

## Control mediante rechazo activo de perturbaciones de la temperatura de un módulo termoelectrico

Jorge Luis Barahona-Avalos, José Antonio Juárez-Abad \*, G. S. Galván-Cruz, Jesús Linares-Flores

*Instituto de Electrónica y Mecatrónica, Universidad Tecnológica de la Mixteca, C. P. 69000, Huajuapán de León, Oaxaca, México*

**To cite this article:** Barahona, J. L., Juárez, J. A., Galván, G. S., Linares, J. 2022. Active disturbance rejection control of temperature of thermoelectric module. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 19, 48-60. <https://doi.org/10.4995/riai.2021.14728>

### Resumen

Este artículo presenta una aproximación mediante rechazo activo de perturbaciones para controlar, de manera indirecta, la temperatura de la cara fría de un módulo termoelectrico alimentado por un convertidor CD-CD tipo reductor. La dinámica del módulo, es vista como una perturbación de naturaleza desconocida y variante en el tiempo, del voltaje de salida del convertidor. Dicha perturbación es estimada mediante un observador de tipo proporcional integral generalizado, el cual en combinación con el controlador permite regular la temperatura en la cara fría del módulo termoelectrico a un valor constante deseado. El observador diseñado estima de manera simultánea el voltaje de salida del convertidor reductor y la perturbación exógena en un esquema de cancelación en línea, conocido como control mediante rechazo activo de perturbaciones. Para propósitos de comparación, se diseñan un controlador de tipo proporcional integral y un regulador cuadrático lineal, sobre la base de una linealización aproximada del modelo dinámico combinado del convertidor reductor y del módulo. Los resultados experimentales que se obtuvieron mediante un prototipo experimental, permiten mostrar la efectividad de la técnica de control propuesta para este tipo de dispositivos termoelectricos.

*Palabras clave:* Módulo termoelectrico, rechazo activo de perturbaciones, observador GPI.

### Active disturbance rejection control of temperature of thermoelectric module

### Abstract

This article presents an active disturbance rejection approach for the control of the temperature in the cold face of a thermoelectric module fed by a type buck DC-DC converter. The dynamics of the module is seen as a disturbance of an unknown nature and varying in time, of the output voltage of the converter. Said disturbance is estimated by means of a generalized proportional integral type observer, which in combination with the controller allows to regulate the temperature on the cold face of the thermoelectric module to a desired constant value. The designed observer simultaneously estimates the step-down converter output voltage and the exogenous disturbance in an on-line cancellation scheme, known as active disturbance rejection control. For comparison purposes, a proportional integral type controller and a linear quadratic regulator are designed, based on an approximate linearization of the combined dynamic model of the buck converter and the module. The experimental results were obtained by means of an experimental prototype and allow to show the effectiveness of proposed control technique for this type of thermoelectric devices.

*Keywords:* Thermoelectric module, active disturbance rejection, GPI observer.

## 1. Introducción

El efecto termoeléctrico es la interacción entre los fenómenos eléctrico y térmico. Consiste en la conversión de una diferencia de temperatura a voltaje eléctrico y viceversa. La termoelectricidad, conocida desde el siglo XIX, se define como la ciencia y la tecnología asociada con la generación termoeléctrica y la refrigeración (Rowe, 2006) y los efectos que la producen fueron descubiertos y estudiados por los físicos: Thomas J. Seebeck, Jean C. Peltier, William Thomson, James P. Joule y Joseph Fourier. Por sus características, los TEM (Thermoelectric Module) pueden ser catalogados dentro del área de la termoelectricidad, los cuales se conocen desde el descubrimiento del efecto Peltier en 1834 (Lineykin and Ben-Yaakov, 2007). Los TEM son bombas de calor de estado sólido que requieren un intercambiador de calor para disiparlo haciendo uso del efecto Peltier. Debido a que son dispositivos de estado sólido, los TEM no poseen partes mecánicas, lo que se traduce en una alta fiabilidad (Lineykin and Ben-Yaakov, 2007).

Los TEM, normalmente están constituidos por materiales semiconductores (tipo p y n), los cuales están unidos térmicamente en paralelo y eléctricamente en serie por medio de plaquetas de cobre; también pueden contar con disipadores de calor unidos a la alúmina cerámica en ambos lados del TEM, como se aprecia en la Figura 1 (Lineykin and Ben-Yaakov, 2005), (Jianzhong et al., 1997).

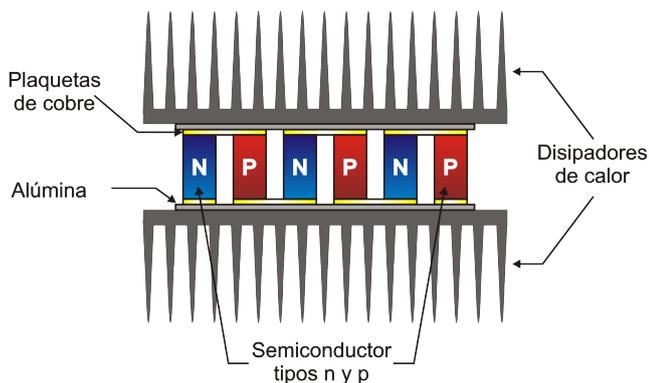


Figura 1: Estructura interna de un módulo termoeléctrico

Un TEM posee la capacidad de funcionar como un enfriador/calentador termoeléctrico. Como enfriador genera una cierta temperatura en la cara fría que depende del voltaje de alimentación, de la temperatura ambiente y de las características intrínsecas del TEM. Comúnmente la demanda de corriente de un TEM es alta, lo que se ve reflejado en la eficiencia energética y en la capacidad de enfriamiento/calentamiento (Mardini-Bovea et al., 2019).

Los TEM tienen una alta eficiencia cuando el volumen a enfriar es pequeño, en comparación con los sistemas de enfriamiento tradicionales. Cuando el volumen que se desea enfriar aumenta, un TEM tiene una eficiencia pobre. Algunas aplicaciones de los TEM, incluyen enfriamiento de fuentes de poder (Casano and Piva, 2016), camisas de enfriamiento (Jahangir et al., 2019), reactores térmicos (Spengler et al., 2011), enfriamiento de procesadores (Li et al., 2014), electrónica de potencia (Martínez A. and P., 2016), pruebas en circuitos impresos (Qi

et al., 2003), fisioterapia (Celil Yavuz and Kaya, 2013), y enfriamiento de paneles fotovoltaicos (Najafi and Woodbury, 2013), entre otras.

Por otro lado, en la literatura existente, pueden encontrarse algunos trabajos donde se emplean diferentes técnicas de control para regular la temperatura de la cara fría de un TEM, tales como: uso de un filtro de Kalman extendido (Mironova et al., 2020), el método de factorización coprima basada en operadores (Deng et al., 2011), controladores de tipo proporcional-integral-derivativo (PID) (Dubreuil and Osintsev, 2019), (Mironova et al., 2018), (Thakor et al., 2015), control por modos deslizantes (Maruša et al., 2015) y control por retroalimentación del estado (Chen et al., 2017). No obstante en los casos anteriores el modelo matemático empleado para el diseño de los controladores es de parámetros distribuidos, además de que no se consideran las perturbaciones externas.

De manera general se puede decir que existen tres paradigmas en la ingeniería de control: el paradigma de la industria, el paradigma del modelo y el paradigma del rechazo de perturbaciones. Aunque el paradigma de la industria es empírico y el paradigma del modelo es riguroso, el paradigma de rechazo de perturbaciones regresa a la esencia de los controladores: rechazar las perturbaciones, es decir, las incertidumbres endógenas y exógenas, ofreciendo una perspectiva refrescante para el control mediante el rechazo activo de perturbaciones, con muchas implicaciones tecnológicas y conceptuales (Gao, 2010).

El así llamado control mediante rechazo activo de perturbaciones (ADRC, por siglas en inglés, Active Disturbance Rejection Control), tiene una larga historia que data desde el primer tercio del siglo XIX, en Francia, con las prescripciones prácticas del ingeniero Jean-Victor Poncelet en el control de enclavamientos industriales mediante, lo que él denominaba el *principio de invarianza*. De acuerdo con Han (Han, 1999) y Parvathy (Parvathy and Daniel, 2013) el ADRC consiste en cancelar en forma activa, mediante la señal de control, los efectos de las perturbaciones en las salidas del sistema, basándose ya sea en mediciones de estos efectos o en sus estimaciones (Guo and Cao, 2014).

Este paradigma establece que es posible eliminar los efectos indeseables sobre la salida antes de aplicar la retroalimentación. Uno de sus máximos exponentes fue el profesor George Vladimirovich Shipanov en Moscú. La aparición del método en América data desde los años 70 del siglo pasado en los trabajos de C.D. Johnson, realizados en forma independiente de lo establecido por G. V. Shipanov. A finales del Siglo XX, la metodología del ADRC fue profundamente desarrollada por el Prof. Jinqing Han quien además de aplicaciones académicas, logró un sinnúmero de desarrollos industriales, patentes y modificaciones al método (Han, 1999).

El esquema tradicional de un control mediante rechazo activo de perturbaciones, recurre al uso del así denominado observador de tipo ESO (Extended State Observer) (Guo and Cao, 2014), (Li et al., 2011), (Castillo et al., 2018), (Chen et al., 2015), para estimar las perturbaciones de tipo exógeno y/o endógeno. Tal tipo de observador es conveniente para proveer un estimado de las perturbaciones a las que está sujeto el sistema que se controla, sin recurrir al uso del modelo del sistema. Sin embargo, el observador ESO está basado en una configuración no lineal lo que puede dificultar su implementación.

Por contraparte en (Sira-Ramirez et al., 2011) y (Sira-Ramirez and Oliver-Salazar, 2012), se recurre al uso del así denominado Observador de tipo Proporcional Integral Generalizado (GPIO, por sus siglas en inglés) el cual también proporciona un adecuado estimado de perturbaciones, pero su implementación es más simple y fácil ya que es de naturaleza lineal. Una de las diferencias fundamentales entre el ESO y el GPIO, es que los observadores GPI incluyen un modelo polinomial en el tiempo, de actualización automática, de las perturbaciones no lineales dependientes del estado y de aquellas perturbaciones exógenas sin estructura especial alguna. El GPIO es en esencia un observador lineal asintótico cuyo error de estimación es forzado a converger, uniformemente, a una pequeña vecindad de cero.

