

DIBUJO VECTORIAL Y ASOLEO GEOMÉTRICO EN UN ENTORNO CONTEMPORÁNEO Y DIGITAL

VECTOR DRAWING AND SOLAR GEOMETRY IN A CONTEMPORARY AND DIGITAL ENVIRONMENT

Pablo Jeremías Juan Gutiérrez; orcid 0000-0002-0507-7811

Jorge Domingo Gresa; orcid 0000-0003-3736-795X

Carlos L. Marcos Alba; orcid 0000-0001-5272-0841

UNIVERSIDAD DE ALICANTE

doi: [10.4995/ega.2023.18528](https://doi.org/10.4995/ega.2023.18528)

Actualmente y en la mayoría de los casos, la aplicación de la teoría de sombras al dibujo arquitectónico tiene como objetivo la obtención de una (o varias) imágenes de mapas de bits. Este hecho a priori inocuo implica que, cuando los factores de iluminación entran en juego durante el modelado y parametrizado de la arquitectura y su entorno, las imágenes vectoriales brillen por su ausencia. En este artículo se explica una metodología para el cálculo de sombras considerando el dibujo vectorial como parte central del proceso y, también, del resultado. Las conclusiones apuntan a que el conocimiento, el control y la posible edición y postproducción de lo que sucede

durante el cálculo de la iluminación de los procesos de renderizado es imprescindible en un contexto contemporáneo de excelencia como el universitario pero, también, útil y eficaz en nuestra profesión.

PALABRAS CLAVE: ASOLEO GEOMÉTRICO, CÁLCULO DE SOMBRAS, DIBUJO VECTORIAL, HOMOGRAFÍA

Today, the objective of applying shadow theory to architectural drawing is usually to obtain one (or several) bitmap images. This a priori innocuous fact leads to vector images being conspicuous by their absence when lighting factors come into play during the

modelling and parametric design of architecture and its environment. The present article sets out a methodology to calculate shadows by placing vector drawing not only at the heart of the process but also of the obtained results. We found that in today's context of university excellence, it is essential to apply knowledge, control, as well as possible editing and post-production of the effects generated by rendering process lighting calculations. Such interventions are also generally useful and effective in our profession.

KEYWORDS: SOLAR GEOMETRY, SHADING, SHADOW CALCULATION, VECTOR DRAWING, HOMOGRAPHY



1. (De izquierda a derecha). (1) La vocación de San Mateo. 1600. Michelangelo Merisi da Caravaggio. (2) El astrónomo. 1668. Johannes Vermeer. (3) Viejo desnudo al sol. 1871. Mariano Fortuny y Marsal

1. (From left to right). (1) The Calling of St. Matthew. 1600. Michelangelo Merisi da Caravaggio. (2) The Astronomer. 1668. Johannes Vermeer. (3) Nude Old Man in the Sun. 1871. Mariano Fortuny y Marsal

Introducción

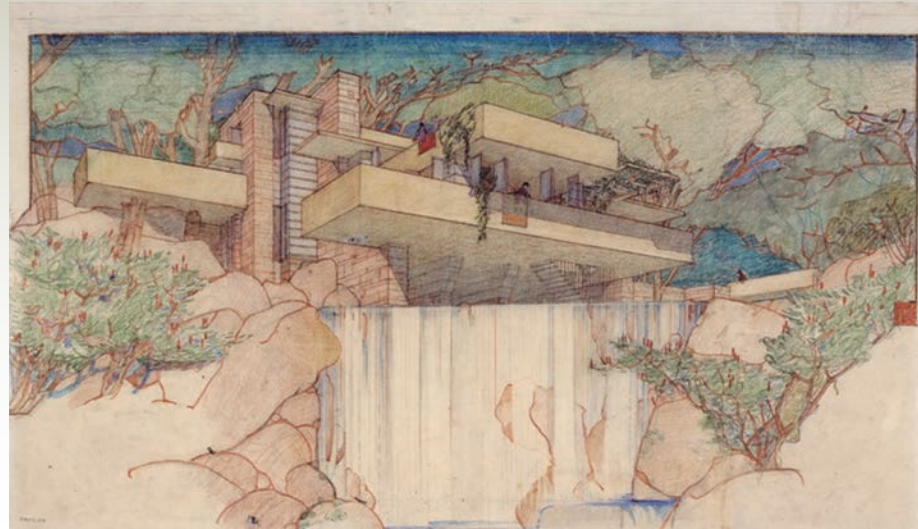
La iluminación constituye, qué duda cabe, uno de los temas fundamentales sobre los que trabaja la representación gráfica y los erróneamente llamados medios visuales (Mitchel 2005, 17). En la figura 1 hemos incluido algunos ejemplos paradigmáticos en los que el magistral tratamiento de la luz en la composición es inseparable del resultado final e incluso constituye una manera de entender y leer las obras. Las sombras están, en los tres casos, obtenidas con una sensibilidad y un rigor propios de los grandes maestros que las ejecutan y, aunque la pincelada no se esfuerza en ello -ya que el saber no prevalece sobre el ver (Chateau 2018, 161)-, lo cierto es que a los geómetras no nos cuesta mucho trabajo encontrar las líneas de sombra propias de los dibujos vectoriales con los que la geometría descriptiva tradicionalmente ha abordado la problemática que nos ocupa. Al igual que Gaspar Monge de manera

genérica diferenciaba en la pintura dos partes distintas, a saber, el arte propiamente dicho y el oficio o la parte mecánica (Monge 1803, 24), podemos, en el marco de nuestro trabajo, subrayar dos ideas que nos serán útiles: en primer lugar, la imagen o el dibujo propiamente dicho en tanto en cuanto que resultado visible y, en segundo lugar, la geometría o matemática que lo sustenta, invisible o no. La cuestión es que, durante el proceso de dibujo contemporáneo y digital de arquitectura, la parte matemática y geométrica queda oculta o subyugada, en la mayoría de las ocasiones, en pro de un trabajo fundamentalmente visual sobre la imagen resultante final que es, aunque efectista, quizá demasiado superficial y críptica. Nuestro trabajo parte, precisamente, de intentar evidenciar la importancia de esta “parte mecánica” de nuestro oficio para controlar el proceso no sólo visual sino también geoméricamente... pues “la mayor libertad nace del mayor rigor” (Valery 1923, 32).

Introduction

The theme of light lies undeniably at the heart of graphic representation and what is mistakenly called visual media (Mitchel 2005, 17). Figure 1 shows some prime examples in which the final result of the composition is inseparable from the masterful treatment of light – which even allows to read and understand the works. In all three cases, the shading achieved exposes the great masters’ characteristic sensitivity and rigour. Moreover, while the brushstrokes seem effortless – indeed, knowing does not prevail over seeing (Chateau 2018, 161, author’s translation) – we, as geometers, can fairly easily identify the vector drawing shadow lines which were traditionally used in descriptive geometry to address the problem. Gaspar Monge divided painting into two generic parts – the art itself and the craft, or the mechanical part (Monge 1803, 24). In the same way, the factors that will be useful for the present study can be divided into two parts: first, the image or the drawing itself as a visible result; and second, its underlying geometry or mathematics, whether visible or invisible. The fact is the mathematical and geometric part of contemporary and digital architectural





2

drawing is often hidden or subdued due to the mainly visual work performed on the end image. The result may be eye-catching, but it can also be somewhat superficial and cryptic. Our study sought precisely to demonstrate the importance of the “mechanical part” of our trade and of exercising some geometrical control over the process, not merely a visual one: indeed, “the greatest liberty is born of the greatest rigour” (Valery 1923, 32).

