

Modelado de un AGV híbrido triciclo-diferencial

Roberto Sánchez^{a,*}, Jesús Enrique Sierra-García^b, Matilde Santos^c

^a E.T.S. de Ingeniería Informática, Universidad Nacional de Educación a Distancia, C/ Juan del Rosal, 16, 28040 Madrid, España.

^b Departamento de Ingeniería Electromecánica, Universidad de Burgos, Av. Cantabria, s/n, 09006 Burgos, España.

^c Instituto de Tecnología del Conocimiento, Universidad Complutense de Madrid, Profesor G^a Santesteban 9, 28040-Madrid, España.

To cite this article: Sanchez, R., Sierra-García, J.E., Santos, M. 2022. Modelling of a hybrid tricycle-differential AGV. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 19, 84-95
<https://doi.org/10.4995/riai.2021.14622>

Resumen

En el ámbito industrial se utilizan con frecuencia Vehículos de Guiado Automático (AGV) para el transporte de mercancía puntual, normalmente sustituyendo a los medios de transporte manuales o a las cintas transportadoras, para así reducir costes operativos y errores humanos. Para aumentar el rendimiento de estos sistemas industriales y que puedan realizar funcionalidades más avanzadas, es fundamental desarrollar modelos orientados al control que permitan probar nuevas estrategias y técnicas de control que los hagan más eficientes y seguros. Para ello, en este trabajo se desarrolla un modelo cinemático y dinámico orientado al control de un AGV. El principal objetivo del trabajo es conseguir una representación matemática de la compleja dinámica del AGV Easybot, un vehículo híbrido triciclo-diferencial, que permita estudiar los efectos de carga remolcada y la interacción rueda-suelo. Para ello se ha desarrollado el modelo cinemático de la parte diferencial y del triciclo, y se han combinado ambos entre sí y con el desarrollo de la dinámica del vehículo. Se ha descompuesto el AGV en sus distintos módulos y se han aplicado las ecuaciones de Newton-Euler para obtener las ecuaciones de su comportamiento dinámico. El modelo se ha validado en simulación para diferentes trayectorias, variando la carga y la velocidad.

Palabras clave: Modelado y simulación, AGV, triciclo, diferencial, modelo dinámico, cinemática, robots autónomos.

Modelling of a hybrid differential-tricycle AGV

Abstract

In the industrial field, Automatic Guided Vehicles (AGV) are frequently used for the transport of goods, usually replacing manual means of transport or conveyor belts, to reduce operating costs and human errors in this way. In order to increase the performance of these industrial systems and enable more advanced applications, it is key to develop control-oriented models to test new strategies and control techniques, with the aim of making them safer and more efficient. Thus, in this work a kinematic and dynamic control-oriented model of an AGV is developed. The main objective of this work is to obtain a mathematical representation of the complex dynamics of the AGV Easybot, a hybrid tricycle-differential vehicle, which will allow us to study the effects of towed load and wheel-ground interaction. To do so, the kinematic models of the differential and the tricycle robot have been developed and combined together with the developed vehicle dynamics model. The AGV has been split into its different components and the Newton-Euler equations have been applied to obtain the equations of its dynamics. The model has been validated in simulation for different trajectories, varying the speed and the load.

Keywords: Modelling and simulation, AGV, tricycle, differential, dynamic model, kinematics, autonomous robots.

1. Introducción

En el ámbito industrial se utilizan con frecuencia Vehículos de Guiado Automático (AGV) para el transporte de

mercancía puntual, normalmente sustituyendo a los medios de transporte manuales o a las cintas transportadoras, para reducir costes operativos y errores humanos (Wu, 2019; Espinosa, Santos, Sierra-García, 2021; Abderrahim et al., 2020).

*Autor para correspondencia: robersonmar@gmail.com

Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

La irrupción de la industria 4.0, la particularización de los servicios, y la logística y producción flexible están acelerando la introducción de los AGVs en el sector industrial (Markets and Markets, 2021; Statista, 2021). Por un lado, aumentan la flexibilidad espacial, permitiendo modificaciones en la ubicación y la distribución de las líneas de producción en poco tiempo, sin realizar cambios en la infraestructura. Por otro lado, posibilitan modular la cadencia de los flujos de producción y logísticos para adaptarse a cambios en la planificación de la producción (Li et al., 2019; Belman-López, Jiménez-García, Hernández-González, 2020; Niestrój, Rogala, y Skarka, 2020; Moreno et al., 2019).

Para aumentar el rendimiento de estos sistemas industriales y que puedan realizar funcionalidades más avanzadas, es fundamental desarrollar modelos orientados al control que permitan probar nuevas estrategias y técnicas de control que los hagan más eficientes y seguros (Sierra-García & Santos, 2020b).

Existen fundamentalmente dos vías para alcanzar este objetivo: la primera consiste en aplicar las ecuaciones físicas conocidas que gobiernan el comportamiento dinámico del sistema, y emplear este conocimiento para construir las ecuaciones diferenciales que lo representan, obteniendo un modelo analítico del mismo. La otra vía consiste en la medida y el tratamiento de las señales en la entrada y la salida del sistema, y la aplicación de diferentes mecanismos de identificación para describir las relaciones internas subyacentes entre esas entradas y salidas; a estas técnicas de identificación se les suele denominar de caja negra.

La obtención de un modelo analítico permite, en general, conocer mejor cómo se comporta el sistema ante diferentes condiciones de funcionamiento, y los resultados son más robustos. Por otro lado, los modelos de caja de negra son muy sensibles a los datos empleados durante el entrenamiento, por lo que tienen un rango de aplicación más restringido. Además requieren de información de las señales de entrada y salida del sistema para poder obtener los modelos, que no siempre está disponible. Por todo ello, en este artículo se obtienen las expresiones analíticas del modelo dinámico del AGV.

Por ello, en este trabajo se propone el desarrollo de un modelo orientado al control de un AGV híbrido triciclo-diferencial. Se parte del modelado de la dinámica de los distintos subsistemas y se combinan con las ecuaciones cinemáticas del mismo, para obtener un modelo completo de un AGV comercial de la empresa ASTI Mobile Robotics (ASTI, 2021). Estos sistemas son dependientes de la distribución de la carga, lo que puede ocasionar situaciones de derrape y vuelco. El disponer de modelos de su dinámica permitirá estudiar estas condiciones.

Para la obtención de las ecuaciones analíticas típicamente suelen emplearse dos metodologías diferentes: las ecuaciones de Newton-Euler, o las ecuaciones de Lagrange-Euler. En general las ecuaciones de Newton-Euler son más fáciles de interpretar que las de Lagrange, de ahí que se hayan empleado en este trabajo.

El modelo se ha validado en simulación para diferentes trayectorias, variando su velocidad y carga, con resultados satisfactorios.

La estructura del artículo es la siguiente. En la sección 2 se recogen los trabajos relacionados. En la sección 3 se presentan

los modelos cinemáticos de los robots triciclo y diferencial. La sección 4 describe el AGV Easybot E410. En la sección 5 se desarrolla su modelo secuencialmente, empezando por el modelo cinemático del robot híbrido para, a continuación, incluir la dinámica. La sección 6 describe el sistema de control tradicionalmente utilizado en un AGV. La sección 7 incluye distintos experimentos de simulación realizados con el fin de validar los modelos. El trabajo termina con las conclusiones y líneas futuras

2. Estado del arte

Existen AGVs con múltiples configuraciones, aunque la literatura científica parece centrarse especialmente en los diferenciales y de tipo vehículo, siendo muy escasos los trabajos dedicados al estudio de los robots triciclo. De hecho, la mayoría de los trabajos existentes sobre modelado dinámico de robots móviles esta principalmente dedicada a robots diferenciales y vehículos con ruedas omnidireccionales, dadas las dificultades que presenta en general el estudio de la dinámica de los vehículos autónomos (Sierra y Santos, 2018). A modo de ejemplo, el artículo de Zhang y Liu-Henke (2020) presenta el diseño de un nuevo vehículo guiado automatizado omnidireccional basado en modelos del control de la dinámica del vehículo. El comportamiento cinemático y dinámico del AGV se describe mediante un modelo matemático obtenido a partir del comportamiento simplificado del vehículo. El trabajo se centra en la selección del algoritmo de control adecuado. También Galasso et al. (2019) trabajan con un AGV de cuatro ruedas, y se propone un método de calibración de las mismas.