En este trabajo se aborda la aplicación de la técnica ADRC al control de la temperatura de la cara fría de un TEM alimentado por un convertidor CD/CD tipo reductor (buck). La motivación para la realización de este trabajo radica en el hecho de que los trabajos que han sido reportados en la literatura y que versan sobre el control de módulos termoelectricos, lo hacen considerando la dinámica del TEM como de parámetros distribuidos. En lo que aquí se presenta, aún cuando no se controla de manera directa la temperatura del módulo mediante la técnica ADRC, la dinámica del TEM es considerada como de parámetros concentrados recurriendo al uso para ello de un circuito eléctrico equivalente. Cabe aclarar que el circuito eléctrico equivalente empleado es obtenido con base al trabajo de Lineykin y Ben-Yaakov (Lineykin and Ben-Yaakov, 2005), (Lineykin and Ben-Yaakov, 2007). Debido a la presencia inherente de no linealidades endógenas así como perturbaciones térmicas en la cara fría, de naturaleza desconocida pero absolutamente acotadas, se propone un controlador de temperatura mediante rechazo activo de perturbaciones basado en un observador de tipo GPIO. El controlador propuesto es sintetizado haciendo uso de consideraciones de planitud diferencial del modelo dinámico (Sira-Ramirez et al., 2011) del convertidor tipo reductor. El observador GPIO diseñado permite estimar de manera simultánea tanto las variables de estado de fase, como la perturbación exógena.

El modelo promedio del convertidor reductor acoplado al módulo termoelectrico, se modela con una linealización parcial del sistema, aproximando al módulo termoelectrico como una corriente variante con el tiempo que se demanda en el nodo de salida del convertidor. El controlador ADRC se diseña para fijar un voltaje constante a la salida del convertidor no importando la demanda de corriente del TEM y de la resistencia conectada a la salida, de ahí que, el voltaje que alimenta al módulo permite conseguir la temperatura deseada en la cara fría. La linealización parcial o también conocida como parametrización diferencial del sistema facilita el diseño tanto del controlador como del observador. La tarea principal del observador GPIO en combinación con el controlador es reconstruir y al mismo tiempo minimizar los efectos de las perturbaciones internas y externas presentes en el sistema a la hora de regular el voltaje a la salida del convertidor reductor, y así mantener la temperatura en la cara fría del módulo termoelectrico, a un valor deseado. Con la finalidad de comparar los resultados obtenidos con el control ADRC contra otras técnicas conocidas, se diseñan un controlador de tipo proporcional integral (PI) y un regulador cuadrático lineal integral (LQI, por sus siglas en inglés) sobre la base de una linealización aproximada alrededor de un pun-

to de equilibrio deseado del modelo dinámico combinado del convertidor reductor con el TEM.

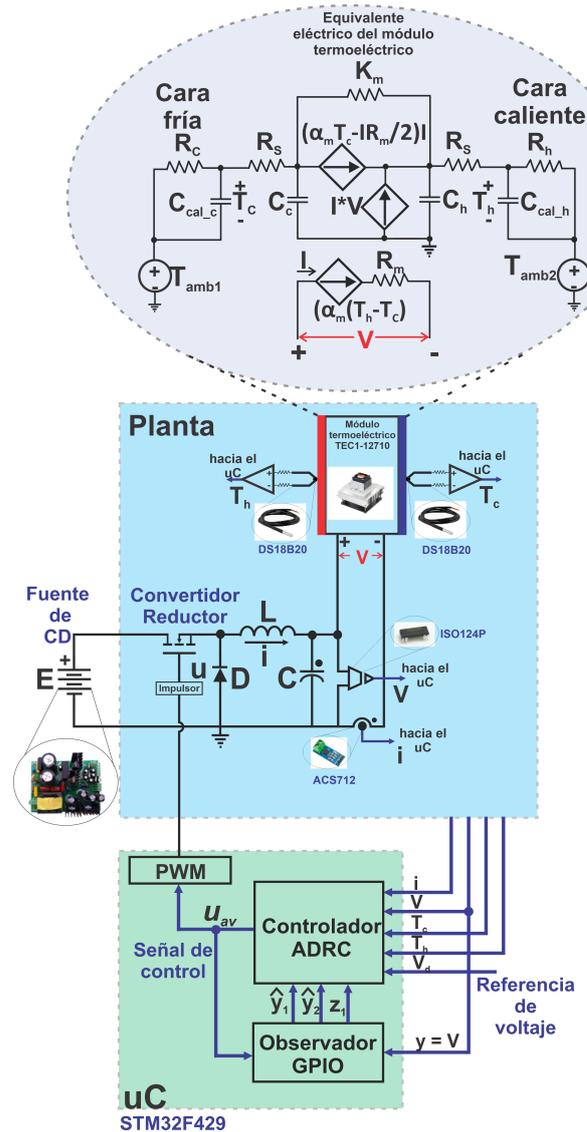


Figura 2: Esquema general del sistema a controlar.

La contribución principal del artículo es el diseño y construcción de un control ADRC indirecto de temperatura de la cara fría de un TEM, el cual es accionado mediante un convertidor CD/CD tipo reductor. Lo anterior es de importancia si se toma en cuenta que en la mayoría de los trabajos reportados sobre control de TEM, el voltaje de alimentación de estos dispositivos es manejado de manera directa comprometiendo la eficiencia energética. Se sabe que el uso de convertidores electrónicos de potencia para alimentar cargas ayuda a mejorar el rendimiento energético de la aplicación completa de la que se trate. Al mejor conocimiento de los autores, es la primera ocasión que se reporta el uso del control ADRC de un convertidor tipo reductor para controlar la temperatura de dispositivos termoelectricos. Además, el controlador ADRC propuesto muestra una mejor efectividad en el rechazo de perturbaciones que otras técnicas conocidas como controlador de tipo PI o LQI. Otra contribución es que, al mostrar la propiedad de estabilidad de entrada al estado del observador GPI, se establece un princi-

pio de separación que asegura que las ganancias del observador y del controlador se pueden sintonizar por separado.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera. La sección 2 presenta el modelado dinámico tanto del TEM como del convertidor CD/CD tipo reductor. En la sección 3 se presentan los resultados principales relacionados con: el diseño de un observador tipo GPIO para estimar la demanda de corriente así como el desarrollo de un controlador de temperatura con base en la técnica ADRC. La sección 4 describe la plataforma experimental utilizada para probar la efectividad del método de control propuesto, así como los resultados experimentales obtenidos. Finalmente, en la sección 5 se presentan las conclusiones del trabajo así como algunos desarrollos futuros.

## 2. Modelo dinámico y generalidades

En la Figura 2 se muestra un esquema general del sistema utilizado con fines de control de un módulo termoelectrico. Como puede apreciarse, mediante el uso de la técnica de control ADRC, que a la vez hace uso de un observador de tipo GPI, se regula el voltaje de salida de un convertidor CD/CD tipo reductor, el cual está sujeto a variaciones en la carga de salida representadas en este caso por la dinámica no lineal del módulo termoelectrico. Es a través de dicho voltaje que se controla de manera indirecta la temperatura en la cara fría del módulo.

### 2.1. Modelo dinámico del convertidor reductor (buck)

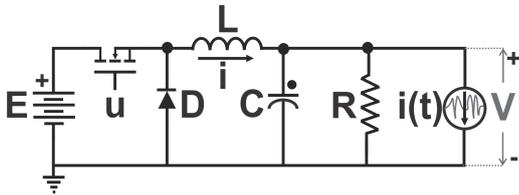


Figura 3: Circuito eléctrico de un convertidor CD/CD tipo reductor.

Considérese el circuito eléctrico mostrado en la Figura 3. Usando las leyes de Kirchhoff, se puede establecer el modelo dinámico del convertidor CD/CD tipo reductor (buck), con una demanda de corriente  $I(t)$ , positiva, ruidosa y variante en el tiempo, como:

$$L \frac{di}{dt} = -v + Eu \quad (1)$$

$$C \frac{dv}{dt} = i - \frac{v}{R} - I(t) \quad (2)$$

donde  $i$  es la corriente en el inductor del convertidor,  $v$  es el voltaje de salida del convertidor y  $R$  es el parámetro de carga. La entrada de control es denotada por la variable  $u$ , la cual representa la posición del interruptor que toma valores en el conjunto discreto  $\{0, 1\}$ . El modelo promedio se representa exactamente por el mismo modelo dado en (1)-(2), con la diferencia de que ahora la entrada  $u_{av}$  denota la entrada de control promedio, la cual toma valores en el intervalo cerrado  $[0, 1]$ . Se utiliza como modelo de las variaciones desconocidas de la carga,  $I(t)$ , la dinámica del TEM dado en (5)-(9). El modelo no perturbado (1)-(2) es diferencialmente plano, con la salida plana siendo

el voltaje de salida,  $v$ , puesto que despejando para  $i$  de (2), se obtiene:

$$i = C \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = C\dot{v} + \frac{v}{R} \quad (3)$$

sustituyendo (3) en (1) y después de algunas manipulaciones algebraicas, se tiene que:

$$u = \frac{LC}{E} \ddot{v} + \frac{L}{RE} \dot{v} + \frac{v}{E} \quad (4)$$

Como puede verse de (3) y (4),  $i$  e  $u$  se pueden expresar como funciones diferenciales del voltaje de salida  $v$  del convertidor, por lo que dicho sistema (no perturbado) es diferencialmente plano.

