

Metodología híbrida para la estimación del nivel de llenado en un molino de bolas

Luiz Carlos da Cunha e Silva*, Jesus Franklin Andrade Romero

Laboratorio de Investigación de Instrumentación, Automatización y Robótica del Centro de Ingeniería, Modelado y Ciencias Sociales de la Universidad Federal de ABC Av. dos Estados 5001, Santa Terezinha, 09210-580, Santo André, São Paulo, Brasil

To cite this article: da Cunha e Silva L. C., Andrade Romero J. F. 2022. Hybrid methodology for filling level estimation in ball mill. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 19, 210-220. <https://doi.org/10.4995/riai.2021.13064>

Resumen

Este trabajo presenta una metodología híbrida de modelado basada en técnicas de respuesta dinámica, filtrado e identificación, considerando el dominio del tiempo y la frecuencia, para determinar el modelo representativo de un molino de bolas de acoplamiento fijo. Se proponen modelos para el accionamiento eléctrico, reductor mecánico y carga, sin la necesidad de desacoplamiento físico. Los parámetros eléctricos se determinan utilizando técnicas de filtrado de variable de estado, regresión lineal y mínimos cuadrados recursivos, y los parámetros mecánicos se identifican considerando solo el tiempo de aceleración del sistema. Se realiza un ajuste final del conjunto de parámetros mediante la técnica de mínimos cuadrados no lineales. Basado en el modelo completo del molino, se propone un estimador del par de carga, utilizando filtros de paso alto, y se presenta una estimación de la cantidad de carga del molino. Las simulaciones numéricas del modelo determinado, en diferentes condiciones de operación del molino, muestran una buena aproximación con resultados experimentales. Por lo tanto, la metodología híbrida propuesta, basada tanto en el modelado dinámico como en análisis de señales, presenta potencial para ayudar en el proyecto de procesos de supervisión y control del molino de bolas de acoplamiento fijo.

Palabras Clave: Identificación de sistemas y estimación de parámetros, Minería, Modelado híbrido de sistemas, Monitorización y supervisión.

Hybrid methodology for filling level estimation in ball mill

Abstract

This work presents a hybrid modeling methodology based on dynamic response, filtering and identification techniques, in order to determine a ball mill representative model. In essence, we have provided models for electrical drive, mechanical reduction and load, without the need for physical decoupling. The electrical parameters are determined using state variable filtering, linear regression and recursive least square techniques. The mechanical parameters are identified considering the system acceleration time. A final adjustment stage considering the parameters set, is carried out using the nonlinear least squares method. Based on the ball mill complete model, a load torque estimator is proposed, using high-pass filters, and a load torque estimate. The numerical simulations, under different operating conditions, show suitable approximation with experimental results. Therefore, the proposed hybrid methodology, based on both dynamic modeling and signal analysis, has the potential to assist in the design for supervision and control systems of a ball mill.

Keywords: System identification and parameter estimation, Mining, Hybrid systems modeling, Monitoring and supervision.

1. Introducción

Los molinos de bolas se utilizan en la última etapa del proceso de trituración en la industria minera. Están formados

por un cilindro giratorio de hierro o acero carbono, accionado por un motor de inducción trifásico mediante reductor de velocidad y utilizan como elementos moledores un conjunto de bolas de acero fundido o forjado, Figura 1. La fractura

ocurre por la combinación de impacto, compresión, abrasión y fricción entre las bolas y el material dentro del molino durante la rotación.

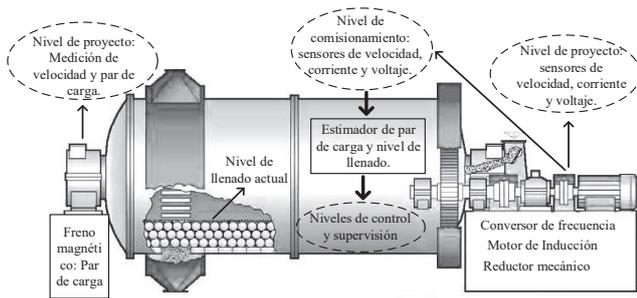


Figura 1: Representación esquemática de un molino de bolas.

Como limitación en la obtención de altas tasas de producción, los molinos de bolas presentan una serie de inconvenientes, como alto consumo de energía comparado con otros procesos industriales motrices (accionados por motor eléctrico) y baja eficiencia energética debido a la propia ineficiencia del proceso de fractura de materiales. Menos del 20% del consumo de energía del proceso se utiliza para la fractura propiamente (Esteves et al., 2015); (Peng et al., 2010); (Tang et al., 2010a, b); (Wang et al., 2009); (Zhao et al., 2010); (Zhao et al., 2012) y (Zhao et al., 2012). Mejorar el rendimiento del molino de bolas requiere caracterizar el movimiento de la carga y ajustar las variables operativas, como el nivel de llenado, la cantidad de bolas y la velocidad operativa (Esteves et al., 2015).

El nivel de llenado de un molino se considera un parámetro clave en el proceso de molienda, que afecta la productividad, la calidad del producto y el consumo de energía. Para una cierta cantidad de bolas no es deseable que el molino esté completamente lleno o vacío de material de molienda. Si el nivel de material es bajo, la mayor parte de la energía de las bolas se desperdicia en impactos entre sí, lo que lleva a tasas de fractura bajas. Si el molino está sobrecargado, el material de molienda causa un efecto de amortiguación, disminuyendo la tasa de fractura (Melero et al., 2014). La presencia de múltiples entradas y salidas en los subsistemas mecánicos, como el molino y el reductor de velocidad, así como en el propio accionamiento eléctrico, además de las correlaciones entre todas las variables físicas internas, hacen complejo el trabajo de cálculo del nivel de llenado utilizando mediciones indirectas. Por otro lado, la dificultad de instalar sensores dentro del cilindro para obtener información directa sobre el comportamiento de la carga, demanda estudios con un enfoque sólido en el procedimiento de modelaje de cada subsistema.

De acuerdo al tipo de modelo matemático utilizado, diversos trabajos presentan diferentes técnicas para representar la dinámica del molino de bolas y estimar el nivel de llenado. En general, pueden encontrarse trabajos basados en análisis de datos y modelos mecanicistas (Dai et al., 2016), (Fuerstenau et al., 2011). Los modelos mecanicistas incluyen leyes físicas o mecanismos relacionados en la dinámica de la planta, pueden utilizar sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias u otras representaciones dinámicas. El modelo mecanicista más utilizado en el caso de molinos de bolas es el modelo de balance de población, que se utiliza con funciones de selección empírica o específica de energía (Dai et al.,

2016). Para mejorar las simulaciones, normalmente se adopta una red neuronal y lógica difusa del tipo TSK (Takagi-Sugeno-Kang), donde para estimar los parámetros del molino se utilizan datos recopilados durante un largo período de tiempo y que cubran una amplia gama de tipos de minerales y condiciones de operación (Tie et al., 2007). En relación a los métodos basados en análisis de datos y señales, se incluyen análisis de la señal acústica (Kang et al., 2006), y análisis de señales de vibración (Eremenko et al., 2015); (Liu et al., 2015); (Peng et al., 2010); (Tang et al., 2010a, b); (Wang et al., 2009); (Zhao et al., 2010); (Zhao et al., 2012) y (Zhao et al., 2012). Entre las técnicas basadas en modelos, se propuso un estimador del par de carga y un observador de Luenberger para velocidad (Esteves et al., 2015). Adicionalmente a la carga computacional necesaria para la implementación en tiempo real de técnicas de inteligencia artificial y procesamiento de señales, es importante apuntar que la mayor parte de los métodos descritos no consideran la medición de todas las variables físicas, principalmente eléctricas y mecánicas, disponibles en los niveles de control y supervisión, Figura 1.