Son numerosos los artículos que se centran en el control de vehículos autónomos para el seguimiento de trayectorias, o evitación de obstáculos. Pero no tratan el problema que se aborda en este artículo, el modelado dinámico del AGV, o trabajan con AGVs muy diferentes. Así, en Weckx et al. (2020) se aborda el problema de planificación y seguimiento de trayectorias de AGVs, orientada a la evitación dinámica de obstáculos mediante una maniobra de adelantamiento, para una carretilla elevadora autónoma. También en Nguyen et al. (2020), se propone un controlador adaptativo que utiliza un modelo de referencia basado en la cinemática de un vehículo guiado automatizado. La configuración del AGV es similar a un robot móvil triciclo, con una unidad de tracción delantera y dos ruedas traseras fijas. En (Sierra-García y Santos, 2020b) se desarrolla un control inteligente basado en el aprendizaje por refuerzo para el seguimiento de trayectorias de un AGV industrial, pero no se basa en el modelo del vehículo.

En (Villagrà y Herrero-Pérez, 2011) se analizan distintos sistemas de control para el guiado de AGVs sobre una ruta predefinida. Se utilizan, entre otras, técnicas de control basadas en modelos. En el caso dinámico, el artículo describe la dirección y la tracción del AGV, y modela los fenómenos de deriva en la dirección mediante una función de transferencia que requiere identificar los parámetros del sistema real. En Suárez et al. (2004) se basan en resultados experimentales para obtener modelos de sistemas de dirección y longitudinales de un AGV. En muchas ocasiones no se dispone de esos datos reales del vehículo a modelar, como es nuestro caso, y este enfoque no puede aplicarse.

En (Veiga et al., 2019) se propone el modelado dinámico de un AGV. Se comparan dos modelos de vehículos de un

sistema de carros remolcadores con tres carros remolcados enlazados. Se plantea una versión simplificada de un modelo multicuerpo completo del primer sistema. El segundo modelo se desarrolló en lenguaje Modelica, y resultó más estable para estimar las trayectorias relativas entre los vehículos y las velocidades máximas admisibles del sistema al tomar una curva sin vuelco ni deslizamiento.

En (Bi, Lang y Wang, 2008) se plantea el modelado con el método de Euler-Lagrange de un robot que puede ser controlado directamente por el operario. La aportación más interesante de este artículo se refiere al modelado de los distintos sensores con los que está equipado el AGV, ya que el modelo busca hacerlos prescindibles.

Uno de los trabajos más interesantes sobre modelado de AGV es el de Smieszek, Dobrzanska y Dobrzanski (2019), donde se analizan los distintos errores que se producen en un AGV cuya única forma de saber su posición es mediante odometría. Se centra en estudiar el efecto que tiene la distribución de la carga en el radio efectivo de las ruedas y, por lo tanto, en la trayectoria seguida por el AGV. Además se demuestra que la variación del radio efectivo de la rueda influye también en el conocimiento de la distancia real entre puntos de contacto de las ruedas. En un trabajo más reciente de los mismos autores (Smieszek, Dobrzanska, y Dobrzanski, 2020), se ha realizado un estudio para determinar la relación entre el radio de rodadura de la rueda y la carga de un AGV tipo triciclo. Esta investigación puede resultar útil para vehículos de nueva construcción donde este valor no viene dado por los fabricantes, y es necesario cuando la odometría es el sistema de navegación básico.

El tema del modelado de AGVs, en concreto con configuraciones de triciclo o híbrido triciclo-diferencial, no está en general tratado en la literatura. Como notable excepción, en (Bonilla, Reyes y Mendoza, 2005) se propone una aproximación al modelado de un robot de tipo triciclo mediante las ecuaciones de Euler-Lagrange, con el objetivo de diseñar una ley de control de posición no lineal. De modo similar, Yun (2016) utiliza el método de transformación de coordenadas y el método de la ecuación de Lagrange para establecer la cinemática y el modelo dinámico de un robot móvil de tres ruedas con dos ruedas motrices. La validez de los modelos se verifica mediante simulación del seguimiento de trayectorias.

Un área fuera del ámbito de este trabajo es el problema de los multi-AGVs, y los retos asociados de coordinación, navegación, control, planificación de rutas, etc (Yuan et al., 2020; Espinosa, Santos, & Sierra-García, 2021; Guney & Raptis, 2020).

En resumen, tras estudiar el estado del arte no hemos identificado ningún trabajo en el que se estudie el modelo de un AGV triciclo-diferencial, a pesar de ser un tipo de AGV de gran aceptación en la industria (Markets and markets, 2021; Statista, 2021).

3. Modelos cinemáticos previos

Existen diversos tipos de AGV comerciales, con diferentes características cinemáticas y dinámicas. La cinemática del AGV viene determinada, entre otras cosas, por el número y posición de las ruedas. En este trabajo se desarrolla el modelo

de un AGV híbrido, triciclo-diferencial. Los modelos cinemáticos de ambos componentes son los siguientes.

3.1 Modelo cinemático de la parte diferencial del vehículo

El sistema es equiparable a un robot con dos ruedas paralelas con capacidad de tracción (Figura 1, izquierda). Los cambios de dirección se consiguen gracias a la diferencia en la velocidad de rotación de cada rueda. El ángulo β es el ángulo que forma el eje longitudinal del AGV diferencial con respecto a un sistema de referencia inercial situado fuera del AGV (en azul en la Figura 1), suponiendo que no existe deslizamiento de las ruedas. En la Figura 1 los bloques negros representan las ruedas del AGV y el cuadrado azul el cuerpo.

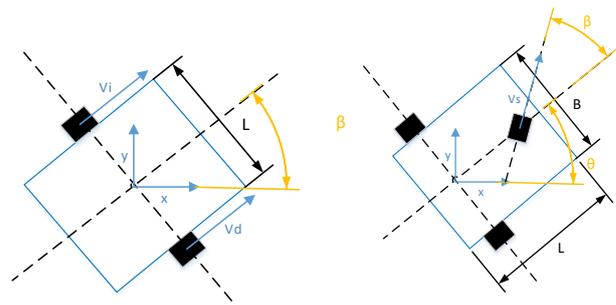


Figura 1: Esquema de robot diferencial (izquierda) y triciclo (derecha)

El modelo del sistema diferencial obedece a las siguientes ecuaciones (Sierra-García y Santos, 2020a):

$$v = \frac{1}{2} \cdot (v_D + v_I) \quad (1)$$

$$\omega = \frac{1}{L} \cdot (v_D - v_I) \quad (2)$$

$$R_{curva} = \frac{L}{2} \cdot \frac{(v_D + v_I)}{(v_D - v_I)} \quad (3)$$

$$v = \omega \cdot R_{curva} \quad (4)$$

$$\omega = \dot{\beta} \quad (5)$$

Donde v es la velocidad equivalente del conjunto [m/s], v_D, v_I son la velocidades lineales de las ruedas derecha e izquierda, respectivamente [m/s], ω es la velocidad de rotación [rad]; R_{curva} es la distancia desde el punto situado entre las dos ruedas hasta el centro instantáneo de rotación (CIR) [m]; y L es la distancia entre ruedas [m].

3.2 Modelo cinemático de la parte triciclo del vehículo

En este caso el robot se compone de una rueda directora delantera y dos ruedas traseras. La tracción puede ser delantera o trasera, aunque generalmente se emplea tracción delantera por medio de una motorrueda. La Figura 1 (derecha) representa un AGV triciclo con tracción delantera donde β es el ángulo de la rueda motriz con respecto al sistema de referencia embarcado en el AGV, suponiendo que no existe deslizamiento de las ruedas.

Las ecuaciones que rigen el modelo cinemático para el AGV triciclo son (Sierra-García y Santos, 2020a):

$$\dot{x} = v \cdot \cos(\theta) \tag{6}$$

$$\dot{y} = v \cdot \sin(\theta) \tag{7}$$

$$\dot{\theta} = \omega \tag{8}$$

$$v = v_s \cdot \cos(\beta) \tag{9}$$

$$\omega = \frac{v_s}{L} \cdot \sin(\beta) \tag{10}$$

$$R_{curva} = L * ctan(\beta) \tag{11}$$

Donde x , y representan la posición del centro del eje trasero del AGV [m] en los ejes correspondientes al sistema de referencia inercial fijo; ω es la velocidad de rotación [rad/s]; θ es el ángulo de rotación del cuerpo del AGV respecto de un sistema de referencia inercial [rad]; v_s es la velocidad lineal de la rueda directora [m/s], L es la distancia entre la rueda directora y las traseras [m], y R_{curva} es la distancia desde el centro del eje trasero hasta el centro instantáneo de rotación (CIR).

El modelo cinemático del AGV híbrido con el que se trabaja combina ambos modelos, como se muestra en el apartado 5.

