

THE “CAPILLA DESIGUAL POR LADOS CUADRADOS” BY VANDELVIRA THROUGH GRAPHIC AND GEOMETRIC ANALYSIS

LA VANDELVIRIANA “CAPILLA DESIGUAL POR LADOS CUADRADOS” A TRAVÉS DEL ANÁLISIS GRÁFICO Y GEOMÉTRICO

Antonio Estepa Rubio^a, Jesús Estepa Rubio^b

^a Escuela de Arquitectura y Tecnología, Universidad San Jorge, España.

^b ER arquitecto, España.

^aaestepa@usj.es, ^boficina@erarquitectos.com

Abstract

The relevance of this research focuses on the graphic explanation of the versatile and flexible calculation method employed by the Vandelvira to solve innovative systems of spherical vaulting bequeathed to us through their contributions. In this work, we address the differences in the formalization of the calculation method depending on whether the final trace we want to obtain is a segment or, conversely, an arc of a circumference. This inevitably requires us to solve the graphic calculation in two different ways. On the one hand, by intruding into the vertical projection of a cone of revolution with its axis perpendicular to the horizontal plane, which would generate a circular trace in the projection of the plan. On the other hand, if we seek a projection of cutting in straight sections in the plan, the intrusion of the cone into the vertical projection will be done so that the axis of rotation of the cone is parallel to the horizontal plane.

Keywords: Vandelvira; construction; geometry; layout.

Resumen

La relevancia de esta investigación se centra en la explicación gráfica del versátil y flexible método de cálculo empleado por los Vandelvira para dar solución a los innovadores sistemas de abovedado esférico que nos han sido legados gracias a sus contribuciones. En el estudio presentado abordamos las diferencias en la formalización del método de cálculo en función de que el trazo final que queramos obtener ya sea un segmento, o por el contrario, un arco de circunferencia. Ello irremediamente nos obliga a resolver el cálculo gráfico de dos formas distintas, por un lado desde la intrusión en la proyección vertical de un cono de revolución con su eje de giro perpendicular al plano horizontal, lo que engendraría un trazo circular en la proyección de la planta, o por otro lado, si en la planta buscamos una proyección de despiece en tramos rectos, la intrusión del cono en la proyección vertical la haremos de forma que el eje de giro del cono sea paralelo al plano horizontal.

Palabras clave: Vandelvira; construcción; geometría; trazado.

1. CONCEPTUAL FRAMEWORK

For the executive development of spherical vaults, it is necessary to accurately obtain the cutting templates required to work the stone material extracted from the quarry. To achieve this, Vandelvira employs the technique of inscribing conical surfaces in each spherical course. Consequently, the different spherical voussoirs, through geometric reduction, correspond to their footprint on the intrados of each cone before being developed by levels to obtain the corresponding stereotomic patterns.

In the method of simplifying spherical courses into intrados cones, a clear differentiation is established based on the primary projection used for the desired layout. Simply put, there are variations in how the calculation is approached. On one hand, if the goal is to obtain a straight segment, or on the other, if the goal is to generate an arc of a circumference.

For the first case, the solution involves the intrusion of a cone of revolution with its axis perpendicular to the horizontal dihedral plane, thus creating a circular trace in the plan projection. For the second case, if the objective is a breakdown into straight segments in the plan, the solution involves the intrusion of a cone with its axis parallel to the horizontal dihedral plane. This analysis is supported by graphical representations in dihedral

projection, upon which the three-dimensional development of the case study will be detailed: the chapel with unequal square sides.

The sphere, recognized as an ideal surface, presents its construction through the grouping of flat fragments as a mathematically impracticable exercise, unless each part is reduced to infinitesimal elements. However, this approach faces the material impossibility of its constructive application. In this context, it is imperative to find an iterative approximation method that allows addressing the problem in a similar way but that, from a constructive perspective, can be managed within the limits of technical capabilities. Additionally, like any other human activity, its construction must be characterized by tolerating, to a greater or lesser extent, the imperfection of the workmanship (Figures 1 and 2).

The method used by Vandelvira to determine the precise cuts necessary to address the resolution of each case, as well as to calculate each family of voussoirs (Figure 3), is based on the theorems of intersection of quadric surfaces (Figure 4). Specifically, it relies on the particular cases of intersection of quadrics of revolution, with a specific focus on the use of intersections of surfaces with parallel axes (Izquierdo Asensi, 2007, p. 116).

