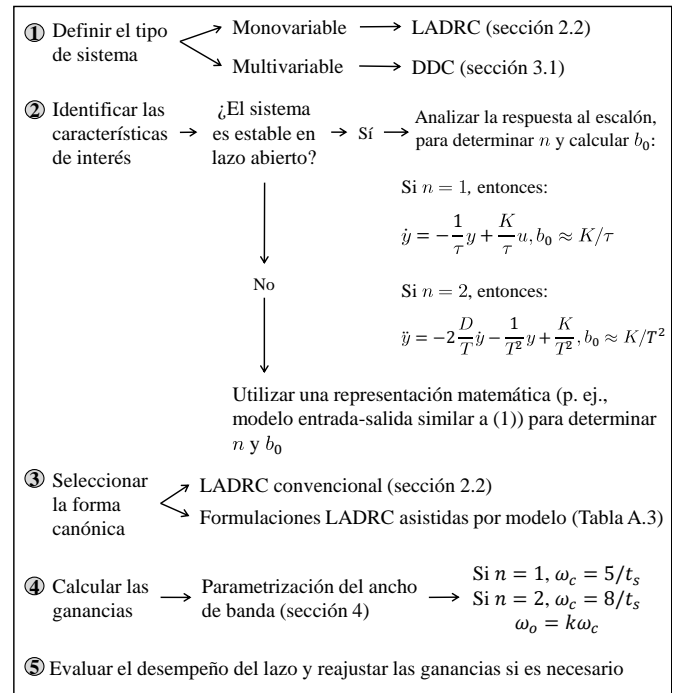


Figura 2: Algoritmo para la implementación del LADRC.

En la siguiente sección se utilizará el algoritmo de la Figura 2 para diseñar controladores LADRC para dos sistemas con dinámica no lineal.

7. Ejemplos de aplicación

En esta sección se presentan dos ejemplos con los que se pretende ilustrar el diseño del lazo LADRC. El primer ejemplo corresponde al control de temperatura de un módulo termoelectrónico y el segundo al control de la concentración de un producto y la temperatura al interior de un reactor. Ambos ejemplos se desarrollaron en MATLAB-Simulink y dichas implementaciones se encuentran disponibles en MATLAB Central (Martínez, 2020) para que el lector pueda reproducir los resultados de este apartado o para facilitar la aplicación de la guía de diseño del ADRC a otros problemas de control.

7.1. Ejemplo 1. Control de temperatura en un módulo termoelectrónico

Se considera como ejemplo inicial el control de la temperatura de un módulo termoelectrónico que funciona según el principio de Peltier y cuya dinámica es no lineal alrededor de sus zonas de operación de *enfriamiento* ($\approx 4^\circ\text{C}$) y de *congelamiento* ($\approx -8^\circ\text{C}$) (Reynoso et al., 2017).

Se asume que el comportamiento real del módulo responde a las ecuaciones de balance térmico presentadas en (Huilocapi et al., 2017) y que se listan a continuación.

El balance térmico en la cara fría del módulo esta dado por:

$$\begin{aligned}
 Q_{cf} &= 9,2\dot{T}_c \\
 Q_{cf} &= Q_{acf} - Q_{pcf} - Q_j + Q_{cond} \\
 Q_{acf} &= 11,75 - 0,5T_c \\
 Q_{pcf} &= 0,041T_c I_p \\
 Q_j &= 0,41I_p^2 \\
 I_p &= \frac{1}{0,82}[V_{in} - 0,041(T_h - T_c)] \\
 Q_{cond} &= 0,2(T_h - T_c)
 \end{aligned} \quad (30)$$

El balance térmico en la cara caliente es:

$$\begin{aligned}
 Q_{hf} &= 13\dot{T}_h \\
 Q_{hf} &= Q_{rhf} + Q_{phf} + Q_j - Q_{cond} \\
 Q_{rhf} &= 9,59(T_r - T_h) \\
 Q_{phf} &= 0,041T_h I_p
 \end{aligned} \quad (31)$$

y finalmente, el equilibrio en el radiador corresponde a:

$$\begin{aligned}
 Q_{rf} &= 722,55\dot{T}_r \\
 Q_{rf} &= Q_{acc} - Q_{rhf} \\
 Q_{acc} &= 7,11(T_a - T_r)
 \end{aligned} \quad (32)$$

Siguiendo los pasos del algoritmo de la Figura 2 se tiene:

1. *Tipo de sistema:* Se desea realizar control monovariante alrededor de la zona de enfriamiento. La salida controlada es la temperatura en la cara fría T_c en °C y la entrada manipulada es el porcentaje de voltaje aplicado al módulo, V_{in} . Para una explicación más detallada sobre el total de las variables que modelan el sistema termoelectrico así como su identificación, se remite al lector a (Huilcapi et al., 2017).
2. *Características de interés:* El sistema es estable en lazo abierto. Con un nivel de voltaje del 26 %, la temperatura en la cara fría evoluciona desde una temperatura inicial de 23,5 °C hasta la temperatura de operación de 4 °C en aproximadamente 40 s. La Figura 3 muestra este comportamiento. Se asume una dinámica dominante de primer orden.

Debido a que el cambio de temperatura que experimenta la celda de Peltier respecto al aumento de voltaje es negativo, es decir, un aumento de tensión ocasiona una disminución de temperatura, se deduce que la ganancia crítica es negativa y su valor se calcula según:

$$b_0 = \frac{K}{\tau} = \frac{\Delta T_c}{V_{in} \tau} = \frac{4 - 23,5}{(26)(8)} = -0,094 \frac{^\circ\text{C}}{\% \cdot \text{s}} \quad (33)$$

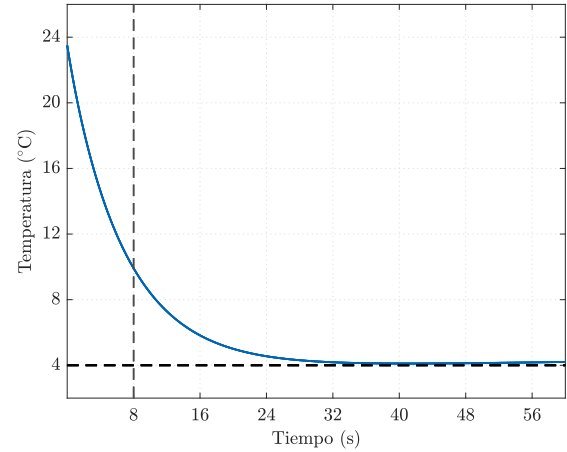


Figura 3: Respuesta de lazo abierto del módulo termoelectrico del ejemplo 1 cuando $V_{in} = 26\%$. Operación en la zona de enfriamiento.

