

## Evaluación de la navegabilidad en robots móviles skid-steer con remolques pasivos moviéndose sobre terrenos inclinados

Jesús M. García\*, Pedro Yáñez, Jorge E. Martínez

Universidad Nacional Experimental del Táchira, Laboratorio de Prototipos, Av. Universidad, sector Paramillo, San Cristóbal, Venezuela.

**To cite this article:** García, J. M.\*, Yáñez, P., Martínez, J. E. 2023. Evaluation of navigability in skid-steer mobile robots with passive trailers moving on sloping terrain. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 20, 13-24. <https://doi.org/10.4995/riai.2022.17161>

### Resumen

El uso de remolques permite a los robots aumentar su capacidad de carga para realizar múltiples tareas, pero su uso conlleva múltiples riesgos. En esta investigación, se desarrollan tres métricas para evaluar la navegabilidad de robots con remolques acoplados cuando se mueven a bajas velocidades sobre superficies inclinadas: un índice que predice el inicio del vuelco en el robot o los remolques; otro índice que estima el inicio del deslizamiento total debido a las inclinaciones del terreno, ya sea en el robot o los remolques; y finalmente, un índice que cuantifica la capacidad del robot para direccionarse y seguir una trayectoria. Estas tres métricas fueron desarrolladas con base en las fuerzas de reacción de las ruedas con el suelo y fueron validadas a través de simulación y pruebas experimentales utilizando un robot *Skid Steer* llamado *Lázaro*, demostrándose su efectividad al estimar la condición de riesgo para la cual fueron diseñados.

**Palabras clave:** Navegabilidad, robots móviles, estabilidad al vuelco, direccionamiento, deslizamiento hacia abajo, tractor-remolque, terreno inclinado, superación de pendientes.

### Evaluation of navigability in skid-steer mobile robots with passive trailers moving on sloping terrain

#### Abstract

The use of trailers allows robots to increase their load capacity to perform multiple tasks, but their use carries multiple risks. In this research, three metrics are developed to assess the navigability of robots with coupled trailers when moving at low speeds on inclined surfaces: an index that predicts the initiation of rollover in the robot or trailers; another index that estimates the start of the total slip due to the slopes of the terrain, either in the robot or the trailers; and finally, an index that quantifies the robot's ability to address itself and follow a path. These three metrics were developed based on the reaction forces of the wheels with the ground and were validated through simulation and experimental tests using a Skid Steer robot called *Lázaro*, demonstrating their effectiveness in estimating the risk condition for which they were designed.

**Keywords:** Navigability, mobile robots, tip-over stability, steerability, slide-down, tractor-trailer, inclined terrain, slope negotiation.

## 1. Introducción

El uso de remolques acoplados a vehículos trae gran cantidad de beneficios para el transporte de bienes y materiales puesto que la capacidad de traslado terrestre se incrementa sustancialmente a través de este medio. De manera que, es común observar aplicaciones de vehículos con remolques acoplados para traslado de carga en carretera,

equipajes en aeropuertos, transporte dentro de almacenes (Amezquita-Semprun *et al.*, 2018), aplicaciones de agricultura como ayuda en la recolección (Shojaei, 2021) y traslado de cosechas (Guevara *et al.*, 2020), fumigación de plantas (Martínez *et al.*, 2008); transporte de fuentes de energía para impulsar el vehículo e incluso, transporte de humanos en aplicaciones como vehículos de turismo (Morales *et al.*, 2013a).

Estas aplicaciones dependen de los conductores que manejan los vehículos que halan los remolques (llamados “Tractores”) pero, la robótica ha permitido que varias de las aplicaciones listadas previamente las lleven a cabo robots móviles que actúan como tractores autónomos. Para lograr que esto suceda, se han venido estudiando diversos temas dirigidos a garantizar la capacidad del robot móvil de desplazarse de manera segura para cumplir una tarea asignada mientras hala uno o varios remolques acoplados.

Así, algunos investigadores se han enfocado en el modelado dinámico de robots mientras halan tráileres, ya que los fenómenos asociados a la fricción y fuerzas inerciales influyen en la capacidad de movimiento del robot. Estos modelos permiten crear sistemas de control más eficientes para el seguimiento de trayectorias (Amezquita-Semprun *et al.*, 2018), tales como: Controlador no lineal predictivo que toma en consideración los límites de saturación de los actuadores y la autocolisión entre tractor y tráiler (Kassaeiyan *et al.*, 2019); controlador fundamentado en un algoritmo de jacobiana transpuesta modificada (MTJ) el cual es un controlador no basado en modelo (Khalaji & Moosavian, 2015); controlador adaptativo paso atrás (back-stepping) que incluye una capa para compensar el efecto del deslizamiento sobre las ruedas (Khalaji & Jalalnejhad, 2019); y controlador predictivo robusto basado en modelo destinado a vehículos agrícolas sometidos a deslizamiento significativo y terrenos rugosos e irregulares (Wang *et al.*, 2016).

Dentro de este tema, también cabe resaltar el desarrollo de controladores para el seguimiento de trayectorias en retroceso o marcha atrás, donde el tractor en vez de halar los remolques, debe empujarlos de una manera efectiva que les permita seguir una trayectoria dada. En este campo se pueden mencionar controladores desarrollados con base en el modelo cinemático del conjunto robot tráiler (Li *et al.*, 2020) y otro enfoque implementado sobre remolques fuera de eje (*off-axle*), donde se define al último trailer como un tractor virtual; luego, sobre este se implementa un controlador de movimiento hacia adelante considerando limitaciones de direccionamiento que evita la colisión entre unidades y permite el equilibrio entre remolques; posteriormente se utilizan relaciones cinemáticas para trasladar los comandos de movimiento entre el tractor virtual (último remolque) y el tractor real (Morales *et al.*, 2009). Este concepto es extendido posteriormente para trailers en eje (*on-axle*) (Morales *et al.*, 2013b).

Otros trabajos han sido dirigidos no solo al seguimiento de trayectorias, sino a su planificación. En este caso se pueden mencionar planificadores que permiten generar trayectorias libres de obstáculos para evitar colisiones en el tractor y los remolques (Yuan, 2017) (Zhao *et al.*, 2020), así como otros planificadores que utilizan algoritmos como  $A^*$  para generar trayectorias que aseguran la estabilidad dinámica del vehículo – trailer (Abroshan, 2021), sabiendo que estos sistemas son estables dinámicamente hablando cuando no hay una desviación apreciable de la trayectoria deseada (Bako *et al.*, 2021) ya sea por exceso de velocidad o por efectos del deslizamiento (Korayem *et al.*, 2020) (Kotur, 2019); y en el caso de los remolques, cuando no existen movimientos indeseados tales como serpenteos y movimientos de navaja donde la rodadura en los remolques puede quedar bloqueada.

Finalmente, otros investigadores se han enfocado en el estudio de la estabilidad al vuelco, que permite estimar la propensión al vuelco cuando el robot se enfrenta a inclinaciones de terreno, o cargas y efectos inerciales. En este tema resalta el trabajo de Morales *et al.*, (2013c) quienes utilizaron el principio del polígono de soporte (SP) para estimar la estabilidad estática del tractor y los remolques acoplados. Pero, considerando que el SP solo toma en cuenta factores geométricos, crearon un polígono de soporte alterado (ASP) que permite transformar las dimensiones del polígono de soporte al tomar en cuenta el efecto las cargas generadas en los enganches.

En este artículo se definen un conjunto de métricas para evaluar la navegabilidad de robots móviles *Skid Steer* con remolques acoplados; dichas métricas pueden utilizarse en algoritmos para la planificación de trayectorias seguras. A nivel general, la navegabilidad puede definirse como la habilidad del robot para direccionarse y atravesar un terreno de manera segura (Go *et al.*, 2006). Específicamente, la seguridad al atravesar el entorno se obtiene si se desplaza sin volcamiento (García *et al.*, 2020b) y sin un deslizamiento total que lo desvíe de la trayectoria a seguir. Con base en este concepto, se definieron tres métricas para cuantificar la navegabilidad del sistema tractor-remolques, estas son: un índice de estabilidad, que mide la propensión al vuelco ya sea del tractor o los remolques; un índice de direccionamiento que estima la capacidad del tractor para seguir una trayectoria y finalmente, un índice de deslizamiento, que en el caso del tractor, permite estimar la propensión al deslizamiento total por efecto de las inclinaciones del terreno, mientras que en los remolques permite estimar su deslizamiento lateral.

Los aportes de este trabajo se centran en las métricas definidas: respecto al índice de estabilidad, este se fundamenta directamente en las fuerzas de reacción de las ruedas sobre el terreno, a diferencia de los trabajos de otros investigadores quienes centran sus métricas en el concepto del polígono de soporte. Por otra parte, la definición de un índice que estima la propensión al deslizamiento total frente a terrenos inclinados, ya sea del robot o de los remolques constituye el principal aporte, ya que este tema no ha sido mayormente considerado por investigadores quienes centran su atención en el deslizamiento por efectos inerciales, grandes velocidades o fricción entre las ruedas y el suelo, pero considerando al sistema tractor-remolques moviéndose sobre terrenos horizontales.

## 2. Consideraciones iniciales

El estudio de la navegabilidad en vehículos terrestres ha sido un tema de amplio estudio, en especial para los vehículos con remolques acoplados, ya que los fenómenos como el vuelco pueden traer consecuencias devastadoras, por ejemplo, accidentes en las carreteras con alto costo en vidas humanas. En estos casos, los efectos inerciales son preponderantes y requieren mayor atención; pero en este trabajo, se considera un estudio para sistemas tractor-remolques donde el tractor es un robot móvil que se desplaza a bajas velocidades. De acuerdo con esto, se despreciarán los efectos inerciales (Morales *et al.*, 2013c), y se considerarán solo los factores estáticos que influyen sobre el sistema. Asimismo, se

considerará que durante el desplazamiento, las ruedas no poseen un deslizamiento importante sobre la superficie (hasta que se produzca el fenómeno de deslizamiento total).

Adicionalmente, en cuanto a los remolques se analizarán aquellos que poseen dos ruedas, con enganche localizado en una posición central, es decir, ubicado en el eje longitudinal del tractor y de cada remolque. Asimismo, se considerará que los enganches no estarán sometidos a condiciones de fricción. Ahora, respecto al tipo de articulación en el enganche, se considerarán dos: articulación esférica y cilíndrica. Aunque en las condiciones reales de operación sobre terrenos irregulares o inclinados se prefiere la articulación esférica ya que permite una mejor conformidad de los remolques con el terreno sin la transmisión de torques en la articulación, también se analizó la articulación cilíndrica ya que es utilizada en algunas aplicaciones, en especial cuando el movimiento se produce en dos dimensiones (suelo plano).