### 2.2. La carga (perturbación) del convertidor reductor

Como se aprecia de la Figura 2, la perturbación externa del circuito convertidor reductor está constituida por la dinámica del módulo termoelectrico. Es pertinente aclarar que, aún cuando el modelo del circuito eléctrico equivalente del TEM no es utilizado para el diseño del observador y el controlador ADRC, se presenta aquí con la finalidad de revelar la alta no linealidad de la carga (perturbación) a la que está sujeto el voltaje de salida del convertidor. El modelo completo (1)-(2) y (5)-(9), es utilizado para realizar una linealización del mismo alrededor de un punto de operación deseado, con la finalidad de diseñar controles PI y LQI para propósitos de comparación. El circuito eléctrico equivalente que se utiliza en este artículo (y que fue usado para fines de simulación) fue obtenido con base al trabajo de Lineykin y Ben-Yaakov (Lineykin and Ben-Yaakov, 2005), (Lineykin and Ben-Yaakov, 2007). Las ecuaciones dinámicas no lineales del TEM están representadas por (Chavez et al., 2000):

$$\frac{dT_c}{dt} = -\frac{1}{C_c} \left( \frac{T_c + V_x - T_h}{2R_s + \Theta_m} - \frac{T_{amb1} - T_c}{R_c} \right) \quad (5)$$

$$\frac{dT_h}{dt} = -\frac{1}{C_h} \left( \frac{T_h - T_{amb2}}{R_h} - \frac{T_c + V_x - T_h}{2R_s + \Theta_m} - iV \right) \quad (6)$$

con:

$$\Delta T = T_c - T_h \quad (7)$$

$$I = \frac{V - \alpha_m \Delta T}{R_m} \quad (8)$$

$$V_x = I \left( \alpha_m T_c - \frac{iR_m}{2} \right) \Theta_m \quad (9)$$

donde,  $V$  es el voltaje de alimentación e  $I$  es la corriente de entrada;  $T_c$  es la temperatura de la cara fría del módulo termoelectrico;  $T_h$  es la temperatura de la cara caliente;  $T_{amb1}$  y  $T_{amb2}$  son las temperaturas iniciales de la cara fría y de la cara caliente, respectivamente;  $C_c$  es la capacitancia de la cara fría,  $C_h$  es la capacitancia de la cara caliente;  $R_c$  y  $R_h$  representan las resistencias térmicas de los disipadores de las caras caliente y fría respectivamente;  $R_s$  es la resistencia térmica de la grasa de silicon que une a los disipadores con la celda Peltier;  $\Theta_m$  es la resistencia térmica promedio del TEM;  $\alpha_m$  es el coeficiente de Seebeck promedio y  $R_m$  es la resistencia eléctrica promedio del TEM.

### 2.3. Ajustes previos

Como ya se ha mencionado con anterioridad, la regulación de la temperatura de la cara fría del TEM es llevada a cabo de manera indirecta controlando el voltaje de salida del convertidor reductor perturbado (1)-(2). Así, es necesario realizar una conversión entre la temperatura deseada en la cara fría y el voltaje de salida deseado que genere dicha temperatura. Para esto, se realizaron pruebas a lazo abierto, con diferentes voltajes de salida del convertidor, midiendo las temperaturas en las caras. Los resultados de dichas mediciones se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Voltajes y temperaturas correspondientes en lazo abierto

Voltaje	Temperatura
2V	14°C
3V	13,2°C
4V	12,1°C
5V	10,1°C

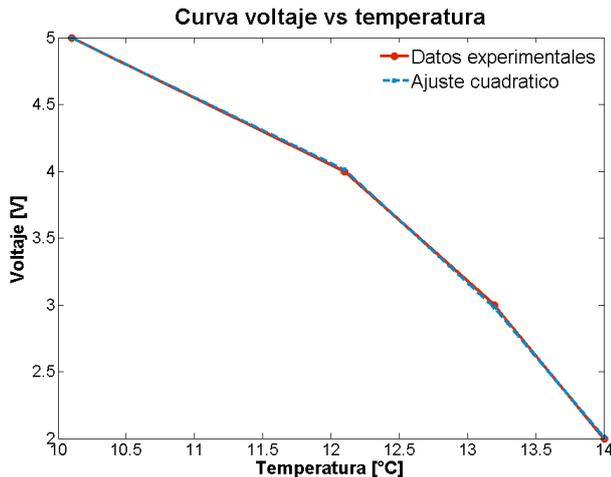


Figura 4: Datos experimentales versus ajuste por mínimos cuadrados.

Con las mediciones mostradas en la Tabla I, se realiza un ajuste por mínimos cuadrados, que conduce a la siguiente expresión que relaciona la temperatura deseada en la cara fría con el voltaje necesario en la salida del convertidor:

$$V_d = -0,1442T_d^2 + 2,7089T_d - 7,6523 \quad (10)$$

Donde  $T_d$  es la temperatura deseada en la cara fría del TEM y  $V_d$  es el voltaje requerido para alcanzar dicha temperatura. En la Figura 4 se muestra una comparación gráfica entre los datos experimentales de la Tabla I y el ajuste mostrado en (10). Las mediciones fueron realizadas en un rango más amplio del mostrado en la Tabla I, sin embargo es pertinente aclarar que la máxima temperatura de enfriamiento se alcanza con un voltaje de alimentación de 5 V.

### 2.4. Suposiciones

- Las únicas variables disponibles para su medición son  $T_c$ ,  $T_h$ ,  $v$  e  $i$ .

- La demanda de corriente  $I(t)$  es variante en el tiempo y se sabe que es uniformemente absolutamente acotada, pero de naturaleza desconocida.
- Los valores nominales de los parámetros del modelo dinámico del convertidor  $\{L, C, R\}$  son conocidos.
- La función de perturbación total  $\varphi(y_1, y_2, \dot{I}(t))$  y sus derivadas, son uniformemente absolutamente acotadas, es decir,  $\sup|\varphi^{(j)}(t)| = \|\varphi^{(j)}(t)\|_\infty \leq \kappa_j$  para toda  $0 \leq j \leq m$ . Dicho de otro modo, la perturbación total es acotada.

### 2.5. Formulación del problema

Dado el modelo del convertidor reductor promedio (1)-(2), donde todas las suposiciones previas son válidas, se desea regular la temperatura de la cara fría del TEM,  $T_c$ , de manera indirecta, desde un valor inicial constante dado,  $T_{ci}$ , hacia un valor final deseado también constante,  $T_{cf}$ , en una cantidad de tiempo finita, irrespectivamente de la magnitud variante en el tiempo de la demanda de corriente de carga  $I(t)$ .

## 3. Resultados principales

### 3.1. Diseño del observador GPI

El convertidor reductor cuyo modelo dinámico está dado en (1) y (2), está sujeto a demandas de corriente,  $I(t)$ , de naturaleza desconocida, variantes en el tiempo pero absolutamente acotadas. Es precisamente a partir de ese modelo dinámico así como de su propiedad de planitud diferencial, que se plantea el siguiente diseño para el observador de tipo GPI, que ayuda a estimar la perturbación total del sistema para su posterior cancelación por medio del controlador ADRC. Haciendo  $\mu_1 = i$ ,  $\mu_2 = v$  y  $y = \mu_2$ , con  $y$  como la salida natural del sistema, entonces el modelo dinámico (1)-(2) puede reescribirse como:

$$\dot{\mu}_1 = -\frac{\mu_2}{L} + \frac{E u_{av}}{L} \quad (11)$$

$$\dot{\mu}_2 = \frac{\mu_1}{C} - \frac{\mu_2}{RC} - \frac{I(t)}{C} \quad (12)$$

$$y = \mu_2 \quad (13)$$

con base en (11)-(13) se puede establecer el modelo de entrada-salida perturbado del convertidor, mediante la siguiente ecuación diferencial variante en el tiempo:

$$\ddot{y} = \frac{E}{LC} u_{av} - \frac{1}{LC} y - \frac{1}{RC} \dot{y} - \frac{1}{C} \dot{I}(t) \quad (14)$$

ya que se desea que el voltaje de salida  $y$ , alcance una referencia  $y^* = V_d$ , independientemente del valor que tome  $I(t)$ , entonces definiendo a  $y_1 = y$ ,  $y_2 = \dot{y}$  como las variables de fase, el modelo entrada-salida del convertidor dado en (14), puede escribirse como:

$$\dot{y}_1 = y_2 \quad (15)$$

$$\dot{y}_2 = \frac{E}{LC} u_{av} + \varphi \quad (16)$$

donde:

$$\varphi(y_1, y_2, \dot{I}(t)) = -\frac{1}{LC} y_1 - \frac{1}{RC} y_2 - \frac{1}{C} \dot{I}(t) \quad (17)$$

Es importante aclarar que la ecuación anterior no interviene para nada en el diseño tanto del controlador como del observador. No obstante dicha ecuación permite calcular de manera indirecta en forma numérica su magnitud a través de mediciones de voltaje y corriente. La ecuación (17) pone de manifiesto tanto la naturaleza endógena como exógena de la perturbación. Los dos primeros términos dependen de las variables de estado de fase así como de los parámetros del convertidor, por lo que constituyen la parte endógena. El tercer término depende de la derivada de la corriente de carga del convertidor variante en el tiempo así como de la capacitancia del circuito, constituyendo así la parte exógena de la perturbación. Con la finalidad de estimar la perturbación dada en (17), se propone un observador GPI, cuya estructura es la siguiente (Sira-Ramirez et al., 2011):

$$\hat{y}_1 = \hat{y}_2 + \lambda_4(y_1 - \hat{y}_1) \quad (18)$$

$$\hat{y}_2 = \frac{E}{LC}u_{av} + z_1 + \lambda_3(y_1 - \hat{y}_1) \quad (19)$$

$$\dot{z}_1 = z_2 + \lambda_2(y_1 - \hat{y}_1) \quad (20)$$

$$\dot{z}_2 = z_3 + \lambda_1(y_1 - \hat{y}_1) \quad (21)$$

$$\dot{z}_3 = \lambda_0(y_1 - \hat{y}_1) \quad (22)$$

donde  $\hat{y}_1$  es el estimado del voltaje de salida del convertidor,  $\hat{y}_2$  es el estimado de la derivada del voltaje de salida del convertidor y el estado  $z_1$  del observador, produce un estimado próximo a la señal incierta  $\varphi$ . Utilizando (15)-(16) y (18)-(22) puede verse que el error de observación de la salida  $e_1 = y_1 - \hat{y}_1$ , evoluciona de acuerdo a:

$$\dot{e}_1 = e_2 - \lambda_4 e_1 \quad (23)$$

$$\dot{e}_2 = \varphi - z_1 - \lambda_3 e_1 \quad (24)$$

$$\dot{z}_1 = z_2 + \lambda_2 e_1 \quad (25)$$

$$\dot{z}_2 = z_3 + \lambda_1 e_1 \quad (26)$$

$$\dot{z}_3 = \lambda_0 e_1 \quad (27)$$

Es decir que, después de algunas manipulaciones algebraicas, se satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$e_1^{(5)} + \lambda_4 e_1^{(4)} + \lambda_3 e_1^{(3)} + \lambda_2 \ddot{e}_1 + \lambda_1 \dot{e}_1 + \lambda_0 e_1 = \varphi \quad (28)$$