El objetivo de este trabajo es presentar un método mecanicista menos exigente computacionalmente para estimar tanto el nivel de llenado como el par de carga, utilizando el modelo dinámico de cada componente físico del molino junto con diferentes técnicas de identificación paramétrica y análisis de señal (metodología híbrida), Figura 2. La etapa de proyecto del estimador propuesto considera adquisición de datos experimentales, determinación de filtros digitales para condicionamiento de señal, y procedimientos de estimación de parámetros juntamente con el modelado matemático de procesos dinámicos (motor de inducción y cilindro de carga). Únicamente en este primer momento serían necesarios para adquisición de datos, sensores de mayor resolución para tensión y corriente, así como un freno magnético para medición del par de carga. Ya en la etapa de puesta en servicio, una de las ventajas de la propuesta consiste en un estimador, matemáticamente simple y representativo del par de carga y del nivel de llenado del molino, en función de algunas variables ya disponibles en los niveles de control, como velocidad angular, tensión y corriente eléctrica filtrada (i.e. variador de frecuencia). Por otro lado, uno de los principales desafíos del presente trabajo consiste en la obtención de los parámetros eléctricos y mecánicos representativos del proceso, sin desacoplar los módulos físicos del molino: motor, reductor de velocidad y cilindro del molino.

El alcance del modelo propuesto es amplio, pues el valor estimado del par mecánico, del par de carga y del nivel de llenado, pueden ayudar en la implementación de algunas funciones básicas de automatización, como monitorización, y también funciones avanzadas, como detección de fallas. Una vez que los procedimientos de identificación pueden parcialmente compensar la dinámica no modelada del proceso (Dai et al., 2016), funciones de control y diagnóstico precisarían de mediciones complementares o ajustes adaptativos para no degradar su desempeño.

El trabajo está estructurado en ocho secciones, que incluyen la definición de los objetivos principales, metodología y resultados del trabajo. La Sección 2 trata brevemente del modelo matemático del motor de inducción (MI). La sección 3 trata de la identificación de los parámetros

eléctricos del motor donde se presenta una revisión bibliográfica específica. La sección 4 trata de la identificación de los parámetros mecánicos del molino. La sección 5 trata de

la estimación del par de carga. La sección 6 presenta la plataforma experimental. Finalmente, la sección 7 presenta los resultados principales.

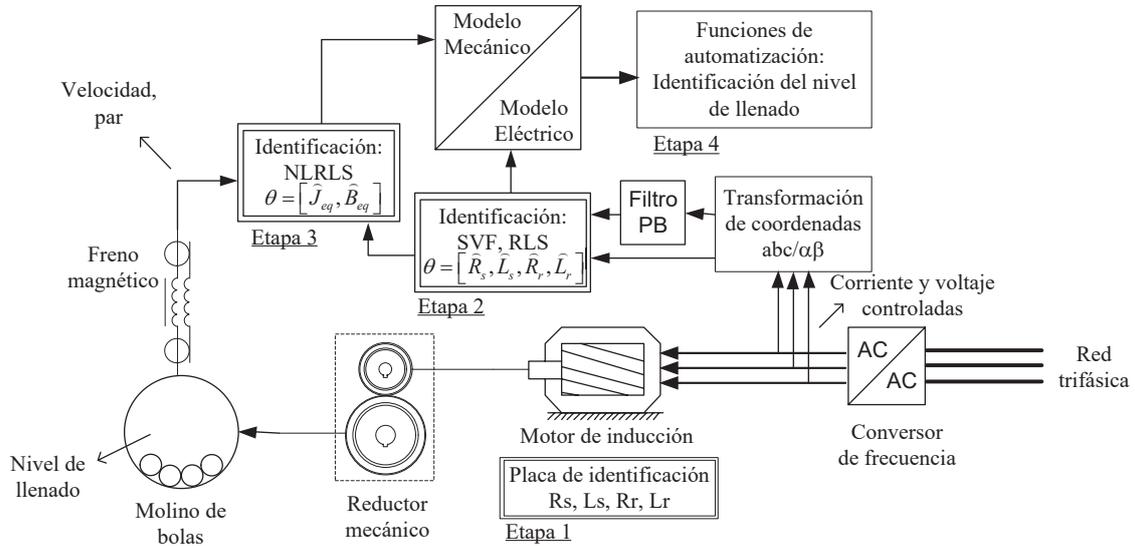


Figura 2: Modelo representativo del molino y la metodología de identificación.

2. Construcción del modelo del molino de bolas

El procedimiento de modelado del molino, propuesto en este trabajo, está representado en la Figura 2. Los parámetros preliminares del motor de inducción que acciona el molino son obtenidos directamente de la placa de identificación del motor (etapa 1), posteriormente los parámetros eléctricos se identifican mediante técnicas de Filtrado de Variable de Estado (SVF), Regresión Lineal y Mínimos Cuadrados Recursivos (RLS), (etapa 2). Los parámetros mecánicos se identifican considerando el tiempo de aceleración del sistema por la acción de un freno electromagnético. Se realiza un ajuste de conjunto de parámetros utilizando la técnica de Mínimos Cuadrados no Lineales (NLRLS) (etapa 3). Finalmente, el par de carga utilizado para la supervisión del nivel de llenado, se obtiene mediante la estimación del par electromagnético mediante filtros de paso alto, en la etapa 4. Un diagrama de flujo del método completo propuesto es presentado en el apéndice A.

2.1. El modelo eléctrico

El motor de inducción trifásico se puede representar mediante un circuito eléctrico equivalente llamado modelo T. La figura 3 muestra la representación de fase del motor (Nikander, 2009) y (Umans, 2014).

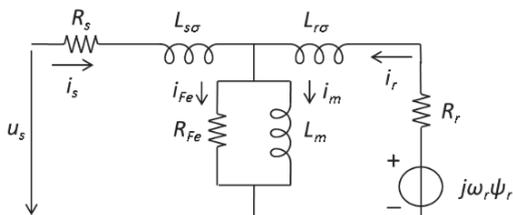


Figura 3: Circuito eléctrico equivalente por fase del motor trifásico.

donde, u_s e i_s son el voltaje y la corriente del estator, i_r y i_m son las corrientes del rotor y de magnetización, i_{Fe} es la corriente de pérdida en el núcleo, $j\omega_r\psi_r$ es la fuerza

electromotriz del rotor, R_s e R_r son las resistencias de estator y de rotor, $L_{s\sigma}$ y $L_{r\sigma}$ son las inductancias de dispersión del estator y del rotor, R_{Fe} y L_m son la resistencia de pérdida en el hierro y la inductancia de magnetización.

Con la referencia del sistema fija en el estator, los voltajes del estator y del rotor están dados por las ecuaciones 1 y 2.

$$\frac{d\psi_s^s}{dt} = u_s^s - R_s i_s^s \tag{1}$$

$$\frac{d\psi_r^s}{dt} = j\omega_r \psi_r^s - R_r i_r^s \tag{2}$$

donde, ψ_s y ψ_r son los flujos concatenados del estator y del rotor. Las autoinductancias del estator $-L_s$ y del rotor $-L_r$ están dadas por las ecuaciones 3 y 4.

$$L_s = L_m + L_{s\sigma} \tag{3}$$

$$L_r = L_m + L_{r\sigma} \tag{4}$$

La inductancia de dispersión del rotor $L_{r\sigma}$ puede transformarse al lado del estator y combinarse con la inductancia de dispersión del estator $L_{s\sigma}$, formando la inductancia de dispersión total L_σ . Esta operación reduce el número de parámetros en uno y es más adecuada para fines de identificación del motor. La inductancia de dispersión no se puede dividir en dos inductancias diferentes durante la identificación (Ranta, 2013). El circuito de la Figura 4 muestra esta transformación y la de los otros parámetros. Esta representación se llama modelo Γ inverso.

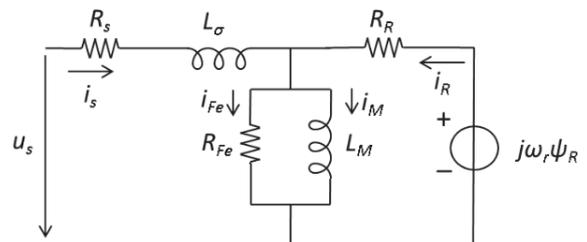


Figura 4: Circuito eléctrico equivalente del motor trifásico con parámetros del lado del estator.

donde, L_M y R_R son la inductancia de magnetización transformada y la resistencia del rotor, ψ_R es el flujo del rotor transformado, i_R es la corriente del rotor transformada y i_M es la corriente de magnetización transformada.