Por otra parte, se utilizará como caso de estudio al robot Lázaró (Figura 1) (García *et al.*, 2017c), el cual es un robot de cuatro ruedas mediano (Tabla 1) tipo *Skid Steer* cuyo sistema de locomoción posee dos grados de libertad al igual que los robots diferenciales, pero con una mayor cantidad de puntos de contacto con el suelo lo que produce una mejora en robustez mecánica y la estabilidad del robot a expensas de mayores pérdidas de energía debido a la fricción (García *et al.*, 2020a). Además, este robot posee un brazo articulado con una rueda como efector final, el cual fue diseñado especialmente para propiciar un punto adicional de contacto con el suelo, pudiendo ser utilizado para mejorar su estabilidad al vuelco y para superar obstáculos.

Adicionalmente, para este trabajo se anexaron dos remolques al robot Lázaró: el primero “fuera de eje” (*off axle*) cuyo enganche permanece detrás del eje de las ruedas traseras del tractor que lo precede; y el segundo “en eje” (*on axle*), ya que el enganche está sobre el eje de las ruedas del primer tractor (Morales *et al.*, 2013a) (Figura 1 y 2).

### 3. Análisis de estabilidad al vuelco y direccionamiento

Se han desarrollado múltiples métodos para la estimación de la estabilidad al vuelco en vehículos y robots móviles. En este trabajo se utilizaron las fuerzas de reacción (Hatano & Obara, 2003) del robot y sus remolques para estimar su estabilidad estática frente a inclinaciones de terreno; además, estas fuerzas también fueron utilizadas para estimar la capacidad de direccionamiento del robot *Skid Steer*.

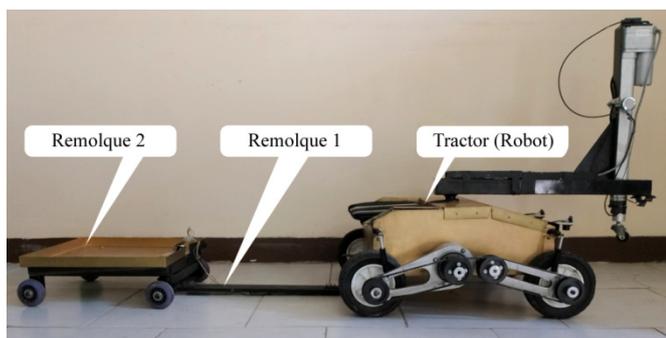


Figura 1: Robot Lázaró con remolques acoplados

Tabla 1: Parámetros dimensionales y peso de Lázaró y sus remolques

Parámetro	Magnitud
Peso robot Lázaró ( $W_0$ )	255 N
Dimensiones de Lázaró (Ancho x largo)	398 x 400 mm
Peso del remolque 1 ( $W_1$ )	4 N
Peso del remolque 2 ( $W_2$ )	21.5 N

A continuación se explica la obtención de dichas fuerzas de reacción tanto en el tractor como en los remolques. En primer lugar, se definió la numeración que identifica a cada remolque, designando como 1 al remolque acoplado inmediatamente al tractor hasta llegar al remolque  $n$  (Figura 2). De igual manera se identificaron las articulaciones en los enganches, siendo  $A_1$  la articulación que vincula al remolque 1 con el tractor, hasta  $A_n$  para  $n$  cantidad de articulaciones. Asimismo, se definieron los sistemas de referencias locales en los remolques, comenzando con  $X_1Y_1Z_1$  para el remolque 1 hasta  $X_nY_nZ_n$  para  $n$  remolques. Dichos sistemas de referencia se ubicaron en el punto medio de la línea que une los puntos de contactos de las ruedas con el terreno en cada remolque (Figura 2). En el caso del tractor (robot Lázaró) se estableció el sistema de referencia local del robot  $X_0Y_0Z_0$  en el centro geométrico del polígono delimitado por los cuatro puntos de contacto de las ruedas con el terreno. Adicionalmente, se identificaron las ruedas de cada remolque, donde  $w_{11}$  y  $w_{21}$  pertenecen al remolque 1; luego,  $w_{1n}$  y  $w_{2n}$  corresponden a las ruedas del remolque  $n$ . En el caso del tractor, el orden en la numeración de las ruedas se muestra en la Figura 2.

Por otra parte, cabe destacar que si el robot y los remolques transitan por una superficie inclinada, sus sistemas de referencia locales tendrán una inclinación respecto al plano horizontal, definida por los ángulos de navegación *roll* ( $\alpha_i$ ) y *pitch* ( $\phi_i$ ), donde  $i$  corresponde a 0 para el tractor y desde 1 a  $n$  para los remolques. Con base en esta nomenclatura, se puede definir adicionalmente el vector de peso para el tractor y los remolques utilizando a (1). Dicho vector está localizado en el centro de gravedad (CoG) de cada elemento.

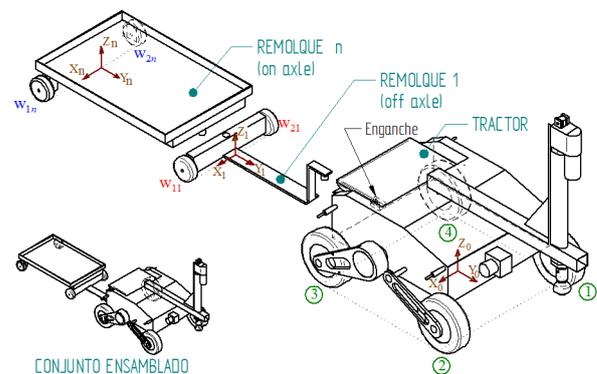


Figura 2: Representación de Lázaró con remolques y sistemas de referencia

A partir de esto, se definirán las ecuaciones para las fuerzas de reacción en el tractor y remolques, considerando el último remolque del tipo *on axle* mientras que el remolque intermedio se consideró *off axle*; a pesar de esta limitación, es sencillo deducir las reacciones para otras combinaciones de

remolques utilizando la formulaciones de mecánica estática, tal como se describe para este caso. Finalmente, considerando que se estudiarán dos tipos de articulaciones diferentes (esféricas y cilíndricas) se hace necesario separar el cálculo de las reacciones por cada articulación.

$$\vec{W}_i = \begin{bmatrix} W_{x_i} \\ W_{y_i} \\ W_{z_i} \end{bmatrix} = W_i \begin{bmatrix} \cos \phi_i \sin \alpha_i \\ -\sin \phi_i \\ \cos \phi_i \cos \alpha_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

### 3.1. Fuerzas de reacción en remolques con enganche esférico

Una articulación de tipo esférica o de bola posee tres grados de libertad rotacionales sin transmisión de momentos, lo cual permite a cada uno de los cuerpos de la cadena cinemática tener una orientación propia. Para el análisis y deducción de cargas del tractor y remolques acoplados, se comenzó analizando el remolque final  $n$ . La Figura 3 muestra todas las componentes de carga en dicho remolque definidas con base en su sistema de referencia  $X_n Y_n Z_n$ . Cabe destacar que las componentes longitudinales de las reacciones en las ruedas (dirección  $y$ ) fueron despreciadas ya que los remolques por ser elementos guiados, sometidos a rodadura pura y considerando poca deformación en las ruedas, poseen reacciones longitudinales en las ruedas con una magnitud muy pequeña, las cuales pueden ser omitidas.

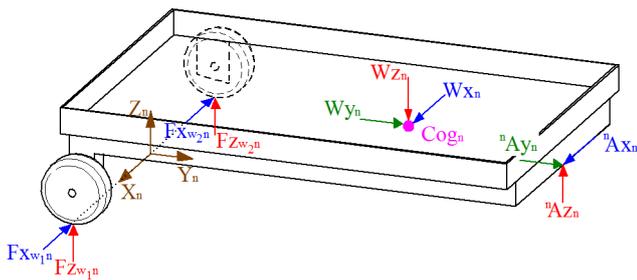


Figura 3: Último remolque con enganche esférico

En primer lugar, utilizando una sumatoria de momentos en la articulación ( $\sum \vec{M}_{A_n} = 0$ ) y sumatoria de fuerzas considerando el equilibrio estático ( $\sum \vec{F} = 0$ ), se encontró a (2) que define las componentes de la fuerza  ${}^n \vec{A}_n$  que actúa en la articulación  $n$ ; cabe resaltar que el superíndice a la izquierda en la expresión  ${}^n A_n$ , indica el sistema de referencia desde el cual están definidas dichas componentes. Las variables geométricas utilizadas en (2) y en las ecuaciones sucesivas, se definen en el Apéndice A.

$${}^n \vec{A}_n = \begin{bmatrix} {}^n A_{x_n} \\ {}^n A_{y_n} \\ {}^n A_{z_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X_{Cog_n} W_{y_n} - Y_{Cog_n} W_{x_n}}{Y_{A_n}} \\ -W_{y_n} \\ \frac{Y_{Cog_n} W_{z_n} + (Z_{Cog_n} - Z_{A_n}) W_{y_n}}{Y_{A_n}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Asimismo, se encontraron las fuerzas de reacción en las ruedas. Las componentes en dirección  $Z_n$  se obtienen a través de (3) y (4). Por otra parte, las componentes en dirección  $X_n$

no pueden determinarse de manera individual, por tanto, en (5) se presenta la suma de las componentes en ambas ruedas.

$$F_{z_{w1}^n} = \frac{\left(\frac{X_{t_n} + X_{Cog_n}}{2}\right) W_{z_n} + Z_{Cog_n} W_{x_n} + Z_{A_n} {}^n A_{x_n} - \frac{X_{t_n}}{2} {}^n A_{z_n}}{X_{t_n}} \quad (3)$$

$$F_{z_{w2}^n} = \frac{\left(\frac{X_{t_n} - X_{Cog_n}}{2}\right) W_{z_n} - Z_{Cog_n} W_{x_n} - Z_{A_n} {}^n A_{x_n} - \frac{1}{2} X_{t_n} {}^n A_{z_n}}{X_{t_n}} \quad (4)$$

$$F_{x_{w1}^n} + F_{x_{w2}^n} = \frac{W_{x_n} (Y_{A_n} - Y_{Cog_n}) + W_{y_n} X_{Cog_n}}{Y_{A_n}} \quad (5)$$

Una vez analizado el último remolque, se hace un proceso análogo para los remolques intermedios  $i$  (en este caso, un único remolque *off axle*) desde  $n-1$  hasta  $1$ . Pero, en cada remolque  $i$  es necesario adicionar las reacciones del enganche  $A_{i+1}$  provenientes del remolque siguiente  $i+1$  (Figura 4). Dichas reacciones deben ser transformadas desde el sistema de referencia  $i+1$  al sistema  $i$ ; esta operación se realiza a través de (6), donde  ${}^i R_{i+1}$  es la matriz de rotación del sistema  $i+1$  respecto al sistema  $i$  mostrada en (7), además,  $\theta^* = \theta_i - \theta_{i+1}$ ,  $\phi^* = \phi_i - \phi_{i+1}$  y  $\alpha^* = \alpha_i - \alpha_{i+1}$  siendo  $\theta^*$ ,  $\phi^*$  y  $\alpha^*$  los ángulos relativos entre los sistemas  $i$  e  $i+1$ , específicamente en los ejes  $Z$ ,  $X$  e  $Y$  respectivamente.