Obsérvese que  $\hat{y}_1$  es un estimado redundante del voltaje de salida del convertidor,  $\hat{y}_2$  es un estimado de la razón de cambio de dicho voltaje, y el estado  $z_1$  del observador es una estimación de la señal incierta  $\varphi$  siempre que se escojan  $\{\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\}$  de tal forma que las raíces del polinomio característico que gobierna la parte lineal de la dinámica del error de estimación, estén ubicados lo más lejos posible del eje imaginario en el semiplano izquierdo del plano complejo. Utilizando la transformada de Laplace, puede determinarse que el polinomio característico de la parte predominantemente lineal de la ecuación diferencial (28), está dado por:

$$p_o(s) = s^5 + \lambda_4 s^4 + \lambda_3 s^3 + \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0 \quad (29)$$

Se propone el siguiente polinomio Hurwitz de quinto orden, como polinomio característico deseado:

$$p_d(s) = (s^2 + 2\zeta_o \omega_{no} s + \omega_{no}^2)^2 (s + p_0) \quad (30)$$

entonces comparando (29) y (30), las ganancias del observador GPIO pueden ser encontradas mediante las siguientes reglas:

$$\lambda_0 = \omega_{no}^4 p_0 \quad (31)$$

$$\lambda_1 = 4\zeta_o \omega_{no}^3 p_0 + \omega_{no}^4 \quad (32)$$

$$\lambda_2 = 4\zeta_o^2 \omega_{no}^2 p_0 + 2\omega_{no}^2 p_0 + 4\zeta_o^2 \omega_{no}^2 p_0 \quad (33)$$

$$\lambda_3 = 2\omega_{no}^2 + 4\zeta_o^2 \omega_{no}^2 + 4\zeta_o \omega_{no} p_0 \quad (34)$$

$$\lambda_4 = 4\zeta_o \omega_{no} + p_0 \quad (35)$$

### 3.2. Análisis de estabilidad del estimador

Haciendo la siguiente selección de variables:

$$x_1 = e_1$$

$$x_2 = \dot{e}_1$$

$$x_3 = \ddot{e}_1$$

$$x_4 = e_1^{(3)}$$

$$x_5 = e_1^{(4)}$$

Se tiene que:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = x_5$$

$$\dot{x}_5 = -\lambda_4 x_5 - \lambda_3 x_4 - \lambda_2 x_3 - \lambda_1 x_2 - \lambda_0 x_1 + \varphi^{(3)}$$

Por lo que la ecuación (28) se puede escribir en la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (36)$$

$$e_1 = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (37)$$

donde:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & -\lambda_2 & -\lambda_3 & -\lambda_4 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad u = \varphi^{(3)}$$

$$\mathbf{C} = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

**Definición 1 ((Sontag and Wang, 1995)).** Una función  $\beta : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  es una función de clase  $\mathcal{K}$ , si es continua, estrictamente creciente y  $\beta(0) = 0$ .

**Definición 2 ((Sontag and Wang, 1995)).** Una función  $\beta : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  es una función de clase  $\mathcal{K}_{\infty}$  si es de clase  $\mathcal{K}$  y también  $\beta(s) \rightarrow \infty$  conforme  $s \rightarrow \infty$ .

**Definición 3 ((Sontag and Wang, 1995)).** Una función  $\beta : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  es una función de clase  $\mathcal{KL}$  si para cada  $t \geq 0$  la función  $\beta(\cdot, t)$  es de clase  $\mathcal{K}$ , y para cada  $s \geq 0$  fija decrece a cero conforme  $t \rightarrow \infty$ .

**Definición 4 ((Sontag and Wang, 1995), (Marquez, 2003)).**

El sistema (36)-(37) se dice localmente estable de entrada al estado (ISS) si existe una función  $\beta$  de clase  $\mathcal{KL}$ , y una función  $\gamma$  de clase  $\mathcal{K}$  y constantes  $K_1, K_2 \in \mathbb{R}_+$ , tal que:

$$e_1(t) \leq \beta(\|\mathbf{x}(0)\|, t) + \gamma(\|u\|_{\infty}), \quad \forall t$$

para todo  $\mathbf{x}(0) \in D$  y  $u \in D_u$  que satisfacen:  $\|\mathbf{x}(0)\| < K_1$ , y  $\sup_{t>0} \|u\| < K_2$ .

La conocida fórmula de variación de parámetros da la siguiente solución a la ecuación de estado dada en (36)-(37):

$$\mathbf{x}(t) = \exp(\mathbf{A}t) \mathbf{x}(0) + \int_0^t \exp(\mathbf{A}(t-\tau)) \mathbf{B}u d\tau \quad (38)$$

Usando (38) en (37) se tiene que:

$$e_1(t) = \mathbf{C} \exp(\mathbf{A}t) \mathbf{x}(0) + \mathbf{C} \int_0^t \exp(\mathbf{A}(t-\tau)) \mathbf{B}u d\tau \quad (39)$$

Sí el conjunto de coeficientes  $\{\lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0\}$  se eligen de manera tal que la matriz  $\mathbf{A}$  es Hurwitz, entonces es posible establecer la siguiente desigualdad:

$$\begin{aligned} e_1(t) &\leq \left\| \mathbf{C} \exp(\mathbf{A}t) \mathbf{x}(0) \right\| + \left\| \mathbf{C} \int_0^t \exp(\mathbf{A}(t-\tau)) \mathbf{B}u d\tau \right\| \\ &\leq \underbrace{\left\| \exp(\mathbf{A}t) \right\| \left\| \mathbf{x}(0) \right\|}_{\beta(\|\mathbf{x}(0)\|, t) \in \mathcal{KL}} + \underbrace{\left\| \mathbf{B} \right\| \left\| u \right\| \int_0^t \left\| \exp(\mathbf{A}(t-\tau)) \right\| d\tau}_{\gamma(\|u\|_\infty) \in \mathcal{K}_\infty} \end{aligned} \quad (40)$$

Ya que existe  $\beta \in \mathcal{KL}$  y  $\gamma \in \mathcal{K}_\infty$ , entonces, de acuerdo con la Definición 4, la dinámica del error de observación es ISS, es decir, las soluciones para la dinámica del error de observación están acotadas por  $\gamma(\|u\|_\infty)$  y el sistema es asintóticamente estable a  $e_1(t) = 0$  para  $u = 0$ . Además sí el conjunto de coeficientes  $\{\lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0\}$  se eligen de modo tal que la matriz  $\mathbf{A}$  es Hurwitz, con valores propios en orden creciente  $l_1(\mathbf{A}) < l_2(\mathbf{A}) < l_3(\mathbf{A}) < l_4(\mathbf{A}) < l_5(\mathbf{A})$ , se sabe que,  $\left\| \exp(\mathbf{A}t) \right\| \leq \alpha \exp(-l_1 t)$ , con  $\alpha = \left\| \mathbf{T} \right\| \left\| \mathbf{T}^{-1} \right\|$ , donde  $\mathbf{T}$  es una matriz tal que  $\mathbf{T}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{T}$  es diagonal. Usando el hecho anterior en (40), se obtiene:

$$\begin{aligned} e_1(t) &\leq \exp(-l_1 t) \left\| \mathbf{x}(0) \right\| + \alpha \kappa_3 \int_0^t \exp(-l_1(t-\tau)) d\tau \\ &\leq \exp(-l_1 t) \left\| \mathbf{x}(0) \right\| + \frac{\alpha \kappa_3}{l_1} (1 - \exp(-l_1 t)) \end{aligned} \quad (41)$$

Consecuentemente  $\|e_1(t)\|$  converge exponencialmente a una esfera de radio  $\rho = \frac{\alpha \kappa_3}{l_1}$  conforme  $t \rightarrow \infty$ . Donde  $\kappa_3$  es la cota superior para la tercera derivada de la perturbación total  $\varphi$ , es decir, de acuerdo con la cuarta suposición de la sección 2.4 se cumple que  $\|u\| = \left\| \begin{matrix} (3) \\ \varphi \end{matrix} \right\|_\infty \leq \kappa_3$

**Observación 1.** El hecho de que la dinámica del error de observación tenga la propiedad de estabilidad de entrada al estado (ISS), permite establecer una especie de principio de separación que asegura que las ganancias del observador  $\{\lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0\}$ , se pueden elegir en forma independiente sin que sus valores afecten la selección de las ganancias del controlador.

**Observación 2.** El primer término en (41) puede dominar para  $t$  pequeño, y esto sirve para cuantificar la magnitud del comportamiento transitorio del observador como una función del tamaño inicial del estado  $\mathbf{x}(0)$  y del valor  $l_1$ . Esta propiedad permite elegir de manera juiciosa al conjunto de coeficientes  $\{\lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0\}$  a fin de tener un término transitorio aceptable.

**Observación 3.** El primer término en (40) se desvanece para un  $t$  suficientemente grande. Así la dinámica del error de observación satisface la propiedad de ganancia asintótica. Es decir, para todo  $t$  suficientemente grande, la trayectoria existe y se acerca arbitrariamente a una esfera cuyo radio es proporcional a la cota de  $u$  e inversamente proporcional a  $l_1$ . En el lenguaje del control robusto, la estimación podría ser denominada una condición de límite final.