Estas definiciones redefinen las ecuaciones 1 y 2 en términos de las ecuaciones 5 y 6.

$$\frac{d\psi_s^s}{dt} = u_s^s - R_s i_s^s \quad (5)$$

$$\frac{d\psi_R^s}{dt} = j\omega_r \psi_R^s - R_R i_R^s \quad (6)$$

2.2. El modelo mecánico

A velocidad constante, el par que produce el motor se equilibra con el par de resistencia de carga, ecuación 7.

$$T_e - T_l = J_e \frac{d\omega_r}{dt} + B\omega_r \quad (7)$$

donde, J_e es el momento de inercia reducido del sistema en el eje del rotor, T_e y T_l son el par electromagnético producido por el motor y el par de resistencia causado por la carga, ω_r es la velocidad del rotor, B es el coeficiente de fricción viscosa y $B\omega_r$ es la fricción viscosa.

3. Identificación de los parámetros eléctricos del motor.

Existen varios trabajos relacionados con la identificación de los parámetros eléctricos de motores de inducción trifásicos en condición de par de arranque nulo, sin movimiento, (Castaldi y Tilli, 2005), (Wang et al., 2015). En (Shen et al., 2013) se introduce un método de identificación en el que la señal de excitación se compone de una señal alterna superpuesta a las corrientes de polarización de CC. La respuesta de CA de voltajes y corrientes se utiliza para identificar los parámetros del motor. En (Lee et al., 2017), se propone un método para identificar la resistencia del rotor y la inductancia de magnetización del modelo T (circuito equivalente) con el motor parado. La señal de prueba consta de un conjunto de corrientes sinusoidales de baja frecuencia a lo largo del eje α como corrientes de referencia. En (Khomehchi, 2018), métodos de auto puesta en marcha sin sensores de velocidad se utilizan para identificar los parámetros del motor parado. Se utilizan dos métodos de identificación diferentes, el primero utiliza excitación sinusoidal de un solo eje como señal de prueba. El segundo método utiliza la prueba de caída de CC para estimar la inductancia de magnetización y la excitación sinusoidal con polarización de CC para la inductancia de dispersión y la identificación de la resistencia del rotor. Los trabajos mencionados contemplan la posibilidad de desacoplar el accionamiento eléctrico de la carga, por lo que no se podrían aplicar directamente al tipo de problema considerado.

En este trabajo, se obtuvieron valores de referencia iniciales de la información contenida en la placa de identificación del motor para la configuración en Y (etapa 1 en la Figura 2), ecuaciones 8-11.

$$\hat{R}_R = \frac{psU^2}{2\pi f TN} \quad (\Omega) \quad (8)$$

$$\hat{R}_s \approx \hat{R}_R \quad (\Omega) \quad (9)$$

$$\hat{L}_M = \frac{\hat{R}_R}{2\pi fs \tan \varphi} \quad (H) \quad (10)$$

$$\hat{L}_\sigma \approx (0,05 \dots 0,10)\hat{L}_M \quad (H) \quad (11)$$

donde, s: deslizamiento, p: pares de polos, U: tensión nominal [V], f: frecuencia del estator [Hz]; TN: par nominal a velocidad nominal [Nm] y cos φ : factor de potencia.

3.1. Identificación de parámetros con el motor parado

Como en la presente aplicación se considera una carga acoplada al motor, es posible evitar la generación de par de arranque considerando dos tipos de conexiones eléctricas en el estator: una de las fases desconectada, o dos fases en corto circuito, Figura 5.

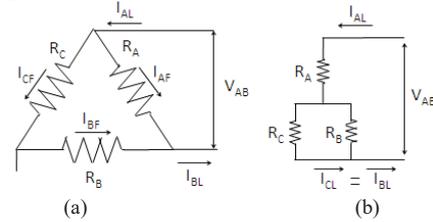


Figura 5: Configuraciones eléctricas del estator que no generan par de arranque: (a) - Una fase desconectada, (b) - Dos fases en corto circuito.

donde, V_{AB} es el voltaje de línea entre las fases A y B; I_{AL} , I_{BL} y I_{CL} son las corrientes de línea; I_{AF} , I_{BF} y I_{CF} son las corrientes de fase y R_A , R_B y R_C son las resistencias del estator de las fases A, B y C.

Para fines de identificación, las ecuaciones del motor deben contener solo variables que se puedan medir directamente, como el voltaje y la corriente del estator. Esto se obtiene a través de las ecuaciones 1 y 2, dando como resultado las ecuaciones 12 y 13.

$$L_s \frac{di_s^s(t)}{dt} = u_s^s(t) - R_s i_s^s(t) - L_m \frac{di_r^s(t)}{dt} \quad (12)$$

$$L_r \frac{di_r^s(t)}{dt} = j\omega_r L_m i_s^s(t) + (j\omega_r L_r - R_r) i_r^s(t) - L_m \frac{di_s^s(t)}{dt} \quad (13)$$

La separación de los componentes real e imaginaria (coordenadas α - β), ecuaciones 14-17.

$$L_s \frac{di_{s\alpha}(t)}{dt} = u_{s\alpha}(t) - R_s i_{s\alpha}(t) - L_m \frac{di_{r\alpha}(t)}{dt} \quad (14)$$

$$L_r \frac{di_{r\alpha}(t)}{dt} = -\omega_r L_m i_{s\beta}(t) - R_r i_{r\alpha}(t) - \omega_r L_r i_{r\beta}(t) - L_m \frac{di_{s\alpha}(t)}{dt} \quad (15)$$

$$L_s \frac{di_{s\beta}(t)}{dt} = u_{s\beta}(t) - R_s i_{s\beta}(t) - L_m \frac{di_{r\beta}(t)}{dt} \quad (16)$$

$$L_r \frac{di_{r\beta}(t)}{dt} = \omega_r L_m i_{s\alpha}(t) + \omega_r L_r i_{r\alpha}(t) - R_r i_{r\beta}(t) - L_m \frac{di_{s\beta}(t)}{dt} \quad (17)$$

Aplicando la transformada de Laplace, considerando valores iniciales iguales a cero y reorganizando los componentes de corriente del estator, obtenemos la ecuación 18.

$$\begin{bmatrix} I_{s\alpha}(s) \\ I_{s\beta}(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{R_s} \begin{bmatrix} G_1(s) & G_2(s) \\ -G_2(s) & G_1(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{s\alpha}(s) \\ U_{s\beta}(s) \end{bmatrix} \quad (18)$$

Las funciones de transferencia $G_1(s)$ y $G_2(s)$ se definen de acuerdo con las ecuaciones 19 y 20.

$$G_1(s) = \frac{[\sigma\tau_r\tau_s s^2 + (\tau_r + \tau_s)s + 1](\tau_r s + 1) + (\omega_r \tau_r)^2 (\sigma\tau_s s + 1)}{[\sigma\tau_r\tau_s s^2 + (\tau_r + \tau_s)s + 1]^2 + (\omega_r \tau_r)^2 (\sigma\tau_s s + 1)^2} \quad (19)$$

$$G_2(s) = \frac{\omega_r \tau_r \tau_s (1-\sigma)s}{[\sigma \tau_r \tau_s s^2 + (\tau_r + \tau_s)s + 1]^2 + (\omega_r \tau_r)^2 (\sigma \tau_s s + 1)^2} \quad (20)$$

donde las constantes de tiempo del estator, del rotor y el factor de dispersión, son presentadas en las ecuaciones 21-23.

$$\tau_s = \frac{L_s}{R_s} = \frac{L_{\sigma} + L_M}{R_s} \quad (21)$$

$$\tau_r = \frac{L_r}{R_r} = \frac{L_M}{R_r} \quad (22)$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_{\sigma}^2}{L_r L_r} = \frac{L_{\sigma}}{L_{\sigma} + L_M} \quad (23)$$

Realizando conexiones eléctricas en el estator de una manera que no se genere par de arranque (semejante al ensayo de rotor bloqueado), de acuerdo a la Figura 5, consideramos $\omega_r = 0$. Así $G_2(s)$ se anula y obtenemos las ecuaciones 24 y 25, versión simplificada de la ecuación 18.

$$I_{s\alpha}(s) = \frac{\tau_r s + 1}{\sigma \tau_r \tau_s s^2 + (\tau_r + \tau_s)s + 1} \cdot \frac{U_{s\alpha}(s)}{R_s} \quad (24)$$

$$I_{s\beta}(s) = \frac{\tau_r s + 1}{\sigma \tau_r \tau_s s^2 + (\tau_r + \tau_s)s + 1} \cdot \frac{U_{s\beta}(s)}{R_s} \quad (25)$$

En las ecuaciones (24) y (25) observamos que los parámetros del motor pueden identificarse utilizando los componentes α o β .