4. Descripción del AGV Easybot 410

El robot que se va a modelar es el Easybot E410 de la empresa ASTI Mobile Robotics (Figura 2). Se utiliza para transportar cargas en entornos industriales, y es capaz de mover carga montada sobre el propio AGV así como remolcada. Su sistema de guiado emplea una banda magnética o línea de color fija en el suelo (guiado magnético u óptico).



Figura 2: Easybot Std 410 (ASTI, 2021)

Las características técnicas de este AGV están disponibles en la página web del fabricante (ASTI, 2021). En la Tabla 1 se muestran las características técnicas más relevantes para este trabajo. Al no estar reflejados todos los datos necesarios en la hoja de características del fabricante, se han estimado algunas de las dimensiones del AGV. Esta estimación se ha hecho manualmente, basándose en los diagramas que aporta el fabricante en su página web.

Está construido con un par de ruedas diferenciales que sirven como unidad de tracción, y dos ruedas traseras sin capacidad motora. Dispone además de un sensor de posición en la parte delantera de la unidad tractora y un gancho de remolque localizado en la parte frontal del robot.

Tabla 1: Características técnicas del Easybot E410 (ASTI, 2021)

Masa [kg]	200	Fabricante
Longitud [mm]	1700	Fabricante
Anchura [mm]	520	Fabricante
Distancia al eje delantero [mm]	500	Estimado
Distancia al eje trasero [mm]	1600	Estimado
Distancia al sensor de posición [mm]	50	Estimado
Distancia al gancho del remolque [mm]	400	Estimado
Altura [mm]	385	Fabricante
Batalla [mm]	1100	Estimado

5. Modelo del AGV híbrido Easybot E410

En la Figura 3 se presentan los módulos que componen el modelo del AGV.

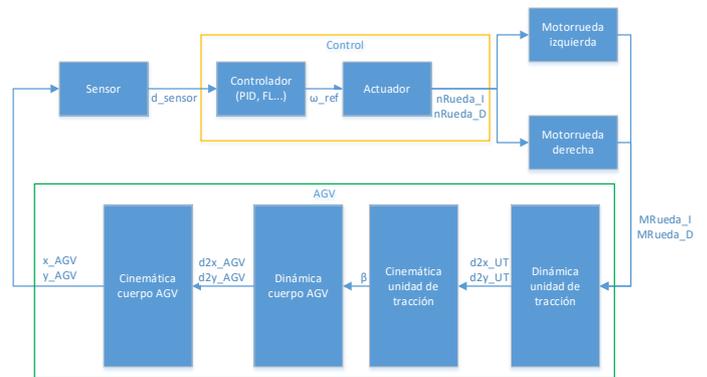


Figura 3: Diagrama de los módulos del AGV

En este trabajo se han desarrollado los siguientes modelos del AGV:

1. **Modelo cinemático del Easybot:** relaciona las velocidades de las ruedas con la del AGV. En una primera aproximación se considera únicamente este modelo ya que permite obtener resultados suficientemente precisos para condiciones normales de operación. Esto explica que la mayoría de la literatura existente sobre modelado de AGVs se refiera exclusivamente a modelos cinemáticos.
2. **Modelo dinámico del Easybot:** se obtiene a partir del formalismo de Newton-Euler. Permite calcular las aceleraciones que sirven de entrada al modelo cinemático. En condiciones límite de operación (velocidad alta, curvas muy cerradas, aceleración y frenado constante, etc.) proporciona resultados más fiables que el modelo cinemático.

Para el modelado del AGV se utilizan distintos sistemas de referencia para cada subsistema mecánico. En particular, se usan tres sistemas de ejes cartesianos (Figura 4).

1. Sistema fijo: S_0 (azul)
2. Sistema embarcado en el AGV: S_{AGV} (rojo)
3. Sistema embarcado en la unidad de tracción: S_{UT} (verde)

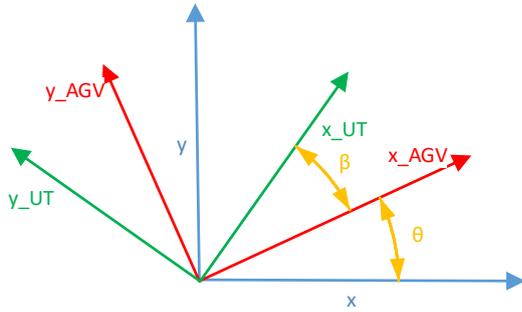


Figura 4: Relación entre sistemas de referencia en el AGV

Para cambiar de sistema de referencia se pueden usar las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} x_{AGV} \\ y_{AGV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{UT} \\ y_{UT} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{eje} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{AGV} \\ y_{AGV} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{0AGV} \\ y_{0AGV} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Donde x_{eje} representa la distancia entre el centro del eje trasero del AGV (x_{0AGV} , y_{0AGV}), y el punto de aplicación de la fuerza de tracción, que coincide con el eje sobre el cual pivota la unidad de tracción. El ángulo θ corresponde al ángulo girado por el AGV en conjunto (S_{AGV} respecto a S_0), y el ángulo β es el ángulo relativo entre la unidad de tracción y el cuerpo del AGV (S_{UT} respecto a S_{AGV}).

5.1. Modelo cinemático del AGV híbrido

El modelo cinemático se ha descompuesto en una parte diferencial, correspondiente a la unidad de tracción, y una parte triciclo correspondiente al cuerpo del AGV. La unidad tracción diferencial está unida al cuerpo del AGV mediante un eje sobre el cual pivota. Las ecuaciones para este caso surgen de la combinación de los dos modelos anteriores.

En la Figura 5 se representa esquemáticamente el AGV y la unidad de tracción, donde el círculo verde CIR es el centro instantáneo de rotación.

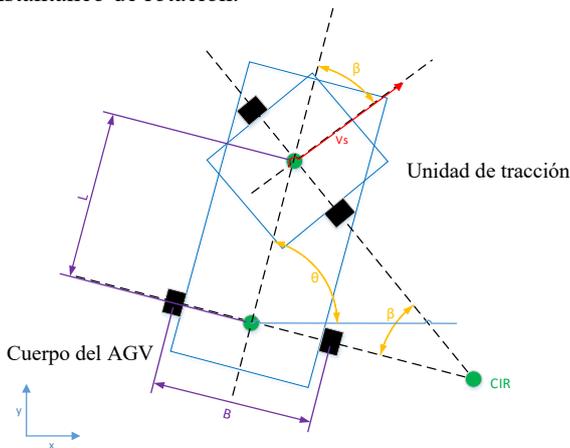


Figura 5: Esquema cinemático del Easybot.

El ángulo θ corresponde al girado por el AGV en conjunto, y el ángulo β el relativo entre la unidad de tracción y el cuerpo

del AGV; L es la distancia entre el centro de la unidad de tracción y el centro del eje trasero del AGV, y B la distancia entre las ruedas traseras. La velocidad lineal de la unidad de tracción a lo largo de su eje x es v_s .

Si se calcula v_s a partir de las velocidades de rotación de cada una de las motorruedas, la ecuación resultante de la trayectoria descrita por el centro del eje trasero del AGV es la siguiente:

$$v_s = \frac{1}{2}(v_i + v_d) \quad (14)$$

$$\beta = \int \omega_c = \int \frac{1}{B_{UT}}(v_i - v_d) \quad (15)$$

$$\theta = \int \omega = \int \frac{v_s}{L} * \cos(\beta) \quad (16)$$

$$\dot{x} = v_s * \cos(\beta) * \cos(\theta) \quad (17)$$

$$\dot{y} = v_s * \cos(\beta) * \sin(\theta) \quad (18)$$

Donde la velocidad lineal del AGV, v_s , se obtiene como la media de las velocidades lineales de cada rueda de la unidad motriz. La velocidad lineal máxima que puede alcanzar el AGV depende de las condiciones de carga y de las pérdidas de energía debidas al rozamiento. Esta velocidad se encuentra también limitada por el controlador de los motores. En este caso se ha supuesto un máximo de 1.2 m/s, velocidad máxima normalmente empleada en este tipo de aplicaciones.

La velocidad de rotación de la unidad de tracción con respecto al eje sobre el que pivota, ω_c , viene dada por la diferencia entre las velocidades de cada rueda, y es inversamente proporcional a la distancia entre éstas, B_{UT} . La velocidad de rotación del AGV es función de la velocidad lineal de éste, v_s , la distancia entre ruedas, y el ángulo de la unidad de tracción.