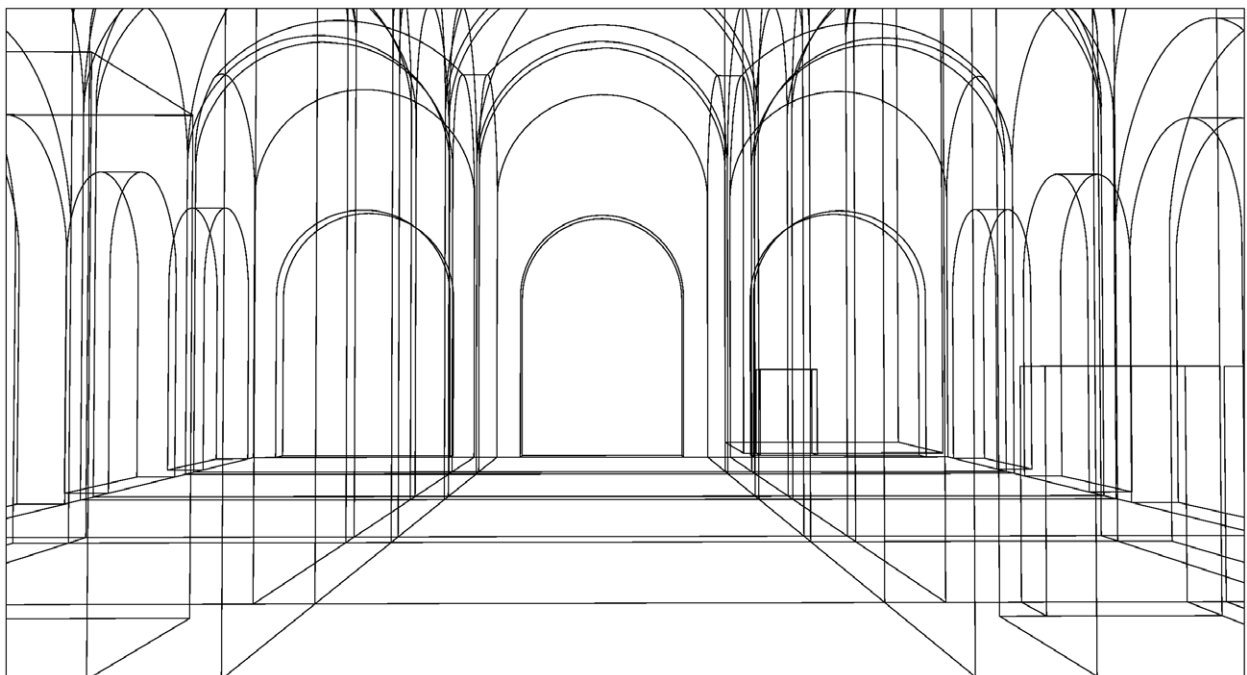


Fig. 1. Schematic representation of the interior space of the Parish Church of the Immaculate Conception in Huelma, Jaén. (Source: Own elaboration, 2014).

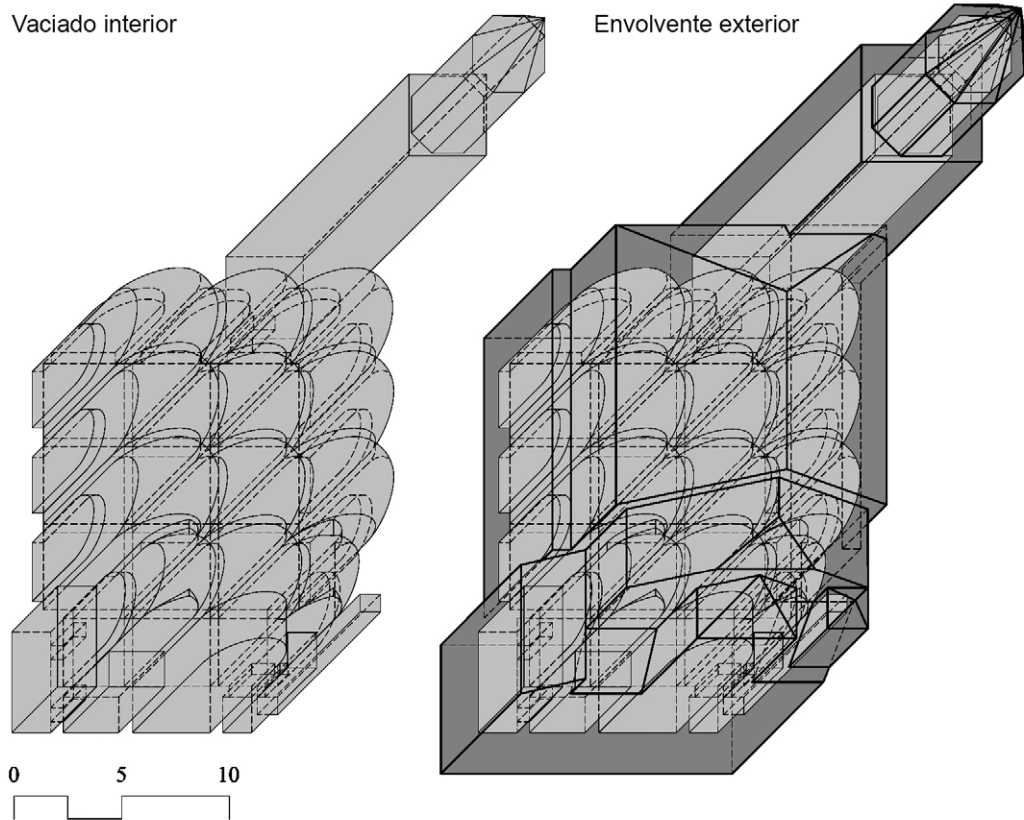


Fig. 2. Military perspectives on the spatial sequences of formal configuration of Immaculate Conception Church in Huelma, Jaén. (Source: Own elaboration, 2024).