3.2. Filtrado de variable de estado (SVF)

El método SVF permite la identificación de la resistencia del estator, la inductancia de dispersión total, la resistencia del rotor transformada y la inductancia de magnetización transformada. Se puede identificar cualquier sistema lineal e invariante en el tiempo. El principio básico consiste en encontrar variables de estado del sistema filtrando las entradas y salidas del sistema a identificar (Garnier y Young, 2004). La Figura 2 ilustra el proceso de identificación de SVF como parte de la etapa 2. Las variables de entrada y salida utilizadas corresponden a los voltajes y corrientes del motor (Johansson, 1993) y (Nikander, 2009).

Considere la función de transferencia $G(s)$, ecuación 26.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_1 s^{n-1} + \dots + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} \quad (26)$$

Donde la variable s es substituida por la ecuación 27.

$$s = \frac{1-\lambda}{\tau\lambda} \quad (27)$$

La variable λ representa el operador de filtro de paso bajo y τ la constante de tiempo del filtro, ecuación 28.

$$\tau = \frac{1}{2\pi f_{c1}} \quad (28)$$

Siendo f_{c1} la frecuencia de corte, obteniendo la ecuación 29.

$$G(\lambda) = \frac{Y(\lambda)}{U(\lambda)} = \frac{\beta_n \lambda^n + \dots + \beta_2 \lambda^2 + \beta_1 \lambda}{\alpha_n \lambda^n + \dots + \alpha_2 \lambda^2 + \alpha_1 \lambda + 1} \quad (29)$$

Reorganizando la ecuación 29 en un formato similar al promedio móvil autorregresivo, obtenemos la ecuación 30.

$$Y(\lambda) = -\alpha_1 \lambda Y(\lambda) - \alpha_2 \lambda^2 Y(\lambda) - \dots - \alpha_n \lambda^n Y(\lambda) + \beta_1 \lambda U(\lambda) + \beta_2 \lambda^2 U(\lambda) + \dots + \beta_n \lambda^n U(\lambda) \quad (30)$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace a la ecuación 30, obtenemos la ecuación 31.

$$y(t) = -\alpha_1 [\lambda y](t) - \alpha_2 [\lambda^2 y](t) - \dots - \alpha_n \lambda^n [\lambda^n y](t) + \beta_1 [\lambda u](t) + \beta_2 [\lambda^2 u](t) + \dots + \beta_n [\lambda^n u](t) \quad (31)$$

donde $[\lambda^i u](t)$ y $[\lambda^i y](t)$ son, respectivamente, las entradas y salidas filtradas del sistema por filtros de paso bajo de orden. i_n . La solución de la ecuación 31 es obtenida mediante el método recursivo de mínimos cuadrados.

El método de filtrado por variables de estado, aplicado al modelo del motor de inducción, es una simplificación del método utilizado para la identificación en Dell'Aquila et al. (1994). El método se aplica al modelo de motor con el objetivo de no generar par.

Reorganizando las ecuaciones 24 y 25 al mismo formato de la ecuación 26, obtenemos la ecuación 32.

$$G_1(s) = \frac{\frac{1}{\sigma \tau_s R_s} s + \frac{1}{\sigma \tau_r \tau_s R_s}}{s^2 + \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_s} \right) s + \frac{1}{\sigma \tau_r \tau_s}} = \frac{b_1 s + b_2}{s^2 + a_1 s + a_2} \quad (32)$$

Sustituyendo la variable s de la ecuación 32 en la ecuación 27 se obtiene la ecuación 33.

$$G(\lambda) = \frac{Y(\lambda)}{U(\lambda)} = \frac{(b_2 \tau - b_1) \tau \lambda^2 + b_1 \tau \lambda}{(1 - a_1 \tau + a_2 \tau^2) \lambda^2 + (a_1 \tau - 2) \lambda + 1} = \frac{\beta_2 \lambda^2 + \beta_1 \lambda}{\alpha_2 \lambda^2 + \alpha_1 \lambda + 1} \quad (33)$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace a la ecuación 33 se obtiene la ecuación 34.

$$\begin{aligned} y(t) &= -\alpha_1 [\lambda y](t) - \alpha_2 [\lambda^2 y](t) + \beta_1 [\lambda u](t) + \beta_2 [\lambda^2 u](t) \\ &= [-[\lambda y](t) \quad -[\lambda^2 y](t) \quad [\lambda u](t) \quad [\lambda^2 u](t)] \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \\ &= \phi^T \theta \end{aligned} \quad (34)$$

Reordenamos en la ecuación 34 las señales filtradas y evidenciando los parámetros a ser estimados mediante el método de mínimos cuadrados recursivos. Utilizando en la ecuación 34 la misma terminología utilizada en la regresión lineal, obtenemos las ecuaciones 35 y 36.

$$\phi = \begin{bmatrix} -[\lambda y](t) \\ -[\lambda^2 y](t) \\ [\lambda u](t) \\ [\lambda^2 u](t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \quad (36)$$

De acuerdo con el método SVF, las señales de voltaje y corriente presentadas en la ecuación 34 deben ser filtradas mediante filtros de paso bajo de primer y segunda orden, donde se utilizan aseguradores de orden cero.

Después de identificar el vector de parámetros de la ecuación 36 a través del método de mínimos cuadrados recursivos y usando la constante de tiempo τ del filtro, los parámetros del motor se obtienen a través de las ecuaciones 37-40.

$$\hat{L}_\sigma = \frac{\tau}{\beta_1} \quad (37)$$

$$\hat{R}_S = \frac{1+\alpha_1+\alpha_2}{\beta_1+\beta_2} \quad (38)$$

$$\hat{L}_M = \frac{2+\alpha_1-\beta_1\hat{R}_S}{\beta_1+\beta_2}\tau - \hat{L}_\sigma \quad (39)$$

$$\hat{R}_R = \frac{\beta_1+\beta_2}{\tau^2}\hat{L}_M\hat{L}_\sigma \quad (40)$$

4. Identificación del momento de inercia equivalente del molino

El momento de inercia de la carga es una de las características fundamentales de un sistema mecánico. A través del tiempo de aceleración, es posible verificar si el motor puede conducir la carga en las condiciones requeridas por el entorno o la estabilidad térmica del material aislante. El momento de inercia del motor y la carga influyen en el tiempo de aceleración del motor.

El par de aceleración, T_{ac} (N·m) necesario para acelerar el sistema con un momento de inercia equivalente J_s (kg·m²), con velocidad de rotación n_1 (rpm) para n_2 (rpm) en un tiempo t (s), está dado por la ecuación 41 (Franchi, 2009).

$$T_{ac} = (2 \times \pi/60) \times J_s \times (n_2 - n_1)/t \quad (41)$$

En accionamientos de motores con convertidores de frecuencia, la corriente de arranque es del mismo orden de la corriente nominal y ajustando una partida con 3 o 4 Hz es posible aplicar al rotor un par del 150% del valor nominal. Valor suficiente para impulsar cualquier carga acoplada al motor (Franchi, 2009).

Por lo tanto, para determinar el momento de inercia, la frecuencia del variador se ajustó a 1,5 Hz, fuera del rango operativo V/f.

Para obtener un mejor ajuste del conjunto de parámetros, en este trabajo se utiliza la técnica de mínimos cuadrados no lineales (etapa 3).