### 3.3. Estrategia de control

Considerando el modelo de entrada-salida del convertidor perturbado dado en (14), se propone el uso de un controlador de tipo PD clásico ayudado por un observador GPIO, en un esquema de rechazo activo de perturbaciones (ADRC) como sigue (Sira-Ramirez et al., 2011):

$$u = \frac{LC}{E} [-k_1 \hat{y}_2 - k_0 (\hat{y}_1 - y^*) - z_1] \quad (42)$$

Donde  $\hat{y}_1$  y  $\hat{y}_2$  son los estimados del voltaje de salida del convertidor y de la razón de cambio del mismo, respectivamente. Las ganancias del controlador son  $\{k_0, k_1\}$  y  $z_1$  es un estimado de la perturbación  $\varphi(y_1, y_2, \dot{I}(t))$  dada en (17). Las ganancias  $k_0$  y  $k_1$  se eligen de tal manera que las raíces del polinomio característico del controlador:

$$p_c(s) = s^2 + k_1 s + k_0 \quad (43)$$

Se ubiquen en el semiplano izquierdo del plano complejo. Así, utilizando como polinomio Hurwitz de segundo orden deseado, el siguiente:

$$p_c(s) = s^2 + 2\zeta_c \omega_{nc} s + \omega_{nc}^2 \quad (44)$$

Entonces, comparando (43) y (44) las ganancias del controlador dado en (42) pueden ser obtenidas mediante las siguientes reglas:

$$k_0 = \omega_{nc}^2 \quad (45)$$

$$k_1 = 2\zeta_c \omega_{nc} \quad (46)$$

## 4. Resultados experimentales

### 4.1. Plataforma experimental

La plataforma experimental, mostrada en la Figura 5, está constituida de los siguientes elementos: un módulo termoeléctrico construido con base a una celda peltier TEC1-12710 de Hebei I.T.; un convertidor CD/CD tipo reductor diseñado con base a una frecuencia de 50 kHz, una potencia máxima de 60 W, una corriente máxima de 5 A y un voltaje de salida de 12 V para una resistencia de carga promedio de 3.17  $\Omega$ ; dos sensores de temperatura digitales DS18B20, uno para la cara fría del TEM y otro para la cara caliente; un sensor de corriente ACS712, para medir la corriente del inductor del convertidor reductor; un circuito para medir el voltaje de salida del convertidor reductor, construido con base a un amplificador de aislamiento ISO124P; una computadora equipada con la herramienta de software MATLAB/Simulink para implementar el algoritmo de control ADRC; una tarjeta de adquisición de datos basada en el microcontrolador STM32F429, que funciona como un enlace entre la planta y la computadora, empleando para ello el Waijung Blockset de Simulink y la fuente de alimentación de la

plataforma. En la Figura 6 se muestra un diagrama descriptivo de la plataforma experimental con más detalle.

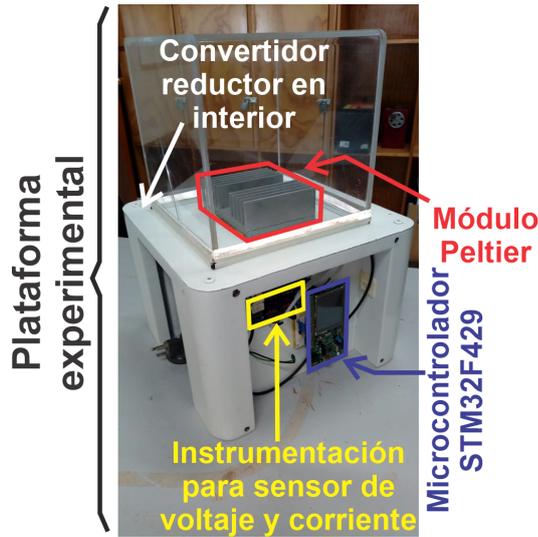


Figura 5: Plataforma Experimental.

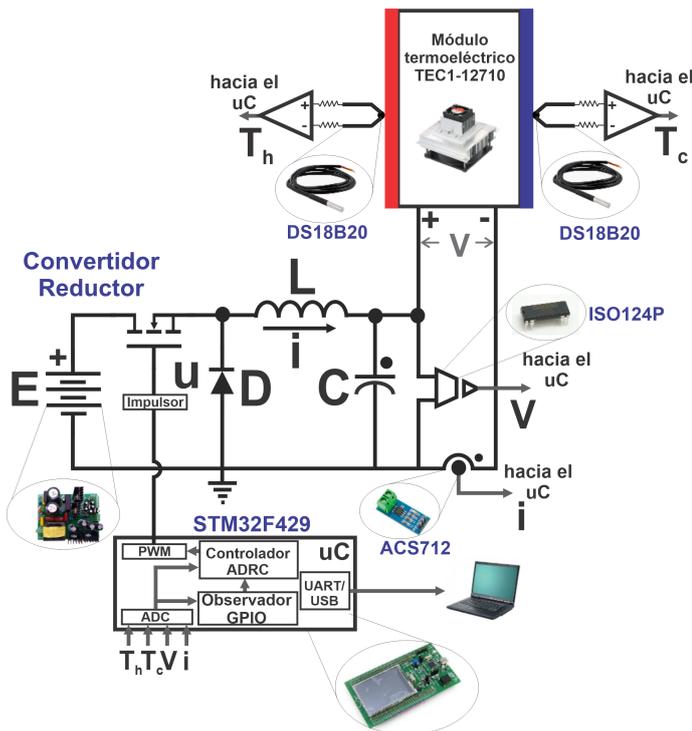


Figura 6: Diagrama descriptivo.

Los parámetros de diseño del convertidor CD/CD tipo reductor mencionados anteriormente, más un rizo deseado para la corriente en el inductor del convertidor  $\Delta i_L = 0,002$  A, dan como resultado una capacitancia  $C = 694,5 \mu\text{F}$  y una inductancia crítica de  $29,06 \mu\text{H}$ . Por razones de índole práctica, los valores empleados en la plataforma fueron de  $C = 940 \mu\text{F}$  y  $66 \mu\text{H}$ , respectivamente. Con la finalidad de verificar en simulación el desempeño de la técnica de control elegida, así como de realizar la linealización aproximada del modelo completo, los parámetros involucrados en el modelo dinámico del módulo dado en

(5)-(9) fueron obtenidos a partir de la hoja de especificaciones del fabricante de la celda Peltier, así como de mediciones experimentales. Los fabricantes de las celdas Peltier utilizan datos tales como:

- $\Delta T_{max}$ , que es la diferencia de temperatura máxima obtenida entre las dos caras de la celda.
- $I_{max}$ , que es la corriente máxima a la cual se produce la máxima diferencia de temperatura  $\Delta T_{max}$ .
- $V_{max}$ , que es el voltaje al cual se produce el  $\Delta T_{max}$  y que produce la corriente  $I_{max}$ .

Con base en datos experimentales se obtiene que  $V_{max} = 12$  V, la corriente máxima en la celda Peltier utilizada es de  $I_{max} = 3,3$  A, lo que produce un  $\Delta T_{max}$  de  $25^\circ\text{C}$ . Con los tres datos anteriores, se calcula el calor máximo absorbido en la cara fría usando la fórmula:

$$Q_c = mc\Delta T_{max} = \rho Vc\Delta T_{max} \quad (47)$$

en donde  $m = 420$  g es la masa del disipador y  $c = 880$  J/(kgK) es el calor específico del aluminio. La masa se puede calcular con base al volumen  $V$  y a la densidad del aluminio  $\rho$ . Utilizando la fórmula (47) el calor que absorbe la cara fría de la celda, tomando en cuenta que está ensamblada con el disipador, es de  $Q_{max} = 9240$  J. También podemos conocer cual es la potencia de la celda al dividir el calor entre el tiempo que llevó alcanzar la diferencia de temperatura máxima (el cual fue de 47 minutos); así, dicha potencia fue de 3,27 W.

Para poder calcular los otros parámetros del TEM, como el coeficiente Seebeck,  $\alpha$ , la resistencia térmica,  $\Theta_m$ , y la resistencia interna de la celda,  $R_m$ , se recurre a las siguientes fórmulas:

$$\alpha = \frac{V_{max}}{T_h} \quad (48)$$

$$R_m = \frac{U_{max} T_h - \Delta T_{max}}{I_{max} T_h} \quad (49)$$

$$\Theta_m = \frac{2T_h(\Delta T_{max})}{I_{max} V_{max}(T_h - \Delta T_{max})} \quad (50)$$

Lo cual da como resultado  $\alpha = 0,06$  V/K,  $R_m = 3,20 \Omega$  y  $\Theta_m = 2,64$  W/K.

La capacitancia térmica se determina con base en el calor absorbido por una muestra del material cuando su temperatura se eleva  $1^\circ\text{C}$ . Si una muestra absorbe una cantidad de calor  $Q$  cuando su temperatura aumenta de  $T_1$  a  $T_2$ , la capacitancia térmica de la muestra, expresada en watt-segundos por grado celsius se determina por:

$$C_T = \frac{Q}{T_2 - T_1} \quad (51)$$

A partir del calor  $Q_{max}$  absorbido por la celda en la prueba experimental, al usar la ecuación (51) se obtiene de manera teórica la capacitancia térmica del disipador. Las capacitancias térmicas presentes en la celda peltier  $C_c = 367,45$  J/K y  $C_h = 652,7$  J/K, forman parte del conjunto disipador, grasa térmica y la cara del TEM. En la Tabla II, se muestran los parámetros del conjunto convertidor-TEM. Con el uso de los parámetros obtenidos, se realizaron simulaciones y pruebas experimentales para verificar la validez del modelo empleado. En la Figura 7, se muestra la comparación entre el modelo simulado y su comportamiento

experimental para un voltaje de alimentación de 10 V y en la Figura 8 se muestra dicha comparación para un voltaje de alimentación de 12 V. Como puede apreciarse de ambas gráficas existen diferencias entre lo simulado y lo experimental, lo que es atribuible a la dinámica no modelada en el circuito eléctrico equivalente empleado. No obstante como se verá en la siguiente sección, esa dinámica no modelada al ser considerada como parte de la perturbación total es estimada por el observador GPI y cancelada mediante el control ADRC.

Tabla 2: Parámetros del convertidor y del TEM

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$E$	12 V	$\Theta_m$	2,647 K/W
$L$	66 $\mu$ H	$\alpha$	0,06 V/K
$C$	$C = 940 \mu$ F	$C_c$	378,4 J/W
$R$	330 $\Omega$	$C_h$	664 J/W
$R_m$	3,2 $\Omega$	$K_s$	0,45 K/W
$K_c$	1 K/W	$K_h$	0,2 K/W
$T_{amb1}$	295 K	$T_{amb2}$	295 K

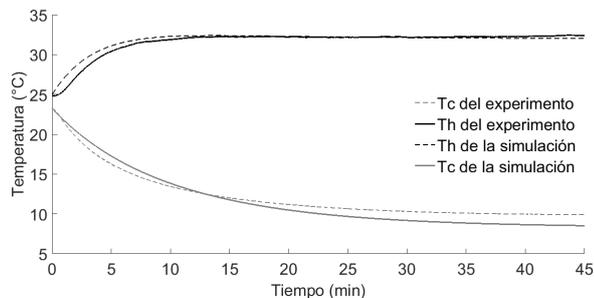


Figura 7: Desempeño del modelo del TEM para un voltaje de alimentación de 10 V.