Solar geometry, shadow theory and chiaroscuro

We can broadly differentiate two approaches to visual representation of architecture: a representation that graphically codes a pre-existing construction; or, conversely, one that is based on an imaginary situation. In any event, whether fictitious or not, to paraphrase Le Corbusier’s phrase inspired by that of Henri Provensal, this *play on volumes* exists always *with light exposure*: “shadows and lights reveal forms” (Le Corbusier 1998, 16). Unsurprisingly, Jacopo Barozzi de Vignola (1507-1573) emphasized the importance of calculating shadows and chiaroscuro in architectural drawing, affirming that the use of light and shadow was “the only means to judge the true effect of what is projected before being built.” (Franc 2012, 178). The images in figure 2 are *renders*: the specific term that designates drawings or images of bitmaps computer-generated from a series of prior models and parameterisations. An original meaning of the word *render* is “to represent, interpret, or show in drawing, painting, performing, or acting” (Kellogg

Asoleo geométrico: teoría de sombras y claroscuro

A grandes rasgos podemos diferenciar dos situaciones en la representación visual de la arquitectura. La que codifica gráficamente a partir de una preexistencia construida o la que, por el contrario, se fundamenta en una situación imaginaria. En cualquier caso, ficticia o no y parafraseando la frase de Le Corbusier inspirada en la de Henri Provensal, este *juego de volúmenes* lo es siempre *bajo la luz*: “las sombras y los claros revelan las formas” (Le Corbusier 1998, 16). No en vano, en la línea de subrayar la importancia del cálculo de las sombras y el claroscuro en el dibujo de arquitectura, Jacopo Barozzi de Vignola (1507-1573) afirmaba que el empleo de luces y sombras era “el único medio para juzgar el verdadero efecto de lo que se proyecta antes de ser construido.” (Franco 2012, 178). Las imágenes de la figura 2 pueden entenderse como representaciones o *renders* en inglés ya que, aunque el vocablo en español se usa como anglicismo para indicar aquellos dibujos o imágenes de mapas de bits generados por ordenador a partir de una serie de modelos y parametrizaciones previas, una de las acepciones originales de la palabra *render* es “to repre-

sent, interpret, or show in drawing, painting, performing, or acting” (Kellogg 2022). La elocuencia de las luces y las sombras ayudan, entre otros muchos factores, a la legibilidad y comprensión de los volúmenes dibujados en esta suerte de imágenes que los estudios actuales de arquitectura suelen complementar con infografías resultado de operar con distintos motores e interfaces de *software*.

Los distintos planes de estudios que rigen la enseñanza de la arquitectura en España no son ajenos a la importancia de las imágenes y dibujos arquitectónicos complejos y contemporáneos. Incluyen en sus programas docentes el temario necesario para ser capaz de valorar y producir las citadas infografías, pero además incorporan, casi sin excepción, cuestiones propias y relativas al asoleo geométrico, el cálculo de sombras y el claroscuro. Este hecho, a saber, el problema de la iluminación se resuelve en un contexto exclusivamente infográfico (utilizando y obteniendo únicamente imágenes de mapas de bits), hace que la enseñanza de la geometría descriptiva parezca desvincularse (al menos aparentemente) del cálculo de sombras y, lo que es más importante para nuestra investigación, que las imágenes vectoriales, con las que antaño



2. (De izquierda a derecha). (1) Ryder's House. 1933. Edward Hooper. (2) Rendering of Fallingwater. 1936. Frank Lloyd Wright
 3. (De arriba abajo). (1) Sections showing sun lighting at the Zurich Sanatorium. (1934) and Skyscraper of Quartier La Marine (1940). Le Corbusier. (2) Apuntes de soleamiento. 1958. Francisco Javier Saenz de Oiza

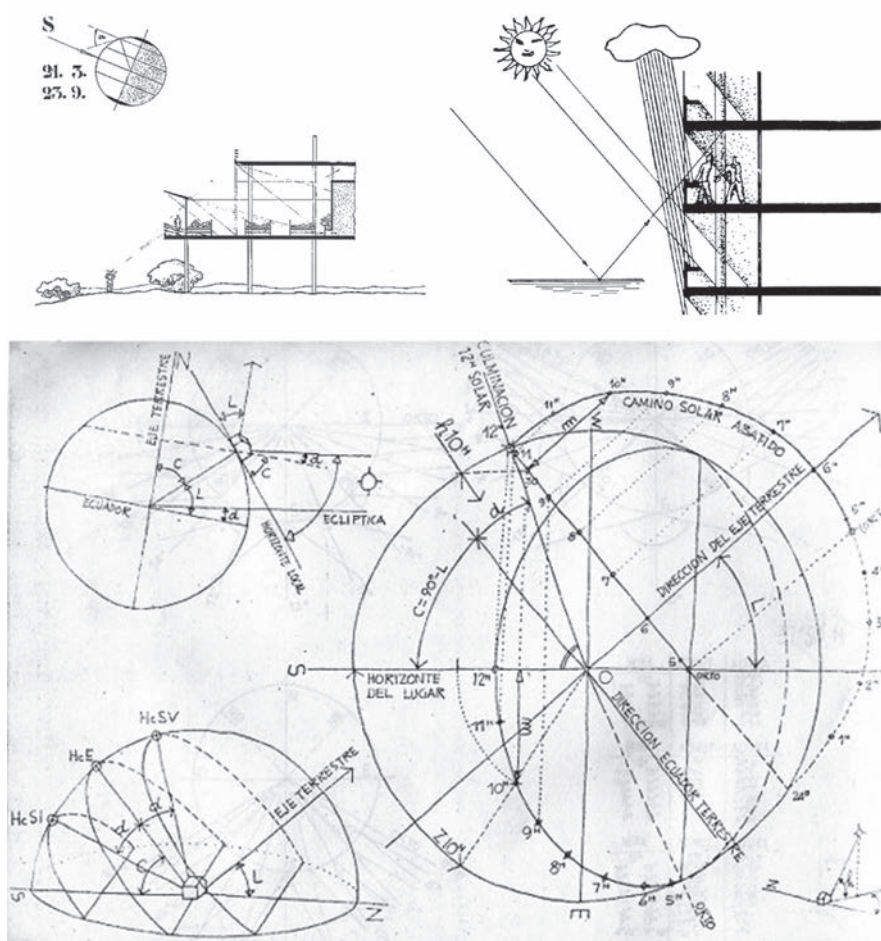
2. (From left to right). (1) Ryder's House. 1933. Edward Hooper. (2) Rendering of Fallingwater. 1936. Frank Lloyd Wright
 3. (From top to bottom). (1) Sections showing sun lighting at the Zurich Sanatorium. (1934) and Skyscraper of Quartier La Marine (1940). Le Corbusier. (2) Notes on sunlight. 1958. Francisco Javier Saenz de Oiza

resolvíamos las intersecciones que significaban la solución, brillen por su ausencia. No es que la línea haya dejado de ser la protagonista del dibujo, sino que, en un entorno digital, ya no inaugura (tampoco concluye) el proceso (Juan y Marcos 2016). Recordamos en este punto las palabras de Jose Manuel Pozo elogiando el “proceso mediante el que se logra la transmisión de la ciencia geométrica”, un “cauce privilegiado (al tiempo que difícilmente sustituible)” (Pozo 2017, 6) que, creemos, dista bastante del flujo de trabajo que parecen imponer los actuales medios informáticos en lo que al dibujo de infografías se refiere.

2022). Among many other factors, the eloquence of lights and shadows help to read and understand the volumes drawn in these kinds of images. Current architecture studios usually complement them with infographics produced using various engines and *software* interfaces.