4.1. Efecto del reductor de velocidad en el valor del par

Los reductores de velocidad se utilizan para conducir máquinas de baja velocidad entre el eje del motor y el eje de entrada de la máquina. Así como la velocidad del motor se reduce en proporción a la relación de transmisión i_R , el par del motor se multiplica en la misma proporción. Parte de la energía se consume por pérdidas internas (fricción, ruido, etc.), cuantificadas por la eficiencia η_R . El par requerido a la entrada de un reductor, T_1 en función del par requerido en la salida T_2 está dado por la ecuación 42.

$$T_1 = T_2/(i_R \times \eta_R) \text{ (N·m)} \quad (42)$$

4.2. Efecto del reductor de velocidad sobre la inercia

En el caso de una máquina con una velocidad diferente al del motor, esta debe referirse a la velocidad nominal del motor, ecuación 43 (Leonhard, 2001).

$$J_{se} = J_s \left(\frac{N_c}{N_n}\right)^2 \text{ (kg·m}^2\text{)} \quad (43)$$

donde J_{se} - momento de inercia del sistema referido al eje del motor; J_s - momento de inercia equivalente del sistema; N_c - rotación del molino y N_n - velocidad nominal del motor.

El momento equivalente de inercia del sistema J_{se} , también viene dado por la ecuación 44.

$$J_{se} = J_m + J_M \text{ (kg·m}^2\text{)} \quad (44)$$

donde J_m - momento de inercia del motor; J_M - momento de inercia del molino (el reductor, los cojinetes y el cilindro).

5. Estimación del par de carga

El par de carga estimado se obtiene estimando el par electromagnético del motor (etapa 4).

La estimación estadística del flujo se obtiene mediante la ecuación 1. Que se puede expresar en forma integral, en términos de sus componentes (coordenadas α - β), ecuaciones 45 y 46.

$$\psi_{s\alpha}^s = \int (u_{s\alpha}^s - R_s i_{s\alpha}^s) dt \quad (45)$$

$$\psi_{s\beta}^s = \int (u_{s\beta}^s - R_s i_{s\beta}^s) dt \quad (46)$$

El problema relacionado con la estimación del flujo a través de las mediciones de voltaje y corriente del motor, llamado *offset*, está presente en la medición de estas variables y la integración de la señal. Este *offset* representa un flujo constante que no existe en la operación del motor y que también puede ocurrir cuando hay una variación repentina en la señal de entrada (Fleury, 2007) y (Severino, 2005).

Para resolver los problemas de integración, se encuentran diferentes estrategias en la literatura: Filtros de paso bajo (Fleury, 2007), (Severino, 2005) y (Shin et al., 2000), Filtros de paso alto (Zerbo et al., 2005) y (Mihalache, 2005). Por otro lado, en Seyoum et al. (2003) y Holtz y Quan (2003) se utilizaron integradores puro complementados con estrategias para eliminar el *offset*.

En la Figura 6 se presenta un esquema que utiliza filtros de paso alto, adaptado de Sena (2011), para resolver los problemas relacionados con la integración del flujo del estator, minimizando los errores derivados de la medición de voltaje y corriente del motor. La elección de la frecuencia de corte del filtro de paso alto del estimador de flujo de 5 Hz se basó en el tiempo de respuesta y el comportamiento del par estimado en relación con el par del motor.

El primer filtro se aplica a la fuerza electromotriz \hat{v}_s^s para eliminar una posible señal continua de entrada debido al uso de componentes analógicos y circuitos amplificadores utilizados para medir voltajes y corrientes que podrían llevar al integrador a la saturación. La señal de salida del filtro x_s^s se aplica a un integrador ideal.

La señal de salida del integrador p_s^s con posible *offset* debido a las condiciones iniciales de la señal de entrada y los cambios repentinos en la magnitud de la señal se aplica a un segundo filtro, igual al primero.

Debido al uso de filtros, la señal y_s^s presenta distorsiones en magnitud y fase. Para obtener la magnitud y el flujo de fase correctos, la compensación debe calcularse en tiempo

real para eliminar las distorsiones de la señal integrada. La aplicación de un tercer filtro, como los anteriores, se utiliza para este propósito, proporcionando la señal $Z_{s\alpha}^s$.

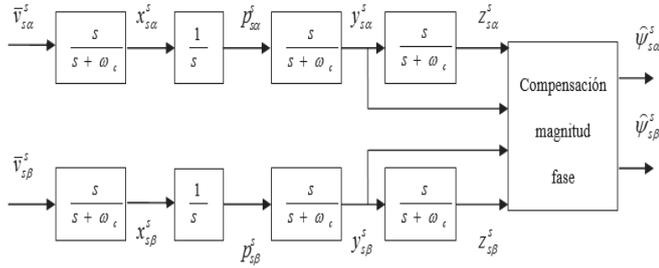


Figura 6: Estimador de flujo compensado.

El par electromagnético estimado \hat{T}_e obtenido a través de la estimación de los flujos del estator $\hat{\psi}_{s\alpha}^s$ e $\hat{\psi}_{s\beta}^s$ se presenta en la ecuación 47. Donde P es el par de polos.

$$\hat{T}_e = P(i_{s\beta}^s \hat{\psi}_{s\alpha}^s - i_{s\alpha}^s \hat{\psi}_{s\beta}^s) \quad (47)$$

El par mecánico estimado \hat{T}_M se obtiene por la ecuación 48.

$$\hat{T}_M = \hat{T}_e(i_R \times \eta_R) \quad (48)$$

El par de fricción viscoso T_a está dado por la ecuación 49. ω_M es la velocidad del molino.

$$T_a = B_{eq} \times \omega_M \quad (49)$$

El par de carga estimado \hat{T}_c viene dado por la ecuación 50.

$$\hat{T}_c = \hat{T}_M - T_a \quad (50)$$

El filtrado del par de carga se realiza mediante un filtro de paso bajo con frecuencia de corte a 5 rad/s.

El estimador de carga se basa en la ecuación 51, adaptada de King, (2001).

$$M_c = \frac{T_c}{g \times d_c} \quad (51)$$

g es la aceleración de la gravedad, $d_c = 0.014$ m es el radio del eje del motor y M_c es la carga total en el molino.

La carga neta M_L se obtiene a través de la ecuación 52. M_B es la carga de bolas.

$$M_L = M_c - M_B \quad (52)$$

La carga del molino se compone de 24 bolas (2.664 kg), cubiertas con arcilla por un total de 10 kg.

6. Plataforma experimental

Para evaluar la metodología propuesta se utilizó un molino de bolas de mineral a escala de laboratorio modelo SL-34/E, fabricado por Solab Scientific, Figura 7. El molino tiene 67 bolas de acero con un diámetro de 30,1 mm y una masa de 111,61 g cada una. Accionado por un motor de inducción trifásico WEG de categoría N de 0,75 kW (1HP) y reductor de 1:30 con eficiencia $\eta = 0,76$. El motor está controlado por un variador de frecuencia escalar, modelo VFD-EL - Delta. El cilindro del molino de hierro tiene una longitud interna de

0.30 m y un diámetro interno de 0.29 m, no tiene revestimiento ni elevadores (*lifts*). Utilizado en lote.

Instrumentación: (A) - freno electromagnético, (B) - medidor de par, (C) - sensores de voltaje, (D) - sensores de corriente, (E) - módulo de adquisición de datos, (F) - chasis de acoplamiento, (G) - osciloscopio digital, (H) - fuente de CC, (I) - codificador de 2500 pulsos por revolución.

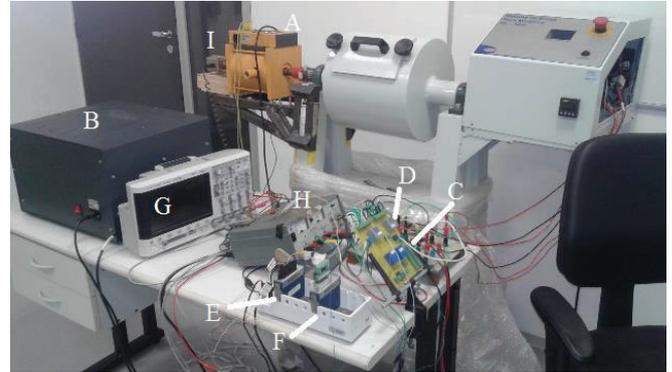


Figura 7: Plataforma experimental.