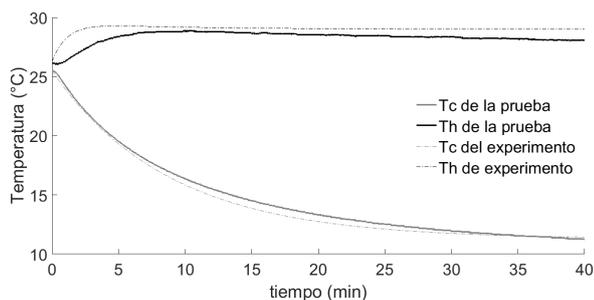


Figura 8: Desempeño del modelo del TEM para un voltaje de alimentación de 12 V.

4.2. Resultados obtenidos

Las ganancias del observador GPI fueron seleccionadas de acuerdo con las expresiones dadas en (31)-(35) y de modo tal que el tiempo de establecimiento para la estimación de las variables de estado de fase fuera de 10 minutos. Los mejores resultados obtenidos fueron con  $\omega_{no} = 200$ ,  $p_0 = 200$  y  $\zeta_o = 2$ . En el caso del controlador ADRC, sus ganancias fueron sintonizadas de acuerdo a (45) y (46), para un tiempo de establecimiento de 30 minutos y los mejores resultados se obtuvieron para  $\omega_{nc} = 20$  y  $\zeta_{nc} = 4$ . La Figura 9, muestra el comportamiento de

las temperaturas tanto en la cara fría como en la cara caliente del módulo termoléctrico bajo la acción del controlador ADRC, cuando la temperatura deseada en la cara fría es de 13,2 °C, lo cual de acuerdo a la Tabla I, corresponde a un voltaje de salida deseado del convertidor de 3 V. Como se aprecia en la Figura 9, el tiempo de establecimiento de la temperatura en la cara fría es de alrededor de 20 minutos, por lo que la especificación de un tiempo de establecimiento de 30 minutos se satisface adecuadamente y así el objetivo de control es alcanzado. En la Figura 10, se muestra la evolución temporal de la perturbación del sistema estimada por el observador GPIO para la temperatura deseada de 13,2 °C.

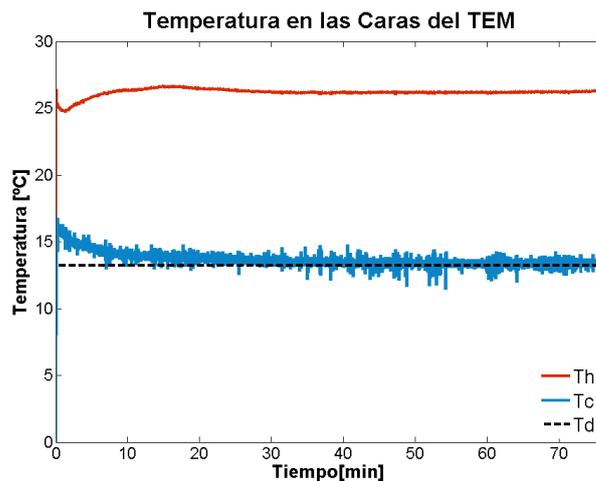


Figura 9: Comportamiento de las temperaturas en ambas caras del TEM para una temperatura deseada  $T_c = 13,2^\circ$ .

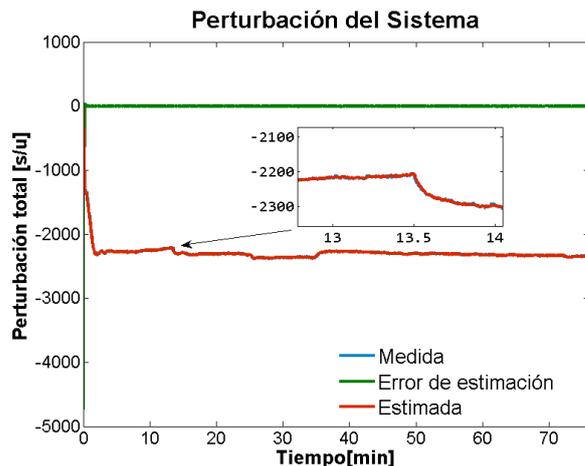


Figura 10: Perturbación del convertidor tipo reductor para una temperatura deseada  $T_c = 13,2^\circ$ .

Es importante aclarar que la perturbación estimada mostrada en la gráfica se obtiene como el estimado  $z_1$  obtenido por el observador cuya estructura es dada en (18)-(22); en cuanto a la perturbación medida, la misma fue calculada de manera indirecta a través de la ecuación (17). Se puede observar que de acuerdo con el análisis de estabilidad realizado, en la práctica,

el error de estimación de la perturbación tiende asintóticamente a un disco pequeño alrededor del origen, como se esperaba. Lo anterior confirma de manera experimental la propiedad ISS del error de estimación. Obsérvese que ya que lo anterior es cierto se confirma el principio de separación ya que las ganancias del observador y controlador fueron seleccionadas de manera independiente sin que esto afecte el desempeño entre uno y otro. La corriente consumida por el módulo termoelectrico para una temperatura deseada de  $13,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ , se muestra en la Figura 11, en la cual puede apreciarse que una vez que el objetivo de control es alcanzado, dicha corriente se mantiene casi constante.

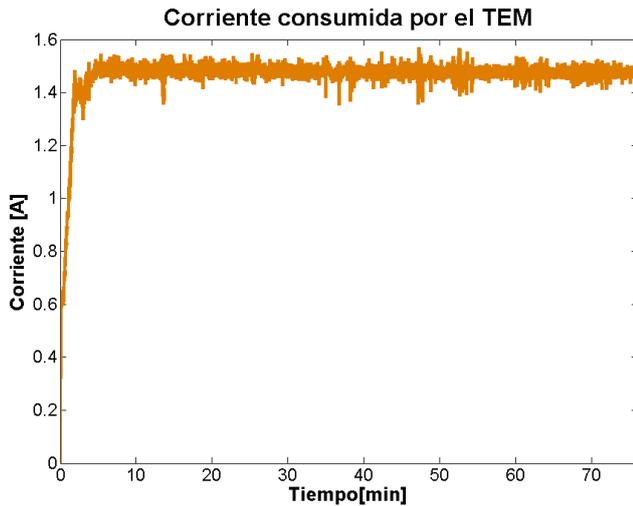


Figura 11: Corriente consumida por el TEM para una temperatura deseada  $T_c = 13,2^{\circ}$ .

Respecto a la estimación del voltaje de salida del convertidor mediante el observador GPIO, la Figura 12 muestra que en este caso también el error de estimación de dicha variable tiende asintóticamente a una vecindad pequeña del origen. Obsérvese además, que la especificación del tiempo de establecimiento para el estimado de las variables de estado se satisface, ya que de modo experimental dicho tiempo es de alrededor de 10 minutos.

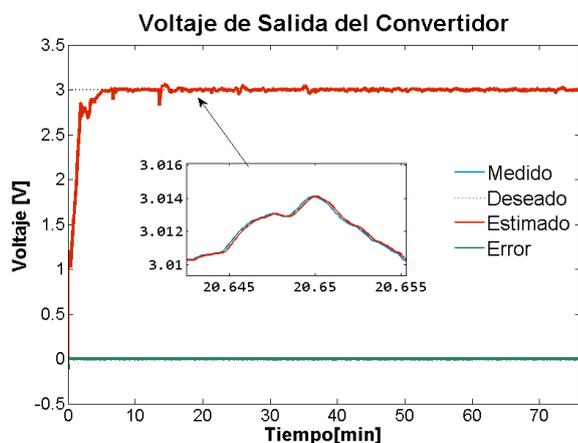


Figura 12: Comportamiento del voltaje de salida del convertidor reductor para una temperatura deseada  $T_c = 13,2^{\circ}$ .

La entrada de control promedio se muestra en la Figura 13, donde puede apreciarse que en efecto dicha ley de control está dentro del intervalo cerrado  $[0, 1]$ , como se esperaba.

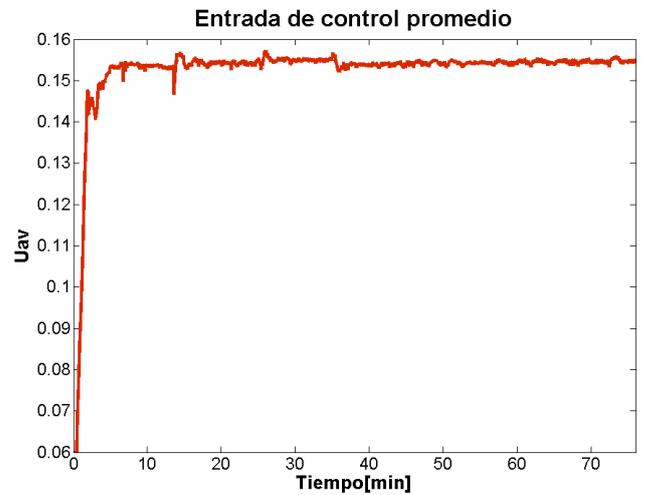


Figura 13: Señal de control del convertidor reductor para una temperatura deseada  $T_c = 13,2^{\circ}$ .

En la Figura 14 se muestra la evolución temporal de las temperaturas en las caras fría y caliente del TEM bajo la acción de control ADRC, para una temperatura deseada en la cara fría de  $10,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ , lo cual corresponde, de acuerdo con la Tabla I, a un voltaje de salida deseado del convertidor de 5 V. Nuevamente el tiempo de establecimiento de la temperatura deseada en la cara fría se alcanza en alrededor de 20 minutos, por lo que la especificación de diseño se satisface adecuadamente, y se alcanza el objetivo de control.