The curricula included in Spain's architecture studies reflect the importance of complex and contemporary architectural images and drawings. The study programmes include the necessary syllabuses to learn to assess and produce the infographics mentioned above. Almost all of them, however, also incorporate their own questions relating to solar geometry and the calculation of shadows and chiaroscuro. Specifically, the lighting problem is solved exclusively in infographic contexts (using and obtaining bitmap images only). The teaching of descriptive geometry thus appears to be decoupled from shading, and – most significantly here – the vector images which once allowed us to solve the intersections are conspicuous by their absence. The problem is not that lines have ceased to be the drawing protagonists, but that in a digital environment, they no longer initiate (or conclude) the process (Juan and Marcos 2016). At this point, we wish to recall the words of Jose Manuel Poz, who praised the “process which permits the transmission of geometric science”, a “privileged channel (and one that is hardly replaceable)” (Pozo 2017, 6). We believe this channel is hardly present in the workflow that seems to be imposed by current computer media in infographic drawing.

Manual drawing (perhaps the most cross-cutting and current architecture drawing technique) systematically uses lines to conduct graphical thinking and proposals. Figure 3 shows autograph drawings by Le Corbusier and Saenz de Oiza as prime examples of how architects approach the subject under study here. Light and shadows not only embody a plastic theme of graphic expression. They also constitute a field of experimentation and study that defines the relationship of buildings with their environment in a decisive manner. Le Corbusier's drawings themselves topple the thesis of modern architecture's autistic rapport with the environment. Yet these examples





also convey the goal shared by many other great masters to control and adapt (through geometric shading) to the varying conditions and challenges of each place on earth. Traditionally, shadow theory – often approached as an intersection problem – explicitly incorporated shadow line calculation. In the same way, lines were at the heart of work with isophote curves which, according to Ludwig E. H. Burmester's thesis (1840-1927), helped to differentiate the different brightness reflected by each surface, depending essentially on its position, orientation, chromaticism and texture. According to the cosine law of Johann Heinrich Lambert (1728-1777), reflected light intensities corresponded to the result of multiplying the coefficient of proportionality (specific to each material) by the cosine of the angle between the direction of a ray of light (sun) and the surface normal at the point of incidence (Figure 4). To finish with the calculations resulting from introducing natural light into a scene constituted by a given, known (more or less architectural) geometry, the point, the line or the bright surface were obtained vectorially. This

El dibujo manual (quizá el más transversal y vigente de los dibujos al servicio de la arquitectura) utiliza la línea de forma sistemática para pensar y proponer con lo gráfico. En la figura 3 hemos recogido dibujos autógrafos de Le Corbusier y de Saenz de Oíza como muestra paradigmática de la preocupación que, para el arquitecto y sus propuestas, tiene el tema que nos ocupa. Las luces y las sombras son, además de un tema plástico de expresión gráfica, un campo de experimentación y estudio que define de manera determinante la relación de los edificios con el entorno donde se inscriben. Los dibujos de Le Corbusier, en sí mismos y por ejemplo, desmontan la tesis que sostiene que la arquitectura moderna es autista al entorno pero también significan la preocupación, compartida con muchos otros grandes maestros, de controlar y adaptarse (mediante el asoleo

4. (Izquierda) Tres proyecciones diédricas de una esfera representando líneas isótopas (gris) y el punto brillante (amarillo). (Derecha) Imágenes de trama superpuestas a imágenes vectoriales representando la sombra producida por una esfera sobre un plano horizontal según distintas posiciones del sol

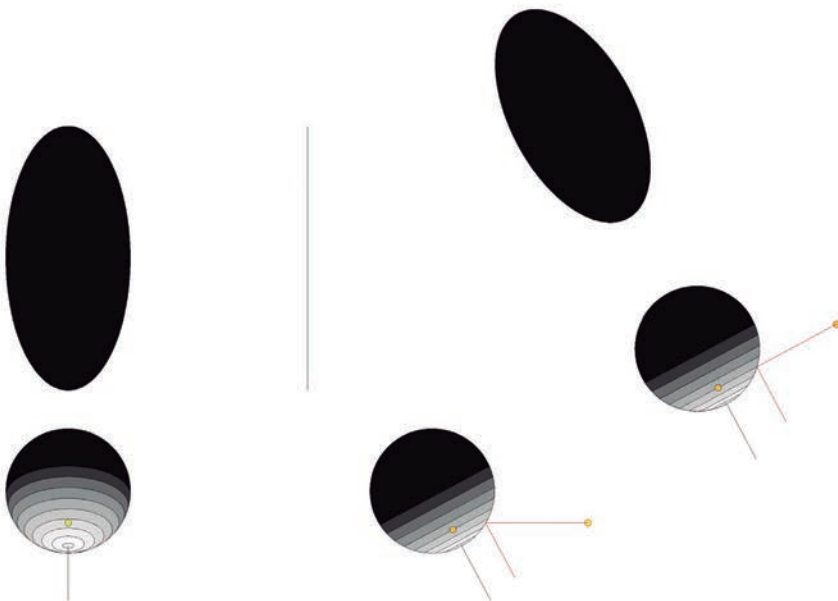
5. (Izquierda) Cesto con frutas. 1956. Michelangelo Merisi da Caravaggio. (Derecha) Detalle

4. (Left) Three dihedral projections of a sphere representing isophotic lines (grey) and the bright point (yellow). (Right) Screen images superimposed on vector images representing the shadow produced by a sphere on a horizontal plane according to different positions of the sun

5. (Left) Basket of Fruit. 1956. Michelangelo Merisi da Caravaggio. (Right) Detail

geométrico) a las distintas condiciones y retos de cada lugar de la tierra.

Tradicionalmente la teoría de sombras, muchas veces explicada como un problema de intersecciones, incorporaba el cálculo de la línea de sombra de manera explícita. De la misma manera la línea era protagonista al trabajar con curvas isótopas que, según la tesis de Ludwig E. H. Burmester (1840-1927), ayudaban a diferenciar el distinto brillo reflejado por cada superficie dependiendo, fundamentalmente, de su posición,





5

orientación, cromatismo y textura. Dichas intensidades de luz reflejada se correspondían, según la ley del coseno de Johann Heinrich Lambert (1728-1777), con el resultado de multiplicar el coeficiente de proporcionalidad (específico para cada material) por el coseno del ángulo formado entre la dirección de la luz (sol) y la normal a la superficie en el punto de incidencia (Figura 4). Por último, terminando con los cálculos consecuencia de introducir la luz natural en una escena constituida por una determinada geometría conocida (más o menos arquitectónica), obteníamos vectorialmente el punto, la línea o la superficie brillante. Este brillo dependía fundamentalmente de la posición del observador en relación a la escena y la dirección de los rayos solares.

En la figura 5 reproducimos el cesto con frutas que Michelangelo Merisi da Caravaggio (1571-1610) pinta en torno al año 1596 y que reproduce magistralmente una luz natural gracias a su intersección y reflexión con melocotones, manzanas, membrillos, uvas o higos. Propiamente dichas no hay, en la pintura del maestro, líneas de som-

bra o isofotas. Tampoco sombras arrojadas o autoarrojadas. Ni puntos o líneas brillantes. Sin embargo, todo ello está ahí, debajo aunque invisible, como soporte necesario (siguiendo la idea de Monge) de una obra de arte que se eleva por encima de la mera reproducción pictórica; en palabras de Paul Klee “no reproduce lo visible: hace visible” (Klee 1940, 54).