Los cálculos para obtener los parámetros eléctricos a través de la placa de identificación del motor, así como las simulaciones realizadas, se desarrollaron para el estator en la configuración Y, mientras el motor del molino está en la configuración Δ . Los parámetros eléctricos obtenidos del motor se convertirán al equivalente en Y para tener valores que se puedan comparar dividiendo por 3 los valores de los parámetros obtenidos, ecuación 53 (Umans, 2014).

$$Z_Y = \frac{1}{3} Z_{\Delta} \quad (53)$$

7. Resultados principales

A continuación son presentados los procedimientos realizados para la identificación de parámetros experimentales, ajuste del conjunto obtenido y validación del modelo para el molino de bolas mediante pruebas numéricas y experimentales. Los cálculos y simulaciones para cada condición estudiada se implementaron en el entorno MATLAB/Simulink.

7.1. Parámetros eléctricos iniciales establecidos por la placa de identificación del motor

Los cálculos iniciales de los parámetros eléctricos con la placa de identificación del motor, la medición y conversión de la resistencia del estator y el porcentaje de error se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Parámetros eléctricos calculados y convertidos.

Parámetros	Calculados	Medición y Conversión	Error Porcentual (%)
R_s (Ω)	2,437	2,2	9,72
R_R (Ω)	2,437	-	-
L_M (mH)	221,72	-	-
L_σ (mH)	15,52	-	-

La resistencia del devanado del estator R_s también se midió directamente con un multímetro. La conexión del devanado del estator estaba en la configuración Δ . Por lo

tanto, la lectura del multímetro entre dos terminales del estator indicó la resistencia equivalente $R_{eq} = 4,4 \Omega$, que corresponde a la resistencia de fase $R = 6,6 \Omega$, ecuación 54. Convertir a la configuración Y, se obtiene la resistencia de $2,2 \Omega$. Este valor está cerca del valor calculado de $2,437 \Omega$.

$$R = \frac{3}{2} R_{eq} \tag{54}$$

7.2. Determinación de las frecuencias de corte del filtro en el modelo simulado

En el proceso de identificación, para el procedimiento de filtrado del voltaje de entrada y las corrientes de salida, es necesario definir las frecuencias de corte f_c y muestreo f_s para ser utilizado en el procesamiento. Se utilizaron señales de voltaje y corriente de un motor simulado, con los devanados del estator en la configuración Y, fase C en corto a la fase B, Figura 5(b).

El voltaje escalonado aplicado fue de 4V y el intervalo de adquisición de 1 segundo. Los voltajes y corrientes obtenidos en la simulación ya estaban en coordenadas α - β .

Las estimaciones más cercanas a los parámetros nominales, detallados en la placa de identificación del motor (Tabla 1), fueron obtenidas para las siguientes combinaciones entre frecuencias de adquisición y frecuencias de corte en el filtro: 500Hz/50Hz; 800Hz/60Hz e 1000Hz/60Hz.

7.3. Identificación de parámetros eléctricos por señales experimentales.

El voltaje del estator, 4V, fue proporcionado por una fuente de CC entre las fases A y B con los devanados del estator en la configuración Δ , fase C desconectada, Figura 5(a).

El voltaje de entrada se adquirió directamente del estator y la corriente de salida a través de una resistencia de salida y un tiempo de adquisición de 1 segundo.

Para estimar los parámetros con datos obtenidos directamente del motor, se utilizaron las frecuencias de muestreo y corte definidas en el apartado 7.2. Las corrientes de línea medidas en el estator y el voltaje de línea aplicado se han convertido a coordenadas α - β y utilizados en el procesamiento obteniendo los parámetros eléctricos estimados que se muestran en la Tabla 2. Todos los valores fueron convertidos a la configuración equivalente en Y y las frecuencias seleccionadas para adquisición y corte del filtro fueron, respectivamente, $f_s=500\text{Hz}$ y $f_c=50\text{Hz}$.

Tabla 2: Parámetros eléctricos estimados del motor.

Parámetros	Valores estimados $\hat{\theta}$	Error Porcentual (%)
$R_s (\Omega)$	2,236	8,23
$R_R (\Omega)$	4,059	
$L_M (\text{mH})$	72,522	
$L_\sigma (\text{mH})$	22,208	

En la Tabla 2, el error porcentual se usó solo en la resistencia del estator porque solo se conoce este valor. El error porcentual para la resistencia del estator es cercano al 9.72% en la Tabla 1, con la frecuencia de muestreo de 500 Hz más cercana.

Tabla 3: Valores de los parámetros identificados.

Parámetros	Configuración Y	Configuración Δ
$L_M (\text{mH})$	72	21,60
$L_R (\text{mH})$	94	28,20
$L_S (\text{mH})$	94	28,20
$R_R (\Omega)$	4,06	12,18
$R_S (\Omega)$	2,2	6,6

Después de identificar los parámetros y aplicar las ecuaciones 3 y 4, obtenemos los parámetros presentados en la Tabla 3 que resume los valores identificados para las configuraciones Y e Δ .

7.4. Identificación del momento de inercia equivalente del molino

La velocidad del molino se obtuvo a través de un codificador digital y la aplicación de un algoritmo de conteo de pulsos. En las Figuras 8 y 9, es posible notar la aplicación del freno magnético entre 0 y 2s. Para calcular el momento de inercia equivalente del sistema J_s (a través de la ecuación 41), se libera el freno, entre 2 y 4s, proporcionando una curva de aceleración auxiliar.

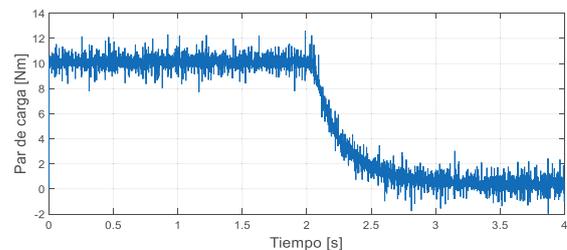


Figura 8: Par de carga: freno electromagnético.

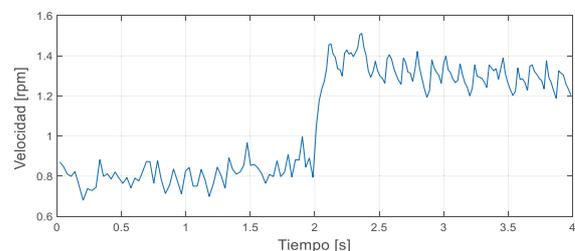


Figura 9: Velocidad del molino.

Los siguientes valores fueron determinados de acuerdo al experimento ilustrado por las figuras 8 y 9.

- Par de carga: $T = 10 \text{ N}\cdot\text{m}$.
- Velocidad de rotación inicial: $n_1 = 0,79 \text{ rpm}$;
- Velocidad de rotación final: $n_2 = 1,33 \text{ rpm}$;
- Tiempo de aceleración inicial: $t_1 = 1,986\text{s}$;
- Tiempo final de aceleración: $t_2 = 2,091\text{s}$.

El momento de inercia equivalente del molino se obtiene substituyendo estos valores en la ecuación 41.

$$J_s = 18,57 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

La ecuación 43 presenta el momento de inercia equivalente del sistema referido al eje del motor J_{se} (incluida la inercia del motor).

$$J_{se} = 0,02063 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Y, a través de la ecuación 44, se obtuvo el momento de inercia total del molino, formado por la inercia del reductor, de los cojinetes y del cilindro, J_M .

$$J_M = 0,01769 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

donde $J_m = 0,00294 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ es el momento de inercia del motor (dato de catálogo). Los valores de los momentos de inercia del codificador y el freno fueron despreciados para todos los cálculos.

7.5. Ajuste del conjunto de parámetros usando el algoritmo de mínimos cuadrados no lineales

Para obtener un mejor ajuste en la estimación del conjunto de parámetros, se utilizó la biblioteca de estimación de parámetros del entorno *Matlab*. El ajuste se realizó utilizando el método de mínimos cuadrados no lineales y el cálculo se basó en la minimización de la "función de costo - suma de error al cuadrado". Las variables de referencia consideradas para el ajuste fueron las señales de par de frenado y la velocidad del molino, Tabla 4.