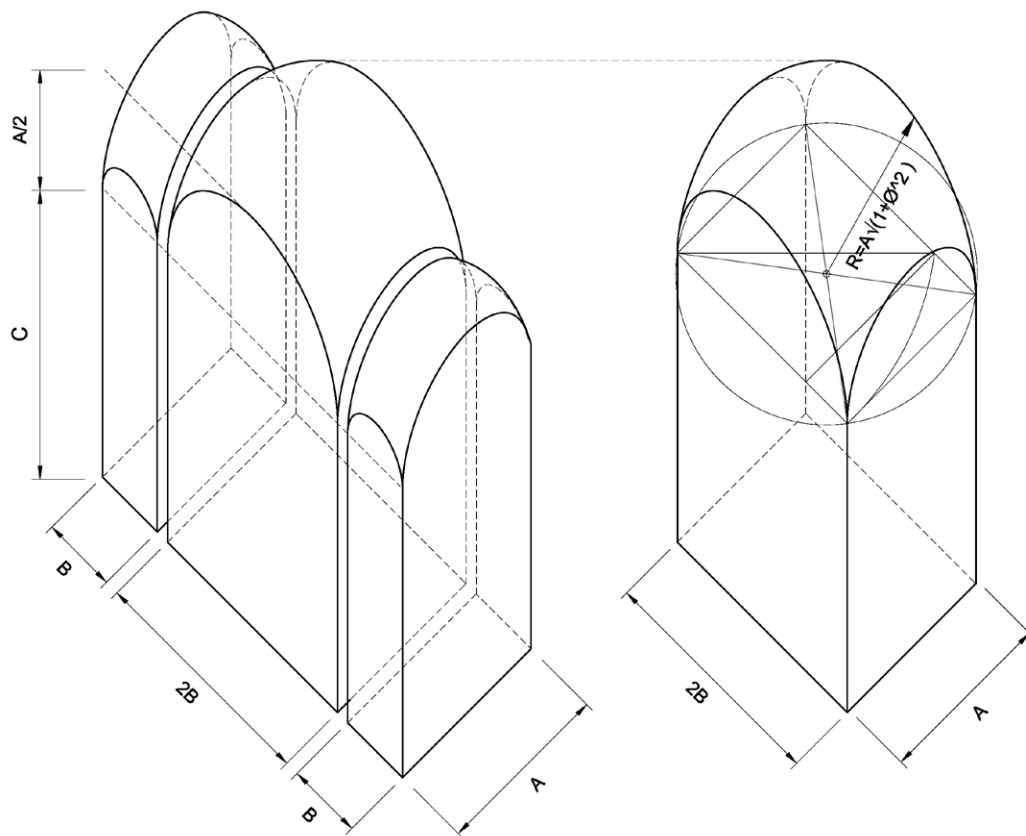


Fig. 3. Spatial configuration diagram of vaults. (Source: Own elaboration, 2024).

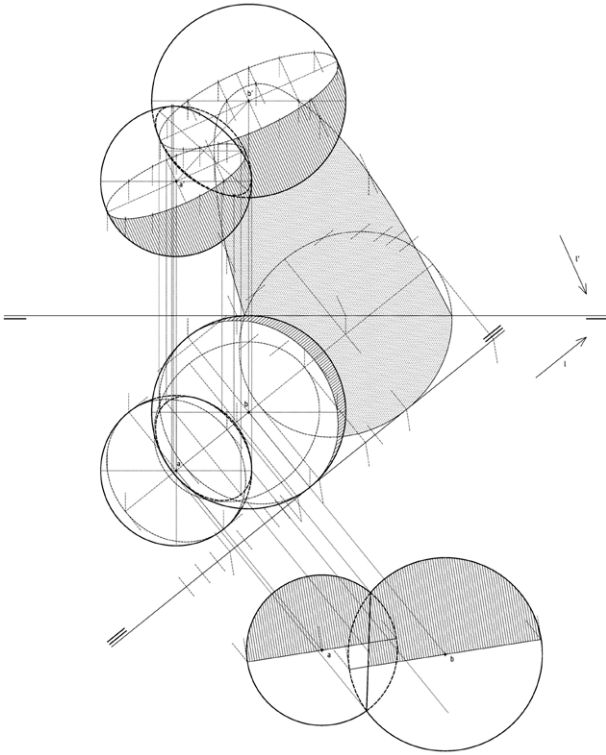


Fig. 4. Example of application of the intersection theorems of quadric surfaces for the resolution of concatenated vaults. (Source: Own elaboration, 2014).

2. GEOMETRIC APPROACH

Within the framework of the conical method, it is pertinent to establish a clear differentiation regarding the projection selected as the main one for the development of the proposed layout. In more colloquial terms, it could be stated that there is a distinction in the formalization of the calculation method depending on whether the geometric layout aims to obtain a straight segment or, conversely, a circular arc.

This distinction inevitably implies the need to approach the graphic calculation in two divergent ways. On one hand, by intruding into the vertical projection of a cone of revolution with its axis of rotation perpendicular to the horizontal plane, thereby generating a circular trace in the plan projection. On the other hand, if a projection of straight sections in the plan is pursued, the intrusion of the cone into the vertical projection will be performed in such a way that the cone's axis of rotation is parallel to the horizontal plane.