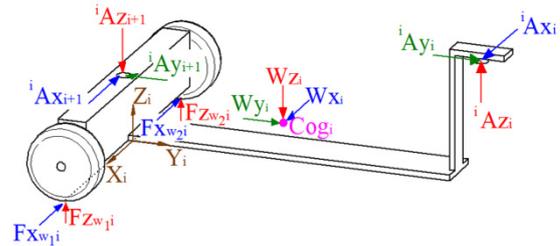


Figura 4: Remolque intermedio con enganche esférico

$${}^i A_{i+1} = \begin{bmatrix} {}^i A_{x_{i+1}} \\ {}^i A_{y_{i+1}} \\ {}^i A_{z_{i+1}} \end{bmatrix} = {}^i R_{i+1} {}^{i+1} A_{i+1} \quad (6)$$

$${}^i R_{i+1} = \begin{bmatrix} C\theta^* C\phi^* & -S\phi^* C\alpha^* + C\phi^* S\theta^* S\alpha^* & S\phi^* S\alpha^* + C\phi^* S\theta^* C\alpha^* \\ S\phi^* C\theta^* & C\phi^* C\alpha^* + S\phi^* S\theta^* S\alpha^* & -C\phi^* S\alpha^* + S\phi^* S\theta^* C\alpha^* \\ -S\theta^* & C\theta^* S\alpha^* & C\theta^* C\alpha^* \end{bmatrix} \quad (7)$$

Una vez definidas las reacciones en la articulación  $A_{i+1}$ , se pueden definir las reacciones en la articulación  $A_i$  utilizando la formulación de mecánica estática ( $\sum \vec{M}_{A_i} = 0$  y  $\sum \vec{F} = 0$ ) para el remolque  $i$ , de acuerdo al diagrama de fuerzas mostrado en la Figura 4. Las reacciones en la articulación  $A_i$  quedan expresadas en (8). Posteriormente se pueden encontrar las reacciones en las ruedas, cuyas componentes en  $Z_i$  quedan definidas por (9) y (10), mientras que las componentes horizontales en dirección  $X_i$ , no se pueden determinar individualmente, pero se presentan la sumatoria de estas componentes a través de (11).

$${}^i\vec{A}_i = \begin{bmatrix} {}^iA_{x_i} \\ {}^iA_{y_i} \\ {}^iA_{z_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X_{Cog_i}W_{y_i} - Y_{Cog_i}W_{x_i}}{Y_{A_i}} \\ {}^iA_{y_{i+1}} - W_{y_i} \\ \frac{(Z_{A_i} - Z_{A_{i+1}}) {}^iA_{y_{i+1}} + Y_{Cog_i}W_{z_i} + (Z_{Cog_i} - Z_{A_i})W_{y_i}}{Y_{A_i}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$F_{z_{w_1i}} = \frac{-Z_{A_{i+1}} {}^iA_{x_{i+1}} + \frac{X_{t_i}}{2} {}^iA_{z_{i+1}} + Z_{Cog_i}W_{x_i} + \left(\frac{X_{t_i}}{2} + X_{Cog_i}\right)W_{z_i} + Z_{A_i} {}^iA_{x_i} - \frac{X_{t_i}}{2} {}^iA_{z_i}}{X_{t_i}} \quad (9)$$

$$F_{z_{w_2i}} = \frac{Z_{A_{i+1}} {}^iA_{x_{i+1}} + \frac{X_{t_i}}{2} {}^iA_{z_{i+1}} - Z_{Cog_i}W_{x_i} + \left(\frac{X_{t_i}}{2} - X_{Cog_i}\right)W_{z_i} - Z_{A_i} {}^iA_{x_i} - \frac{X_{t_i}}{2} {}^iA_{z_i}}{X_{t_i}} \quad (10)$$

$$F_{x_{w_1i}} + F_{x_{w_2i}} = \frac{W_{x_i}(Y_{A_i} - Y_{Cog_i}) + W_{y_i}X_{Cog_i} - {}^iA_{x_{i+1}}Y_{A_i}}{Y_{A_i}} \quad (11)$$

Finalmente, también se determinaron las fuerzas de reacción en el tractor. En este caso, si se incluyeron las fuerzas en dirección  $Y_0$  (Figura 5), ya que por ser el robot el elemento impulsor, se generan en esta dirección las fuerzas tractivas y de fricción que permiten el avance del robot. En el caso de la dirección  $Z_0$  se determinaron las fuerzas de reacción para cada eje de vuelco del robot. Un eje de vuelco es la línea imaginaria que une dos puntos de contacto consecutivos de las ruedas con el suelo; por tanto, la fuerza de reacción en un eje de vuelco corresponde a la suma de las fuerzas de reacción de las ruedas que forman parte de dicho eje (Figura 5); no se consideró en este trabajo la aparición del quinto punto de contacto provisto por el efector final del brazo tocando al suelo y ejerciendo una fuerza sobre este.

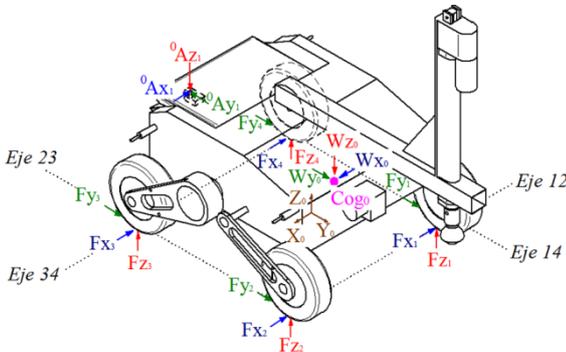


Figura 5: Robot Lázaro con enganche esférico para remolques

Para determinar las fuerzas de reacción en los ejes de vuelco es necesario definir en primer lugar, la posición del  $CoG$  en el tractor, la cual es variable puesto que Lázaro posee un brazo acoplado. Dicha posición está determinada por (12) siendo  $\theta_{b1}$  y  $d_2$  las variables articulares del brazo mientras que  $a, b, c, d$  y  $r$  son constantes definidas experimentalmente para el robot (sin remolques). Adicionalmente, se deben tomar en consideración las fuerzas transmitidas desde el enganche que une el tractor con el remolque  $l$ . Dichas cargas deben ser transformadas al sistema  $X_0Y_0Z_0$  a partir de las cargas en el enganche ya conocidas y representadas en el sistema  $X_1Y_1Z_1$ . Esta operación se lleva a cabo utilizando a (6) sabiendo que para el tractor  $i = 0$ . A partir de esta información, se obtuvieron las fuerzas de reacción en los ejes

de vuelco, las cuales se muestran en (13) donde  $F_{14} = F_{1z} + F_{Az}$ ; esta nomenclatura se repite para las reacciones en los demás ejes de vuelco.

$$\begin{bmatrix} X_{Cog_0} \\ Y_{Cog_0} \\ Z_{Cog_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a + r \cos \theta_{b1} \\ b + r \sin \theta_{b1} \\ c d_2 + d \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$F_{14} = \frac{\left(\frac{X_{t_i}}{2} - X_{Cog_i}\right)W_{z_i} - Z_{Cog_i}W_{x_i} + Z_{A_{i+1}} {}^iA_{x_{i+1}} + \frac{X_{t_i}}{2} {}^iA_{z_{i+1}}}{X_{t_i}}$$

$$F_{23} = \frac{\left(\frac{X_{t_i}}{2} + X_{Cog_i}\right)W_{z_i} + Z_{Cog_i}W_{x_i} - Z_{A_{i+1}} {}^iA_{x_{i+1}} + \frac{X_{t_i}}{2} {}^iA_{z_{i+1}}}{X_{t_i}} \quad (13)$$

$$F_{12} = \frac{-Z_{A_{i+1}} {}^iA_{y_{i+1}} + Z_{Cog_i}W_{y_i} + \left(Y_{Cog_i} + \frac{Y_{t_0}}{2}\right)W_{z_i} - \left(Y_{A_{i+1}} - \frac{Y_{t_0}}{2}\right) {}^iA_{z_{i+1}}}{Y_{t_0}}$$

$$F_{34} = \frac{Z_{A_{i+1}} {}^iA_{y_{i+1}} - Z_{Cog_i}W_{y_i} + \left(\frac{Y_{t_0}}{2} - Y_{Cog_i}\right)W_{z_i} + \left(Y_{A_{i+1}} + \frac{Y_{t_0}}{2}\right) {}^iA_{z_{i+1}}}{Y_{t_0}}$$

### 3.2. Fuerzas de reacción en sistemas con enganche cilíndrico

En este caso se definió el modelo utilizando una articulación cilíndrica ideal, la cual permite únicamente un movimiento rotacional alrededor de un eje de giro común ( $Z_i$ ) y un movimiento de traslación a lo largo dicho eje. Al igual que con el caso de la articulación esférica, el análisis de cargas inició por el remolque final  $n$ ; luego, utilizando el procedimiento ya descrito se definieron las componentes de la fuerza  ${}^n\vec{A}_n$  que actúa en articulación  $A_n$  a través de (14). Adicionalmente, se determinó el vector de torques en la articulación  ${}^n\vec{T}_{A_n}$  por medio de (15), sabiendo que la componente en  $Z_n = 0$  (Figura 6). Luego, las fuerzas de reacción en las ruedas del remolque también fueron calculadas y mostradas en (16) y (17).