3. *Forma canónica:* Se implementa LADRC convencional que asume una planta modificada tipo integrador. El observador de estados correspondiente con $z_1(0) = 23,5$ y $z_2(0) = 0$ es:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_1 & 1 \\ -L_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} y \quad (34)$$

y la acción de control que actúa sobre el sistema termoelectrico es:

$$u = \frac{u_0 - z_2}{b_0} = \frac{k_1(\tilde{r} - z_1) - z_2}{b_0} \quad (35)$$

4. *Selección de las ganancias:* Se emplea parametrización del ancho de banda. El ancho de banda del controlador se diseña para que la temperatura en la cara fría alcance el valor de referencia en aproximadamente 10 s. De acuerdo con (29):

$$k_1 = \omega_c = \frac{5}{t_s} = \frac{5}{10} = 0,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (36)$$

El ancho de banda del LESO se elige como $\omega_o = 2\omega_c$ rad/s y según (23):

$$L_1 = 2\omega_o = 2(2\omega_c) = (4)(0,5) = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (37)$$

$$L_2 = \omega_o^2 = [2(0,5)]^2 = 1 \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2} \quad (38)$$

5. *Evaluación del desempeño:* El desempeño del controlador ante diferentes cambios en la temperatura de referencia, alrededor de la zona de enfriamiento, se muestra en la Figura 4. Con el propósito de realizar una comparación cualitativa, también se incluye el desempeño alcanzado con el controlador PI (39), el cual fue diseñado en (Reynoso et al., 2017) mediante optimización multiobjetivo. Adicionalmente, se simuló un ruido en la medición de $\pm 0,2$ °C.

$$C_{PI}(s) = 0,86 \left(1 + \frac{1}{0,89s} \right) \quad (39)$$

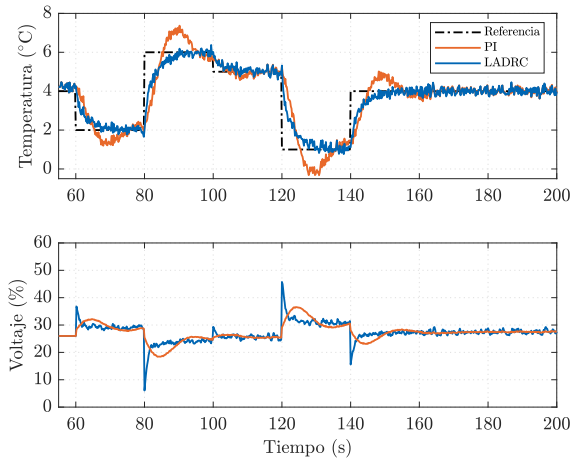


Figura 4: Desempeño de un LADRC de primer orden en el control de temperatura del módulo termoelectrónico del ejemplo 1 y comparación con un controlador PI. Operación en la zona de enfriamiento.

Los resultados muestran que el LADRC puede controlar el sistema no lineal con un tiempo de establecimiento que cumple el requisito de diseño y no presenta sobrepaso en comparación con el controlador PI. Con un ancho de banda superior en el controlador del lazo LADRC, el sistema mantiene la estabilidad y disminuye el tiempo de establecimiento, pero produce cambios más significativos en el porcentaje de voltaje ante el cambio en la consigna. Por otro lado, un aumento en el ancho de banda del observador no aporta mejoras en la respuesta del sistema; por el contrario, genera mayor oscilación en la acción de control debido al ruido.

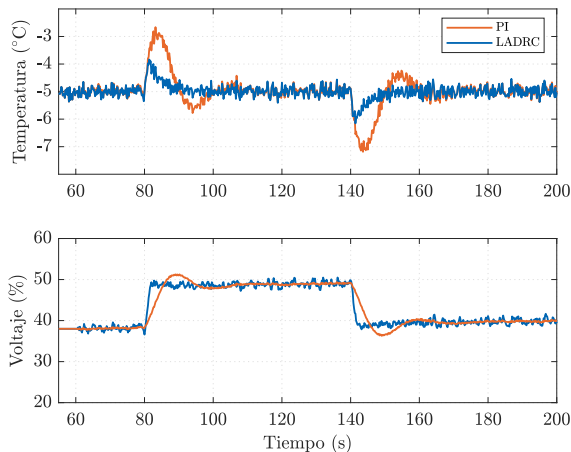


Figura 5: Desempeño del LADRC de primer orden en el rechazo de una perturbación en el voltaje de alimentación del módulo termoelectrónico del ejemplo 2 y comparación con un controlador PI. Operación en la zona de congelamiento.

Finalmente, se considera el caso en el que el módulo termoelectrónico opera en la zona de congelamiento. Con el mismo conjunto de ganancias, el LADRC mantiene la temperatura de la cara fría en el valor deseado de -5°C , como se aprecia en la Figura 5. En el instante $t = 80\text{ s}$ se simuló un fallo en la etapa de alimentación que disminuye el voltaje del módulo en un 10 % durante un minuto.

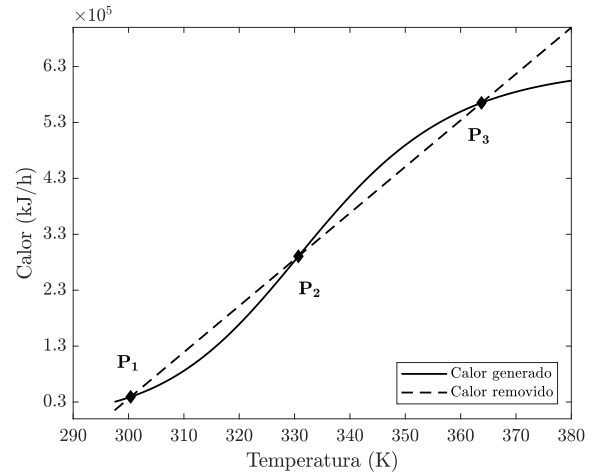


Figura 6: Puntos de equilibrio del CSTR del ejemplo 2.