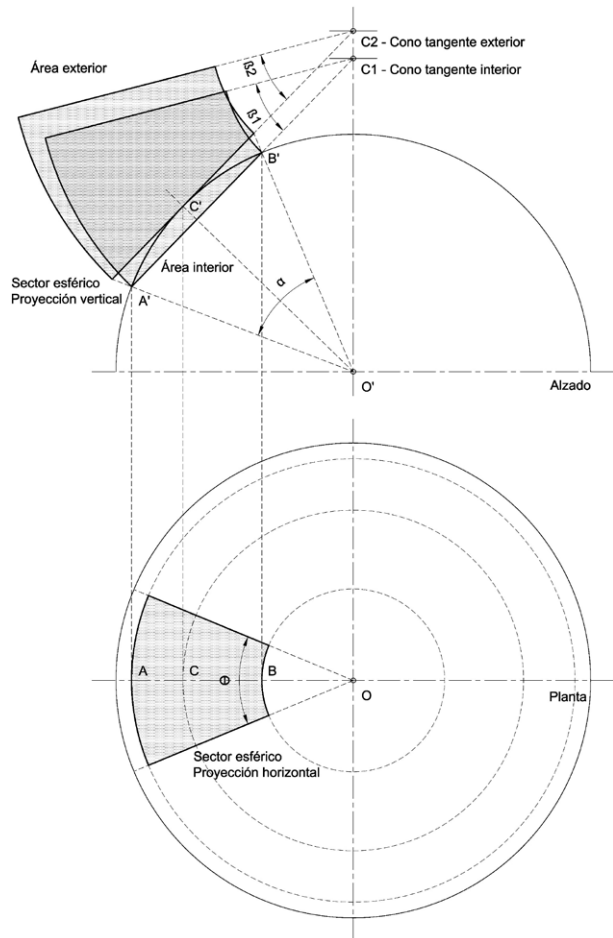


Fig. 5. Geometric procedure for calculating a segment of a sphere from the intrusion of an equivalent cone. (Source: Own elaboration, 2014).

To understand the operability of this method, we will rely on the attached figure (Figure 5), under the premise that the desired stereotomic development presents a circular layout. That is, the intrusion of the auxiliary cone in the vertical projection (elevation) has an axis of rotation perpendicular to the horizontal projection plane (plan). Furthermore, to ensure that the intersection results in a conic curve in space (and not of fourth degree as determined by general theorems), it is stipulated that the center of the sphere remains contained in the axis of revolution of the cone.

The auxiliary cone under consideration passes through the extreme points that delimit the voussoir in elevation, designated in the diagram as A and B. These points constitute the ends where the intersection curves between the

sphere and the cone run¹. The cone, on the other hand, is defined by an angular development, characterized by an angle β , which delineates the layout of the cutting pattern and is represented in the drawing (Figure 5). The angular value β is determined through a graphical method that facilitates the calculation of the actual magnitude of the development, which is not directly known in the horizontal projection. This is because, as is known, the magnitude is altered when stretched according to the corresponding equivalent proportion.

The flat transformation of a spherical sector cannot be efficiently achieved by a single cone that passes through its intrados because the equidistance between the vertical levels (designated as A and B in our drawing) entails an imperfection directly proportional to the magnitude of this distance. Consequently, to approach a more precise solution, two geometric procedures have been developed.

The first option involves reducing the size of the piece being calculated, which, in a way, contradicts the overall essence of the procedure. This approach aims to build a modern notion clearly distant from the classical one, both in compositional and constructive terms, and departs from the stereotomic conceptual model to embrace masonry².

The second option, undoubtedly more complex and meticulous, involves calculating each piece at least twice. First, according to the established general premises, that is, by passing a cone through the intrados of the sphere from the maximum levels defined by its extreme equidistances in

the horizontal projection (referred to as A and B in the mentioned drawing). Secondly, a cone is passed tangentially to the extrados of the sphere at the point defined by the intersection of a line perpendicular to the segment defined by the union of the extreme levels (A and B) and the apparent contour of the vertical projection of the sphere (point C in our drawing). Or, in other words, the point determined by the bisector of the angular value of the vertical projection α ³ and the apparent vertical contour of the sphere. Once these two operations are calculated, the exact surface of the mathematically perfect development, solved graphically, would be the average of the surfaces obtained by the development of the cone from the exterior and the interior side⁴.

3. METHODOLOGICAL APPROACH

Addressing the solution to this problem requires a solid understanding of the intersection of surfaces in space. This knowledge is essential not only for the design of the prototype but also inevitably for its transformation into voussoirs that enable its construction. Once the composition is resolved, sufficient skill is required to reduce the geometry to patterns derived from a cone of revolution. Therefore, it is pertinent to examine the specific graphical calculation procedure employed to carry out this undertaking.

It is necessary to clarify that the geometric reflections mentioned above have an absolutely abstract and conceptual character. The proportion between the spatial definition of the opening to be covered and the formalization of the construction piece used minimizes the imperfection resulting from the transformation of the spherical sector of the intrados into a cone sector, making it practically negligible and imperceptible, although these pieces, when observed and compared on a human scale, may seem voluminous.

¹ The intersection curves of the cone and the sphere are resolved as two homothetic circles (one for entry and the other for exit) with their centers contained on the axis of rotation of the cone. The quartic intersection is reduced to two conics (two curves of second degree whose sum equals a curve of fourth degree in space), due to the fact that the axis of rotation contains the center of the sphere. According to general theorems, the vertical projection in the plane of the axes (or one parallel to it) reduces its degree by half, so that in the intersection of the cone and the sphere (intersection of quadrics with parallel axes) the projection becomes a parabolic arc. However, since the revolution axes of both surfaces are coincident (infinitely close parallelism), the vertex of the parabola will be at infinity, so the parabolic arc mutates into two segments of parallel lines (which are nothing but the branches of a degenerate parabola due to its extreme distance).