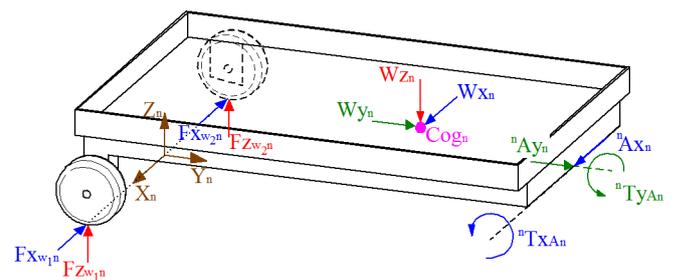


Figura 6: Último remolque con enganche cilíndrico

$${}^n\vec{A}_n = \begin{bmatrix} {}^nA_{x_n} \\ {}^nA_{y_n} \\ {}^nA_{z_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Cog_n}W_{y_n} - Y_{Cog_n}W_{x_n} \\ Y_{A_n} \\ -W_{y_n} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$${}^n\vec{T}_{A_n} = \begin{bmatrix} {}^nT_{x A_n} \\ {}^nT_{y A_n} \\ {}^nT_{z A_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Z_{Cog_n} - Z_{A_n})W_{y_n} + Y_{Cog_n}W_{z_n} \\ {}^nT_{y A_n} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$F_{Z_{w_1n}} = \frac{\left(\frac{X_{t_n}}{2} + X_{Cog_n}\right)W_{z_n} + Z_{Cog_n}W_{x_n} + Z_{A_n}{}^nA_{x_n} + {}^nT_{y A_n}}{X_{t_n}} \quad (16)$$

$$F_{Z_{w_2n}} = \frac{\left(\frac{X_{t_n}}{2} - X_{Cog_n}\right)W_{z_n} - Z_{Cog_n}W_{x_n} - Z_{A_n}{}^nA_{x_n} - {}^nT_{y A_n}}{X_{t_n}} \quad (17)$$

Para el análisis de los remolques intermedios  $i$  (desde  $n-1$  hasta  $1$ ), es necesario adicionar las reacciones del enganche  $A_{i+1}$  provenientes del remolque siguiente  $i+1$  (Figura 7). Dichas reacciones deben ser transformadas desde el sistema de referencia  $i+1$  al sistema  $i$ ; esta operación se realiza a través de (6) para las fuerzas y (18) para los torques, sabiendo que en este caso  ${}^iR_{i+1}$  queda definida a través de (19). Una vez realizado este procedimiento, es posible determinar: las reacciones en la articulación  $A_i$  a través de (20), el vector de torques  ${}^i\vec{T}_{A_i}$  en dicha articulación por medio de (21) y las fuerzas de reacción en las ruedas, utilizando a (22) y (23).

$${}^i\vec{T}_{A_{i+1}} = {}^iR_{i+1} {}^{i+1}\vec{T}_{A_{i+1}} \quad (18)$$

$${}^iR_{i+1} = \begin{bmatrix} C\theta^* & -S\theta^* & 0 \\ S\theta^* & C\theta^* & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$${}^i\vec{A}_i = \begin{bmatrix} {}^iA_{x_i} \\ {}^iA_{y_i} \\ {}^iA_{z_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Cog_i}W_{y_i} - Y_{Cog_i}W_{x_i} \\ Y_{A_i} \\ {}^iA_{y_{i+1}} - W_{y_i} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

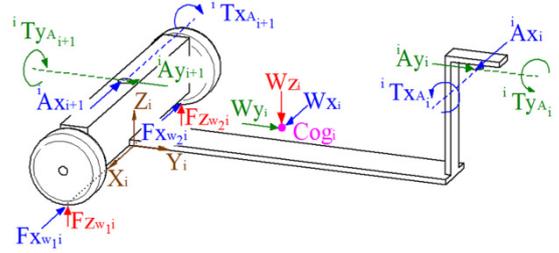


Figura 7: Remolque intermedio con enganche cilíndrico

Nuevamente, se determinaron las fuerzas de reacción en los ejes de vuelco del tractor. Se tomaron en consideración las cargas y torques provenientes de la articulación  $A_1$  (Figura 8), que debían ser transformados al sistema  $X_0Y_0Z_0$  por medio de (6) y (18). Con esta información, se definieron las ecuaciones para el cálculo de estas fuerzas en los ejes de vuelco, las cuales se muestran en (24).

$${}^i\vec{T}_{A_i} = \begin{bmatrix} {}^iT_{x A_i} \\ {}^iT_{y A_i} \\ {}^iT_{z A_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Z_{A_i} - Z_{A_{i+1}}) {}^iA_{y_{i+1}} + Y_{Cog_i}W_{z_i} + (Z_{Cog_i} - Z_{A_i})W_{y_i} - {}^iT_{x A_{i+1}} \\ {}^iT_{y A_i} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$F_{Z_{w_1i}} = \frac{-Z_{A_{i+1}} {}^iA_{x_{i+1}} + Z_{Cog_i}W_{x_i} + \left(\frac{X_{t_i}}{2} + X_{Cog_i}\right)W_{z_i} + Z_{A_i} {}^iA_{x_i} - {}^iT_{y A_{i+1}} + {}^iT_{y A_i}}{X_{t_i}} \quad (22)$$

$$F_{Z_{w_2i}} = \frac{Z_{A_{i+1}} {}^iA_{x_{i+1}} - Z_{Cog_i}W_{x_i} + \left(\frac{X_{t_i}}{2} - X_{Cog_i}\right)W_{z_i} - Z_{A_i} {}^iA_{x_i} + {}^iT_{y A_{i+1}} - {}^iT_{y A_i}}{X_{t_i}} \quad (23)$$

$$F_{14} = \frac{\left(\frac{X_{t_1}}{2} - X_{Cog_1}\right)W_{z_1} - Z_{Cog_1}W_{x_1} + Z_{A_1} {}^1A_{x_1} + {}^1T_{y A_1}}{X_{t_1}}$$

$$F_{23} = \frac{\left(\frac{X_{t_1}}{2} + X_{Cog_1}\right)W_{z_1} + Z_{Cog_1}W_{x_1} - Z_{A_1} {}^1A_{x_1} - {}^1T_{y A_1}}{X_{t_1}} \quad (24)$$

$$F_{12} = \frac{-Z_{A_1} {}^1A_{y_1} + Z_{Cog_1}W_{y_1} + \left(Y_{Cog_1} + \frac{Y_{t_0}}{2}\right)W_{z_1} + {}^1T_{x A_1}}{Y_{t_0}}$$

$$F_{34} = \frac{Z_{A_1} {}^1A_{y_1} - Z_{Cog_1}W_{y_1} + \left(\frac{Y_{t_0}}{2} - Y_{Cog_1}\right)W_{z_1} - {}^1T_{x A_1}}{Y_{t_0}}$$

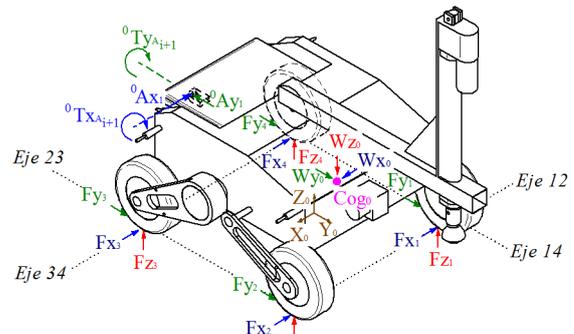


Figura 8: Robot Lázaro con enganche cilíndrico para remolques

### 3.3. Índice de estabilidad al vuelco

Esta métrica permite estimar el momento cuando el robot o los remolques, experimentan el fenómeno del vuelco de forma inminente. En este estudio, se utiliza la magnitud de las fuerzas de reacción de las ruedas con el terreno para definir este índice sabiendo que, cuando las fuerzas de reacción en un eje de vuelco del robot se hacen cero, este experimenta un fenómeno de vuelco inminente. Por lo tanto, una buena estimación de la estabilidad está en cuantificar la magnitud de las fuerzas de reacción en los cuatro ejes de vuelco y seleccionar la mínima fuerza. Estas fueron definidas a través de (13) para remolques acoplados utilizando articulaciones esféricas, y por medio de (24) para enganches cilíndricos.

Sin embargo, es apropiado realizar un ajuste para alcanzar la normalización del índice, la cual se logra al dividir la mínima fuerza de reacción en un eje de vuelco entre la correspondiente cuando el robot está en la situación de máxima estabilidad, que ocurre cuando este se posiciona sobre suelo horizontal ( $\alpha_0 = \phi_0 = 0^\circ$ ). Una vez normalizado, el índice podrá alcanzar valores entre 0 (vuelco inminente) y 1 (estabilidad máxima). Cuantitativamente, el índice para un robot con remolques acoplados se define a través de (25).

$$I_{t_0} = \frac{\min(F_{14}, F_{23}, F_{12}, F_{34})}{[\min(F_{14}, F_{23}, F_{12}, F_{34})]_{\alpha=\phi=0^\circ}} \quad (25)$$

Cabe destacar que en (25) se incluyeron las fuerzas en los cuatro ejes de vuelco, a diferencia de otros investigadores que suponen solo el riesgo de vuelco lateral en el robot (Ejes 14 y 23, ver Figura 8). En este caso, se considera oportuno incluir los cuatro ejes de vuelco principalmente en el caso del robot con remolques acoplados usando enganches esféricos ya que, aunque es poco probable un vuelco completo en dirección frontal o posterior, si es posible un estado de inestabilidad donde las ruedas de estos ejes (12 y 34) pierdan contacto con el suelo quedando el robot en una posición irregular que dificulta la tracción por la pérdida del agarre con el suelo.

Por otra parte, cabe recordar que la articulación de tipo esférica permite la orientación relativa entre los cuerpos de la cadena cinemática; por tanto, cada remolque puede experimentar el vuelco de forma independiente a los demás. Esto se hace evidente cuando la fuerza de reacción de una rueda del remolque con el suelo se hace cero. A partir de este principio se definió el índice de estabilidad normalizado para los remolques: (26) lo define para el último remolque, mientras que (27) lo hace para los remolques intermedios.

$$I_{t_n} = \frac{\min(F_{z_{w_1n}}, F_{z_{w_2n}})}{[\min(F_{z_{w_1n}}, F_{z_{w_2n}})]_{\alpha=\phi=0^\circ}} \quad (26)$$

$$I_{t_i} = \frac{\min(F_{z_{w_1i}}, F_{z_{w_2i}})}{[\min(F_{z_{w_1i}}, F_{z_{w_2i}})]_{\alpha=\phi=0^\circ}} \quad (27)$$

Finalmente, en el caso del enganche cilíndrico, aparecen las restricciones relacionadas con el tipo de articulación que no permiten el vuelco individual de cada componente de la cadena; entonces, no es necesario evaluar la posibilidad de

vuelco para cada remolque; solo evaluando el índice de estabilidad del tractor por medio de (25), es suficiente para estimar el vuelco de la cadena de remolques.