El LADRC rechaza el efecto de la perturbación sobre la salida, con una desviación máxima de 1°C y retorna al sistema a su punto de operación deseado más rápidamente que el control PI.

7.2. Ejemplo 2. Control de un reactor de tanque agitado continuo

Como segundo ejemplo se expone el diseño LADRC para un reactor de tanque agitado continuo (CSTR, del inglés *Continuous stirred-tank reactor*). En este sistema, se produce una reacción química de primer orden irreversible $A \rightarrow B$ en el líquido del tanque y que genera calor, por lo que el reactor cuenta con una chaqueta que lo recubre y por la que circula un líquido refrigerante a temperatura T_j que contribuye en la regulación de la temperatura T del interior. Adicionalmente, también resulta de interés el control de la concentración C_a del producto A dentro del tanque.

El comportamiento de un CSTR se describe mediante un conjunto de ecuaciones altamente no lineales que resultan del balance de masa y energía del reactor (Luyben, 1990). La solución de estas ecuaciones cuando los términos de acumulación son cero permite calcular los puntos de equilibrio $P_i = [C_{as} T_s T_{js}]$ que, dependiendo del diseño del reactor, pueden ser múltiples. Esto es, el sistema puede operar a diferentes valores de concentración y temperatura cuando los caudales y demás parámetros se mantienen constantes (Marlin, 2000).

Se considera como caso de estudio el CSTR expuesto en (Pérez-Polo and Albertos, 2007) y cuya dinámica responde a las ecuaciones:

$$\dot{C}_a = 0,736F(8 - C_a) - 7,08 \times 10^{10} C_a e^{-8375,2/T}$$

$$\begin{aligned} \dot{T} = & 0,736F(297,472 - T) + \\ & 1,7 \times 10^{12} C_a e^{-8375,2/T} - 20,886(T - T_j) \end{aligned} \quad (40)$$

$$\dot{T}_j = 11,779F_j(294,7 - T_j) + 200,643(T - T_j)$$

Si se establecen los caudales de entrada, F , y del refrigerante, F_j , en, por ejemplo, $F = 1,13\text{ m}^3/\text{h}$ y $F_j = 1,41\text{ m}^3/\text{h}$, el reactor presenta los tres puntos de equilibrio que se listan en la Tabla 1. En cada una de estas temperaturas el calor generado por la reacción es igual al calor removido con ayuda del refrigerante, como se señala en la Figura 6.

Los puntos P_1 y P_3 son estables y el punto P_2 es inestable. En este ejemplo, se emplea el control por rechazo activo de perturbaciones para operar el reactor en los puntos P_1 y P_2 .

Tabla 1: Puntos de equilibrio del CSTR del ejemplo 2.

	C_a (kmol/m ³)	T_s (K)	T_{js} (K)	Naturaleza
P_1	7.503	300.378	299.944	estable
P_2	4.316	330.693	327.941	inestable
P_3	0.839	363.766	358.486	estable

A partir del algoritmo de la Figura 2:

1. *Tipo de sistema:* Se desean controlar la temperatura en el interior, T y la concentración del producto A, C_a mediante la manipulación del caudal de alimentación F y el caudal del refrigerante F_j , por lo que el sistema es multivariable.

Bajo el enfoque DDC, el control de este sistema requiere la implementación de dos lazos SISO LADRC. La concentración se controla mediante el caudal de entrada y la temperatura del interior del reactor se controla a través del caudal del refrigerante que circula por la chaqueta.

2. *Características de interés:* En la gráfica superior de la Figura 7 se presenta la evolución de la concentración ante una disminución en el flujo volumétrico de entrada del 10 % de su valor nominal, cuando el sistema opera en el estado de equilibrio P_1 . Asimismo, la gráfica inferior muestra el cambio en la temperatura del interior del reactor cuando se produce una disminución en el caudal del refrigerante del 10 % de su valor de equilibrio.

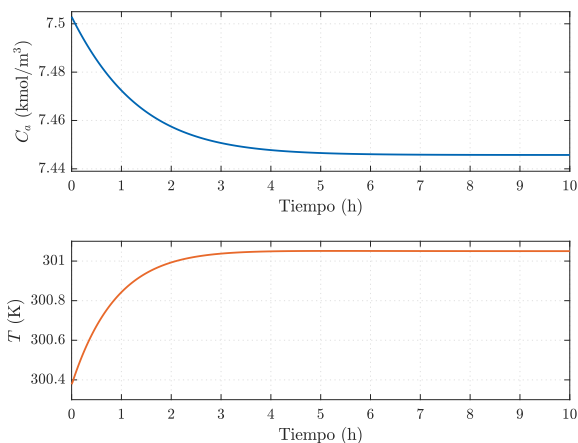


Figura 7: Respuesta del CSTR del ejemplo 2 ante cambios en las variables manipuladas. Superior: variación de C_a cuando F disminuye de 1,130 a 1,017 m³/h. Inferior: variación en T cuando F_j disminuye de 1,410 a 1,269 m³/h.

Se selecciona LADRC de primer orden para cada lazo tal que el sistema (40) se reformula como:

$$\begin{cases} \dot{C}_a = f_1 + b_{011}F \\ \dot{T} = f_2 + b_{022}F_j \end{cases} \quad (41)$$

donde f_1 y f_2 representan la dinámica desconocida y las perturbaciones de cada lazo respectivamente.

Los valores aproximados de las ganancias críticas b_{011} en kmol/m³ y b_{022} en K/m³ se calculan a partir de las respuestas de la Figura 7:

$$b_{011} = \frac{\Delta C_a}{\Delta F \tau_{ca}} = \frac{7,446 - 7,503}{(1,017 - 1,130)(0,923)} = 0,547 \quad (42)$$

$$b_{022} = \frac{\Delta T}{\Delta F_j \tau_r} = \frac{301,050 - 300,378}{(1,269 - 1,410)(0,590)} = -8,078 \quad (43)$$

En (42) τ_{ca} corresponde a la constante de tiempo de la evolución de la concentración. Igualmente, τ_r en (43) es la constante de tiempo de la temperatura del reactor.