² If this were the solution, the method would collapse under its own weight, since if we decrease the size of the voussoir excessively, then the specific shape of each course is distorted to a similarity ratio that would allow all of them to be homogenized, meaning the voussoirs would distort into what we commonly call bricks.

³ The angle of the vertical projection also projects its value in true magnitude, although this angle does not serve us for the development of the surface, since it is only a reference entity that supports us for the calculation of the extreme tangency of the piece. The real point of tangency of this cone in space will be defined in this way in its vertical projection, and it has the particularity of being contained in the bisector plane of the voussoir, meaning its horizontal projection is contained in the bisector of the angle β .

⁴ Indeed, if we make the distance between A and B infinitesimally small, the point C coincides with the two previous ones, and consequently, the two cones (of the interior and exterior face) become coincident with each other as well.

When the surface of the voussoir acquires polygonal geometries or oval or elliptical deformations from the circle, auxiliary cones of various natures and characteristics are generated. Reference is not made to the cone as a rigidly defined figure, but as an instrumental manipulation of the convergence of a point of tangent lines to a variety of surfaces (Ampliato Briones, 1996, p. 125). This geometric approach, originating from a completely different field of application, bears a remarkable resemblance to that used to solve perspective problems (Barrañón, 2006, pp. 149-158) through Alberti's well-known visual pyramid. Ultimately, stonemasonry and perspective constitute two different aspects of a series of experiences in applied geometry, which extends to other disciplines and gradually gives rise to a system of relationships corresponding to a new concept of geometric space that we now call projective space (Ampliato Briones, 1996, p. 126).

Despite the apparent divergences and the initial difficulty in establishing relationships between two seemingly disparate fields, one cannot dismiss the possibility that, at a certain point, there arose an intentional convergence of specific experiences, along with the invention of particular formal games. This scenario would involve the fusion of seemingly different fields, such as the visual control of perspective space on one hand and the resolution of stonemasonry layouts on the other. An interpretive exercise that highlights this similarity is proposed by Professor Antonio Ampliato Briones, who addresses the *trompa avenerada* designed by Andrés de Vandelvira for the Convent of La Guardia in Jaén (Figure 6). According to this hypothesis, the solution devised by Vandelvira acquires an unexpected conceptual density, as it suggests with simple eloquence the superposition of the two geometric systematizations⁵ used by the architect (Ampliato Briones, 1996, p. 127).

⁵ The vertex of the cone from which the surfaces of the voussoirs are developed is exactly the same vertex that symbolizes the vanishing point of the ideal spatial imaginary in which the figures remain suspended. Thus, it is demonstrated (with this fabulous example by Andrés de Vandelvira) how the marriage of the two geometric procedures, of composition and mastery of the constructive domain of the architectural physical space, have a common theoretical and intellectual logic that is based on abstract procedures that could have been employed in disparate cases and situations, and it is for this reason that certain images can attain a certain paradigmatic value within the theoretical context in which the architecture we are analyzing unfolds.

This research aims to be particularly purist in defining the theoretical assumptions that ideally underpin the procedures used by the draftsmen. Therefore, it delves into the mechanisms that must be used to adequately address the graphical operations mentioned above.

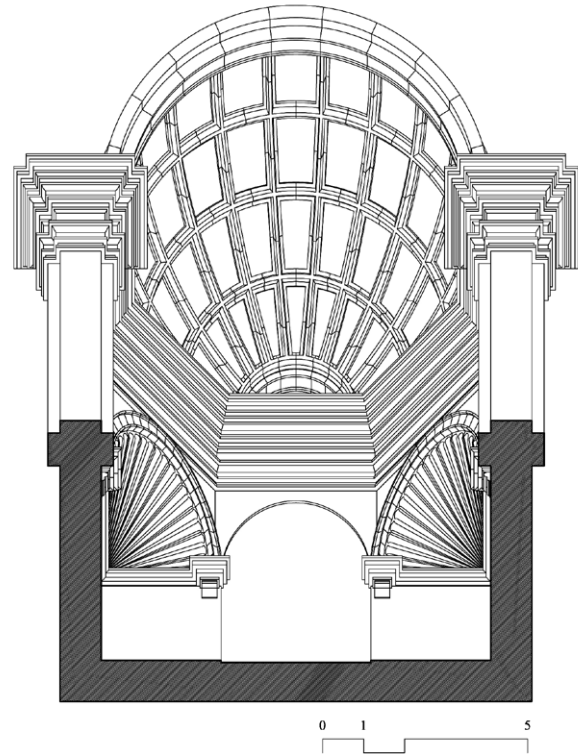


Fig. 6. Egyptian zenith axonometry of the octagon of La Guardia, Jaén. (Source: Own elaboration, 2015).

4. GRAPHICAL DEVELOPMENT

Given the preceding discussion, it's worth emphasizing the importance of planimetric consideration in shaping a conical surface. This is accomplished by determining an angular value that bounds the starting and ending generatrices, within which lie the countless generatrices forming the cone.

This angular value is determined through a consistent proportion between the radius of the circumference limiting the length of the generatrix and the mentioned length defined in the pitch measurement. The empirical formula describing the angle of interest, essential for understanding the development, is expressed by the following relationship: $\alpha/360=L/2\pi R \rightarrow \alpha=360R/G$ y $L=2\pi R$.