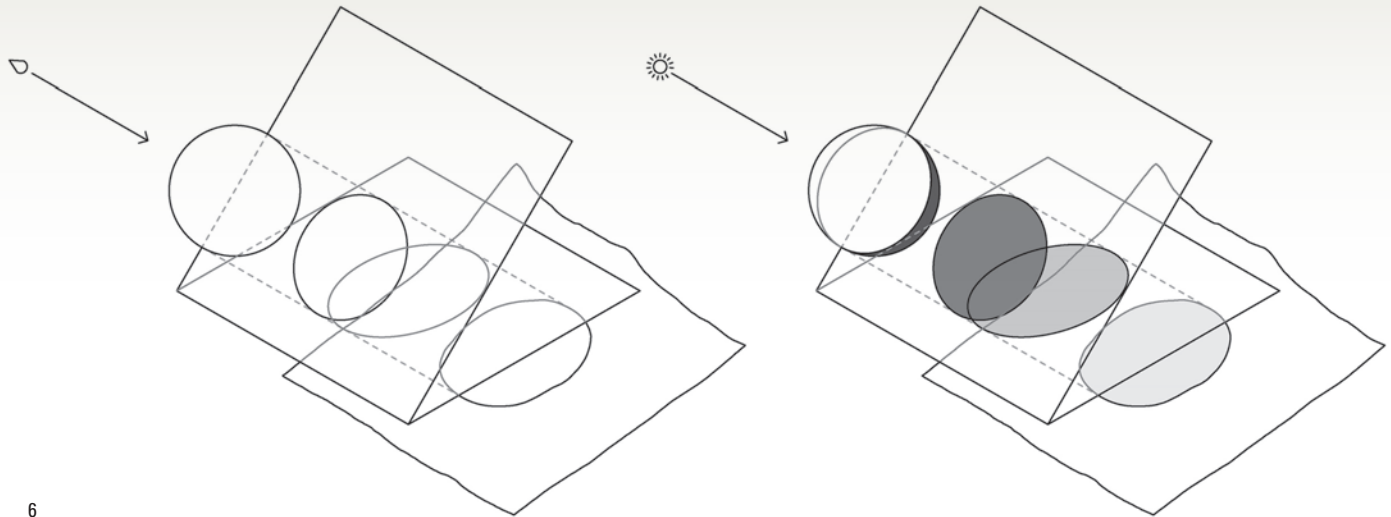
No sucede exactamente lo mismo en un entorno digital. El esfuerzo que realizamos para modelar, parametrizar, componer y postproducir una infografía no es exactamente igual al que requiere la pintura tradicional ya que no sólo operamos sobre la parte visible de las imágenes, sino que exploramos las posibilidades a base de escoger entre las distintas consecuencias de dicho modelado. Las imágenes de mapas de bits nos muestran el resultado que los motores de cálculo informático realizan de la serie de parámetros, pero en ningún momento tenemos acceso a dicho resultado de manera discreta: siempre forma parte indisoluble de un efecto pixelado. Al contrario que el pintor, que debe obtener y seleccionar las líneas auxiliares que son

brightness depended mainly on the observer’s position in relation to the scene and to the direction of the sun rays.

In figure 5 we reproduce the basket of fruit painted by Michelangelo Merisi da Caravaggio (1571-1610) around 1596. In this work, natural light is masterfully reproduced thanks to its intersection and reflection on peaches, apples, quinces, grapes or figs. Strictly speaking, the master’s painting does not contain shadow lines or isophotes, nor cast shadows or self-shadows – nor any bright dots or lines. All is there nevertheless, underlying the whole and invisible, as a necessary support (following Monge’s idea) to an artwork that rises above mere pictorial reproduction. In the words of Paul Klee “it does not reproduce the visible: it makes visible” (Klee 1940, 54). In a digital environment, the latter does not occur exactly in the same way. The efforts we put into modelling, parameterising, composing and post-producing an infographic is not quite like those required in traditional painting: we operate not only on the visible part of the images, but we explore the possibilities, choosing among the various consequences of such modelling. Bitmap images show us the result of computer calculation engines based on the parameter set. Yet at no moment do we have access to this result discreetly: this is always an indissoluble part of pixelation. Painters must obtain and select the auxiliary lines that support their work. Unlike painters, digital draughtsmen or women do not have access to them and their work is necessarily constrained to the image surface. Is it really a waste of time to reflect, from a teaching perspective, on the difference between contemporary shading (the superficial and pixelated result of the process) and traditional shading processes (the mathematical and vectorial process itself, understood as a geometric exercise)? Mario Carpo reminds us that:

computation is now so powerful (and cheap) that we no longer need to simplify reality in order to model it; increasingly, we can deal with the unruliness of the world just as it is. (Carpo 2013, 133).

In other words, computers no longer need to simplify architectural reality to represent it. However, such a simplification



contributes to a process of selection and renunciation, especially during the training of architect draughtsmen. A more significant aspect is also involved: the architect's critical capacity. The following method to calculate form-shadow and cast-shadow corresponds precisely to an effort to underline its importance.

Calculation methods in a vector environment

The method we present here involves making efforts to make the calculations required to solve any lighting problem vectorially visible (and therefore understandable and editable). The main strategy is to identify the tools offered by architectural drawing and infographics software and to apply them to obtain the different shadows. Projection, intersection and homography will help us to perform the vector drawing calculations that are automated in bitmap environments. The solution is usually understood as the result of an intersection: the parallel light rays which follow the direction marked by the position of the sun stop at their intersection with the illuminated surfaces, also creating, when tangent to them, the different shadow lines and/or penumbra. In the present work, we propose to also understand the problem as an exercise of cylindrical projection of contours: the shadow lines (which separate the illuminated parts from the dark ones

la base de su obra, el dibujante digital no accede a ellas y su trabajo queda atrapado, necesariamente, en la superficie de la imagen. ¿Es realmente una pérdida de tiempo reflexionar, desde un punto de vista docente, acerca de la diferencia entre el cálculo contemporáneo de las sombras (el resultado, superficial y pixelado, del proceso) y el tradicional (el propio proceso, matemático y vectorial, entendido como ejercicio geométrico)?, Mario Carpo nos recuerda que:

computation is now so powerful (and cheap) that we no longer need to simplify reality in order to model it; increasingly, we can deal with the unruliness of the world just as it is **1** (Carpo 2013, 133)

Es decir, las computadoras ya no tienen la necesidad de simplificar la realidad arquitectónica a representar. No obstante, dicha simplificación forma parte, especialmente durante la etapa de formación del arquitecto dibujante, de un proceso de selección y renuncia que, además, evidencia algo más importante: su capacidad crítica. El siguiente método para el cálculo de la línea de sombra propia y arrojada es,

precisamente, un esfuerzo por subrayar su importancia.