### 3.4. Índice de direccionamiento

Esta métrica permite estimar la capacidad que tiene el robot para alterar su orientación de acuerdo con una trayectoria previamente definida. Al respecto cabe destacar que las fuerzas de reacción en el robot también pueden emplearse en este caso (Meghdari *et al.*, 2005), ya que al tratarse de un robot *Skid Steer*, el direccionamiento será posible siempre y cuando exista fricción en las ruedas a causa del contacto de las mismas con el terreno.

Cuantitativamente, este índice se define como el mínimo valor entre sumatorias de las fuerzas que actúan sobre los ejes de vuelco laterales del robot (Ejes 14 y 23, ver Figura 8), dividido entre el valor mínimo que pueden tener dichas reacciones cuando el robot se encuentra en su posición más estable, es decir, sobre un plano horizontal (28).

$$I_{s_0} = \frac{\min(F_{14}, F_{23})}{[\min(F_{14}, F_{23})]_{\alpha=\phi=0^\circ}} \quad (28)$$

En investigaciones previas se ha estudiado la validez de esta métrica para robots *Skid Steer* y se ha encontrado que la respuesta al direccionamiento no se ve afectada cuando  $I_s > 0.5$ , mientras que para magnitudes más bajas ocurre una rápida degradación en la capacidad de direccionamiento (García *et al.*, 2017a). Por otra parte, en el caso de los remolques, al ser cuerpos o agentes pasivos que son traccionados, no poseen un direccionamiento más allá que seguir la trayectoria descrita por el robot tractor, por lo tanto, no es válido estimar su capacidad de direccionamiento.

## 4. Análisis de deslizamiento

El fenómeno del deslizamiento en un vehículo con ruedas en movimiento ocurre cuando la fuerza de fricción ( $F_r$ ) a la cual están sometidos todos los puntos de contacto de las ruedas con el terreno supera al producto de la reacción normal ( $F_z$ ) por el coeficiente de fricción estático ( $\mu_s$ ), es decir, cuando se rompe la relación  $F_r \leq \mu_s F_z$ . A partir de este instante, se inicia un deslizamiento total que puede alterar de forma drástica la orientación del cuerpo, impidiendo que se siga una trayectoria preestablecida.

Por otra parte, cuando se limita el libre movimiento de los cuerpos debido a la existencia de articulaciones que los ligan a otros cuerpos dentro de una cadena cinemática, se generan factores que pueden alterar la condición de deslizamiento individual, produciéndose distintos casos de deslizamiento según sea la cantidad, peso y tipo de cuerpos conectados. A continuación se describe un estudio hecho para remolques y tractor, que concluyen con la generación de una métrica para estimar la propensión al deslizamiento total en el tractor o los remolques cuando se desplazan sobre terrenos inclinados.

### 4.1. Deslizamiento transversal en los remolques

En este estudio se evalúa el efecto del deslizamiento en remolques principalmente en dirección transversal donde

estos pueden cambiar su orientación en dirección *yaw* de manera abrupta respecto al tractor, producto del deslizamiento. Por otra parte, no se estudia el deslizamiento en dirección longitudinal, ya que en este trabajo se asume que los remolques son más livianos que el tractor, por lo que el deslizamiento en esta dirección depende del desempeño propio del robot, que puede retenerlos o propiciar un deslizamiento prematuro de los remolques que son halados por el tractor.

Cuando se evalúa la fricción en una rueda, se considera que no existe deslizamiento transversal mientras que  $F_x \leq \mu_s F_z$  siendo  $F_x$  la fuerza de reacción en dirección transversal (Figura 7) y asumiendo  $F_y = 0$ . Ahora, considerando un remolque con múltiples ruedas, no existe deslizamiento transversal mientras se cumpla la condición dada por (29). Si este principio se aplica al remolque  $n$  con enganche esférico, donde la  $\sum F_x$  se obtiene de (5) y la  $\sum F_z$  se puede deducir a partir de (3) y (4), la condición límite de deslizamiento (29) fue redefinida para obtener a (30).

$$\sum F_x \leq \mu_s \sum F_z \quad (29)$$

$$\frac{W_{x_n}(Y_{A_n} - Y_{Cogn_n}) + W_{y_n}X_{Cogn_n}}{Y_{A_n}} \leq \mu_s (W_{z_n} - {}^n A_{z_n}) \quad (30)$$

A partir de esta condición, se diseñó un índice de deslizamiento normalizado (31) para el remolque  $n$  cuya magnitud varía entre 0 y 1: si tiende a 0 se produce el deslizamiento total en dirección transversal. Luego, para el caso de la articulación cilíndrica se puede utilizar a (31) considerando a  ${}^n A_{z_n} = 0$ .

$$I_{d_n} = \frac{|\mu_s(W_{z_n} - {}^n A_{z_n})| - \left| \frac{W_{x_n}(Y_{A_n} - Y_{Cogn_n}) + W_{y_n}X_{Cogn_n}}{Y_{A_n}} \right|}{|\mu_s(W_{z_n} - {}^n A_{z_n})|} \quad (31)$$

Por otra parte, la condición límite de deslizamiento dada por (29), fue redefinida para un remolque intermedio  $i$ . En este caso, la  $\sum F_x$  se obtiene de (11) y la  $\sum F_z$  se puede deducir por medio de (9) y (10) obteniéndose a (32). A partir de esta, se diseñó el índice de deslizamiento normalizado para remolques intermedios dado por (33). Finalmente, en el caso de remolques con articulación cilíndrica, se puede utilizar la misma ecuación pero considerando que  ${}^i A_{z_i} = {}^i A_{z_{i+1}} = 0$ .

$$\frac{W_{x_i}(Y_{A_i} - Y_{Cogn_i}) + W_{y_i}X_{Cogn_i} - {}^i A_{x_{i+1}}Y_{A_i}}{Y_{A_i}} \leq \mu_s (W_{z_i} + {}^i A_{z_{i+1}} - {}^i A_{z_i}) \quad (32)$$

$$I_{d_i} = \frac{|\mu_s(W_{z_i} + {}^i A_{z_{i+1}} - {}^i A_{z_i})| - \left| \frac{W_{x_i}(Y_{A_i} - Y_{Cogn_i}) + W_{y_i}X_{Cogn_i} - {}^i A_{x_{i+1}}Y_{A_i}}{Y_{A_i}} \right|}{|\mu_s(W_{z_i} + {}^i A_{z_{i+1}} - {}^i A_{z_i})|} \quad (33)$$

## 4.2. Deslizamiento total en el tractor

En trabajos previos, se definió un índice de deslizamiento solo para el robot (García *et al.*, 2017b); Ahora, este índice fue redefinido para incluir el efecto de los remolques sobre el robot. Cuando el tractor transita sobre un terreno inclinado plano a bajas velocidades y considerando un  $\mu_s$  único en

dirección longitudinal y transversal (Song *et al.*, 2018), la condición límite de deslizamiento para una rueda  $F_r \leq \mu_s F_z$  se cumple sabiendo que  $F_r = (F_x^2 + F_y^2)^{1/2}$  ( $F_y \neq 0$  debido a la tracción en las ruedas). Ahora, considerando que todas las ruedas están contenidas en el plano  $X_0Y_0$  y que debido a la inclinación, las fuerzas de fricción en las ruedas tendrán aproximadamente la misma dirección, se puede utilizar un sistema equivalente para unificar la fricción de todas las ruedas como una única fuerza, con una condición límite de deslizamiento definida por (34), la cual puede ser reescrita para obtener a (35).

$$\sum F_r \leq \mu_s \sum F_z \quad (34)$$

$$\sqrt{\sum F_x^2 + \sum F_y^2} \leq \mu_s \sum F_z \quad (35)$$

Ahora, aplicando las ecuaciones de mecánica estática sobre el tractor con enganche esférico (Figura 5), es fácil demostrar que:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= W_{x_0} - {}^0 A_{x_1} \\ \sum F_y &= {}^0 A_{y_1} - W_{y_0} \\ \sum F_z &= W_{z_0} + {}^0 A_{z_1} \end{aligned} \quad (36)$$

Luego, si se sustituye (36) en (35), se puede reescribir la condición límite de deslizamiento para obtener a (37). A partir de esta, se definió el índice de deslizamiento normalizado mostrado en (38). En el caso de tractores con enganches cilíndricos se puede utilizar a (38) considerando a  ${}^0 A_{z_1} = 0$ .

$$\sqrt{(W_{x_0} - {}^0 A_{x_1})^2 + ({}^0 A_{y_1} - W_{y_0})^2} \leq \mu_s (W_{z_0} + {}^0 A_{z_1}) \quad (37)$$

$$I_{d_0} = \frac{|\mu_s(W_{z_0} + {}^0 A_{z_1})| - \sqrt{(W_{x_0} - {}^0 A_{x_1})^2 + ({}^0 A_{y_1} - W_{y_0})^2}}{|\mu_s(W_{z_0} + {}^0 A_{z_1})|} \quad (38)$$

El uso de este índice está limitado a entornos ya estudiados donde se conozca la magnitud de  $\mu_s$  para las ruedas del tractor y los remolques; aunque esta constante está plenamente definida para muchas combinaciones comunes como ruedas de goma sobre suelos de concreto; pero, también puede ser determinado experimentalmente de manera sencilla (Pérez *et al.*, 2010).

## 5. Validación de los índices de navegabilidad propuestos

Se realizaron un conjunto de simulaciones con el software MSC ADAMS donde el modelo del robot Lázaro se desplazaba sobre diferentes entornos mientras llevaba acoplados dos remolques con enganches esféricos o cilíndricos. Los resultados se muestran a continuación.