Tabla 4: Ajuste de los parámetros del modelo.

Parámetros	Iniciales	Ajustados
Lm (mH)	0,2160	0,2526
Lr (mH)	0,2820	0,7990
Ls (mH)	0,2820	0,3276
Rr (Ω)	12,18	14,939
Rs (Ω)	6,6	6,6
B_{eq} ($\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$)	0,5	0,5105
J_{se} ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)	0,02063	0,0179

donde B_{eq} es el coeficiente de fricción viscosa equivalente del sistema.

7.6. Validación del modelo de molino de baja velocidad

Se implementó un modelo con caja de cambios que solo tiene en cuenta los parámetros de relación de transmisión - i_R y eficiencia - η_R .

Las señales simuladas y reales del molino se muestran en las Figuras 10 y 11. Tensión de alimentación: 7Vp (valor pico de componente fundamental del voltaje del variador obtenida aplicando la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Frecuencia: 1,5 Hz. Par de frenado: 10 N·m.

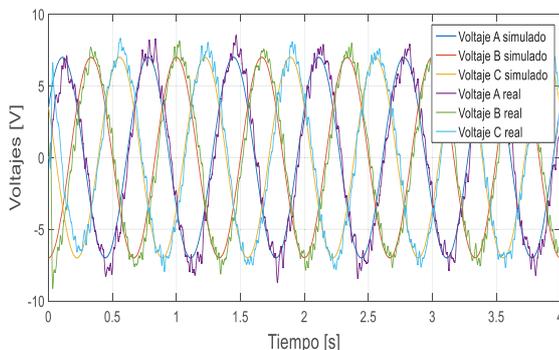


Figura 10: Voltajes reales y simuladas.

De acuerdo a las figuras 10 y 11, el método utilizado para determinar el momento de inercia equivalente a través de la

aceleración del molino fue satisfactorio para una primera evaluación del modelo.

7.7. Ajuste del modelo con variador

Un ajuste final de los parámetros del modelo se realizó utilizando el mismo método de mínimos cuadrados y adquiriendo voltajes y corrientes del molino en velocidades de operación más próximas a una condición de operación normal de molienda, específicamente 20 rpm y una carga de 10 kg. De esta forma, un nuevo valor del coeficiente de fricción equivalente se estimó considerando que el efecto de la fricción es menor en esta velocidad, pues el variador impone una corriente regulada que se superpone al par del motor. El valor del coeficiente de fricción viscosa que minimizó la función costo se ajustó de 0.51 a 0.05 $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$, tabla 4.

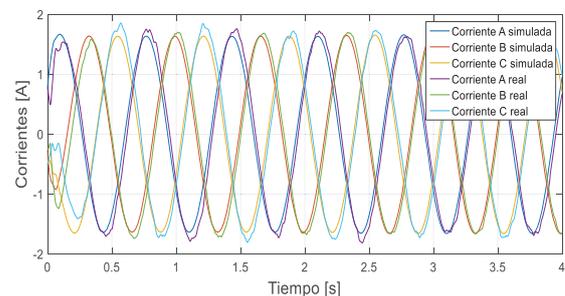


Figura 11: Corrientes reales y simuladas.

La Figura 12(a) muestra el par de carga estimado filtrado y la Figura 12(b) muestra la carga neta estimada, utilizando este modelo actualizado.

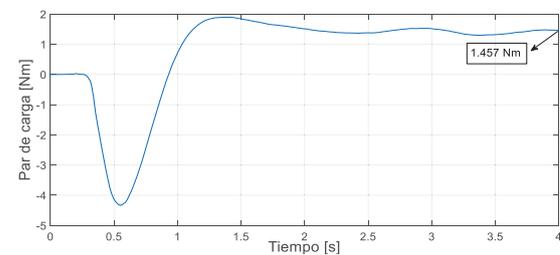


Figura 12(a): Par de carga estimado filtrado.

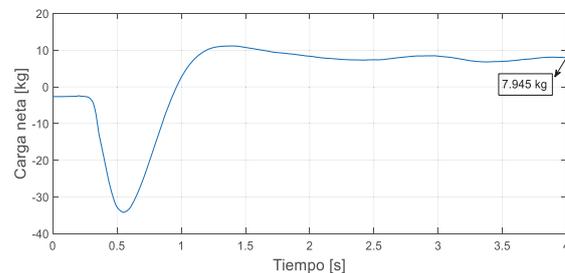


Figura 12(b): Carga neta estimada.

El valor de 7,336 kg (10 kg - 2,664 kg) es asumido como referencia para comparar la estimativa de carga y verificar el porcentaje de error. Comparando la señal obtenida de la carga neta estimada en relación con la referencia, tenemos:

$$M_{Lref} - \hat{M}_L = 7,945 \text{ kg}$$

o sea, se obtiene un error de 8,3%.

7.8. Validación experimental del estimador de carga del molino

Para validar el modelo, se adquirieron voltajes y corrientes del molino con 40 rpm y 10 kg de carga. La Figura 13(a) muestra el par de carga filtrado estimado y la Figura 13(b) muestra la carga neta estimada.

La velocidad de 40 rpm se eligió en función del rango operativo que de acuerdo con Luz et al. (2010), es entre 50% y 90% de la velocidad crítica.

La velocidad crítica, ecuación 55, es la velocidad a la cual las bolas quedan atrapadas en la pared del cilindro por la acción de la fuerza centrífuga durante la revolución completa del cilindro, no por el rectificado (Luz et al., 2010). Para el molino en estudio, la velocidad crítica es: $N_{cM} = 78,54$ rpm.

$$N_{cM} = \frac{42,3}{\sqrt{D}} \quad (55)$$

donde:

N_{cM} - velocidad crítica del molino en rpm;

D - diámetro interior del molino en metros.

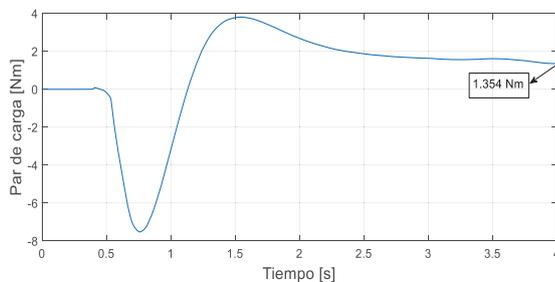


Figura 13(a): Par de carga estimado filtrado.

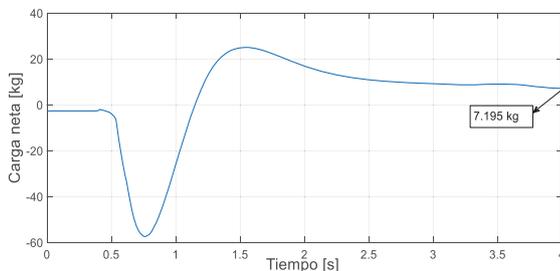


Figura 13(b): Carga neta estimada.

Comparando la señal obtenida de la carga neta estimada en relación con la referencia, tenemos:

$$M_{Lref} - \hat{M}_L = 7,195 \text{ kg}$$

o sea, se obtiene un error de 1.92%. Para las velocidades de 20 rpm y 40 rpm, se observa el comportamiento convergente del par de carga estimado.

8. Conclusión

Este trabajo propone un método para estimar el nivel de llenado, así como el par de carga de un molino de bolas, utilizando el modelo dinámico de cada componente físico junto con diferentes técnicas de identificación paramétrica y análisis de señal (metodología híbrida). El método se evaluó en un molino de bolas con escala de laboratorio.

A través de simulaciones y pruebas experimentales en el molino, se encontró una relación satisfactoria entre la carga

colocada y la estimada por el modelo. El alcance del modelo propuesto es amplio, pues el valor estimado del par mecánico, del par de carga y del nivel de llenado, pueden ayudar en la implementación de algunas funciones básicas de automatización, como monitorización, y también funciones avanzadas, como detección de fallas.