Métodos de cálculo en un entorno vectorial

El método que presentamos aquí supone un esfuerzo por hacer visible vectorialmente (y por lo tanto comprensible y editable) la serie de cálculos necesarios que cualquier problema de iluminación plantea. La estrategia principal consiste en identificar las herramientas que nos ofrecen los programas informáticos de dibujo e infografía arquitectónica y aplicar las mismas para la obtención de las distintas sombras; la proyección, la intersección y la homografía nos ayudarán en el cálculo que requiere el dibujo vectorial y que, en un entorno de mapas de bits, se automatiza. La solución suele entenderse como el resultado de una intersección: los rayos luminosos, paralelos y siguiendo la dirección que marca la posición del sol, se detienen en su intersección con las superficies iluminadas creando además, en el caso de ser tangentes a las mismas, la distintas



6. (Izquierda) Proyecciones cilíndricas de la esfera sobre un plano ortogonal, un plano oblicuo y una superficie aleatoria. (Derecha) Sombra (producida por la luz del sol) propia y arrojada (sobre un plano ortogonal, uno oblicuo y una superficie aleatoria) de una esfera

6. (Left) Cylindrical projections of the sphere onto an orthogonal plane, an oblique plane, and a random surface. (Right) Shadow (produced by sunlight) form-shadow and cast-shadow (on an orthogonal plane, an oblique and a random surface) of a sphere

líneas de sombra y/o penumbra. En el presente trabajo proponemos entender el problema, además, como un ejercicio de proyección cilíndrica de contornos: las líneas de sombra (que en el espacio separan las partes iluminadas de las oscuras) se proyectan, siguiendo la dirección marcada por los rayos luminosos, sobre las superficies delimitando la sombra arrojada. Veremos de qué manera esta distinción nos es útil con los siguientes ejemplos.

En la figura 6 hemos representado la proyección cilíndrica de una esfera sobre tres superficies. La primera de ellas, al ser plana y perpendicular a la dirección de los rayos de proyección, produce como resultado una circunferencia. La segunda superficie, plana y con una inclinación aleatoria, genera una elipse. Por último, la tercera es una superficie irregular y, por tanto, la proyección de la esfera será una línea quebrada, no plana y adaptada a la irregularidad. Las tres proyecciones coinciden con la sombra de la esfera en el supuesto hipotético de que el sol se encuentre, exactamente, en el punto del infinito en el que situamos la mirada que provoca la proyección. Es por este motivo por el que necesitaremos conocer con precisión los ángulos del azimut y la elevación del sol ya

que definirán la posición que define ambas direcciones: la generada desde nuestro punto de vista en el infinito y la de los rayos de proyección de la fuente luminosa. Pues bien, lo que nos interesa subrayar es precisamente este hecho: para calcular vectorialmente la sombra arrojada sobre una superficie de una figura cualquiera en un entorno digital puede sernos útil obtener la proyección de esa figura sobre dicha superficie utilizando rayos de proyección paralelos a los rayos luminosos. La superficie sobre la que proyectamos (o calculamos la sombra vectorialmente) puede reducirse a tres casos tipo: plana y ortogonal a los rayos, plana y oblicua a los rayos, o compleja (no plana y no ortogonal simultáneamente). Los programas de dibujos asistido por ordenador que trabajan vectorialmente y/o modelan (por ejemplo AutoCad o Rhinoceros) obtienen, por defecto, la proyección sobre un plano perpendicular a la dirección de la mirada (o del rayo luminoso) mediante la perspectiva axonométrica (isométrica, dimétrica o trimétrica). Dichos programas no calculan la perspectiva caballera o militar, es decir, no obtienen de manera directa una proyección cilíndrica oblicua. No obstante, y mediante los distintos métodos que se han ido elaborando (Oliva 2020) somos capaces de realizar la homografía que relaciona la proyección cilíndrica ortogonal y la proyección cilíndrica oblicua. Esta homografía es, en resumen, el escalado en una única dirección de la proyección afín (obtenida por proyección cilíndrica ortogonal) de la que estamos buscando. De esta manera es mediante la que proponemos obtener las sombras vectoriales sobre superficies planas y con

in space) are projected following the direction marked by the light rays on the surfaces delimiting the cast-shadow. We will see how this distinction is useful in the examples that follow.

Figure 6 shows the cylindrical projection of a sphere on three surfaces. The first is flat and perpendicular to the direction of the projection rays. As a result, it produces a circumference. The second surface, which is flat with a random inclination, generates an ellipse. Finally, the third is an irregular surface and, therefore, the sphere projection will be a non-flat broken line, that is adapted to the irregularity. The three projections coincide with the sphere shadow under the assumption that the sun is exactly at the point of infinity in our line of vision that causes the projection. This is why we will need to know the precise solar azimuth and elevation angles since they will define the position that defines both directions: the direction generated from our line of vision at infinity and the direction of the projected light source rays. We wish to emphasize precisely this fact: the vectorial calculation of the cast-shadow on a surface of any figure in a digital environment can be useful to obtain the projection of that figure on that surface using projection rays that are parallel to the light rays. The surface on which we project (or calculate the shadow vectorially) can be reduced to three test cases: flat and orthogonal to rays; flat and oblique to rays; or complex (not flat and not orthogonal simultaneously). Computer-aided drawing programmes that work vectorially and/or model (e.g., AutoCad or Rhinoceros) obtain by default the projection on a plane that is perpendicular to the direction of the line of vision (or light beam) via an axonometric perspective (isometric, dimetric or trimetric views). Such programmes do not calculate the cavalier or military perspective, that is, they do not directly obtain an oblique cylindrical projection. However, the different methods developed (Oliva 2020) enable us to perform the homology that relates the orthogonal cylindrical projection and the oblique cylindrical projection. This homology is, in short, the scaling – in a single direction – of the affine projection (obtained by orthogonal cylindrical projection) of the one we are

