

Resumen

Durante las últimas décadas el uso del aprendizaje automático (*machine learning*) y de la inteligencia artificial ha mostrado un crecimiento exponencial en muchas áreas de la ciencia. El hecho de que los ordenadores hayan aumentado sus prestaciones a la vez que han reducido su precio, junto con la disponibilidad de entornos de desarrollo de código abierto han permitido el acceso a la inteligencia artificial a un gran rango de investigadores, democratizando de esta forma el acceso a métodos de inteligencia artificial a la comunidad investigadora. Es nuestra creencia que la multidisciplinaridad es clave para nuevos logros, con equipos compuestos de investigadores con diferentes preparaciones y de diferentes campos de especialización. Con este ánimo, hemos orientado esta tesis en el uso de *machine learning*, inteligencia artificial, aprendizaje profundo o *deep learning*, entendiendo todas las anteriores como parte de un concepto global que concretamos en el término inteligencia artificial, a intentar arrojar luz a algunos problemas de los campos de las matemáticas y la física.

Desarrollamos una arquitectura *deep learning* y la medimos con éxito en la caracterización de procesos de difusión anómala. Mientras que previamente se habían utilizado métodos estadísticos clásicos con este objetivo, los métodos de *deep learning* han demostrado mejorar las prestaciones de dichos métodos clásicos. Nuestra arquitectura demostró que puede inferir con precisión el exponente de difusión anómala y clasificar trayectorias entre un conjunto dado de modelos subyacentes de difusión.

Mientras que las redes neuronales recurrentes irrumpieron recientemente, los modelos basados en redes convolucionales han sido ampliamente testados en el campo del procesamiento de imagen durante más de 15 años. Existen muchos modelos y arquitecturas, pre-entrenados y listos para ser usados por la comunidad. No es necesario realizar investigación ya que dichos modelos han probado su valía durante años y están bien documentados en la literatura. Nuestro objetivo era ser capaces de usar esos modelos bien conocidos y fiables, con trayectorias de difusión anómala. Solo necesitábamos convertir una serie temporal en una imagen, cosa que hicimos aplicando *gramian angular fields* a las trayectorias, poniendo el foco en las trayectorias cortas. Hasta donde sabemos, ésta es la primera vez que dichas técnicas son usadas en este campo. Mostramos cómo esta aproximación mejora las prestaciones de cualquier otra propuesta en la clasificación del modelo subyacente de difusión anómala para trayectorias cortas.

Más allá de la física están las matemáticas. Utilizamos nuestra arquitectura basada en redes recurrentes neuronales para inferir los parámetros que definen las trayectorias de Wu Baleanu. Mostramos que nuestra propuesta puede inferir con razonable precisión los parámetros μ y ν . Siendo la primera vez, de nuevo hasta donde llega nuestro conocimiento, que tales técnicas se aplican en este escenario. Extendemos este trabajo a las ecuaciones fraccionales discretas con retardo, obteniendo resultados similares en términos de precisión. Adicionalmente, mostramos que la misma arquitectura se puede usar para discriminar entre trayectorias con y sin retardo con gran confianza.

Finalmente, también investigamos modelos fraccionales discretos. Hemos analizado esquemas de paso temporal con la cuadratura de Lubich en lugar del clásico esquema de orden 1 de Euler. En el primer estudio de este nuevo paradigma hemos comparado los diagramas de bifurcación de los mapas logístico y del seno, obtenidos de la discretización de Euler de orden 1, 2 y $\frac{1}{2}$.