The mentioned empirical formulation appears cumbersome and, furthermore, irrelevant. It is more practical to obtain this angular value through a calculation procedure fully supported by graphical means. To determine this angular value, begin by drawing a circle with a value equal to the generatrix of the cone, designated as G (Figure 7). In the lower quadrant of this circle, tangentially draw another circle with a value equal to the radius of the cone, denoted as R . In the upper quadrant, draw an arc with a value equivalent to three-quarters of the generatrix, allowing for the calculation of point 2, one of the endpoints of the drawing. On the other hand, in the lower quadrant of the circle with radius R , draw an arc with a value equal to three-quarters of the radius, allowing for the calculation of point 1. The connection of this point with point B of the arc determines the position of point C, the center of a circle arc with radius $C-T$, thus defining the position of point B, the other desired endpoint. The connection of the two endpoints B-2, intersecting with the circle of radius G , defines the extreme position of the generatrix that closes the development. By symmetry, calculate the other remaining half, thus defining the angular value α .

With the obtained angular value, the planimetric reduction of the conical surface is achieved graphically by defining a sector of a circumference bounded by an angle α with a radius equal to the length G of the cone's generatrix. This graphical operation is essential for understanding how to calculate the pieces that compose each course, as for the construction of each one, a pattern must be drawn to work with the stones, even without being hewn, extracted from the quarry. This drawing system was one of the fundamental mechanics with which Alonso de Vandelvira ideally reproduced a large part of the solutions developed in the works of his father.

Following this same logic, we can analyze the natural geometry of a pendentive (idealizing it a priori) since, if we understand it by assimilation to a cone, cone fragment, or truncated cone, the definition of the patterns necessary to cut each of the pieces that compose it will always respond to this infallible graphical calculation procedure. Furthermore, by taking advantage of the continuous use of symmetry planes routinely used to formalize the spatial compositions of the models, the work would be quantitatively bounded. It would suffice to use the same template on its convex or concave

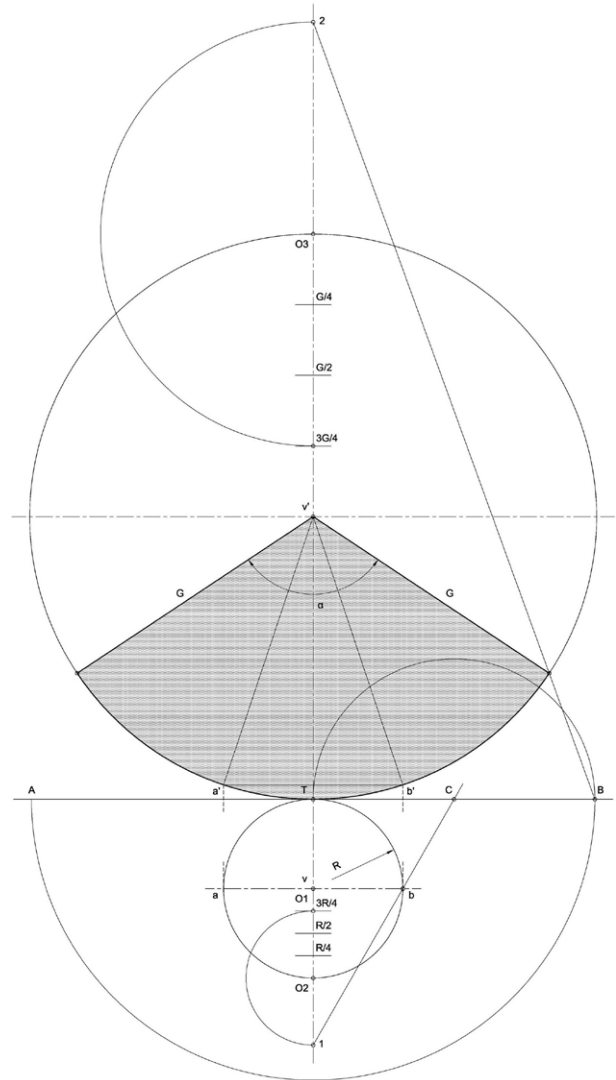


Fig. 7. Graphic development of a straight cone. (Source: Own elaboration, 2014).

side, with one position or another, to replicate several of these unique and differentiated pieces for the same partial geometry⁶.

From this abstract perspective and through the combined management of geometry and construction, it is possible to generalize any work methodology derived from the cone method. Alonso de Vandelvira, in fact, developed a general method based on the intersection of alterations

⁶ We must consider that in the 16th century, there were no advanced mechanical procedures that allowed for serial repetition, making it essential to delve into the economy of the means employed. This is why the development of formal simplification strategies becomes of paramount importance. As explained, the intelligent use of the same roughing template saved the need to make a model for each layout, which inevitably would imply an increase in the time required for the extraction of each of the voussoirs from the factory, and simultaneously an increase in labor costs.