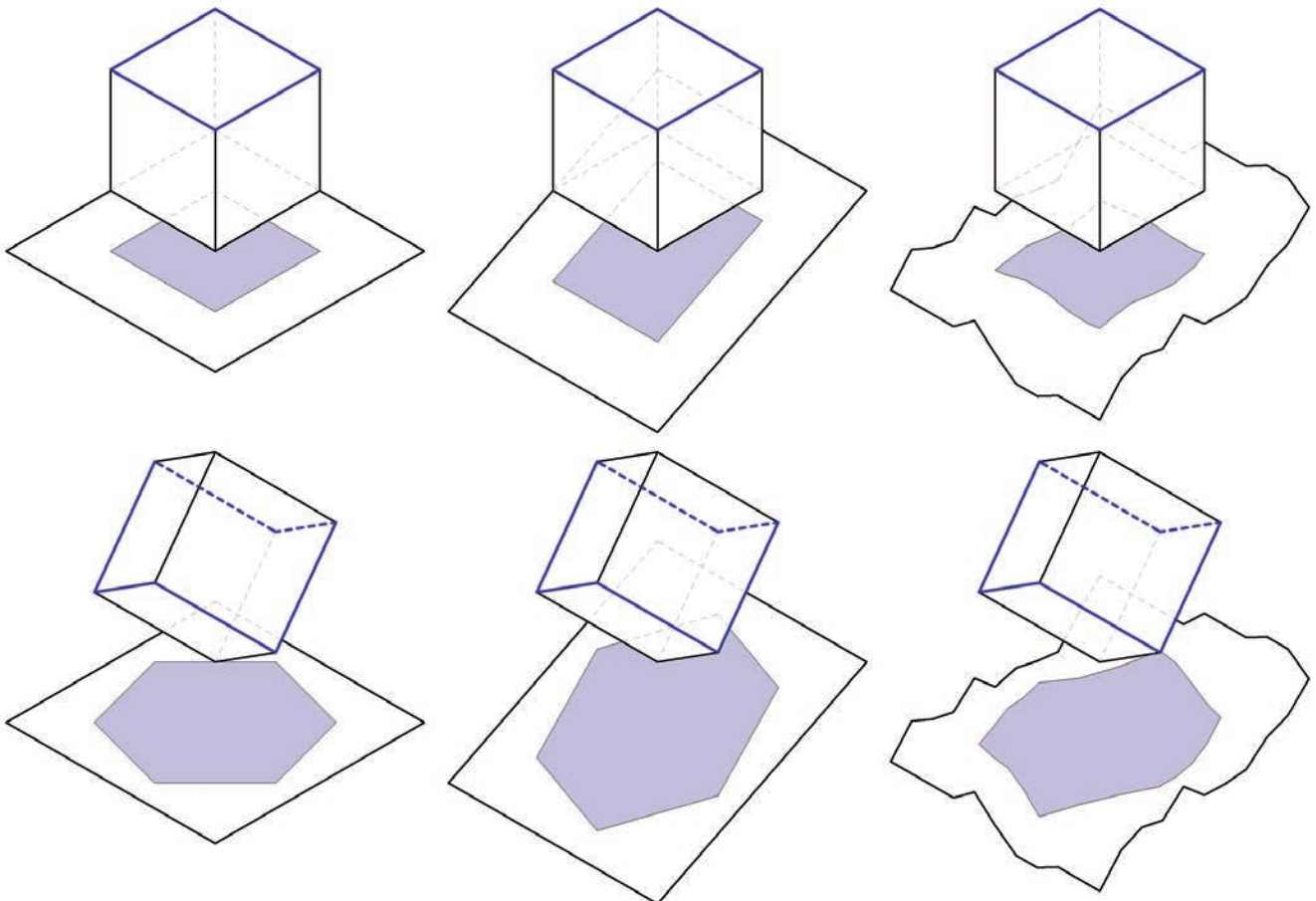


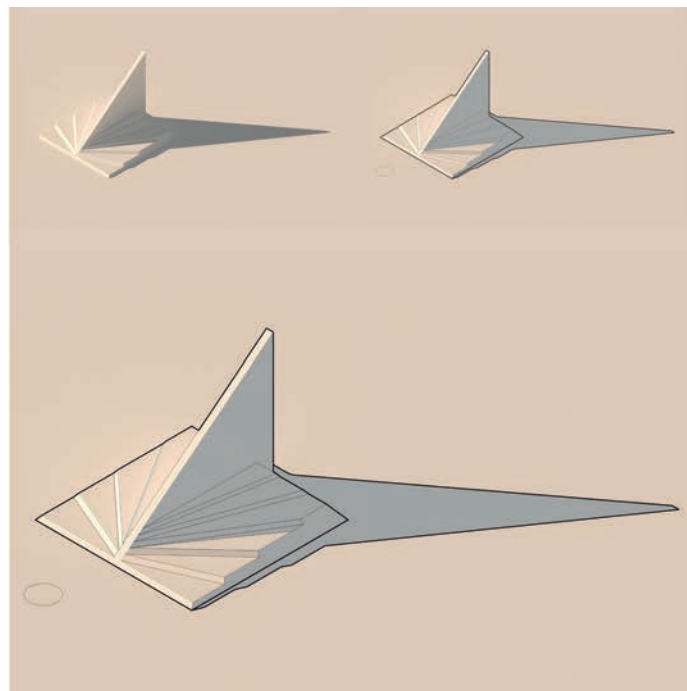
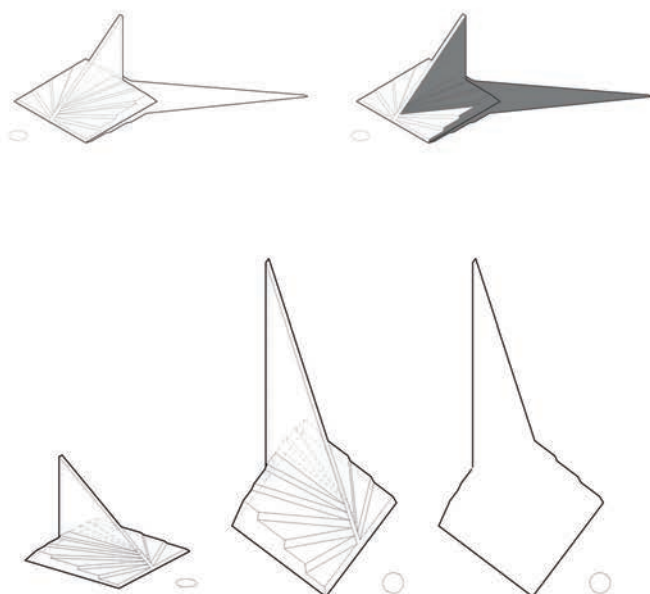
looking for. We thus propose to obtain vector shadows on flat surfaces and with contemporary drawing programmes in the following way: as an orthogonal cylindrical projection (when the plane is orthogonal) or as a homology of it (when it is not). For non-flat or irregular surfaces, however, we must work with the projection and intersection of the lines that make up and delimit the objects, one at a time. Worthy of note, shadows on flat surfaces of the same figure at the same time always have a relationship of affinity and this relationship extends to the figure shadow line when it is contained in a plane (for example, in the case of a sphere) since, for all purposes, we are sectioning with planes the plane extrusion in the direction of the projection. However, affinity (and consequent homology) will be meaningless in non-planar figures, that is, with non-flat shadow lines or

los programas contemporáneos de dibujo: como una proyección cilíndrica ortogonal (en el caso de que el plano sea ortogonal) o como una homografía de la misma (en el caso de que no lo sea). Para las superficies no planas o irregulares, no obstante, deberemos trabajar con la proyección e intersección de las líneas que conforman y delimitan los objetos... una a una. Cabe destacar, además, que las sombras sobre superficies planas de una misma figura a una misma hora guardan siempre una relación de afinidad y que, esta relación, se extiende a la línea de sombra de la figura cuando esta está contenida en un plano (por ejemplo, en el caso de una es-

fera) ya que, a todos los efectos, estamos seccionando con planos la extrusión de la misma en la dirección de la proyección. No obstante, la afinidad (y la consiguiente homografía) no tendrá sentido en las figuras no planas, esto es, con líneas de sombras no planas o proyecciones contenidas en superficies complejas. En la figura 7 observamos, precisamente, la distinción entre la línea de sombra plana de la que no lo es.

En la figura 8 resumimos el flujo de trabajo necesario para obtener las sombras arrojadas sobre superficies planas, demostrando cómo podemos transformar la proyección cilíndrica ortogonal del mode-





8

lo en su sombra arrojada sobre el plano horizontal siempre y cuando se cumplan estas dos condiciones:

1. Dicha proyección se realice exactamente desde el punto de vista donde se encuentra el sol. Nótese que dicha proyección representará, además y únicamente, las superficies iluminadas del objeto.
2. La transformación homográfica se realice apoyándonos en una figura auxiliar. En nuestro caso hemos optado por una circunferencia paralela al plano donde pretendemos calcular la sombra. Así, transformando la elipse (proyección de dicha circunferencia sobre el plano ortogonal a los rayos que calculan por defecto los programas de ordenador) en la circunferencia (y arrastrando con dicha transformación, escalado en una dirección, al resto de elementos) obtenemos la sombra arrojada sobre el plano que la contiene.

La figura 9, por su parte, sintetiza la problemática que supone el cálculo de sombras vectorial sobre superficies no planas. En este caso, como anunciábamos, deberemos calcular discretamente cada una

de las proyecciones de cada una de las superficies que intervienen en la construcción de la sombra propia, autoarrojada y/o arrojada. Este tipo de ejemplos son idóneos para ejercitar la visión espacial, así como para demostrar la capacidad crítica y selectiva del dibujante y/o arquitecto en formación.

Conclusiones

En primer lugar, orquestamos así, mediante la presente investigación, una propuesta metodológica mucho más didáctica (y menos críptica) que la que realizan las computadoras por defecto. Comprobar cómo las sombras de las imágenes de mapas de bits coinciden con la composición de las líneas de las imágenes vectoriales pone de manifiesto lo invisible del proceso (y del cálculo) al tiempo que nos recordará la importancia de ser crítico con lo que los programas informáticos nos ofrecen (en ocasiones nos imponen) constantemente.