3. *Forma canónica:* El DDC asume la forma canónica convencional en cada lazo por lo que el LESO debe estimar cuatro estados: z_{11} y z_{12} que corresponden a la estimación de la concentración y la perturbación total del lazo 1 y z_{21} y z_{22} que representan la temperatura y la perturbación total del lazo 2 respectivamente.

La estructura del observador es:

$$\dot{z} = Az + Bu + L(y - Cz)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{011} & 0 \\ 0 & b_{022} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} 2\omega_{o1} & 0 \\ 0 & 2\omega_{o2} \\ \omega_{o1}^2 & 0 \\ 0 & \omega_{o2}^2 \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$z = \begin{bmatrix} z_{11} \\ z_{21} \\ z_{12} \\ z_{22} \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} \frac{\omega_{c1}(\tilde{r}_1 - z_{11}) - z_{12}}{b_{011}} \\ \frac{\omega_{c2}(\tilde{r}_2 - z_{21}) - z_{22}}{b_{022}} \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} C_a \\ T \end{bmatrix}$$

Cabe aclarar que (44) se puede implementar como dos observadores de estados independientes; uno para cada lazo. Asimismo, las filas de las matrices se pueden intercambiar siempre que se respete la forma canónica LADRC. Para este ejemplo se decidió realizar la implementación tal que los dos últimos estados de (44) sean los valores estimados de las perturbaciones totales de cada lazo. Finalmente, se incluyen las ganancias en función de los anchos de banda (ω_{c1} , ω_{o1} para el lazo 1 y ω_{c2} , ω_{o2} para el lazo 2) puesto que en el siguiente paso se definirán sus valores.

4. *Selección de las ganancias:* El ancho de banda del controlador de cada lazo se diseña para que ante un cambio en la consigna, ambas salidas alcancen el estado estable en aproximadamente 5 h. Esto es, $\omega_{c1} = \omega_{c2} = 1$ rad/s. Los anchos de banda de cada observador se calculan escalando por 10 los valores de los anchos de banda de los controladores según $\omega_{o1} = \omega_{o2} = 10$ rad/s.
5. *Evaluación del desempeño:* La Figura 8 muestra la evolución de la concentración del producto A y la temperatura del reactor para diferentes valores de referencia a partir del punto de equilibrio P_1 . Con el DDC, las salidas siguen las referencias mediante la variación de los dos caudales

ya se reduce el acoplamiento entre los canales. Para la simulación, se incluyó ruido en las salidas con varianza de 4×10^{-6} en la concentración y 2×10^{-4} en la temperatura.

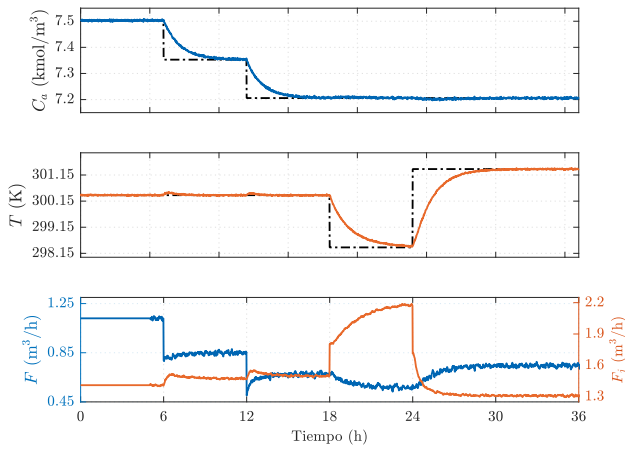


Figura 8: Desempeño del DDC en el control del CSTR del ejemplo 2. Respuesta ante el cambio en las referencias alrededor del punto de equilibrio P_1 .

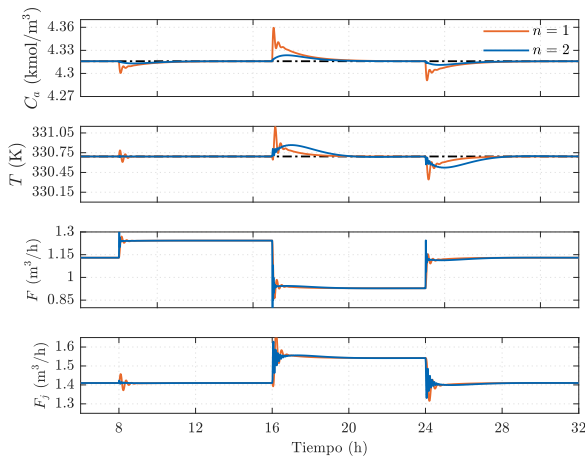


Figura 9: Desempeño para el rechazo de perturbaciones del DDC en el control del CSTR del ejemplo 2. Operación en el punto de equilibrio P_2 .

Se considera ahora la operación en el punto inestable P_2 . En este estado se hace necesario el control por realimentación para mantener la operación, puesto que cualquier variación en las condiciones iniciales lleva al reactor a evolucionar hacia alguno de los otros dos puntos de equilibrio (Luyben, 1990).

En la Figura 9 se muestra la respuesta del sistema cuando se emplea el controlador por desacoplo de perturbaciones diseñado para el punto P_1 . El DDC en este caso es capaz de mantener el reactor en su estado deseado y adicionalmente rechaza dos tipos de perturbaciones: una disminución del 10 % en el caudal de alimentación desde el instante $t = 8$ h al instante $t = 16$ h y un aumento en la concentración del producto A que ingresa al reactor desde el instante $t = 16$ h al instante $t = 24$ h. La primera de éstas se considera una perturbación de carga y la segunda

una incertidumbre paramétrica. En ambos casos los flujos volumétricos evolucionan para regresar al reactor a su estado estable en el tiempo requerido.

Finalmente, a modo de comparación, en la Figura 9 también se incluye el desempeño alcanzado con un DDC en el que se implementó LADRC de segundo orden ($n = 2$) en cada lazo. Aumentar el orden del controlador reduce la desviación máxima que se produce en las salidas con una variación total en las señales de control ligeramente mayor que en el DDC de primer orden.