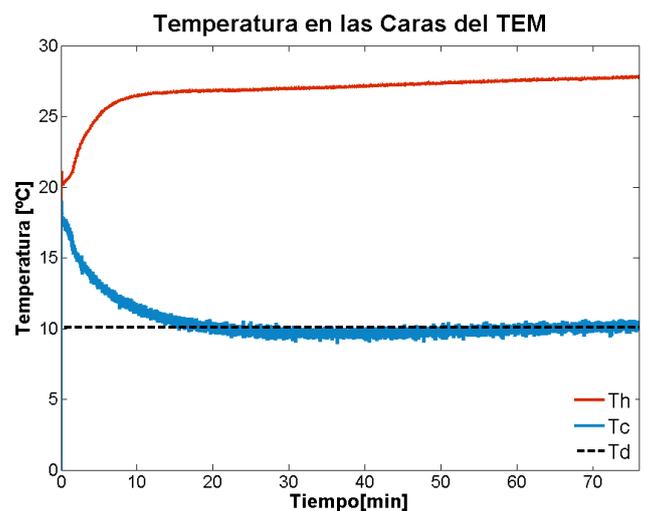


Figura 14: Comportamiento de las temperaturas en ambas caras del TEM para una temperatura deseada  $T_c = 10,1^{\circ}$ .

La perturbación estimada por el observador GPIO en este caso, se muestra en la Figura 15, la cual revela que nuevamente el error de estimación tiende asintóticamente a cero.

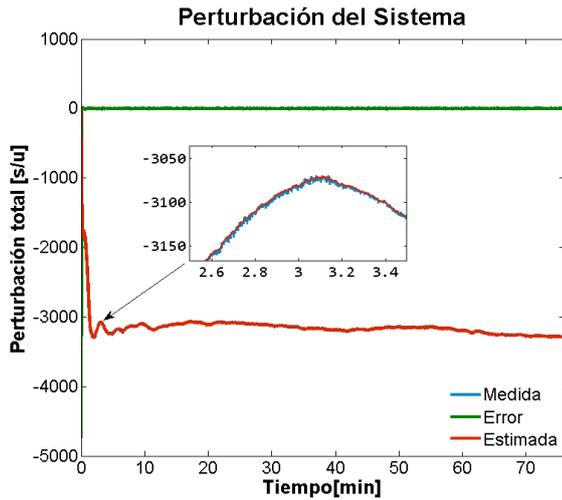


Figura 15: Perturbación del convertidor tipo reductor para una temperatura deseada  $T_c = 10,1^\circ$ .

La corriente consumida por el módulo termoelectrico para una temperatura deseada de  $10,1^\circ C$ , se muestra en la Figura 16, en la cual también se aprecia que una vez que el objetivo de control es alcanzado, se mantiene casi constante. Respecto a la estimación del voltaje de salida del convertidor mediante el observador GPIO, para una temperatura deseada de  $10,1^\circ C$ .

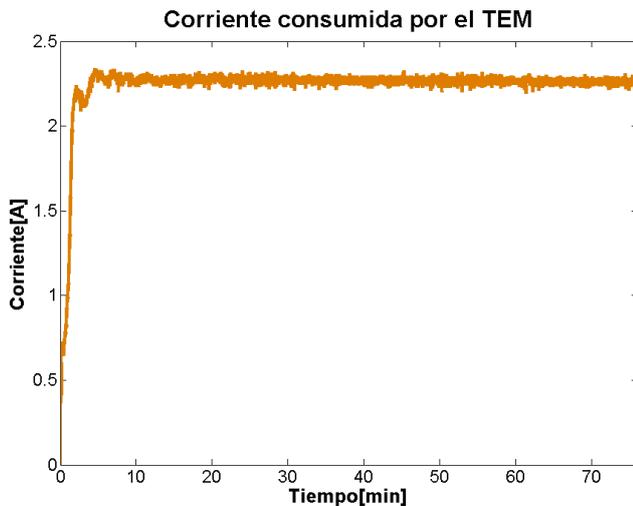


Figura 16: Corriente consumida por el TEM para una temperatura deseada  $T_c = 10,1^\circ$ .

La Figura 17 muestra una vez más que el error de estimación tiende asintóticamente a una vecindad pequeña del origen. La entrada de control promedio se muestra en la Figura 18, donde se aprecia que la ley de control está dentro del intervalo cerrado  $[0, 1]$ , como se esperaba.

#### 4.3. Comparativa experimental con otras técnicas de control

Con la finalidad de mostrar la efectividad de la técnica de control propuesta, se diseñaron un control de tipo PI y uno de tipo LQI con base a una linealización aproximada del modelo combinado del convertidor reductor y del TEM dado en (1)-(2) y (5)-(9) alrededor de una temperatura deseada en la cara fría

de  $12,0^\circ C$ . El modelo linealizado en forma numérica para la temperatura deseada es de la forma:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_{1\delta} \\ x_{2\delta} \\ x_{3\delta} \\ x_{4\delta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -15152 & 0 & 0 \\ 1063,8 & -335,67 & 19,95 & -19,95 \\ 0 & -0,0055 & -0,004 & 0,0011 \\ 0 & 0,0092 & 9,57 \times 10^{-4} & -0,0084 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1\delta} \\ x_{2\delta} \\ x_{3\delta} \\ x_{4\delta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 181820 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u_\delta \quad (52)$$

$$y_\delta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1\delta} \\ x_{2\delta} \\ x_{3\delta} \\ x_{4\delta} \end{pmatrix} \quad (53)$$

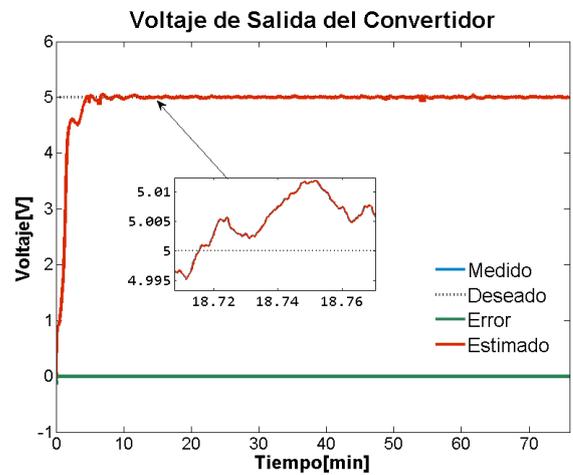


Figura 17: Comportamiento del voltaje de salida del convertidor reductor para una temperatura deseada  $T_c = 10,1^\circ$ .

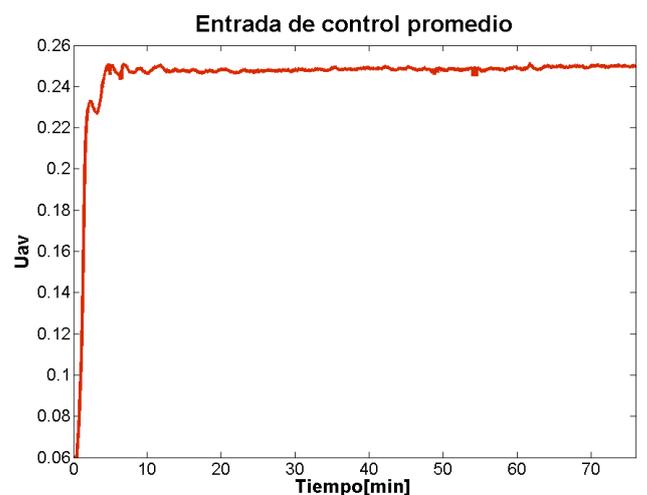


Figura 18: Señal de control del convertidor reductor para una temperatura deseada  $T_c = 10,1^\circ$ .

Con base en (52) y (53) y usando la conocida fórmula  $G(s) = C(sI - A)^{-1}B$ , la función de transferencia del sistema

linealizado está dada por:

$$G(s) = \frac{-1,069 \times 10^6 s - 6939}{s^4 + 335,7s^3 + 1,612 \times 10^7 s^2 + 1,98 \times 10^5 s + 518,3} \quad (54)$$

El controlador de tipo PI empleado es aquel cuya función de transferencia estándar es:

$$G_C(s) = \frac{K_p s + K_i}{s} \quad (55)$$

y el polinomio característico del sistema en lazo cerrado (54)-(55) es:

$$p(s) = s^5 + 335,7s^4 + 1,612 \times 10^7 s^3 + (1,98 \times 10^5 - 1,069 \times 10^6 K_p)s^2 + (518,3 - 6939K_p - 1,069 \times 10^6 K_i)s + 6939K_i \quad (56)$$

Las ganancias del control PI fueron sintonizadas de acuerdo al método de asignación de polos directo y usando el lugar geométrico de la raíces, proponiendo un polinomio característico deseado Hurwitz de quinto orden, lo que permite calcular las ganancias del controlador mediante:

$$K_p = \frac{1,98 \times 10^5 - 2\omega_n^3 - 4\zeta\omega_n^3 - 4\zeta^2\omega_n^3}{1,07 \times 10^6}$$

$$K_i = \frac{\omega_n^5}{6939}$$

Los mejores resultados obtenidos para las ganancias del control PI fueron con  $\omega_n = 3$  y  $\zeta = 0,707$ , lo que da como resultado  $K_p = 0,185$  y  $K_i = -0,035$ . Respecto del controlador LQI, sus ganancias fueron sintonizadas utilizando el comando `lqi(A,B,Q,R)` de MATLAB con las matrices de ponderación  $Q$  y  $R$  dadas por:

$$Q = 1 \times 10^{-8} * \begin{pmatrix} 1,0000 & 0,2200 & 0,0100 & 0,0400 & 0,0200 \\ 0,2200 & 0,0484 & 0,0022 & 0,0088 & 0,0044 \\ 0,0100 & 0,0022 & 0,0001 & 0,0004 & 0,0002 \\ 0,0400 & 0,0088 & 0,0004 & 0,0016 & 0,0008 \\ 0,0200 & 0,0044 & 0,0002 & 0,0008 & 0,0004 \end{pmatrix}$$

$$R = 400$$

Las ganancias del controlador LQI calculadas con las matrices de ponderación  $Q$  y  $R$  anteriores, están dadas por:

$$K = [k_1, k_2, k_3, k_4] = [0,0487, -0,0112, -0,0382, -0,0086]$$

$$k_i = 0,001$$

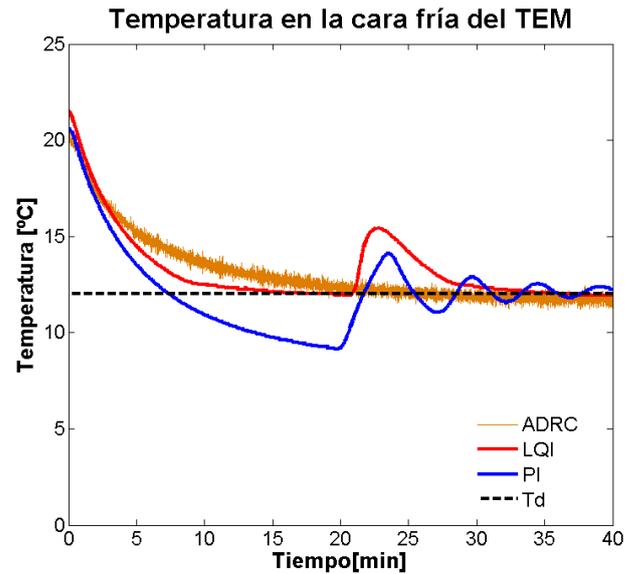


Figura 19: Comparativa experimental del control ADRC contra controladores PI y LQI, para una temperatura deseada de 12,0°.