Para trabajos futuros, se pretende utilizar técnicas de estimación alternativas como el filtro de *Kalman* extendido, para estimar el par de carga. De la misma forma, la generalización del método para molinos de diferentes potencias es comercialmente relevante. Finalmente, el desarrollo e implementación de técnicas basadas en análisis de señales (como la vibración mecánica y el impacto acústico) son importantes para procedimientos comparativos directos.

Referencias

- Castaldi, P., Tilli, A., 2005. Parameter estimation of induction motor at standstill with magnetic flux monitoring. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 13, n. 3, p. 386-400.
- Dai, W., Zhou, P., Zhao, D., Lu, S. and Chai, T., 2016. Hardware-in-the-loop simulation platform for supervisory control of mineral grinding process. *Powder technology*, 288, pp.422-434.
- Dell'Aquila, A., Gilibert, V., Lovecchio, F.S, Salvatore, L., 1994. Real-Time Estimation of Induction Motor Parameters by LSE. Proceedings of IECON'94 - 20th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics.
- Eremenko, Y.I., Poleshchenko, D.A., Glushchenko, A.I., 2015. About Ball Mill Fill Level Monitoring System Development and Research on Its Efficiency. In: 2015 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON), Omsk, p. 1-4.
- Esteves, P. M., Stopa, M. M., Filho, B. J. C., Galery, R., 2015. Charge Behavior Analysis in Ball Mill by Using Estimated Torque. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 51, n. 3.
- Franchi, C. M., 2009. *Inversores de Frecuencia – teoria e aplicação*. 2ed. Érica: São Paulo.
- Fleury, A. W., 2007. *Estudo Comparativo de Técnicas de Estimativa do Fluxo Estatórico de MIT*. Dissertação (mestrado). Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Uberlândia
- Fuerstenau, D.W., Phatak, P.B., Kapur, P.C. and Abouzeid, A.Z., 2011. Simulation of the grinding of coarse/fine (heterogeneous) systems in a ball mill. *International Journal of Mineral Processing*, 99(1-4), pp.32-38.
- Garnier, H., Young, P., 2004. Time-domain approaches to continuous-time model identification of dynamical systems from sampled data. Proceedings of the 2004 American Control Conference.
- Holtz, J., Quan, J., 2003. Drift-and Parameter-Compensated Flux Estimator for Persistent Zero-Stator-Frequency Operation of Sensorless-Controlled Induction Motor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 39, n. 4.
- Johansson, R., 1993. *System Modeling and Identification*. Prentice Hall: NJ.
- Kang, E. S., Guo, Y. G., Du, Y. Y., Zhao, L. H., 2006. Acoustic vibration signal processing and analysis in ball mill. In: *6th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Dalian, China, p. 6690 - 6693.
- King, R. P., 2001. Modeling and simulation of mineral processing systems. 1.ed. Department of Metallurgical Engineering, University of Utah, USA: Butterworth-Heinemann. Great Britain.
- Khamehchi, S., 2018. Identification of the Induction Motor Parameters at Standstill Including the Magnetic Saturation Characteristics. Dissertação (Mestrado). Aalto University. School of Electrical Engineering. Department of Electrical Engineering and Automation.
- Lee, S. H., Yoo, A., Lee, H. J., Yoon, Y. D, Han, B. M., 2017. Identification of induction motor parameters at standstill based on integral calculation. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 53, n. 3, p. 2130-2139
- Leonhard, W. (2001). *Control of Electrical Drives*. 3ed. Springer Verlag.
- Liu, Z., Chai, T., Yu, W., Tang, J., 2015. Multi-frequency Signal Modeling using Empirical Mode Decomposition and PCA with Application to Mill Load Estimation. *Neurocomputing*: Elsevier.
- Luz, A. B., Sampaio, J. A., França, S. C. A., 2010. *Tratamento de Minérios*. 5ª ed. CETEM/MCT. Rio de Janeiro.
- Melero, M. G., Cano, J. M., Norniella, J., Pedrayes, F., Cabanas, M. F., 2014. Electric motors monitoring: An alternative to increase the efficiency of ball mills. In: *International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ'14)*. Cordoba (Spain).

Mihalache, L., 2005. A Flux Estimator for Induction Motor Drives Based on Digital EMF Integration With Pré and Post High Pass Filtering. *IEEE Applied Electronics Conference and Exposition*, p. 713-718, v.2.

Nikander, J., 2009. Induction Motor Parameter Identification in Elevator Drive Modernization. Master of Science in Technology. Helsinki University of Technology. Faculty of Electronics, Communications and Automation.

Peng, H., Minping, J., Binglin, Z., 2010. New Method to Measure the Fill Level of the Ball Mill I - Theoretical Analysis and DEM Simulation. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, v.23, n.3, p.1-8.

Ranta, M., 2013. Dynamic induction machine models including magnetic saturation and iron losses. Tese de Doutorado. Aalto University, School of Electrical Engineering, Department of Electrical Engineering.

Sena, A. P. C., 2011. Estratégias para Estimación do conjugado eletromagnético de motores de indução. Dissertação de mestrado. Centro de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa.

Severino, P.B., 2005. Um Estudo de Estimativa de Fluxo e Conjugado em Motores de Indução Trifásicos – implementação utilizando DSP. Dissertação (mestrado). Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Uberlândia.

Seyoum, D., Grantham, C., Rahman, M. F., 2003. Simplified Flux Estimation for Control Application in Induction Machines. In: *Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International*, v.2, p. 691-695.

Shen, G., Wang, K., Yao, W., Lee, K., Lu, Z., 2013. DC biased stimulation method for induction motor parameters identification at standstill without inverter nonlinearity compensation. In: *2013 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, p. 5123-5130.

Shin, M. H., Hyun, D. S., Cho, S. B., Choe, S. Y., 2000. An Improved Stator Flux Estimation for Speed Sensorless Stator Orientation Control of Induction Motor. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 15, Issue: 2, p. 312-318.

Tang, J., Zhao, L. J., Zhou, J. W., Yue, H., Chai, T. Y., 2010a. Experimental analysis of wet mill load based on vibration signals of laboratory-scale ball mill shell. *Minerals Engineering*, n.23, p.720-730: Elsevier.

Tang, J., Yu, W., Zhao, L., Yue, H., Chai, T., 2010b. Modeling of Operating Parameters for Wet Ball Mill by Modified GA-KPLS. In: *3th International Workshop on Advanced Computational Intelligence*. August 25-27, p.282-287. Suzhou, Jiangsu, China.

Tie, M., Bi, J. and Fan, Y., 2007. June. Hybrid intelligent modeling approach for the ball mill grinding process. In *International Symposium on Neural Networks* (pp. 609-617). Springer, Berlin, Heidelberg.

Umans, S.D., 2014. *Electric machinery*. McGraw-Hill Series in Electrical Engineering.

Wang, H., Jia, M. P., Huang, P., Chen, Z. L., 2009. A study on a new algorithm to optimize ball mill system based on modeling and GA. *Energy Conversion and Management*, n.51, p.846-850: Elsevier.

Wang, K., Yao, W., Chen, B., Shen, G., Lee, K., Lu, Z., 2015. Magnetizing curve identification for induction motors at standstill without assumption of analytical curve functions. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 62, n. 4, p. 2144-2155.

Zerbo, M., Sicard, P. and Ba-Razzouk, A., 2005, May. Accurate adaptive integration algorithms for induction machine drive over a wide speed range. In *IEEE International Conference on Electric Machines and Drives, 2005.* (pp. 1082-1088). IEEE.

Zhao, L., Tang, J., Yu, W., Yue, H., Chai, T., 2010. Modeling of Mill Load for Wet Ball Mill via GA and SVM Based on Spectral Feature. *IEEE*, p.874-879.

Zhao, L., Feng, X., Yuan, D., 2012. Soft Sensor Modeling of Mill Load Based on Feature Selection Using Synergy Interval PLS. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*.

Zhao, L., Tang, J., Zheng, W., 2012. Ensemble Modeling of Mill Load Based on Empirical Mode Decomposition and Partial Least Squares. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, v.45, n.1, p.179-191.

Apéndice A. Metodología híbrida para la obtención del modelo paramétrico del molino