Los parámetros se ajustaron siguiendo las sugerencias del algoritmo de la Figura 2 y se mantuvo el valor deseado $t_s = 5$ h. En consecuencia, $b_{011} = 0,593$ kmol/m⁶, $b_{022} = -13,701$ K/m³, $\omega_{c1} = \omega_{c2} = 1,6$ rad/s, $\omega_{o1} = 16$ rad/s y $\omega_{o2} = 8$ rad/s. El desempeño de ambas implementaciones se evaluó mediante la integral del valor absoluto del error ($IAE = \int_0^{t_s} |e(t)| \cdot dt$) y los valores correspondientes se presentan en la Tabla 2 para los dos casos anteriormente mencionados; caso 1: variación del caudal de alimentación y caso 2: variación de la concentración del producto A que ingresa al tanque.

Tabla 2: Integral del valor absoluto del error, IAE.

	Caso 1		Caso 2	
	IAE _{C_a}	IAE _T	IAE _{C_a}	IAE _T
$n = 1$	0.012	0.023	0.033	0.222
$n = 2$	0.006	0.004	0.015	0.418

8. Conclusiones

El control por rechazo activo de perturbaciones (ADRC) es un algoritmo de control que estima y cancela en tiempo real las diferencias desconocidas entre la planta controlada y su modelo nominal asumido. Estas diferencias pueden incluir elementos no modelados de la dinámica, componentes de incertidumbre y otras perturbaciones. La estimación y cancelación activa se logra a través del diseño de un observador de estados extendido (ESO) y una ley de control por realimentación de estados. Cuando el observador y la ley de control se diseñan por medio de la evaluación de funciones no lineales, el algoritmo se denomina NADRC. Por otro lado, si se emplea un observador de tipo Luenberger junto a una ley de control lineal, al algoritmo se le llama LADRC.

En la formulación convencional del ADRC, para controlar un sistema, ya sea lineal o no lineal, no se requiere un modelo preciso del proceso. Solo son necesarios el conocimiento del orden en la dinámica dominante y la ganancia crítica; características que pueden aproximarse a partir del análisis de las señales de entrada y salida. Así, el algoritmo induce al sistema a comportarse como un conjunto de integradores en cascada de orden n sobre el que actúa la ley de control diseñada.

La propuesta de estructuras lineales para el observador y la ley de control permitió el avance en la justificación teórica de esta estrategia. Diversos trabajos han aportado al estudio del desempeño del LADRC en el dominio del tiempo y de la frecuencia ofreciendo a su vez indicaciones para la selección de las ganancias del lazo. Sin embargo, la parametrización del

ancho de banda propuesta inicialmente sigue dominando como estrategia de ajuste, a pesar de ser un proceso empírico.

A modo orientativo, en este tutorial se incluyó una revisión de los trabajos significativos que han contribuido al desarrollo y avance de la investigación sobre el ADRC y se enunciaron algunas áreas promisorias para el desarrollo de futuras contribuciones.

Para ilustrar la aplicación de los conceptos abordados, se adoptaron dos ejemplos para mostrar el diseño del lazo de control LADRC basándose en el rango de aplicaciones exitosas publicadas: el control de temperatura de una celda de Peltier y el control de la concentración y temperatura en un reactor de tanque agitado continuo. Ambos ejemplos representan sistemas no lineales. El primero de ellos monovariable y el segundo multivariable. La dinámica dominante y el valor aproximado de la ganancia crítica se dedujeron a partir de la respuesta temporal. El conjunto de ganancias se sintonizó mediante parametrización de ancho de banda, seleccionando los anchos de banda del controlador y observador según los requisitos de desempeño en lazo cerrado.

Mediante los ejemplos presentados, se verificó la metodología de diseño de controladores lineales por control por rechazo activo de perturbaciones. Además, se validó la funcionalidad del algoritmo en diferentes puntos de operación estables e inestables de los sistemas y su respuesta ante perturbaciones de carga e incertidumbre paramétrica comparando el desempeño de forma cualitativa y cuantitativa.