### 5.1. Validación de las ecuaciones propuestas

Las simulaciones realizadas en este caso, tuvieron como propósito determinar la exactitud de los modelos propuestos tanto para las fuerzas de reacción como para los índices propuestos. Para el caso del robot acoplado con remolques a

través de articulaciones esféricas se colocó el robot a subir y bajar la plataforma irregular mostrada en la Figura 9a. En el caso del robot acoplado con articulaciones cilíndricas, el robot se desplazó siguiendo una trayectoria circular sobre el plano inclinado mostrado en la Figura 9b.

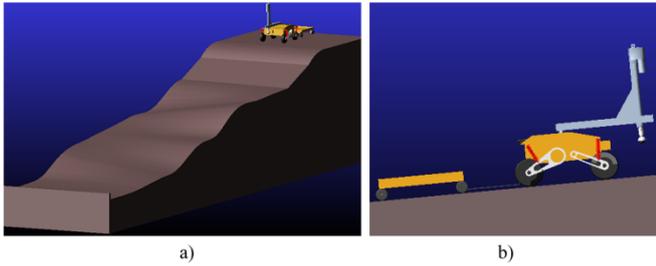


Figura 9: Plataformas de prueba en MSC. ADAMS. Remolques con enganche: a) esférico; b) cilíndrico

La Figura 10 muestra las fuerzas de reacción en las ruedas del robot y de los remolques durante la prueba de ascenso sobre la pista mostrada en la Figura 9a. Asimismo, la Figura 11a muestra los índices de navegabilidad para la misma prueba. A partir de esta experiencia y otras registradas, se observó que el modelo tiene un buen grado de precisión puesto que el error porcentual absoluto medio (MAPE) es menor a 7% en todos los casos, lo cual ratifica la validez del modelo, ya un valor porcentual menor a 10% corresponde a una validación de alta precisión (Lewis, 1982).

Por otra parte, se debe analizar por separado el caso de los remolques con enganche cilíndrico (Figura 9b). Al deducir las ecuaciones para el cálculo de las reacciones en las ruedas, fuerzas y torques en las articulaciones, se encontró que estos elementos (remolques y robot) son sistemas hiperestáticos y no es posible determinar a través de ecuaciones, los momentos sobre las articulaciones en dirección  $Y_n$  y  $Y_i$  ( ${}^nT_{y A_n}$ ,  ${}^iT_{y A_i}$ ) utilizados en (15) y (21). Pero, se puede considerar que antes de un proceso de vuelco, si los remolques están sobre una superficie plana y se consideran indeformables las ruedas y otras partes de los remolques, dichos momentos pueden aproximarse a cero.

Ahora, al hacer las simulaciones en el software MSC. ADAMS, los contactos de las ruedas con el suelo fueron modelados utilizando la función IMPACT que toma en consideración una profundidad de penetración durante el contacto. Esta característica del software genera un desequilibrio geométrico en los remolques (una rueda puede ser milimétricamente más alta que la otra) propiciando la aparición de los momentos  ${}^nT_{y A_n}$  y  ${}^iT_{y A_i} \neq 0$ . Por ello, en la Figura 11b, se muestran tres curvas de los índices de navegabilidad para el tractor: los resultados de la simulación (rojo), el modelo considerando  ${}^nT_{y A_n} = {}^iT_{y A_i} = 0$  (verde) y nuevamente el modelo considerando  ${}^nT_{y A_n} \neq {}^iT_{y A_i} \neq 0$  (azul) obtenidos a partir de la misma simulación. Se observa que, a pesar de existir una diferencia entre los resultados del modelo teórico considerando  ${}^nT_{y A_n} = {}^iT_{y A_i} = 0$ , y los resultados de la simulación, el MAPE máximo obtenido en este caso está alrededor del 10% lo que implica que, a pesar de la consideración asumida, el modelo todavía es de buen pronóstico. De acuerdo con esto, es conveniente utilizar estos índices de manera conservadora, sabiendo que puede existir

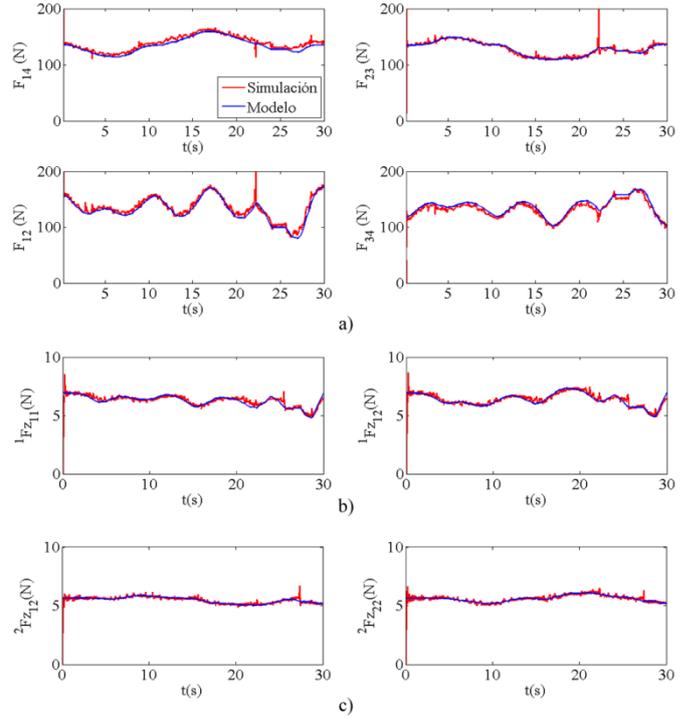


Figura 10: Fuerzas de reacción: a) Robot; b) 1er remolque; c) 2do remolque

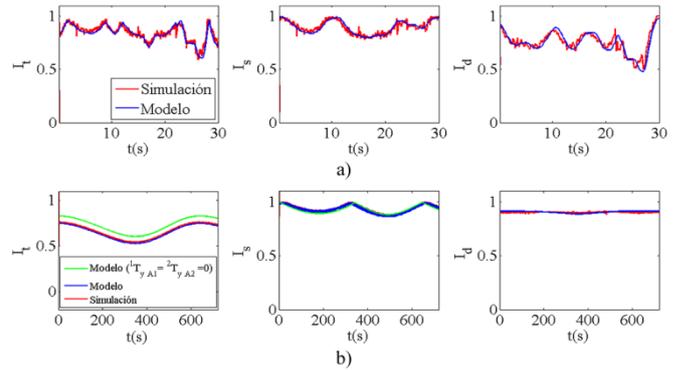


Figura 11: Índices de estabilidad ( $I_t$ ), direccionamiento ( $I_s$ ) y deslizamiento ( $I_d$ ) para Lázaro halando remolques con enganche: a) esférico; b) cilíndrico

un margen de error en su obtención, por lo que se podría considerar un umbral mínimo de 0.1 en estos índices durante la navegación del robot, para garantizar un desplazamiento sin fallos.

### 5.2. Efectividad del índice de estabilidad al vuelco

Para evaluar si el índice de estabilidad al vuelco es capaz de predecir el inicio de un fenómeno de vuelco, se hicieron un conjunto de experiencias a nivel de simulación, donde el robot se situó sobre un plano cuya inclinación se iba incrementando en dirección roll (Figura 12a). Para evitar el deslizamiento del robot antes que se produjera el vuelco, se modeló el contacto de todas las ruedas con el suelo, utilizando un elevado coeficiente de fricción estático.

Al realizar esta experiencia con remolques acoplados, ya sea con articulación esférica (Figura 12b) o cilíndrica (Figura 12c), se encontró que al incrementar la inclinación de la superficie,  $I_t$  (obtenido a través de las ecuaciones) disminuyó tanto en el robot como en los remolques hasta alcanzar la

magnitud de cero en el robot. En ese instante se evidenció el inicio del vuelco, ya que la fuerza de reacción  $F_{14}$  se hizo nula por el levantamiento de las ruedas 1 y 4 al momento del vuelco. También se evidenció que en el caso de los remolques con articulación esférica, el fenómeno se inició primero en el robot cuando  $\alpha_0 = 39^\circ$ , ya que este posee el centro de gravedad más alto que los remolques. En el sistema ensamblado con enganches cilíndricos, el fenómeno inició cuando  $\alpha_0 = 41^\circ$ , debido al vuelco simultáneo del robot con los remolques que ralentizó el inicio del fallo; cabe resaltar que en este caso,  $I_t$  predijo el inicio del vuelco aún cuando se consideró  ${}^2T_{yA_2} = {}^1T_{yA_1} = 0$ . Por último, no se hicieron pruebas con el robot real para garantizar su integridad física.

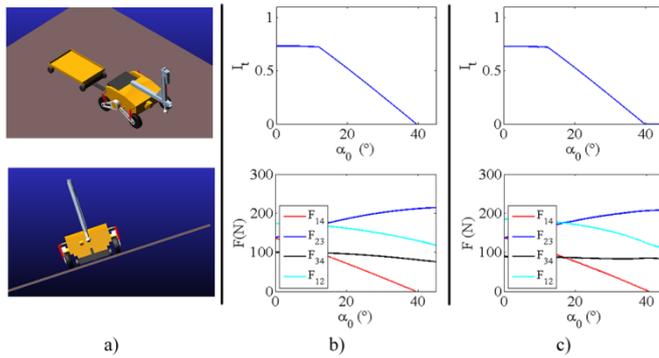


Figura 12: Resultados de simulaciones para evaluar el índice de estabilidad

### 5.3. Efectividad del índice de direccionamiento

En este caso se implementó una prueba que buscaba observar la capacidad del robot para seguir una trayectoria curva mientras su índice de direccionamiento fuese constante. Para lograrlo, se hizo uso del brazo del robot en contacto con el suelo y ubicado hacia un costado del tractor (Figura 13a) de manera que al contactar el suelo, se pudiesen modificar de manera controlada las fuerzas de reacción  $F_{14}$  y  $F_{23}$ . En este caso, dichas fuerzas se obtuvieron de la simulación para calcular índice de direccionamiento ( $I_s$ ) a partir de (28).

La Figura 13b muestra los resultados cuando el robot está acoplado a los remolques con enganches esféricos, mientras que la Figura 13c muestra los resultados para el caso de los enganches cilíndricos. En ambos se exhibe la velocidad angular del tractor ( $\omega$ ) al seguir una trayectoria curva vs.  $I_s$ . Se observa que la capacidad de direccionamiento del robot no se pierde mientras que  $I_s > 0.5$  aun cuando posee remolques acoplados (hay una disminución mínima de  $\omega$ ); por debajo de este valor, la capacidad de direccionamiento se degrada rápidamente ( $\omega$  disminuye) aun cuando las velocidades angulares de las ruedas permanecen constantes.