El resto de las variables son: ω es la velocidad de rotación del AGV respecto del CIR [rad/s]; v_i, v_d son las componentes derecha e izquierda de la velocidad de las ruedas tractoras [m/s], el par (x, y) representa la posición del centro del eje trasero del AGV en el sistema inercial [m]; β es el ángulo de la unidad de tracción respecto del cuerpo del AGV, limitado con unos toques a $[-60, 60]^\circ$ para que los cables que van del cuerpo a la unidad de tracción no se enreden; y θ es la orientación del cuerpo del AGV en el sistema inercial.

5.2. Modelo dinámico del AGV híbrido

5.2.1. Dinámica de la unidad de tracción

La unidad de tracción se ve afectada por la distribución de carga en el AGV que genera fuerzas normales en cada una de las ruedas. La fuerza de tracción generada se considera aplicada en un punto fijo al cuerpo del AGV, llamado centro de tracción (CT), que coincide con el centro de masas de la unidad de tracción (CM_{UT}). La coincidencia entre CT y CM_{UT} se ha estimado en base a la simetría de la unidad de tracción. La Figura 6 muestra las diferentes fuerzas de la unidad de tracción. Como se puede observar, los pares aplicados en las ruedas provocan un desplazamiento en la dirección del eje x del S_{UT} y una rotación en torno al CT.

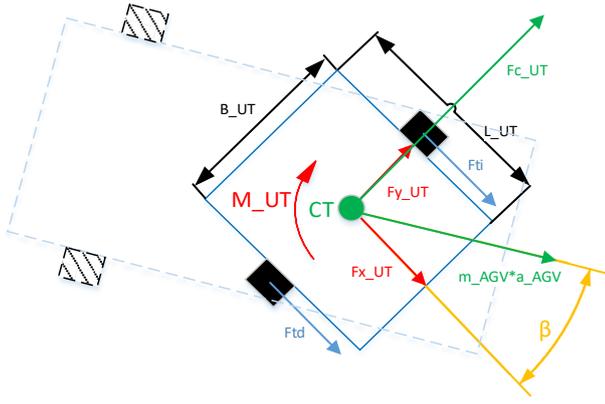


Figura 6: Modelo esquemático de la unidad de tracción

Las ecuaciones que rigen la unidad de tracción son (Sierra-García & Santos, 2020a):

$$M_{UT} = (M_i - M_d) \frac{R_{rueda}}{B_{UT}} \quad (19)$$

$$\dot{\beta} = \omega_{UT} = \frac{(\omega_i - \omega_d) R_{rueda}}{B_{UT}} \quad (20)$$

Donde β es el ángulo de giro de la cabeza tractora respecto al cuerpo del AGV [rad]; B_{UT} es la distancia entre ruedas de la unidad de tracción [m]; R_{rueda} es el radio de la rueda; M_{UT} es el momento resultante en el centro de tracción, que permite rotar la unidad de tracción y por tanto el AGV [Nm]. Y ω_{UT} es la velocidad de rotación de la unidad de tracción [rad/s].

Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\sum M = I_{UT} \dot{\omega}_{UT} \quad (21)$$

$$\sum F = m_{AGV} \dot{v}_s \quad (22)$$

Se obtiene:

$$(M_i - M_d) \frac{R_{rueda}}{B_{UT}} = I_{UT} \ddot{\beta} \quad (23)$$

$$(M_d + M_i) R_{rueda} + F_{xUT} + m_{AGV} \cdot a_{AGV} \cdot \cos(\beta) = m_{AGV} \ddot{x}_{UT} \quad (24)$$

$$F_{cUT} + F_{yUT} + m_{AGV} \cdot a_{AGV} \cdot \sin(\beta) = m_{AGV} \cdot \ddot{y}_{UT} \quad (25)$$

Donde m_{AGV} es la masa del cuerpo del AGV [Kg]; F_{xUT} y F_{yUT} son las fuerzas resultantes en CT [N], F_{cUT} es la fuerza centrífuga que actúa sobre la unidad de tracción [N]; el producto $m_{AGV} \cdot a_{AGV}$ es la fuerza ejercida por el cuerpo del AGV sobre la unidad de tracción [N], siendo L_{UT} la longitud de la unidad de tracción [m]. I_{UT} es el momento de inercia de la unidad de tracción respecto a su eje de rotación [kgm²] y R_{rueda} es el radio de la rueda.

Generalizando y expresándolo en forma matricial:

$$M \ddot{q} = F \quad (26)$$

Donde:

$$M = \begin{bmatrix} m_{AGV} & 0 & 0 \\ 0 & m_{AGV} & 0 \\ 0 & 0 & I_{UT} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$q = \begin{bmatrix} x_{UT} \\ y_{UT} \\ \beta \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$F = \begin{bmatrix} (M_d + M_i) R_{rueda} + m_{AGV} \cdot a_{AGV} \cdot \cos(\beta) \\ F_{cUT} + m_{AGV} \cdot a_{AGV} \cdot \sin(\beta) \\ \frac{(M_i - M_d) R_{rueda}}{B_{UT}} \end{bmatrix} \quad (29)$$

Siendo x e y los ejes de referencia en el sistema S_{UT} .

Asumiendo que se cumple la condición de no deslizamiento, se fuerza a que la unidad de tracción no se desplace en la dirección del eje y embarcado en ella:

$$\dot{y}_{UT} = 0 \rightarrow F_{cUT} = -F_{yUT} \quad (30)$$

Además, la unidad de tracción no se puede separar del cuerpo del AGV, por lo que la velocidad relativa entre ambas es nula. De esto se deduce:

$$\dot{x}_{UT} = 0 \rightarrow F_{xUT} = -(M_d + M_i) R_{rueda} - m_{AGV} \cdot a_{AGV} \cdot \cos(\beta) \quad (31)$$

La fuerza centrífuga viene expresada por:

$$F_C = \frac{m_{AGV} V^2}{R_{curva}} \quad (32)$$

Donde R_{curva} es el radio de la curva trazada [m]. Este radio se puede calcular como:

$$R_{curva} = L \cdot \tan(\beta) \quad (33)$$

Siendo L la distancia entre el centro del eje trasero y el centro de la unidad de tracción.

4.2.2. Dinámica del cuerpo del AGV

Para modelar el AGV como un triciclo se considera que la unidad de tracción actúa sobre el AGV con una fuerza F_t . Se distinguen los siguientes puntos significativos (Figura 7):

- 1) Centro de la unidad de tracción, CT
- 2) Centro del AGV, denominado CAGV, situado en la mitad del eje que une las ruedas traseras.
- 3) Centro de masas, CM. Infiuye en el momento de inercia del AGV.
- 4) Centro instantáneo de rotación, CIR, punto respecto del cual el AGV rota en conjunto.

Como se puede observar, tanto CAGV como CT se encuentran en el eje x del sistema de referencia S_{AGV} . El CM se considera fijo durante todo el movimiento ya que las cargas no pueden desplazarse sobre el AGV. El centro CIR se encuentra fuera del AGV e influye en la fuerza centrífuga y el cálculo del momento de inercia. El centro instantáneo de

rotación de la unidad de tracción coincide con el CT del AGV y no es relevante para estos cálculos.

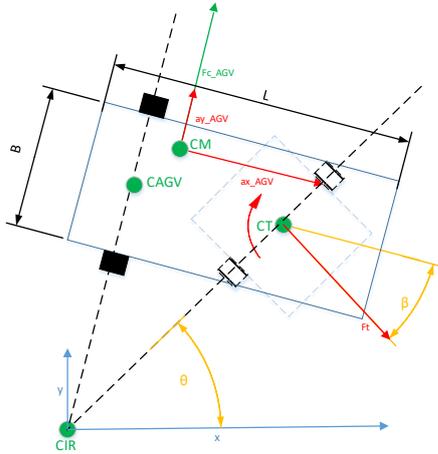


Figura 7: Modelo esquemático del cuerpo del AGV

Aplicando la misma metodología que para la unidad de tracción (Landau y Lifshitz, 2013):

$$F_t \cos(\beta) y_{CM} + F_t \sin(\beta) * (x_{CM} - x_{CT}) = I_{AGV} \ddot{\theta} \quad (34)$$

$$F_t \cos(\beta) = m \ddot{x}_{AGV,CM} \quad (35)$$

$$F_{cAGV} - F_t \sin(\beta) = m \ddot{y}_{AGV,CM} \quad (36)$$

Donde F_t es la fuerza de tracción [N]. En forma matricial y generalizando:

$$M \ddot{q} = F \quad (37)$$

Siendo:

$$M = \begin{bmatrix} m_{AGV} & 0 & 0 \\ 0 & m_{AGV} & 0 \\ 0 & 0 & I_{AGV} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$q = \begin{bmatrix} x_{AGV,CM} \\ y_{AGV,CM} \\ \theta \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$F = \begin{bmatrix} F_t \cdot \cos(\beta) \\ F_{cAGV} - F_t \cdot \sin(\beta) \\ F_t \cos(\beta) y_{CM} + F_t \sin(\beta) \cdot (x_{CM} - x_{CT}) \end{bmatrix} \quad (40)$$

Donde x e y hacen referencia al sistema S_{AGV} , y F_{cAGV} es la fuerza centrífuga que actúa sobre el cuerpo del AGV [N].