En segundo lugar, establecemos una **conexión**, explícitamente inexistente, entre la precisión del cálculo de sombras tradicional y la

7. (Arriba) Sombras arrojadas de un hexaedro en el caso de que su línea de sombra esté contenida en un plano. (Abajo) Sombras de un hexaedro en el caso de que su línea de sombra no esté contenida en un plano

8. (Izquierda) Flujo de trabajo para la obtención vectorial de las sombras propias y arrojadas del reloj de sol de la Universidad de Alicante, obra de Ramón Maestre López-Salazar. (Derecha) Superposición vectorial-ráster

7. (Top) Hexahedron shadows when its shadow line is contained in a plane. (Below) Hexahedron shadows when its shadow line is not contained in a plane

8. (Left) Workflow for the vectorial obtention of the form-shadow and cast shadows of the sundial of the University of Alicante. (Right) Vector-raster overlapping

projections contained on complex surfaces. Figure 7 offers a precise illustration of the distinction between the flat shadow line and the line that is not flat.

Figure 8 summarises the workflow necessary to obtain the cast-shadows on flat surfaces, demonstrating how we can transform the orthogonal cylindrical projection of the model into its cast-shadow on the horizontal plane as long as the following two conditions are met:

1. The projection is conducted from the exact sunlight point. Of note, this projection will also represent the illuminated surfaces of the object – and only those surfaces.

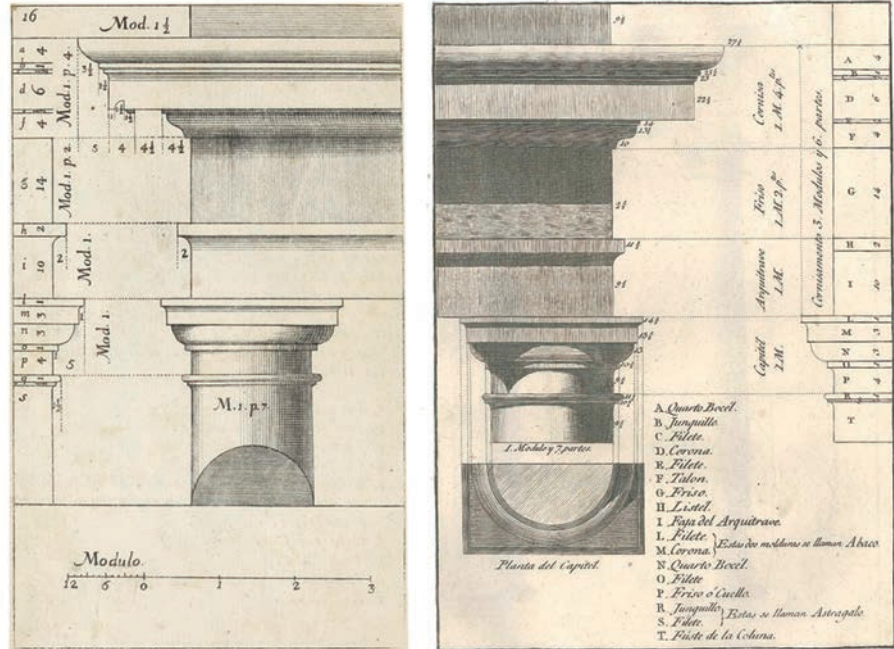


- The homographic transformation is performed using an auxiliary figure. In our case we opted for a circumference that is parallel to the plane in which we intend to calculate the shadow. Thus, transforming the ellipse (projection of this circumference on the plane that is orthogonal to the rays calculated by default by computer programmes) into the circumference (and dragging the rest of the elements, scaled in one direction, with this transformation) we obtain the cast-shadow in the plane that contains it.

Figure 9, on the other hand, summarises the problem of calculating vector shadows on non-flat surfaces. In this case, as stated, we must discreetly calculate each projection of each surface involved in the construction of form-shadow, self-shadow and/or cast-shadow. These types of examples are ideal to exercise spatial vision and to demonstrate the critical and selective capacity of the draughtsman and/or architect in training.

Conclusions

First, in the present study, we devised a methodology that is more didactic (and less cryptic) than that proposed by default by computers. Verifying how bitmap image shadows match the composition of vector image lines reveals how the process – and calculation – is invisible. At the same time, it reminds us how important it is to remain critical of what computer programmes continually offer (and sometimes impose) on us. Second, we established an explicit non-existent connection between the precision of traditional shadow calculation and the immediacy (speed and ease) of incorporating lighting into contemporary infographics. Such a connection helps us to understand how the work of our elders is tremendously current. It also gives contemporary drawings a scientific basis that is systematically overlooked, despite being present and relevant today. We wish to finish by highlighting how line drawing (which characterises us as architects and geometers) is efficient, expressive and offers multiple possibilities. It must therefore be preserved. In addition, combining line drawing with the all-



9

inmediatez (rapidez y facilidad) de la incorporación de la iluminación en las infografías contemporáneas. Dicha conexión nos ayudará a entender el trabajo de nuestros mayores como rabiosamente actual y, al mismo tiempo, dotará a los dibujos contemporáneos de una base científica que, aunque relevante y existente, en cualquier caso, es sistemáticamente ignorada.

En tercer y último lugar subrayamos, además, la eficacia, expresividad y múltiples posibilidades de conservar el dibujo a línea (que nos caracteriza como arquitectos y geométricos) así como la pertinencia que su combinación tiene con las potentísimas imágenes que colonizan nuestros dispositivos. ■

Notas

1/ “la computación ahora es tan poderosa (y barata) que ya no necesitamos simplificar la realidad para modelarla; cada vez más, podemos lidiar con la ingobernabilidad del mundo tal como es” (traducido por el autor)

Referencias

- CHATEAU CANTILLANA, P. F., 2018. “La parte y el todo. Estudios sobre la visión en dos cuadros de Jan Vermeer”. *Arte, Individuo y Sociedad*, 31(1), 147-163. <https://doi.org/10.5209/ARIS.59755>
- BACHELARD, G., 1932. *La intuición del instante*. Buenos Aires, Siglo Veinte, 1973.

- CARPO, M. (2013). “The art of drawing”. En *Architectural Design*, September October 2013 (no 225), 128-133
- DELAGARDETTE, C. M., 1786. *Règles des cinq ordres d'architecture de vignole, avec un détail d'un ordre dorique de poestum; suivies d'une seconde partie, contenant les leçons élémentaires des ombres dans l'architecture, démontrées par principes pris dans la nature*. Paris: Chereau
- DEWEY, J., 1934. *Art as Experience*. Traducido por S. Ramos, El arte como experiencia, 1949. Méjico y Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica
- DOMÉNECH ROMÀ, J., 1989. *Cartas solares, teoría de sombras y soleamiento*. Alcoy (España): Llorens Libros.
- FRANCO TABOADA, J. A., 2012. *Geometría descriptiva para la representación arquitectónica. Volumen 2*. Santiago de Compostela (España): Andavira Editora S.L.
- GOMBRICH, E.H., 1950. *La historia del arte*. Phaidon press: Londres, Reino Unido
- JUAN GUTIÉRREZ, P. J., y MARCOS ALBA, C. L., 2016. “De la línea al punto: fotogrametría digital y narrativa gráfica”. En *EGE Revista De Expresión Gráfica En La Edificación*, (9), 78–85
- KAPSTEIN, M. T., 2004. *The Presence of Light: Divine Radiance and Religious Experience*, 2004. Chicago y Londres: University of Chicago Press.
- KELLOG, M., 2022. Render. En el diccionario en línea *WordReference* [fecha de consulta agosto de 2022] <https://www.wordreference.com/definicion/render>
- KLEE, P., 2015 [1940]. *Teoría del arte moderno*. Ediciones Caldén. Buenos Aires (Argentina)
- LE CORBUSIER, 1998 [1923]. *Hacia una arquitectura*. Ediciones Apóstrofe S.L.: Barcelona
- MAESTRE LÓPEZ-SALAZAR, R., 1999.