Por otra parte, se hicieron algunas pruebas reales con el robot siguiendo una trayectoria curva con los dos remolques, que se acoplan al robot con articulación cilíndrica, y sin ellos (Figura 14a). En este caso, se utilizó una superficie horizontal donde  $I_s \approx 1$  (Figura 14b) y se encontró que con o sin remolques el robot sigue la trayectoria curva solicitada; pero en el caso del robot con remolques, hay una mayor desviación de la posición final al completar una vuelta ( $\Delta_x = 90mm$ ) mientras que, el tractor sin remolques registró una desviación un poco menor ( $\Delta_x = 10mm$ ). Aunque ambas desviaciones

se consideran muy pequeñas respecto al radio de curvatura de la trayectoria solicitada, es predecible que exista una mayor desviación con remolques ya que, en este caso  $I_s$  es un poco menor (Figura 14b)

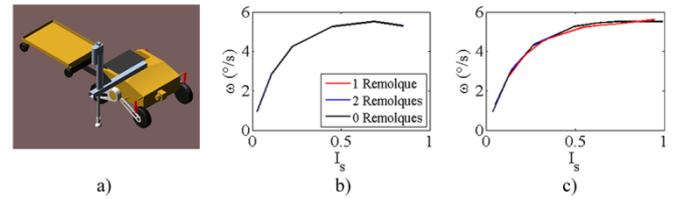


Figura 13: Resultados de simulaciones para evaluar el índice de direccionamiento



Figura 14: Experimentos con el robot Lázaro para evaluar su índice de direccionamiento

### 5.4. Efectividad del índice de deslizamiento

Para verificar si esta métrica predice el inicio del deslizamiento total del robot o los remolques, se hicieron múltiples simulaciones. Entre ellas se muestra una donde el robot se desplaza sobre una superficie cuya inclinación en dirección roll va aumentando en la medida que este avanza (Figura 15a). Además, se modeló el contacto de las ruedas con el terreno utilizando una velocidad de transición entre fricción estática – dinámica de  $100 \text{ mm/s}$  de manera que, si la velocidad de deslizamiento ( $V_s$ ) o velocidad relativa entre las ruedas y el suelo es  $V_s > 100 \text{ mm/s}$ , la rueda habrá perdido la rodadura y tendrá un deslizamiento total.

La Figura 15b muestra los resultados de una simulación donde a las ruedas del remolque 2 se les asignó  $\mu_s = 0.1$ , mientras que en el remolque 1 y el tractor, se asignó  $\mu_s = 3$ , esto con el propósito de observar el deslizamiento solo en el último remolque. Esta figura muestra que para este remolque, cuando  $I_{d_2} \approx 0$ ,  $V_s$  supera los  $100 \text{ mm/s}$ , lo cual implica que el último remolque comienza a deslizar mientras el otro remolque y el robot permanecen sobre la trayectoria ya que  $I_{d_1}$  e  $I_{d_0} > 0$ , mientras que  $V_s \ll 100 \text{ mm/s}$ .

Asimismo, la Figura 15c muestra los resultados de otra simulación donde las ruedas del remolque 1 poseen  $\mu_s = 0.1$ , mientras que en el remolque 2 y el tractor, se asignó  $\mu_s = 3$ ; en este caso solo el remolque 1 inicia el deslizamiento cuando  $I_{d_2} \approx 0$ , aunque no se desvía de la trayectoria porque está situado entre el remolque 2 y el tractor quienes no deslizan. Por otra parte, la Figura 15d muestra los resultados de simulación cuando solo las ruedas del tractor poseen  $\mu_s = 0.1$ ; se observa que cuando  $I_{d_0} \approx 0$ , 3 de las ruedas alcanzan la  $V_s > 100 \text{ mm/s}$  comenzando el deslizamiento del robot. En este caso, la rueda  $w_4$  no registra  $V_s$  después de 3.2 s, ya que por la forma del terreno, esta ha perdido contacto con el suelo. A pesar de ello,  $I_{d_0}$  predice el deslizamiento del robot soportado solo por tres ruedas.

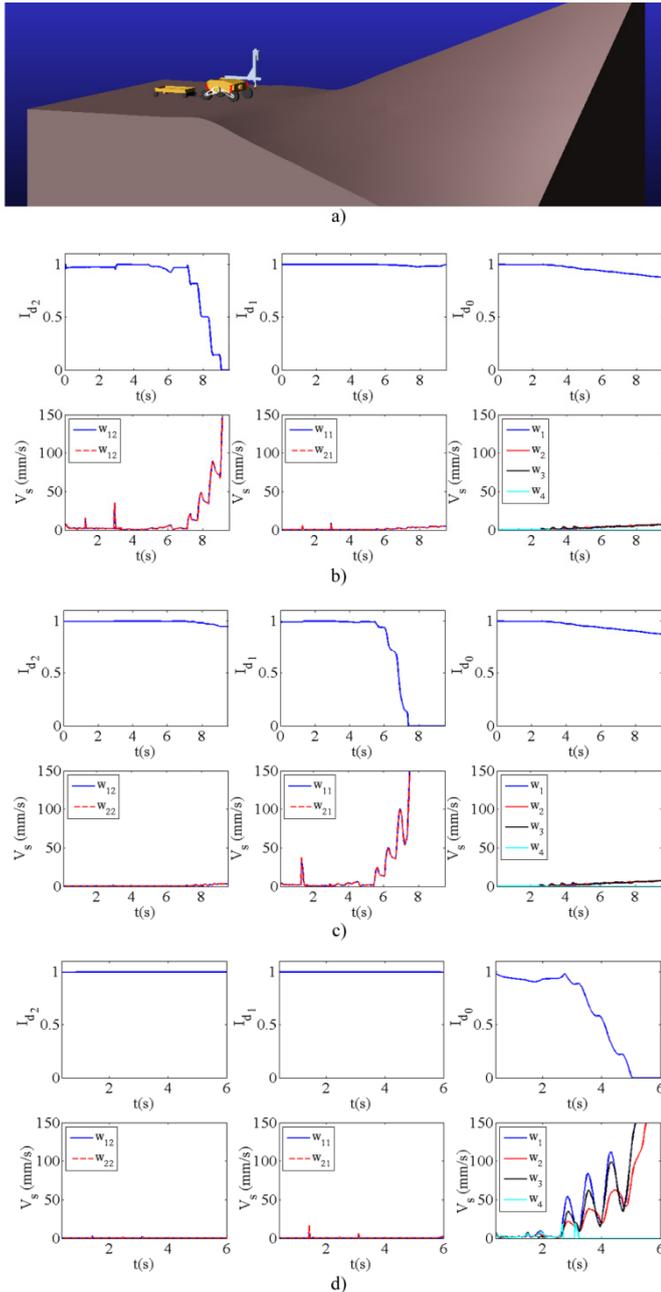


Figura 15: Resultados de simulación en MSC. ADAMS para observar el deslizamiento total del robot o remolques

Adicionalmente, se muestran algunas pruebas realizadas con el robot LázarO. En este caso se determinó que para las ruedas de los remolques  $\mu_s = 0.74$  mientras que, para las ruedas del robot  $\mu_s = 0.65$  (ruedas de caucho sobre concreto pulido). Se muestran dos pruebas donde el robot, con dos remolques acoplados por medio de articulación cilíndrica, comienza a ascender sobre un terreno inclinado donde la inclinación del robot ( $\phi$  y  $\alpha$ ) es obtenida en tiempo real a partir de una unidad de medición inercial (IMU) e  $I_{d_0}$  es calculado instantáneamente a partir de estos datos; la Figura 16a muestra el ascenso solo en dirección *pitch* ( $\phi$ ) mientras que en la Figura 16b se exhibe el ascenso en diagonal de manera que existe una variación continua en *roll* ( $\alpha$ ) y *pitch*. En ambos casos, dicha variación debe mantenerse mientras el robot progresa en su ascenso. Ahora, cuando  $I_{d_0} \approx 0$  en el

caso presentado en la Figura 16a, se observa que  $\phi$  se hace constante, esto debido a que se inició el fenómeno de deslizamiento y el robot no puede continuar su ascenso. De igual manera, en la Figura 16b se observa el mismo fenómeno, solo que en este caso, ambos ángulos ( $\alpha$  y  $\phi$ ) permanecen casi constantes, lo cual indica el inicio del deslizamiento en el robot, que posteriormente se desplazaría hacia abajo. En estas pruebas, los remolques no deslizaron ya que  $I_{d_1}$  e  $I_{d_2}$  no alcanzaron el valor de 0 en ningún momento.

Finalmente, estas métricas fueron incorporadas dentro de la arquitectura del robot LázarO como herramientas para monitorizar en tiempo real, la navegabilidad del sistema robot-remolques, lo cual permite al robot, tomar decisiones y ejecutar estrategias variadas (evasión, anti-vuelco) cuando se presenten riesgos inminentes estimados por estos índices.

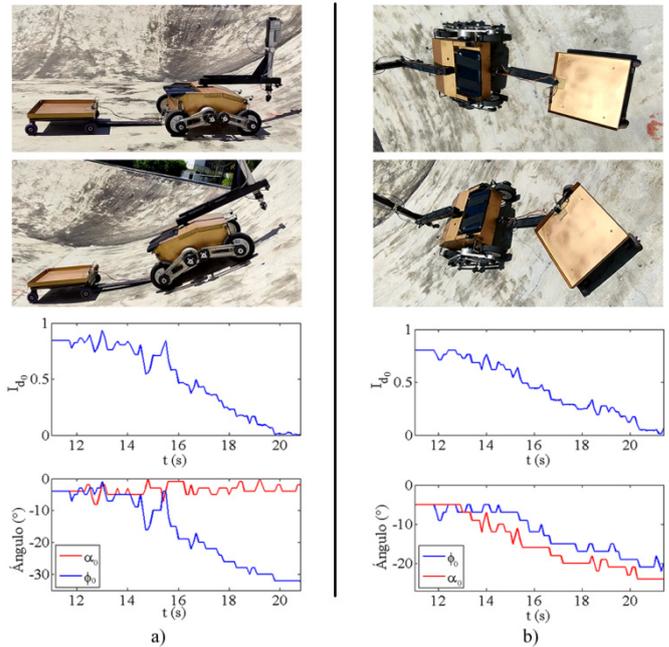


Figura 16: Efectividad de  $I_d$  estudiada a través de pruebas con el robot LázarO

## 6. Conclusiones

Se desarrollaron tres métricas que permiten evaluar la navegabilidad del robot: un índice de estabilidad al vuelco que permite predecir el momento cuando el robot o sus remolques están a punto de volcar; un índice de direccionamiento útil para estimar la capacidad del robot para cambiar de curso y seguir una trayectoria; y finalmente, un índice de deslizamiento, que permite estimar el inicio del deslizamiento total en el robot tractor o en los remolques, debido a la inclinación del terreno.