Teniendo en cuenta la hipótesis de no deslizamiento, el cuerpo del AGV no se desplaza en la dirección del eje y y embarcado en él, por tanto:

$$\dot{y} = 0 \rightarrow F_{cAGV} = F_t \cdot \sin(\beta) \quad (41)$$

Del modelo de la unidad de tracción se sabe que la fuerza total de tracción (F_t) se debe a la suma de momentos aplicados en cada una de las ruedas (M_e, M_i):

$$F_t = (M_e + M_i) R_{rueda} \quad (42)$$

5.2.3. Modelo de la distribución de carga en las ruedas

En este apartado se desarrolla el cálculo de la carga de las ruedas en el plano YZ , no necesario en los anteriores debido a que se imponen condiciones de no deslizamiento y rodadura perfecta. De esta forma se incluye en el modelo dinámico la interacción entre la rueda y el suelo ya que la mayoría de los modelos existentes en la literatura (Han, Choi, y Choi, 2018) utilizan ambas cargas para calcular el deslizamiento de la rueda en el plano de rodadura.

Para el cálculo de las cargas en cada una de las ruedas del AGV es necesario aplicar equilibrio de fuerzas y momentos en cada uno de los 3 planos, a pesar de que el AGV sólo se desplaza en el plano XY . Se distinguen dos casos:

1. AGV estático: no hay fuerzas ni momentos de tracción. El AGV y su carga están en reposo apoyados sobre la superficie de rodadura. Esto permite calcular la posición del centro de masas.
2. AGV en movimiento: hay momentos y fuerzas de tracción puesto que el AGV se está desplazando. Además también puede aparecer la fuerza centrífuga al tomar una curva.

Como se trata de un sistema lineal, se puede aplicar el principio de superposición y desacoplar las fuerzas estáticas de las dinámicas. Esto permite simplificar los cálculos en simulación y ahorrar tiempo de procesador y memoria.

AGV estático:

Se considera un AGV que transporta varios bultos cuyas masas y centros de masas son conocidos. También se conocen la masa y la posición del centro de masas del AGV. Como la posición del centro de masas del AGV es conocida, se toma este punto como origen del sistema de referencia. Por tanto se calculan los desplazamientos del centro de masas del conjunto respecto del CM del AGV.

Aplicando equilibrio de fuerzas y momentos en torno al CM del AGV se pueden calcular los desplazamientos:

$$d_x = \frac{1}{m_{AGV} + \sum_{i=1}^n m_i} \sum_{i=1}^n m_i x_i \quad (43)$$

$$d_y = \frac{1}{m_{AGV} + \sum_{i=1}^n m_i} \sum_{i=1}^n m_i y_i \quad (44)$$

$$d_z = \frac{1}{m_{AGV} + \sum_{i=1}^n m_i} \sum_{i=1}^n m_i x_z \quad (45)$$

Donde x_i, y_i, x_z representan la posición del CM de la carga i en los ejes (x, y, z) del sistema S_{AGV} , respectivamente (m); m_i es la masa de la carga i (Kg), m_{AGV} es la masa del AGV sin carga (kg), y d_i es el desplazamiento del CM en los ejes x, y, z (m).

Con este resultado se puede simplificar el cálculo de la carga en cada una de las ruedas del AGV. Para ello se aplica la condición de equilibrio de fuerzas y momentos respecto del centro geométrico, asumiendo que no existen aceleraciones angulares respecto del eje transversal y longitudinal. Las ecuaciones resultantes son:

$$\sum F_z = m_t \cdot g \quad (46)$$

$$(F_{zt} - F_{zf}) \frac{x_{eje}}{2} = m_t \cdot g \cdot x_{CM} \quad (47)$$

$$(F_{zi} - F_{zd}) \frac{y_{eje}}{2} = m_t \cdot g \cdot y_{CM} \quad (48)$$

$$F_{zi} = F_{zfi} + F_{zti} \quad (49)$$

$$F_{zf} = F_{zfi} + F_{zfd} \quad (50)$$

$$F_{zd} = F_{zfd} + F_{ztd} \quad (51)$$

$$F_{zt} = F_{zti} + F_{ztd} \quad (52)$$

Las ecuaciones (49), (50), (51) y (52) se derivan de la geometría existente en la distribución de las ruedas en el AGV. Esto permite integrar la acción de las fuerzas normales en cada rueda en una única fuerza que se aplica sobre el eje (caso de F_{zt} y F_{zf}) o sobre el lateral (caso de F_{zi} y F_{zd}). El problema entonces admite una resolución como la presentada anteriormente, basada en la descomposición de dos problemas. El primero es un equilibrio de fuerzas y momentos en la dirección del eje x . De este problema se obtienen F_{zt} y F_{zf} , que se pueden utilizar para calcular sendos equilibrios de fuerzas y momentos en cada eje, obteniendo así las cuatro fuerzas buscadas.

Las cargas sobre las ruedas se mantienen constantes durante el movimiento del AGV siempre que la posición del CM no cambie. Esta condición se cumple a efectos de este trabajo. Por el teorema de superposición se pueden calcular estas cargas al inicio de la simulación y añadir después el efecto de la dinámica.

AGV en movimiento

Cuando el AGV se desplaza entran en juego fuerzas de aceleración y frenado, así como fuerzas centrífugas, que modifican la distribución de cargas calculada en el apartado anterior. Siguiendo el principio de superposición, se pueden calcular estas fuerzas aparte y luego sumar su efecto a las del caso estático.

La fuerza centrífuga siempre se aplica sobre el centro de masas. Las fuerzas de aceleración y frenado, llamadas fuerzas de tracción a efectos de este trabajo, se aplican sobre el centro de tracción (CT). Se considera que estas fuerzas son las únicas fuerzas externas aplicadas.

El CT debería estar situado en el eje x de simetría del AGV, ya que de otro modo se generarían momentos de rotación no deseados al aplicar la fuerza de tracción. Esta consideración permite simplificar los cálculos, como se verá a continuación. Además, la F_t no siempre actúa en la dirección del eje x del AGV.

Como se puede observar en la Figura 8, las ruedas de la unidad de tracción ya no están perfectamente alineadas, como en el caso anterior. Este resultado es especialmente relevante en el caso de que la distribución de la carga se realice entre las cuatro ruedas. Sin embargo, en el caso del Easybot, la unidad de tracción es independiente y el cuerpo del AGV se puede modelar como un triciclo. De esto se deriva que la carga

soportada por el eje delantero se distribuye equitativamente entre las ruedas de la unidad de tracción. Esto permite simplificar enormemente los cálculos.

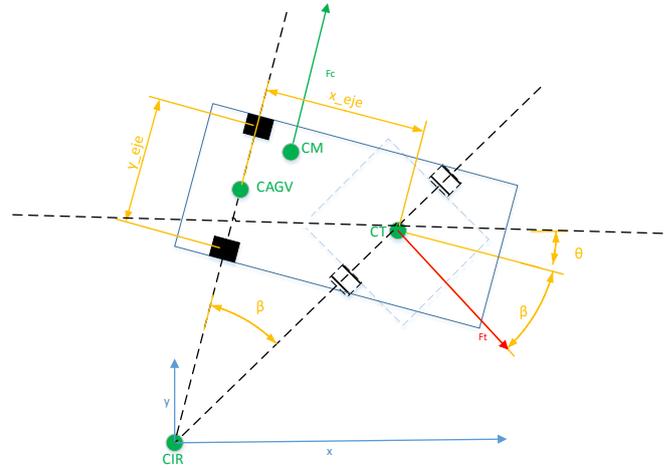


Figura 8: Carga sobre las ruedas con AGV en movimiento

Aplicando equilibrio de fuerzas y momentos respecto del centro geométrico del AGV en los planos XZ, YZ (se asume que no se produce aceleración angular en estos ejes), se llega a los siguientes resultados:

$$F_{zt} = -F_{zf} \quad (53)$$

$$F_t \cos(\beta) = F_{zf} \cdot x_{eje} \quad (54)$$

$$F_{zi} = -F_{zd} \quad (55)$$

$$F_{zi} y_{eje} = F_c \cdot y_{CM} \quad (56)$$

Donde F_{zt} , F_{zi} , F_{zd} y F_t se definen de la misma forma que para el cálculo estático.