En la Figura 19, se muestra una comparativa de los resultados experimentales entre la técnica de control propuesta y las técnicas de control PI y LQI. Como se aprecia, para el caso del control ADRC y del control LQI no existe sobre impulso en la respuesta a diferencia del control PI. El tiempo de establecimiento del control LQI es ligeramente más corto que para las otras dos técnicas. Alrededor del minuto 20, se produce una perturbación, la cual en los tres casos es rechazada. No obstante, es importante resaltar que en el caso del control ADRC, la perturbación se rechaza de mejor manera que en los otros dos casos, pues el control LQI presenta una respuesta más lenta y el control PI tiene una respuesta oscilatoria posterior a la perturbación. Sólo en el caso de los controladores ADRC y LQI, el error en estado estacionario es prácticamente igual a cero.

## 5. Conclusiones

En este trabajo se diseñó un esquema de control ADRC para regular en forma indirecta la temperatura en la cara fría de un módulo termoeléctrico a través de un convertidor de potencia CD/CD tipo reductor. La dinámica del módulo es vista como una carga de naturaleza desconocida en el tiempo pero acotada para el voltaje de salida del convertidor. Tanto el voltaje de salida del convertidor como la perturbación de naturaleza exógena son estimados mediante un observador de tipo GPI y el estimado de la perturbación es incorporado en un esquema de cancelación en línea que permite regular la temperatura de la cara fría a un valor de temperatura constante deseado. El desempeño del controlador propuesto es comparado contra controladores de tipo PI y LQI. Los resultados experimentales obtenidos en este caso, permiten decir que, además de satisfacer las especificaciones de diseño, el controlador ADRC presenta un mejor rechazo a perturbaciones de naturaleza desconocida por el controlador, para dispositivos TEM. Por otro lado, se muestra que el observador diseñado posee la propiedad de estabilidad de entrada al estado (ISS), lo cual se comprueba con los resultados

experimentales obtenidos. Los trabajos futuros incluyen la mejora de la disipación de calor en la cara caliente del módulo así como el empleo de celdas Peltier multicapa para alcanzar diferencias de temperatura mayores entre las caras caliente y fría del módulo termoeléctrico.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado gracias al apoyo de la Universidad Tecnológica de la Mixteca.

## Referencias

- Casano, G., Piva, S., 2016. Peltier cells cooling system for switch mode power supply. In: 2016 22nd International Workshop on Thermal Investigations of ICs and Systems (THERMINIC). IEEE, pp. 279–282.
- Castillo, A., García, P., Sanz, R., Albertos, P., 2018. Enhanced extended state observer-based control for systems with mismatched uncertainties and disturbances. *ISA transactions* 73, 1–10.
- Celil Yavuz, S. Y., Kaya, M., 2013. The design of computer controlled cold and hot therapy device with thermoelectric module. *American Scientific Publishers* 3, 221–226.  
DOI: 10.1166/j.mhi.2013.1159
- Chavez, J., Ortega, J., Salazar, J., Turo, A., Garcia, M. J., 2000. Spice model of thermoelectric elements including thermal effects. In: Proceedings of the 17th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference [Cat. No. 00CH37066]. Vol. 2. IEEE, pp. 1019–1023.
- Chen, C., Wang, Y., Li, S., 2017. Generalized proportional integral observer-based composite control method for robotic thermal tactile sensor with disturbances. *International Journal of Advanced Robotic Systems*.  
DOI: 10.1177/1729881417710033
- Chen, W.-H., Yang, J., Guo, L., Li, S., 2015. Disturbance-observer-based control and related methods: an overview. *IEEE Transactions on industrial electronics* 63 (2), 1083–1095.
- Deng, M., Wen, S., Inoue, A., 2011. Operator-based robust nonlinear control for a peltier actuated process. *Measurement and Control* 44 (4), 116–120.  
DOI: 10.1177/002029401104400404
- Dubreuil, V., Osintsev, A. V., 2019. Designing multiple pid controllers based on an fpga for controlling the temperature of tem-cell surfaces. In: 2019 International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON). IEEE, pp. 0194–0198.
- Gao, Z., 2010. On disturbance rejection paradigm in control engineering. In: Proceedings of the 29th Chinese Control Conference. pp. 6071–6076.
- Guo, L., Cao, S., 2014. Anti-disturbance control theory for systems with multiple disturbances: A survey. *ISA transactions* 53 (4), 846–849.  
DOI: 10.1016/j.isatra.2013.10.005
- Han, J.-Q., 1999. Nonlinear design methods for control systems. *IFAC Proceedings Volumes* 32 (2), 1531–1536.
- Jahangir, M., Rehman, M. A. U., Awan, A. B., Ali, R. H., 2019. Design and testing of cooling jacket using peltier plate. In: 2019 International Conference on Applied and Engineering Mathematics (ICAEM). IEEE, pp. 191–196.
- Jianzhong, Z., Hua, Z., Song, W. T., Zhaonan, J., 1997. A method of diode parallel to improve the reliability of the thermoelectric coolers. 16th International Conference on Thermoelectrics, 690–692.
- Li, C., Jiao, D., Jia, J., Guo, F., Wang, J., Nov 2014. Thermoelectric cooling for power electronics circuits: Modeling and active temperature control. *IEEE Transactions on Industry Applications* 50 (6), 3995–4005.  
DOI: 10.1109/TIA.2014.2319576
- Li, S., Yang, J., Chen, W.-H., Chen, X., 2011. Generalized extended state observer based control for systems with mismatched uncertainties. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 59 (12), 4792–4802.
- Lineykin, S., Ben-Yaakov, S., 2005. Analysis of thermoelectric coolers by a spice-compatible equivalent-circuit model. *IEEE Power Electronics Letters* 3 (2), 63–66.  
DOI: 10.1109/LPEL.2005.846822
- Lineykin, S., Ben-Yaakov, S., 2007. Modeling and analysis of thermoelectric modules. *IEEE Transactions on Industry Applications* 43, 505–512.  
DOI: 10.1109/TIA.2006.889813
- Mardini-Bovea, J., Torres-Díaz, G., Sabau, M., De-la Hoz-Franco, E., Niño-Moreno, J., Pacheco-Torres, P. J., 2019. A review to refrigeration with thermoelectric energy based on the peltier effect. *Dyna* 86 (208), 9–18.  
DOI: 10.15446/dyna.v86n208.72589
- Marquez, H. J., 2003. *Nonlinear control systems*. John Wiley & Sons.
- Martinez A., A. D., P., A., 2016. Thermoelectric self-cooling for power electronics: Increasing the cooling power. *Energy*, Elsevier 112, 1–7.  
DOI: 10.1016/j.energy.2016.06.007
- Maruša, L., Milanović, M., Valderrama-Blavi, H., 2015. Evaluating a switched capacitor-boost converter (sc-bc) for energy harvesting in a peltier-cells thermoelectric system. In: 2015 International Conference on Electrical Drives and Power Electronics (EDPE). IEEE, pp. 227–234.
- Mironova, A., Haus, B., Mercorelli, P., 2018. Combination of a reduced order state observer and an extended kalman filter for peltier cells. In: 2018 19th International Carpathian Control Conference (ICCC). IEEE, pp. 211–216.
- Mironova, A., Haus, B., Zedler, A., Mercorelli, P., 2020. Extended kalman filter for temperature estimation and control of peltier cells in a novel industrial milling process. *IEEE Transactions on Industry Applications* 56 (2), 1670–1678.  
DOI: 10.1109/TIA.2020.2965058
- Najafi, H., Woodbury, K. A., 2013. Optimization of a cooling system based on peltier effect for photovoltaic cells. *Solar Energy* 91, 52 – 160.  
DOI: 10.1016/j.solener.2013.01.026
- Parvathy, R., Daniel, A. E., 2013. A survey on active disturbance rejection control. In: 2013 International Multi-Conference on Automation, Computing, Communication, Control and Compressed Sensing (iMac4s). IEEE, pp. 330–335.
- Qi, Y., Li, Z., Zhang, J., 2003. Peltier temperature controlled box for test circuit board. In: Proceedings ICT'03. 22nd International Conference on Thermoelectrics (IEEE Cat. No. 03TH8726). IEEE, pp. 644–647.
- Rowe, D., 2006. *Thermoelectrics handbook: macro to nano*. CRC Press.
- Sira-Ramirez, H., Luviano-Juárez, A., Cortés-Romero, J., 2011. Control lineal robusto de sistemas no lineales diferencialmente planos. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI* 8 (1), 14–28.
- Sira-Ramirez, H., Oliver-Salazar, M. A., 2012. On the robust control of buck-converter dc-motor combinations. *IEEE Transactions on Power Electronics* 28 (8), 3912–3922.
- Sontag, E. D., Wang, Y., 1995. On characterizations of the input-to-state stability property. *Systems and Control letters* 24 (5), 351–360.
- Spengler, A., Ferreira, E., Siqueira Dias, J. A., 01 2011. A low power, battery operated precision portable thermal chamber with double thermoelectric module. *International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing* 5, 627–634.
- Thakor, M. D., Hadia, S., Kumar, A., 2015. Precise temperature control through thermoelectric cooler with pid controller. In: 2015 International Conference on Communications and Signal Processing (ICCSP). IEEE, pp. 1118–1122.