Referencias

- Ahi, B., Haeri, M., 2018. Linear active disturbance rejection control from the practical aspects. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 23 (6), 2909–2919.
DOI: 10.1109/tmech.2018.2871880
- Ahmad, S., Ali, A., 2019. Active disturbance rejection control of DC–DC boost converter: a review with modifications for improved performance. *IET Power Electronics* 12 (8), 2095–2107.
DOI: 10.1049/iet-pel.2018.5767
- Albertos, P., García, P., Gao, Z., Liu, T., 2014. Disturbance rejection in process control. In: *Proceeding of the 11th World Congress on Intelligent Control and Automation*. IEEE.
DOI: 10.1109/wcica.2014.7053408
- Baquero-Suárez, M., Cortes-Romero, J., Arcos-Legarda, J., Coral-Enriquez, H., 2018. Estabilización automática de una bicicleta sin conductor mediante el enfoque de control por rechazo activo de perturbaciones. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 15 (1), 86–100.
DOI: 10.4995/riai.2017.8832
- Castillo, A., García, P., Sanz, R., Albertos, P., 2018. Enhanced extended state observer-based control for systems with mismatched uncertainties and disturbances. *ISA Transactions* 73, 1–10.
DOI: 10.1016/j.isatra.2017.12.005
- Chen, W.-H., Yang, J., Guo, L., Li, S., 2016. Disturbance-observer-based control and related methods—an overview. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 63 (2), 1083–1095.
DOI: 10.1109/tie.2015.2478397
- Cheng, Y., Chen, Z., Sun, M., Sun, Q., Aug. 2019. Active disturbance rejection generalized predictive control for a high purity distillation column process with time delay. *The Canadian Journal of Chemical Engineering* 97 (11), 2941–2951.
DOI: 10.1002/cjce.23513
- Chu, Z., Wu, C., Sepelri, N., 2019. Active disturbance rejection control applied to high-order systems with parametric uncertainties. *International Journal of Control, Automation and Systems* 17 (6), 1483–1493.
DOI: 10.1007/s12555-018-0509-8
- Feng, H., Guo, B.-Z., 2017. Active disturbance rejection control: Old and new results. *Annual Reviews in Control* 44, 238–248.
DOI: 10.1016/j.arcontrol.2017.05.003
- Fu, C., Tan, W., 2016. Tuning of linear ADRC with known plant information. *ISA Transactions* 65, 384–393.
DOI: 10.1016/j.isatra.2016.06.016
- Gao, Z., 2003. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning. In: *Proceedings of the 2003 American Control Conference*, 2003. IEEE.
DOI: 10.1109/acc.2003.1242516
- Gao, Z., 2014. On the centrality of disturbance rejection in automatic control. *ISA Transactions* 53 (4), 850–857.
DOI: 10.1016/j.isatra.2013.09.012
- Guerrero-Ramírez, E. O., Martínez-Barbosa, A., Ramírez, E.-G., Linares-Flores, J., Sira-Ramírez, H., 2018. Control del convertidor CD/CD reductor–paralelo implementado en FPGA. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 15 (3), 309–316.
DOI: 10.4995/riai.2018.8925
- Guo, B.-Z., Zhao, Z.-L., 2016. *Active Disturbance Rejection Control for Non-linear Systems*. John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd.
DOI: 10.1002/9781119239932
- Han, J., 2009. From PID to active disturbance rejection control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 56 (3), 900–906.
DOI: 10.1109/tie.2008.2011621
- He, T., Wu, Z., Li, D., Wang, J., 2020. A tuning method of active disturbance rejection control for a class of high-order processes. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 67 (4), 3191–3201.
DOI: 10.1109/tie.2019.2908592
- Herbst, G., 2013. A simulative study on active disturbance rejection control (ADRC) as a control tool for practitioners. *Electronics* 2 (4), 246–279.
DOI: 10.3390/electronics2030246
- Herbst, G., 2016. Practical active disturbance rejection control: Bumpless transfer, rate limitation, and incremental algorithm. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 63 (3), 1754–1762.
DOI: 10.1109/tie.2015.2499168
- Huang, C., Du, B., 2016. Differentially flatness active disturbance rejection control approach via algebraic parameter identification to double tank problem. In: *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*. IEEE.
DOI: 10.1109/chicc.2016.7553678
- Huang, Y., Xue, W., 2014. Active disturbance rejection control: Methodology and theoretical analysis. *ISA Transactions* 53 (4), 963–976.
DOI: 10.1016/j.isatra.2014.03.003
- Huilcapi, V., Herrero, J. M., Blasco, X., Martínez-Iranzo, M., 2017. Non-linear identification of a peltier cell model using evolutionary multi-objective optimization. *IFAC-PapersOnLine* 50 (1), 4448–4453.
DOI: 10.1016/j.ifacol.2017.08.372
- Inoue, S., Ishida, Y., 2016. Design of a model-following controller using a decoupling active disturbance rejection control method. *Journal of Electrical & Electronic Systems* 05 (01).
DOI: 10.4172/2332-0796.1000174
- Li, D., Chen, X., Zhang, J., Jin, Q., 2020. On parameter stability region of LADRC for time-delay analysis with a coupled tank application. *Processes* 8 (2), 223.
DOI: 10.3390/pr8020223
- Li, J., Qi, X. H., Wan, H., Xia, Y. Q., 2017a. Active disturbance rejection control: theoretical results summary and future researches. *Kongzhi Lilun Yu Yingyong/Control Theory and Applications* 34, 281–295.
DOI: 10.7641/CTA.2017.60363
- Li, J., Xia, Y., Qi, X., Gao, Z., 2017b. On the necessity, scheme, and basis of the linear–nonlinear switching in active disturbance rejection control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 64 (2), 1425–1435.
DOI: 10.1109/tie.2016.2611573
- Li, S., Yang, J., Chen, W.-H., Chen, X., 2012. Generalized extended state observer based control for systems with mismatched uncertainties. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 59 (12), 4792–4802.
DOI: 10.1109/tie.2011.2182011
- Liang, Q., Wang, C. B., Pan, J. W., Wei, Y. H., Wang, Y., 2015. Parameter identification of b0 and parameter tuning law in linear active disturbance rejection control. *Kongzhi yu Juece/Control and Decision* 30, 1691–1695.
DOI: 10.13195/j.kzyjc.2014.0943
- Luyben, W. L., 1990. *Process Modeling, Simulation, and Control for Chemical Engineers*. McGraw-Hill.
- Madonski, R., Gao, Z., Lakomy, K., 2015. Towards a turnkey solution of industrial control under the active disturbance rejection paradigm. In: *2015 54th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)*. IEEE.
DOI: 10.1109/sice.2015.7285478
- Madonski, R., Piosik, A., Herman, P., 2013. High-gain disturbance observer