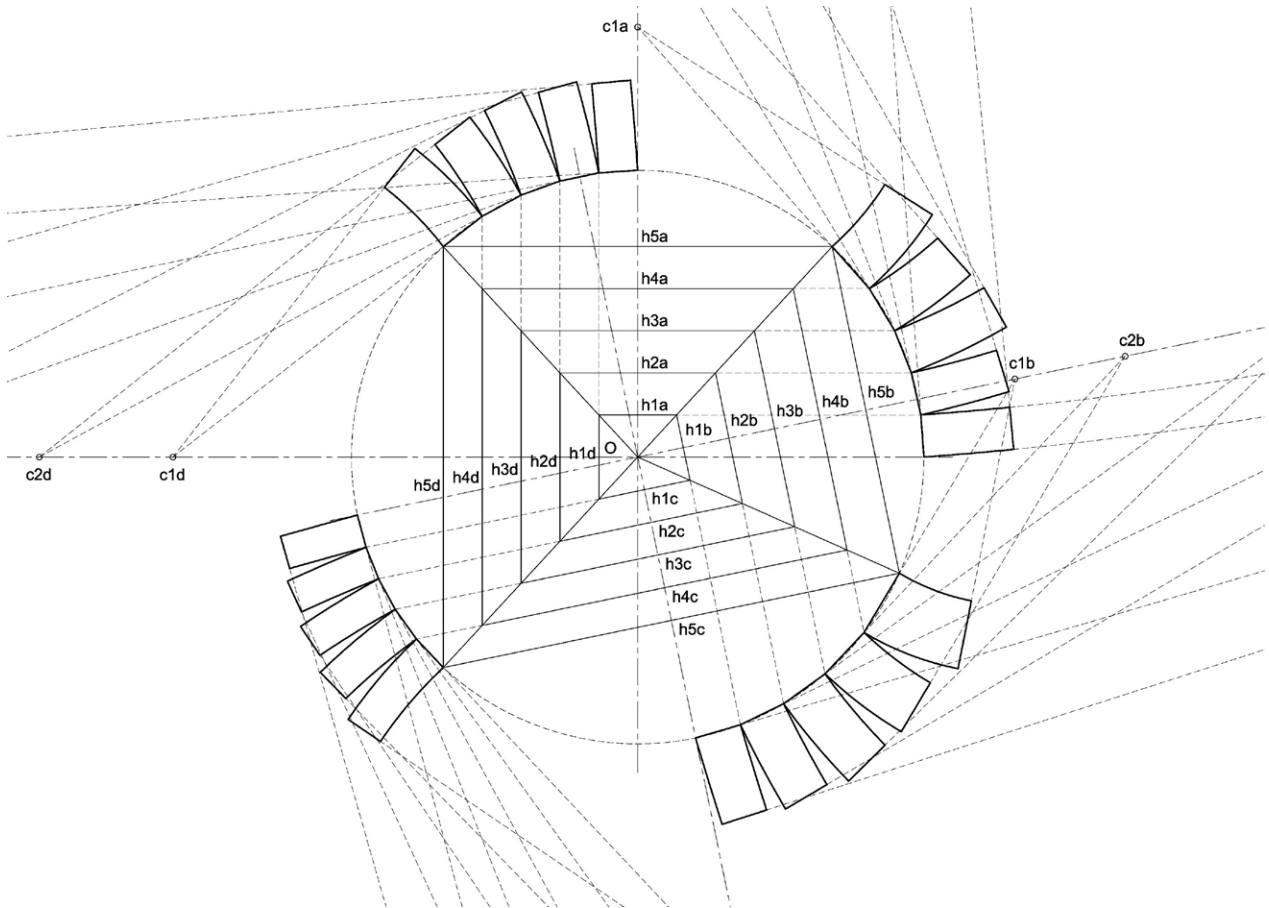


Fig. 8. Geometrical layout of the “*capilla desigual por lados cuadrados*” defined by Alonso de Vandelvira. (Source: Own elaboration, 2014).

of the same solution, as evidenced in the case of the “*capilla desigual por lados cuadrados*” (Barbé Coquelin De Lisle, 1977, [Fol. 63r.]). In this case, he proposes the crossing of up to four families of independent cones, graphically presenting this proposal convincingly (Figure 8).

It’s important to note that the “*capilla desigual por lados cuadrados*” is entirely contained within a single spherical surface (Palacios Gonzalo, 1987, p. 55). The solution of stereotomic disintegration into four differentiated procedures is presented as a way to demonstrate that with the same geometry, it’s possible to encompass a space defined by a polygon with unequal sides. Each side of the chapel’s perimeter will generate a family of horizontal-axis sector cones, represented in the plan as segments parallel to the outer perimeter. Naturally, these families will intersect with the family of cuts, which, on each side, are the bisectors drawn from the master lines on the outlines defining the chapel from the outside (Figure 9).

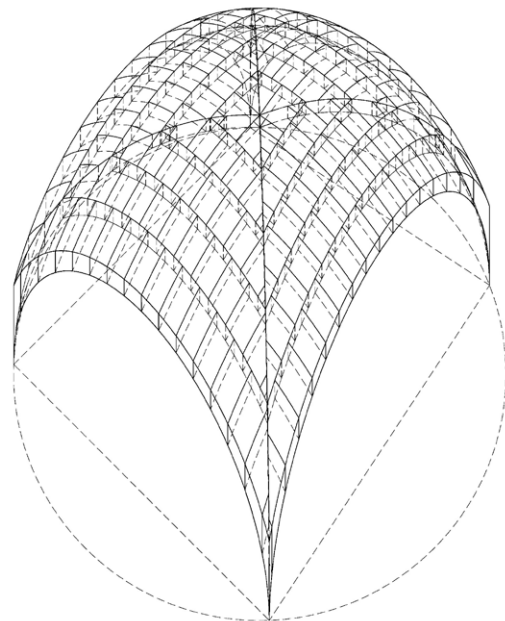


Fig. 9. Exploded aerial and zenith military axonometries of the stereotomic disassembly of the “*capilla desigual por lados cuadrados*”. (Source: Own elaboration, 2014).