6. Control

Para validar los modelos del AGV se han realizado simulaciones con distintas trayectorias. Para la navegación es necesario aplicar un controlador, que en este caso ha sido un PID con ganancia proporcional variable ya que el PID es la técnica de control más utilizada para la operación de AGVs. Las dos variables a controlar son:

1. La velocidad del AGV.
2. La posición del AGV, entendida como desviación respecto de la trayectoria marcada en el suelo, la cual se mide con el sensor de posición. De forma indirecta se busca controlar la aceleración angular del AGV.

Para el control de velocidad se define el error de velocidad como:

$$e_v = v_{tgt} - v \quad (57)$$

La variable manipulada es el par total aplicado al eje delantero, T_{tot} . Por tanto:

$$T_{tot} = K_{pv} * e_v + K_{iv} * \int e_v + K_{dv} \frac{de_v}{dt} \quad (58)$$

Donde e_v es el error de velocidad (cm/s), v_{tgt} la velocidad de referencia (cm/s), v la velocidad longitudinal del AGV (cm/s), T_{tot} es el par total aplicado al eje delantero (Nm) y $[K_{pv}, K_{dv}, K_{iv}] = [5, 1, 0]$ son parámetros del controlador PID, obtenidos por prueba y error.

La señal de error utilizada para el control de posición expresada matemáticamente es:

$$e_{\theta} = \pm \sqrt{(x_{tray} - x)^2 + (y_{tray} - y)^2} \quad (59)$$

Donde e_{θ} es el error de posición (cm), x_{tray} , y_{tray} son las coordenadas de la trayectoria de referencia y (x, y) las coordenadas del centro del sensor de posición del AGV, que coincide con el centro de la UT.

El signo depende de la posición relativa respecto del centro del sensor. Si se referencian ambas coordenadas al sistema de referencia S_{UT} , se obtiene:

$$sgn(e_{\theta}) = sgn(x_{tray, UT}) \quad (60)$$

Ya que el eje x del sistema S_{UT} pasa por el centro del sensor de posición.

La variable de actuación en este caso es la diferencia de par entre las ruedas izquierda y derecha de la UT, obteniendo por tanto la siguiente expresión:

$$T_{dif} = K_{pp} * e_{\theta} + K_{ip} * \int e_{\theta} + K_{dp} \frac{de_{\theta}}{dt} \quad (61)$$

Donde T_{dif} es la diferencia de par aplicado a cada motor (Nm) y $[K_{pp}, K_{dp}, K_{ip}] = [0.5, 0.2, 0]$ son parámetros del controlador. A partir del par total en el eje, T_{tot} , y la diferencia de par en cada motor, T_{dif} , se obtienen las demandas individuales de par de cada motor acoplado a las ruedas delanteras:

$$T_d = T_{tot} + T_{dif} \quad (62)$$

$$T_i = T_{tot} - T_{dif} \quad (63)$$

Donde T_d es el par solicitado al motor de la rueda derecha (Nm) y T_i el par solicitado al motor de la rueda izquierda (Nm).

Para mejorar el control se han implementado:

- Ganancia proporcional variable en función de la velocidad del AGV, siendo más pequeña a medida que aumenta la velocidad. A mayor velocidad del AGV se reducen las capacidades de actuación de las ruedas (aumenta la inercia a la rotación, etc.), por lo que las acciones muy bruscas podrían desestabilizar el AGV.
- Saturación del error integral para evitar efectos de wind-up que podrían sacar al AGV de la trayectoria.

7. Resultados

Con el modelo del AGV desarrollado se ha ejecutado una serie de experimentos de simulación usando scripts de Matlab desarrollados por nosotros, en los que se ha definido una trayectoria de referencia de tipo arco de circunferencia y dos

perfiles de velocidad: sinusoidal y cuadrado, ambos con frecuencia 2π . Durante la simulación se ha considerado que el par máximo entregable por los motores es de 100 Nm; este valor no aparece en las especificaciones del fabricante por lo que se ha estimado.

7.1 Simulaciones sin carga

La Figura 9 permite observar como el AGV (línea azul) es capaz de seguir la trayectoria objetivo (línea roja) con un error mínimo para el caso del perfil cuadrado. De hecho prácticamente se superponen las dos trayectorias. Como puede apreciarse, la trayectoria descrita es una circunferencia. La figura muestra el resultado de la ejecución durante los 20π primeros segundos de la simulación.

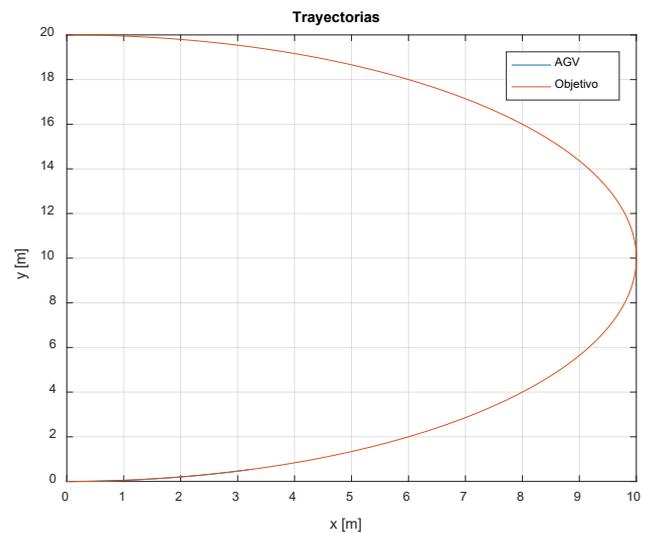


Figura 9: Trayectoria para perfil de velocidad cuadrado

La Figura 10 muestra la evolución temporal de las coordenadas x e y del centro del AGV, referenciadas respecto del sistema fijo S_0 , durante los primeros 2.5π segundos de la prueba.

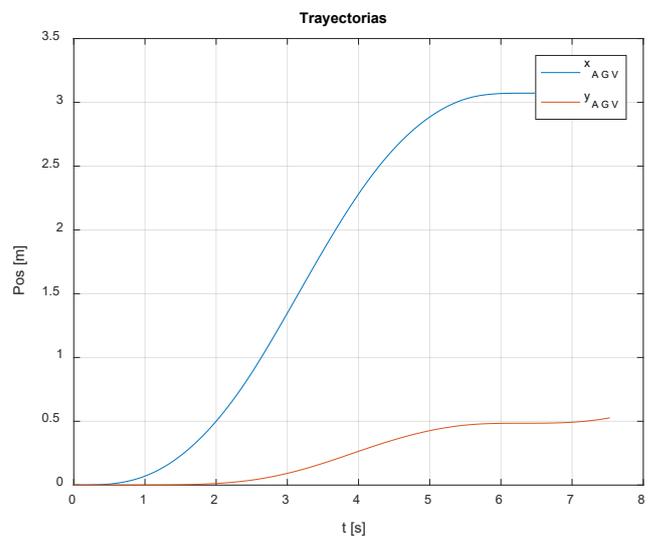


Figura 10: Coordenadas del centro del AGV

La Figura 11 muestra el resultado obtenido al aplicar un perfil de velocidad cuadrado. La línea azul representa la velocidad longitudinal del AGV, v , en la ecuación (57), y la línea roja es la referencia v_{tgt} de la ecuación (57). El AGV es capaz de seguir el perfil de velocidad pero con una fase de aceleración hasta que alcanza la velocidad objetivo. El tiempo que tarda en alcanzar esta velocidad depende del límite de par en los motores y de la masa del sistema. Si el límite de par es mayor, el sistema podrá acelerarse más y, en consecuencia, el tiempo será menor.