- tuning seen as a multicriteria optimization problem. In: 21st Mediterranean Conference on Control and Automation. IEEE.
DOI: 10.1109/med.2013.6608905
- Madonski, R., Shao, S., Zhang, H., Gao, Z., Yang, J., Li, S., 2019. General error-based active disturbance rejection control for swift industrial implementations. *Control Engineering Practice* 84, 218–229.
DOI: 10.1016/j.conengprac.2018.11.021
- Marlin, T., 2000. *Process Control: Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance*. McGraw-Hill.
- Martínez, B. V., Jul 2020. Active Disturbance Rejection Control-implementation examples. Version 1.0.0. url: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/78459>.
- Maxim, A., Copot, D., Copot, C., Ionescu, C. M., 2019. The 5w's for control as part of industry 4.0: Why, what, where, who, and when—a PID and MPC control perspective. *Inventions* 4 (1), 10.
DOI: 10.3390/inventions4010010
- Nowicki, M., Madonski, R., Kozłowski, K., 2015. First look at conditions on applicability of ADRC. In: 2015 10th International Workshop on Robot Motion and Control (RoMoCo). IEEE.
DOI: 10.1109/romoco.2015.7219750
- Parvathy, R., Daniel, A. E., 2013. A survey on active disturbance rejection control. In: 2013 International Multi-Conference on Automation, Computing, Communication, Control and Compressed Sensing (iMac4s). IEEE.
DOI: 10.1109/imac4s.2013.6526432
- Pérez-Polo, M., Albertos, P., 2007. Nonisothermal stirred-tank reactor with irreversible exothermic reaction $a \rightarrow b$: 2. nonlinear phenomena. In: *Selected Topics in Dynamics and Control of Chemical and Biological Processes*. Springer Berlin Heidelberg, pp. 243–279.
DOI: 10.1007/978-3-540-73187-0
- Reynoso, G., Blasco, X., Sanchis, J., Herrero, J. M., 2017. *Controller Tuning with Evolutionary Multiobjective Optimization*. Springer International Publishing.
DOI: 10.1007/978-3-319-41301-3
- Sanz, R., Garcia, P., Albertos, P., 2015. Active disturbance rejection by state feedback: Experimental validation in a 3-dof quadrotor platform. In: 2015 54th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE). pp. 794–799.
- Sira-Ramírez, H., 2018. From flatness, GPI observers, GPI control and flat filters to observer-based ADRC. *Control Theory and Technology* 16 (4), 249–260.
DOI: 10.1007/s11768-018-8134-x
- Sun, L., Li, D., Gao, Z., Yang, Z., Zhao, S., 2016. Combined feedforward and model-assisted active disturbance rejection control for non-minimum phase system. *ISA Transactions* 64, 24–33.
DOI: 10.1016/j.isatra.2016.04.020
- Sun, L., Zhang, Y., Li, D., Lee, K. Y., 2019. Tuning of active disturbance rejection control with application to power plant furnace regulation. *Control Engineering Practice* 92, 104122.
DOI: 10.1016/j.conengprac.2019.104122
- Tan, W., Fu, C., 2016. Linear active disturbance-rejection control: Analysis and tuning via imc. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 63 (4), 2350–2359.
- Teppa-Garran, P., Garcia, G., 2014. ADRC tuning employing the LQR approach for decoupling uncertain MIMO systems. *Information Technology And Control* 43 (2).
DOI: 10.5755/j01.itc.43.2.4059
- Wu, X., Chen, Z., Zhao, Y., Sun, L., Sun, M., 2018. A comprehensive decoupling control strategy for a gas flow facility based on active disturbance rejection generalized predictive control. *The Canadian Journal of Chemical Engineering* 97 (3), 762–776.
DOI: 10.1002/cjce.23215
- Xue, W., Huang, Y., 2015. Performance analysis of active disturbance rejection tracking control for a class of uncertain LTI systems. *ISA Transactions* 58, 133–154.
DOI: 10.1016/j.isatra.2015.05.001
- Xue, W., Huang, Y., Gao, Z., 2016. On ADRC for non-minimum phase systems: canonical form selection and stability conditions. *Control Theory and Technology* 14 (3), 199–208.
DOI: 10.1007/s11768-016-6041-6
- Zhang, B., Tan, W., Li, J., 2019. Tuning of linear active disturbance rejection controller with robustness specification. *ISA Transactions* 85, 237–246.
DOI: 10.1016/j.isatra.2018.10.018
- Zhao, C., Li, D., 2014. Control design for the SISO system with the unknown order and the unknown relative degree. *ISA Transactions* 53 (4), 858–872.
DOI: 10.1016/j.isatra.2013.10.001
- Zhao, C., Li, D., Cui, J., Tian, L., 2018. Decentralized low-order ADRC design for MIMO system with unknown order and relative degree. *Personal and Ubiquitous Computing* 22 (5-6), 987–1004.
DOI: 10.1007/s00779-018-1158-x
- Zhao, S., Gao, Z., 2010. Active disturbance rejection control for non-minimum phase systems. In: *Proceedings of the 29th Chinese Control Conference*. pp. 6066–6070.
- Zhao, S., Gao, Z., 2014. Modified active disturbance rejection control for time-delay systems. *ISA Transactions* 53 (4), 882–888.
DOI: 10.1016/j.isatra.2013.09.013
- Zhao, S., Xue, W., Gao, Z., 2013. Achieving minimum settling time subject to undershoot constraint in systems with one or two real right half plane zeros. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 135 (3).
DOI: 10.1115/1.4023211
- Zheng, Q., Chen, Z., Gao, Z., 2009. A practical approach to disturbance decoupling control. *Control Engineering Practice* 17 (9), 1016–1025.
DOI: 10.1016/j.conengprac.2009.03.005
- Zheng, Q., Gao, L. Q., Gao, Z., 2012. On validation of extended state observer through analysis and experimentation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 134 (2).
DOI: 10.1115/1.4005364
- Zheng, Q., Gao, Z., 2010. On practical applications of active disturbance rejection control. In: *Proceedings of the 29th Chinese Control Conference*. pp. 6095–6100.
- Zheng, Q., Gao, Z., 2016. Active disturbance rejection control: between the formulation in time and the understanding in frequency. *Control Theory and Technology* 14 (3), 250–259.
DOI: 10.1007/s11768-016-6059-9
- Zheng, Q., Gao, Z., 2018. Active disturbance rejection control: some recent experimental and industrial case studies. *Control Theory and Technology* 16 (4), 301–313.
DOI: 10.1007/s11768-018-8142-x
- Zheng, Q., Gao, L. Q., Gao, Z., 2007. On stability analysis of active disturbance rejection control for nonlinear time-varying plants with unknown dynamics. In: 2007 46th IEEE Conference on Decision and Control. IEEE.
DOI: 10.1109/cdc.2007.4434676
- Zhou, R., Tan, W., 2019. Analysis and tuning of general linear active disturbance rejection controllers. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 66 (7), 5497–5507.
DOI: 10.1109/tie.2018.2869349

Apéndice A. Formulaciones LADRC

En la Tabla A.3 se incluyen algunas de las formulaciones LADRC propuestas en la literatura. La forma canónica ADRC hace referencia al comportamiento deseado de la planta modificada. En las propuestas en las que se asume un modelo nominal, se considera que el proceso se representa mediante la ecuación diferencial (A.1). La notación $y^{(n)}$ y $u^{(n)}$ indica derivada de orden n .

$$y^{(n)} + \dots + a_1 \dot{y} + a_0 y = b_n u^{(n)} + \dots + b_1 \dot{u} + b_0 u \quad (\text{A.1})$$

También se presenta la formulación del observador de estados extendido asociada a cada implementación. Para todos los casos, $z = [z_1, \dots, z_n, z_{n+1}]^T$ representa el vector de estados estimados y $L = [L_1, \dots, L_n, L_{n+1}]^T$ el vector de ganancias. La Tabla A.4 incluye las características sobresalientes de las formulaciones.