La obtención de estos índices se hizo con base en las fuerzas de reacción entre las ruedas con el suelo, y se hicieron simulaciones computacionales con el software *MSC ADAMS*, para comprobar la validez de las ecuaciones que definen las fuerzas de reacción y los índices. Al respecto, se determinó que el modelo propuesto es de buen pronóstico, pero a pesar de ello, se sugiere una magnitud mínima de 0.1 en estos índices durante la evaluación de la navegabilidad en entornos reales para garantizar un desplazamiento seguro. Por último, se comprobó la efectividad de los índices propuestos por medio de simulaciones y en algunos casos con pruebas reales.

Los trabajos futuros están dirigidos a estudiar la morfología de los sistemas robot-remolques y su efecto sobre la navegabilidad. Esto permitirá permita configurar estos sistemas de manera más eficiente, y lograr un mejor desempeño en cuanto a la navegabilidad se refiere.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado parcialmente gracias al apoyo del Decanato de Investigación de la Universidad Nacional Experimental del Táchira bajo los proyectos No. 01-025-2016 y 01-004-2019.

## Referencias

- Abroshan, M. (2021). Integrated stability and tracking control system for autonomous vehicle-trailer systems. Ontario: University of Waterloo.
- Amezquita-Semprun, K., Del Rosario, M., & Chen, P. (2018). Dynamics model of a differential drive mobile robot towing an off-axle trailer. *Int. J. Mech. Eng. Rob. Res*, 7 (6), 583-589. DOI: 10.18178/ijmerr.7.6.583-589.
- Bako, S., Ige, B., Nasir, A., & Musa, N. (2021). Stability analysis of a semi-trailer articulated vehicle: a review. *International Journal of Automotive Science and Technology*, 5 (2), 131-140. DOI: 10.30939/ijastech.855733.
- García, J. M., Bohórquez, A., & Valero, A. (2020a). Efecto de la suspensión en el direccionamiento de un robot skid steer moviéndose sobre terrenos duros con diferente rugosidad. *Ingenierías USBMed*, 11 (1), 18-30. DOI: 10.21500/20275846.4380.
- García, J. M., Bohórquez, A., & Valero, A. (2020b). Suspension effect in tip-over stability and steerability of robots moving on sloping terrains. *IEEE Latin America Transactions*, 18 (8), 1381-1389. DOI: 10.1109/TLA.2020.9111673.
- García, J. M., Martínez, J. L., Mandow, A., & García-Cerezo, A. (2017a). Caster-leg aided maneuver for negotiating surface discontinuities with a wheeled skid-steer mobile robot. *Robotics and Autonomous Systems*, 91, 25-37. DOI: 10.1016/j.robot.2016.12.007.
- García, J. M., Martínez, J. L., Mandow, A., & García-Cerezo, A. (2017b). Slide-Down Prevention for Wheeled Mobile Robots on Slopes. 3rd International Conference on Mechatronics and Robotics Engineering, (págs. 1-6). Paris. DOI: 10.1145/3068796.3068820.
- García, J. M., Medina, I., Martínez, J. L., García-Cerezo, A., Linares, A., & Porras, C. (2017c). Lázar: Robot Móvil dotado de Brazo para Contacto con el Suelo. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 14, 174-183. DOI: 10.1016/j.riai.2016.09.012.
- Go, Y., Yin, X., & Bowling, A. (2006). Navigability of multi-legged robots. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 11 (1), 1-8. DOI: 10.1109/TMECH.2005.863361.
- Guevara, L., Michalek, M., & Cheein, F. (2020). Collision risk reduction of N-trailer agricultural machinery by off-track minimization. *Computers and electronics in agriculture*, 178, 3-12. DOI: 10.1016/j.compag.2020.105757.
- Hatano, M., & Obara, H. (2003). Stability evaluation for mobile manipulators using criteria based on reaction. *SICE Annual Conference*, (págs. 2050-2055). Fukui.
- Kassaeiyan, P., Tarvirdizadeh, B., & Alipour, K. (2019). Control of tractor-trailer wheeled robots considering self-collision effect and actuator saturation limitations. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 127, 388-411. DOI: 10.1016/j.ymsp.2019.03.016.
- Khalaji, A., & Jalalnejhad, M. (2019). Control of a tractor-trailer robot subjected to wheel slip. *Journal of Multi-body Dynamics*, 0 (0), 1-12. DOI: 10.1177/1464419319839848.
- Khalaji, A., & Moosavian, S. (2015). Modified transpose Jacobian control of a tractor-trailer wheeled robot. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 29 (9), 3961-3969. DOI: 10.1007/s12206-015-0841-3.
- Korayem, A., Khajepour, A., & Fidan, B. (2020). Vehicle-trailer lateral velocity estimation using constrained unscented transformation. *Vehicle System Dynamics*, 1-28. DOI: 10.1080/00423114.2020.1849745.
- Kotur, P. (2019). Safe estimation of vehicle side-slip for an autonomous heavy vehicle. Göteborg: Chalmers University of Technology.
- Lewis, C. (1982). *Industrial and business forecasting methods*. Londres: Butterworths Publishing.
- Li, Z., Cheng, H., Ma, J., & Zhou, H. (2020). Research on parking control of semi-trailer truck. 4th CAA International Conference on Vehicular Control and Intelligence, (págs. 424-429). Hangzhou. DOI: 10.1109/CVCI51460.2020.9338617.
- Martínez, J. L., Morales, J., Mandow, A., & García-Cerezo, A. (2008). Steering limitations for a vehicle pulling passive trailers. *IEEE Transactions on control systems technology*, 16 (4), 809-818. DOI: 10.1109/TCST.2007.916293.
- Meghdari, A., Naderi, D., & Alam, M. (2005). Neural-network-based observer for real-time tipover estimation. *Mechatronics*, 15, 989-1004. DOI: 10.1016/j.mechatronics.2005.03.005.
- Morales, J., Mandow, A., Martínez, J. L., Reina, A., & García-Cerezo, A. (2013a). Driver assistance system for passive multi-trailer vehicles with haptic steering limitations on the leading unit. *Sensors*, 13, 4485-4498. DOI: 10.3390/s130404485.
- Morales, J., Martínez, J. L., Mandow, A., & García-Cerezo, A. (2013b). Steering the last trailer as a virtual tractor for reversing vehicles with passive on- and off-axle hitches. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60 (12), 5729-5736. DOI: 10.1109/TIE.2013.2240631.
- Morales, J., Mandow, A., Martínez, J. L., & Medina, I. (2009). Virtual steering limitations for reversing an articulated vehicle with off-axle passive trailers. 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics, (págs. 2385-2390). Porto. DOI: 10.1109/IECON.2009.5415436.
- Morales, J., Martínez, J. L., Mandow, A., Serón, J., & García-Cerezo, A. (2013c). Static tip-over stability analysis for a robotic vehicle with a single-axle trailer on slopes based on altered supporting polygons. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 18 (2), 697-705. DOI: 10.1109/TMECH.2011.2181955.
- Pérez, W., Arroyave, J., & Acevedo, S. (2010). Determinación experimental del coeficiente de fricción empleando sensores movimiento. *Scientia et Technica*, 16 (44), 357-362. DOI: 10.22517/23447214.1769.
- Shojaei, K. (2021). Intelligent coordinated control of an autonomous tractor-trailer and a combine harvester. *European Journal of Control*, 59, 82-98. DOI: 10.1016/J.EJCON.2021.02.005.
- Song, T., Xi, F., Guo, S., Tu, X., & Li, X. (2018). Slip Analysis for a Wheeled Mobile Manipulator. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 140, 1-12. DOI: 10.1115/1.4037287.
- Wang, X., Taghia, J., & Katupitiya, J. (2016). Robust model predictive control for path tracking of a tracked vehicle with a steerable trailer in the presence of slip. *IFAC-PapersOnLine*, 49 (16), 469-474. DOI: 10.1016/j.ifacol.2016.10.085.
- Yuan, J. (2017). Hierarchical motion planning for multisteering tractor-trailer mobile robots with on-axle hitching. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22 (4), 1652-1662. DOI: 10.1109/TMECH.2017.2695651.
- Zhao, H., Chen, W., Zhou, S., Liu, Z., Zheng, F., & Liu, Y. (2020). Online trajectory planning for an industrial tractor towing multiple full trailers. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (págs. 6089-6095). Paris. DOI: 10.1109/ICRA40945.2020.9196656.

## Apéndice A. Nomenclatura

$X_{CoG_n}$	Coordenada X del CoG del remolque $n$ en $X_n Y_n Z_n$
$X_{CoG_i}$	Coordenada X del CoG del remolque $i$ en $X_i Y_i Z_i$
$X_{t_i}$	Distancia entre las ruedas del remolque $i$
$X_{t_n}$	Distancia entre las ruedas del remolque $n$
$Y_{A_i}$	Coordenada Y de $A_i$ en el sistema $X_i Y_i Z_i$
$Y_{A_{i+1}}$	Coordenada Y de $A_{i+1}$ en el sistema $X_i Y_i Z_i$
$Y_{A_n}$	Coordenada Y de $A_n$ en el sistema $X_n Y_n Z_n$
$Y_{CoG_i}$	Coordenada Y del CoG del remolque $i$ en $X_i Y_i Z_i$
$Y_{CoG_n}$	Coordenada Y del CoG del remolque $n$ en $X_n Y_n Z_n$
$Y_{t_0}$	Distancia entre ruedas delanteras y traseras del robot
$Z_{A_i}$	Coordenada Z de $A_i$ en el sistema $X_i Y_i Z_i$
$Z_{A_{i+1}}$	Coordenada Z de $A_{i+1}$ en el sistema $X_i Y_i Z_i$
$Z_{A_n}$	Coordenada Z de $A_n$ en el sistema $X_n Y_n Z_n$
$Z_{CoG_i}$	Coordenada Z del CoG del remolque $i$ en $X_i Y_i Z_i$
$Z_{CoG_n}$	Coordenada Z del CoG del remolque $n$ en $X_n Y_n Z_n$