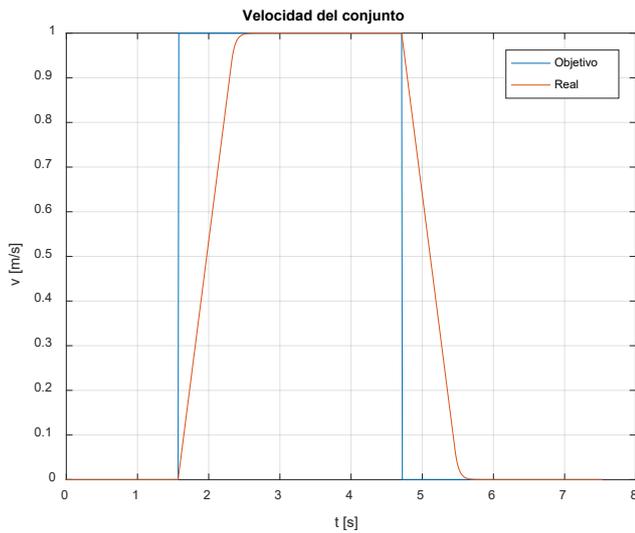


Figura 11: Velocidad en curva con perfil cuadrado

La Figura 12 muestra la velocidad del AGV frente a la referencia cuando se aplica una señal sinusoidal como perfil de velocidad. El código de colores empleado es el mismo de la Figura 11. El AGV sigue correctamente la referencia de velocidad sinusoidal pero con un ligero desfase que puede modificarse con el ajuste del controlador.

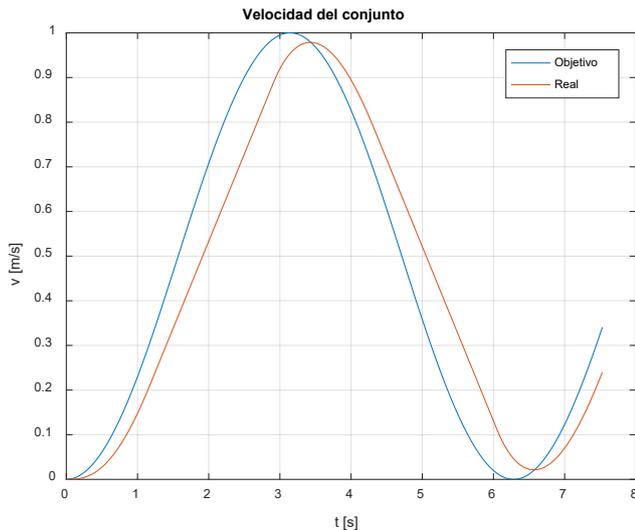


Figura 12: Velocidad en curva con perfil sinusoidal

La Figura 13 muestra el error de posición medido por el sensor durante la prueba con perfil sinusoidal. Se puede observar que en ningún caso el AGV pierde la trayectoria. Esto sucedería si el valor absoluto de la señal de error fuera mayor

que 40 cm. Se comprueba que el AGV toma la curva un poco más abierta que la referencia, como indica el valor final del error.

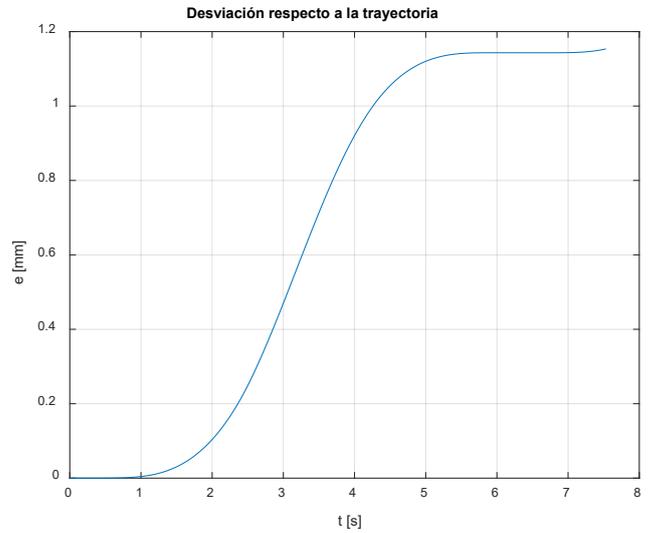


Figura 13: Desviación respecto a la trayectoria cuando el perfil de velocidad es sinusoidal

7.2 Simulaciones con carga

Para completar el estudio se ha realizado un test variando la carga transportada. El desplazamiento del centro de masas del AGV con carga, esto es, el conjunto $[d_x, d_y, d_z]$, calculado mediante (43-45), se ha fijado a $[0.06, 0.12, 0.12]$ m. La trayectoria escogida es una circunferencia como en el experimento de la Figura 9 y el perfil sinusoidal como en el experimento de la Figura 12. Al comienzo del recorrido el AGV lleva una carga de 825 kg. En la mitad del recorrido, aproximadamente en el instante 20π s, su carga se reduce en 800 kg, pasando a ser tan solo 25 kg. La Figura 14 muestra la variación de la masa total (AGV + carga) en el tiempo.

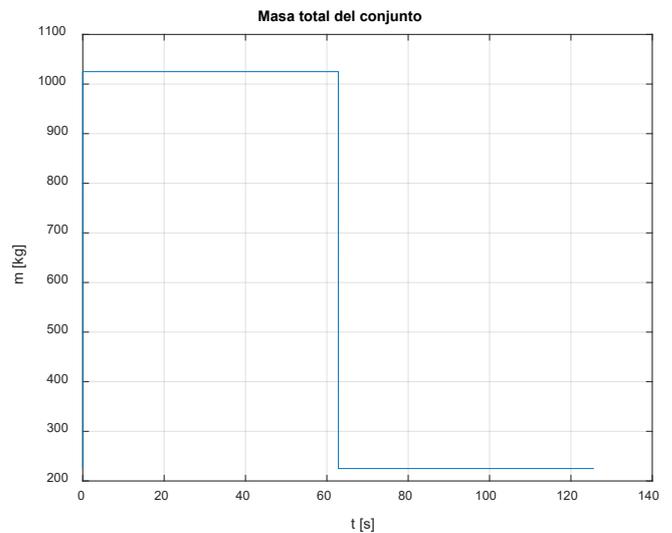


Figura 14: Variación de la carga transportada

La velocidad del AGV en este experimento se representa en la Figura 15. El código de colores es el mismo que en la Figura 11. Antes del instante 20π , es decir mientras que el AGV va cargado con 825 kg, se puede observar como el AGV no es capaz de llegar a la velocidad objetivo. Esto es debido a la limitación de par que se ha impuesto en la simulación. Si el par fuera mayor, se conseguiría una mayor aceleración y con ello se seguiría mejor el perfil de velocidad. Sin embargo cuando la carga se reduce, el perfil de velocidad se sigue correctamente.

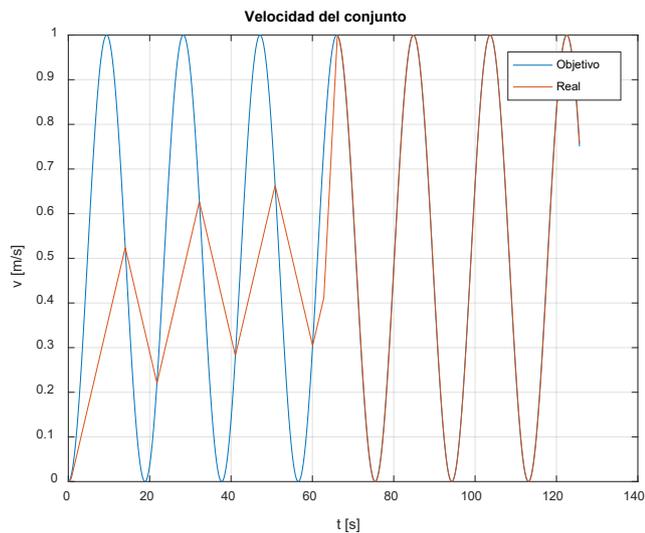


Figura 15: Velocidad con perfil sinusoidal y variación de carga en la mitad del recorrido

Otro aspecto importante a considerar es la influencia de la carga en el error de seguimiento. Por ello, la figura 16 representa el error de seguimiento obtenido en este experimento. Como se puede apreciar en la primera mitad del recorrido, es decir aproximadamente hasta 20π s, el error es positivo y en la segunda mitad el error es negativo. Se puede observar que el AGV tiende a dar la curva más abierta cuando va cargado, porque el error llega a 2.25 mm en la primera mitad del recorrido y en la segunda mitad tan solo llega a -2mm.