9. (Izquierda) Reproducción de la lámina explicativa del orden toscano de Vignola y su interpretación (con sombras más precisas) por C.M. Delagardette. (Derecha) Cálculo automático de sombras sobre modelo digital a través de una imagen ráster y cálculo manual de una de las sombras del conjunto a través de una imagen vectorial

9. (Left) Reproduction of Vignola's Tuscan order explanatory plate and its interpretation (with more precise shadows) by C.M. Delagardette. (Right) Automatic shadow calculation on a digital model through a raster image and manual calculation of one shadow of the set using a vector image

“Homograf.1. Aplicación infográfica para levantamiento de planos de fachadas a partir de una fotografía y trazado simplificado de perspectivas”. En *Actas del V Congreso de la Asociación de Profesores de Expresión Gráfica Aplicada a la Edificación: Burgos, 2, 3 y 4 de diciembre de 1999*, 1999, ISBN 84-95211-19-X, págs. 463-472

- MARTÍNEZ MINDEGUÍA, F., 2007. “La academia de San Luca, Vignola v el dibujo”. *EGA Expresión Gráfica Arquitectónica*, 12(12), pp. 176–183. doi: 10.4995/ega.2007.10311.
- MITCHELL, W.J.T. 2005. “No existen medios visuales”. En *Estudios visuales: la epistemología de la visualidad en la era de la globalización* / coord. por José Luis Brea, 2005, ISBN 978-84-460-2323-4, págs. 17-25
- MONGE, G., 1996 [1803]. *Geometría descriptiva*. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
- OLIVA MEYER, J., 2020, “Perspectivas militares dibujadas mediante programas de modelado virtual 3D”. En *Narrativa gráfica y dibujo en arquitectura* / coord. por Carlos L. Marcos Alba, Jorge Domingo Gresa, 2020, págs. 186-217
- ORTEGA Y GASSET, J. 2015 [1929]. ¿Qué es la filosofía? y otros ensayos. Madrid: Alianza Editorial.
- POZO, J. M. (2008). “Advertencia preliminar” en NAGORE, F. (2008). *Geometría métrica y descriptiva para arquitectos*. ETS Arquitectura: Universidad de Navarra
- VALERY, P. 2005 [1923] *Eupalinos o el Arquitecto*. Madrid: Editorial Antonio Machado. Colección “La Balsa de la Medusa”. p. 32
- DA VIGNOLA, J. B., 1563. *Regola delli cinque ordini d'architettura*, Bologna, Lelio dalla Volpe, edición de 1736 https://it.wikipedia.org/wiki/Regola_delli_cinque_ordini_d%27architettura

powerful images that colonise our devices is highly relevant today. ■

References

- CHATEAU CANTILLANA, P. F., 2018. “La parte y el todo. Estudios sobre la visión en dos cuadros de Jan Vermeer”. *Arte, Individuo y Sociedad*, 31(1), 147-163. <https://doi.org/10.5209/ARIS.59755>
- BACHELARD, G., 1932. *La intuición del instante*. Buenos Aires, Siglo Veinte, 1973.
- CARPO, M. (2013). “The art of drawing”. In *Architectural Design*, September October 2013 (no 225), 128-133
- DELAGARDETTE, C. M., 1786. *Règles des cinq ordres d'architecture de vignole, avec un détail d'un ordre dorique de poestum; suivies d'une seconde partie, contenant les leçons élémentaires des ombres dans l'architecture, démontrées par principes pris dans la nature*. París: Chereau
- DEWEY, J., 1934. *Art as Experience*. Translated by S. Ramos, El arte como experiencia, 1949. Méjico y Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica
- DOMÉNECH ROMÀ, J., 1989. *Cartas solares, teoría de sombras y soleamiento*. Alcoy (España): Llorens Libros.
- FRANCO TABOADA, J. A., 2012. *Geometría descriptiva para la representación arquitectónica. Volumen 2*. Santiago de Compostela (España): Andavira Editora S.L.
- GOMBRICH, E.H., 1950. *La historia del arte*. Phaidon press: Londres, Reino Unido
- JUAN GUTIÉRREZ, P. J., & MARCOS ALBA, C. L., 2016. “De la línea al punto: fotogrametría digital y narrativa gráfica”. In *EGE Revista De Expresión Gráfica En La Edificación*, (9), 78–85
- KAPSTEIN, M. T., 2004. *The Presence of Light: Divine Radiance and Religious Experience*, 2004. Chicago y Londres: University of Chicago Press.
- KELLOG, M., 2022. Render. In the *WordReference Online Dictionary* [consultation date August 2022] <https://www.wordreference.com/definition/render>

- KLEE, P., 2015 [1940]. *Teoría del arte moderno*. Ediciones Caldeón. Buenos Aires (Argentina)
- LE CORBUSIER, 1998 [1923]. *Hacia una arquitectura*. Ediciones Apóstrofe S.L.: Barcelona
- MAESTRE LÓPEZ-SALAZAR, R., 1999. “Homograf.1. Aplicación infográfica para levantamiento de planos de fachadas a partir de una fotografía y trazado simplificado de perspectivas”. En *Actas del V Congreso de la Asociación de Profesores de Expresión Gráfica Aplicada a la Edificación: Burgos, 2, 3 y 4 de diciembre de 1999*, 1999, ISBN 84-95211-19-X, págs. 463-472
- MARTÍNEZ MINDEGUÍA, F., 2007. “La academia de San Luca, Vignola v el dibujo”. *EGA Expresión Gráfica Arquitectónica*, 12(12), pp. 176–183. doi: 10.4995/ega.2007.10311.
- MITCHELL, W.J.T. 2005. “No existen medios visuales”. In *Estudios visuales: la epistemología de la visualidad en la era de la globalización* / coord. por José Luis Brea, 2005, ISBN 978-84-460-2323-4, pp. 17-25
- MONGE, G., 1996 [1803]. *Geometría descriptiva*. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
- OLIVA MEYER, J., 2020, “Perspectivas militares dibujadas mediante programas de modelado virtual 3D”. In *Narrativa gráfica y dibujo en arquitectura* / coord. por Carlos L. Marcos Alba, Jorge Domingo Gresa, 2020, págs. 186-217
- ORTEGA Y GASSET, J. 2015 [1929]. ¿Qué es la filosofía? y otros ensayos. Madrid: Alianza Editorial.
- POZO, J. M. (2008). “Advertencia preliminar” in NAGORE, F. (2008). *Geometría métrica y descriptiva para arquitectos*. ETS Arquitectura: Universidad de Navarra
- VALERY, P. 2005 [1923] *Eupalinos o el Arquitecto*. Madrid: Editorial Antonio Machado. Colección “La Balsa de la Medusa”. p. 32
- DA VIGNOLA, J. B., 1563. *Regola delli cinque ordini d'architettura*, Bologna, Lelio dalla Volpe, edición de 1736 https://it.wikipedia.org/wiki/Regola_delli_cinque_ordini_d%27architettura