Tabla A.3: Formulaciones LADRC propuestas en la literatura.

LADRC	Forma canónica	Observador de estados extendido
Convencional	$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B u$ $y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}$	$A_c = \begin{bmatrix} A & \begin{bmatrix} 0_{(n-1) \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} \\ 0_{1 \times n} & 0 \end{bmatrix} \quad B_c = b_0 \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$ $C_c = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}$ $\dot{z} = A_c z + B_c u + L(y - C_c z)$
Asistido por modelo	$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix}}_{A_0} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix}}_{B_0} u$ $y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{C_0} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}$	$A_e = \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ 0_{1 \times n} & 0 \end{bmatrix} \quad B_e = \begin{bmatrix} B_0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $C_e = \begin{bmatrix} C_0 & 0 \end{bmatrix}$ $\dot{z} = A_e z + B_e u + L(y - C_e z)$
Generalizado	$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix}}_{A_m} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix}}_{B_m} u$ $y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \cdots & b_{n-2}/b_0 & b_{n-1}/b_0 \end{bmatrix}}_{C_m} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}$	$\tilde{A}_e = \begin{bmatrix} A_m & \begin{bmatrix} 0_{(n-1) \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} \\ 0_{1 \times n} & 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{B}_e = \begin{bmatrix} B_m \\ 0 \end{bmatrix}$ $\tilde{C}_e = \begin{bmatrix} C_m & 0 \end{bmatrix}$ $\dot{z} = \tilde{A}_e z + \tilde{B}_e u + L(y - \tilde{C}_e z)$
Convencional modificado	$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B u$ $y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}$	$A_s = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} & I_{n \times n} \\ 0 & a \end{bmatrix} \quad B_s = b_0 \begin{bmatrix} B \\ -a_{n-1} \end{bmatrix}$ $C_s = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}$ $\dot{z} = A_s z + B_s u + L(y - C_s z)$

Tabla A.4: Características diferenciadoras de las formulaciones LADRC propuestas en la literatura.

ADRC	Características
Convencional	<ul style="list-style-type: none"> ■ La planta modificada o nominal se asume como un conjunto de integradores en cascada o integrador de orden n. ■ El primer estado coincide con la salida controlada y su medición es accesible. ■ La acción de control que actúa sobre la planta real es $u = \frac{1}{b_0} \left[k_1(\tilde{r} - z_1) - \sum_{i=2}^n (k_i z_i) - z_{n+1} \right]$.
Asistido por modelo	<ul style="list-style-type: none"> ■ La planta modificada se asume como un sistema de fase no mínima y orden n. ■ Los valores de β_i ($i = 1, \dots, n$) se calculan a partir de los coeficientes de la ecuación diferencial que representa el proceso nominal. ■ El primer estado coincide con la salida controlada y su medición es accesible. ■ Mediante parametrización del ancho de banda, las ganancias del observador de estados contenidas en el vector L se calculan al comparar los coeficientes de la ecuación característica $sI - (A_e - LC_e)$ con los del polinomio $(s + \omega_o)^{n+1}$. Debido a que la matriz A_e contiene la información del modelo del proceso, los elementos de L son dependientes de esta información. ■ La acción de control que actúa sobre el sistema real es $u = u_0 - z_{n+1}$. ■ La acción de control u_0 es la salida de un controlador en prealimentación que a su vez se compone de un compensador y un generador de señal. Esta propuesta busca que la respuesta del sistema alcance el estado estable en un tiempo de establecimiento requerido y respetando una restricción en la respuesta inversa (<i>undershoot</i>). El diseño del controlador en prealimentación se aborda en detalle en (Zhao et al., 2013).
Generalizado	<ul style="list-style-type: none"> ■ La planta modificada se asume como un sistema de orden n del que se conoce la ubicación nominal de los polos y ceros. ■ La salida controlada corresponde a una combinación lineal de los estados. ■ Mediante parametrización del ancho de banda, las ganancias del observador de estados contenidas en el vector L se calculan al comparar los coeficientes de la ecuación característica $sI - (\tilde{A}_e - \tilde{L}\tilde{C}_e)$ con los del polinomio $(s + \omega_o)^{n+1}$. Debido a que las matrices \tilde{A}_e y \tilde{C}_e contienen la información del modelo del proceso, los elementos de \tilde{L}_o son dependientes de esta información. ■ La ley de control que actúa sobre la planta real es $u = r - \frac{1}{b_0} \left[\sum_{i=1}^n (\tilde{k}_i z_i) - z_{n+1} \right]$. ■ Los valores de \tilde{k}_i se calculan según $\tilde{k}_i = \binom{n}{i-1} \omega_c^{n+1-i} - a_{i-1}$. ■ Para mejorar el seguimiento de la trayectoria se requiere filtrar la señal de referencia según $r = F\tilde{r}$ donde $F = 1 / \left[-C_m(A_m - B_m\tilde{K}_e)^{-1}B_m \right]$ y $\tilde{K}_e = \left[\tilde{k}_1 \ \dots \ \tilde{k}_n \ 1 \right] / b_0$.
Convencional modificado	<ul style="list-style-type: none"> ■ La planta modificada o nominal se asume como un conjunto de integradores en cascada o integrador de orden n. ■ El primer estado coincide con la salida controlada y su medición es accesible. ■ Asume que la perturbación total es la suma de una componente conocida, f_k, que modela la dinámica de los polos del sistema, y una componente desconocida, f_u, que incluye la dinámica no modelada de los ceros y las fuerzas externas indeseadas. ■ Al conocer el modelo de f_k, la información de \dot{f}_k se incluye en el observador de estados extendido mediante los elementos de $a = [-a_0 \ \dots \ -a_{n-1}]$. Por lo tanto, mediante parametrización por ancho de banda, las ganancias contenidas en el vector L se obtienen al comparar los coeficientes de la ecuación característica $sI - (A_s - LC_s)$ con los del polinomio $(s + \omega_o)^{n+1}$.