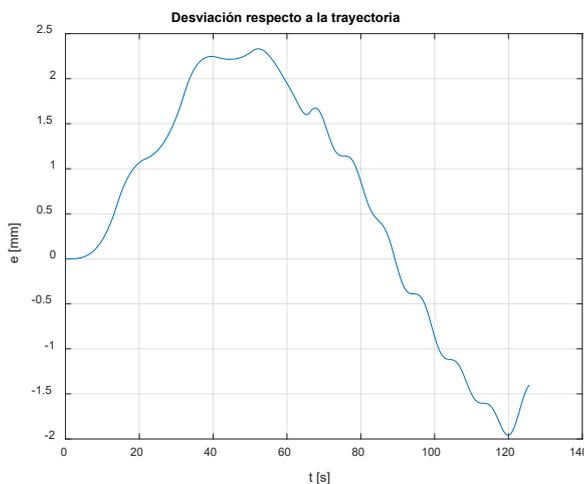


Figura 16: Error de posición cuando el perfil de velocidad es sinusoidal y se produce variación de carga en la mitad del recorrido

Por otro lado también se puede apreciar como el error es más oscilatorio en el tramo en el que el AGV no va cargado. Una explicación plausible a estos dos efectos es que el AGV circula a mayor velocidad y tiene una menor inercia durante el tramo en el que no va cargado, es decir en la segunda mitad del recorrido.

8. Conclusiones y trabajos futuros

En este proyecto se ha desarrollado e implementado un modelo completo, cinemático y dinámico, de un AGV comercial. Se ha tomado como referencia el AGV Easybot Std 410 de la empresa ASTI Mobile Robotics.

Este AGV es un vehículo complejo ya que es un sistema híbrido triciclo-diferencial. Se ha partido de un modelo cinemático, que se ha obtenido combinando los modelos existentes en la literatura para un sistema diferencial y para uno tipo triciclo. Para el modelado de la dinámica de este AGV se ha empleado el método de Newton-Euler. Se han obtenido con esta aproximación las ecuaciones de la dinámica traslacional y rotacional del mismo.

Se ha generado después un modelo que representa el comportamiento dinámico del AGV híbrido. Para validar el modelo del vehículo se ha aplicado un control PID y se han realizado diferentes simulaciones para una trayectoria curva con diferentes perfiles de velocidad y distintas cargas.

Los resultados obtenidos en simulación se adecuan al comportamiento de un AGV bajo estas condiciones. Además el controlador está bien sintonizado obteniendo un error de guiado menor que 1,2 mm en el caso sin carga y entre 2,5 mm y -2 mm para el AGV con carga.

Como trabajos futuros se podrían incorporar otros elementos del AGV que afectan al modelo dinámico, como el efecto del remolque, o la interacción rueda suelo, lo que permitiría comprobar los límites de operación del AGV, especialmente situaciones de vuelco (García, Valero, Bohórquez, 2020).

Referencias

- Abderrahim, M., Bekrar, A., Trentesaux, D., Aissani, N., & Bouamrane, K. (2020). Manufacturing 4.0 Operations Scheduling with AGV Battery Management Constraints. *Energies*, 13(18), 4948.
- ASTI MOBILE ROBOTICS, S. (2021). ASTI - Mobile Robotics. Astimobilerobotics.com. Retrieved 12 February 2021, from <https://www.astimobilerobotics.com/>.
- Bi, Z. M., Lang, S. Y., & Wang, L. (2008). Improved control and simulation models of a tricycle collaborative robot. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 19(6), 715-722.
- Belman-López, C. E., Jiménez-García, J. A., & Hernández-González, S. (2020). Análisis exhaustivo de los principios de diseño en el contexto de Industria 4.0. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 17(4), 432-447.
- Bonilla, I., Reyes, F., & Mendoza, M. (2005). Modelling and simulation of a wheeled mobile robot in configuration classical tricycle. In 5th WSEAS International Conference on Instrumentation, Measurement, Control, Circuits and Systems. Cancún, México.
- Espinosa, F., Santos, C., & Sierra-García, J. E. (2021). Transporte multi-AGV de una carga: estado del arte y propuesta centralizada. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 18(1), 82-91. <https://doi.org/10.4995/riai.2020.12846>

- Galasso, F., Rizzini, D. L., Oleari, F., & Caselli, S. (2019). Efficient calibration of four wheel industrial AGVs. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 57, 116-128.
- García, J. M., Valero, A., & Bohórquez, A. (2020). Efecto de la suspensión en la estabilidad al vuelco y direccionamiento de robots moviéndose sobre discontinuidades de terreno. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 17(2), 202-214.
- Guney, M. A., & Raptis, I. (2020). Dynamic prioritized motion coordination of multi-AGV systems. *Robotics and Autonomous Systems*, 103534.
- Han, K., Choi, M., & Choi, S. B. (2018). Estimation of the tire cornering stiffness as a road surface classification indicator using understeering characteristics. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 67(8), 6851-6860.
- Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (2013). *Course of theoretical physics*. Elsevier.
- Li, G., Lin, R., Li, M., Sun, R., & Piao, S. (2019). A master-slave separate parallel intelligent mobile robot used for autonomous pallet transportation. *Applied Sciences*, 9(3), 368.
- Markets and markets 2021. (<https://www.marketsandmarkets.com/Market-Reports/automated-guided-vehicle-market-27462395.html>)
- Madrigal Moreno, S. A., & Muñoz Ceballos, N. D. (2019). Vehículos de guiado autónomo (AGV) en aplicaciones industriales: una revisión. *Revista Politécnica*, 15(28), 117-137.
- Niestrój, R., Rogala, T., & Skarka, W. (2020). An Energy Consumption Model for Designing an AGV Energy Storage System with a PEMFC Stack. *Energies*, 13(13), 3435.
- Nguyen, H. H., Nguyen, T. T., Nguyen, T. T., & Phan, H. L. (2020, December). Kinematic Model Reference Adaptive Controller for a Lurking Type Automated Guided Vehicle using Traction Drive Unit. In 2020 International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICAMEchS) (pp. 108-112). IEEE.
- Sierra, J. E., & Santos, M. (2018). Modelling engineering systems using analytical and neural techniques: Hybridization. *Neurocomputing*, 271, 70-83.
- Sierra-García, J. E., & Santos, M. (2020a). Mechatronic modelling of industrial AGVs: A complex system architecture. *Complexity*, Article ID 6687816, 2020.
- Sierra-García, J. E., & Santos, M. (2020b, September). Control of Industrial AGV Based on Reinforcement Learning. In International Workshop on Soft Computing Models in Industrial and Environmental Applications (pp. 647-656). Springer, Cham.
- Smieszek, M., Dobrzanska, M., & Dobrzanski, P. (2019). The impact of load on the wheel rolling radius and slip in a small mobile platform. *Autonomous Robots*, 43(8), 2095-2109.
- Smieszek, M., Dobrzanska, M., & Dobrzanski, P. (2020). Measurement of wheel radius in an automated guided vehicle. *Applied Sciences*, 10(16), 5490.
- Statista 2021 (<https://www.statista.com/statistics/882696/global-agv-market-vol-ume/#:~:text=In%202018%2C%20it%20was%20estimated,e%2Dcomme rce%20companies%20and%20hospitals>).
- Suárez, J. I., Vinagre, B. M., Gutiérrez, F., Naranjo, J. E., & Chen, Y. Q. (2004, July). Dynamics models of an AGV Based on Experimental Results. In Proc. of the 5th IFAC Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles.
- Veiga, J., Sousa, J., Machado, J., Mendonça, J., Machado, T., & Silva, P. (2019, April). Modeling of Dynamic Behavior of AGV systems. In 2019 6th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT) (pp. 1307-1312). IEEE.
- Villagra, J., & Herrero-Pérez, D. (2011). A comparison of control techniques for robust docking maneuvers of an AGV. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 20(4), 1116-1123.
- Weckx, S., Vandewal, B., Rademakers, E., Janssen, K., Geebelen, K., Wan, J., ... & van Nunen, E. (2020). Open Experimental AGV Platform for Dynamic Obstacle Avoidance in Narrow Corridors. In 2020 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV) (pp. 844-851). IEEE.
- Wu, X., Sun, C., Zou, T., Xiao, H., Wang, L., & Zhai, J. (2019). Intelligent path recognition against image noises for vision guidance of automated guided vehicles in a complex workspace. *Applied Sciences*, 9(19), 4108.
- Yuan, Z., Yang, Z., Lv, L., & Shi, Y. (2020). A Bi-Level Path Planning Algorithm for Multi-AGV Routing Problem. *Electronics*, 9(9), 1351.
- Yun, D. U. (2016). Kinematics and Dynamic Modeling and Simulation Analysis of Three-wheeled Mobile Robot. 2016 MDM International Conference on Mechanics Design, Manufacturing and Automation.
- Zhang, J., & Liu-Henke, X. (2020, July). Model-based design of the vehicle dynamics control for an omnidirectional automated guided vehicle (agv). In 2020 International Conference Mechatronic Systems and Materials (MSM) (pp. 1-6). IEEE.