Unlike the "capilla redonda con vuelta redonda", which exhibits a biaxial symmetry that significantly simplifies execution and layout, in the "capilla desigual por lados cuadrados" symmetry cannot be used as a mechanism to reduce graphical operations. However, it is essential to consider that this solution was commonly used as a closing system for larger structures, especially when it was necessary to adapt a design to a specific layout, making its application more residual (Figure 10).

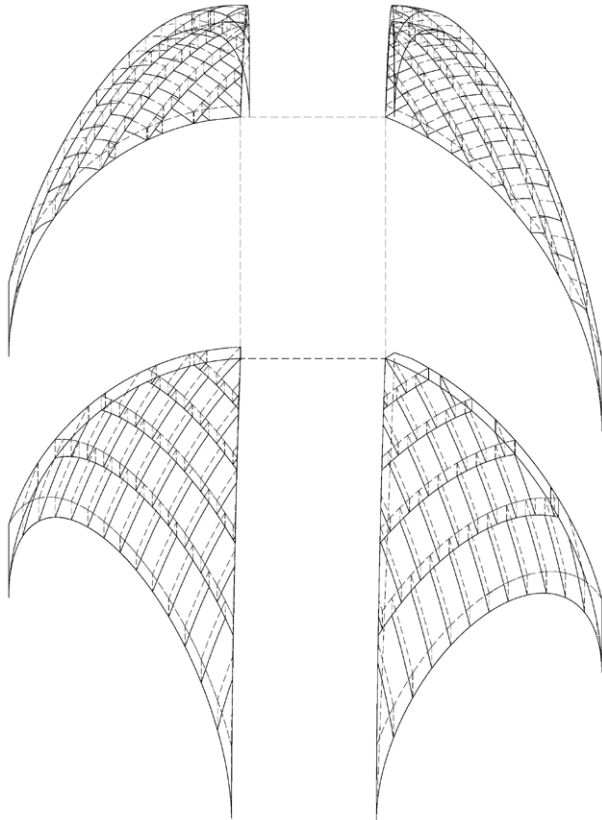


Fig. 10. Military aerial and zenith axonometries of the stereotomic disassembly of the "capilla desigual por lados cuadrados". (Source: Own elaboration, 2014).

5. CONCLUSIONS

In light of the foregoing discussion, it can be inferred that Andrés de Vandelvira, alongside contemporaneous masters, effectively delineated a novel framework to tackle intricate geometric scenarios. Within this context, the formulation and refinement of this graphical methodology substantiate the assertion that a substantial impetus existed during that period to amalgamate design principles with practical construction techniques. Evidently, there was a concerted effort to achieve heightened efficacy in addressing the executive decisions entailing various aspects of the design process.

It is important to note that this method serves as the foundation upon which more complex operations were subsequently implemented. These modes of addressing architectural challenges aimed to streamline the task of projecting onto paper fragments of diverse surfaces, often characterized by multiple curvatures.

The technological advancements witnessed during this period, combined with Andrés de Vandelvira's adeptness for formal experimentation, lend credence to the notion that his designs, formulated through potent graphical methodologies grounded in projective theory, synthesized executive and compositional decisions within a cohesive framework.

Thus, to conclude, it remains pertinent to acknowledge that the progress achieved during this historical period, as elucidated in this article, facilitates the resolution of complex issues that had hitherto been neglected or addressed in a less regulated manner. Consequently, upon analyzing the "capilla desigual por lados cuadrados" we grasp and appreciate the high pedagogical value of Vandelvira's work, as well as the transferability of his solutions to other projects.

REFERENCES

- Ampliato Briones, A. 1996. *Muro, orden y espacio en la Arquitectura del Renacimiento Andaluz: Teoría y práctica en la Obra de Diego Siloé, Andrés de Vandelvira y Hernán Ruiz*. Sevilla: Universidad de Sevilla y Consejería de Obras Públicas y Transportes. ISBN: 978-8-447-203031.
- Barbé Coquelin De Lisle, G. 1977. *El tratado de arquitectura de Alonso de Vandelvira: Edición con introducción, notas, variantes y glosario hispano-francés de arquitectura*. Madrid: Confederación Española de Cajas de Ahorros. ISBN: 978-8-472-313903.

Barrañón, A. 2006. "La pirámide visual en la Physica de Fray Alonso de la Veracruz". En *Memorias del Congreso Nacional de la Sociedad Mexicana de Historia de la Ciencia y la Tecnología*, p. 149-158. México: Academia Mexicana de Ciencias. ISBN: 978-9-686-409017.

Calvo López, J. 2002. Superficies regladas desarrollables y alabeadas en los manuscritos españoles de cantería. En *IX Congreso internacional de Expresión Gráfica Arquitectónica. Re-visión: Enfoques en docencia en investigación* (9º:2002: La Coruña), p. 337-342. La Coruña: Universidad de A Coruña. ISBN 84-9749-019-3.

Calvo López, J. 2005. Estereotomía de la piedra. En *I Máster de Restauración del Patrimonio Histórico*, p. 115-152. Murcia: Colegio de Arquitectos - Colegio de Aparejadores y Arquitectos Técnicos. ISBN 84-89882-20-07.

Castaño Perea, E. 2013. "Trazas renacentistas en dos cúpulas de Vandelvira: Teoría y Praxis". *Revista de Expresión Gráfica Arquitectónica*, vol. 18, nº. 21, p. 140-149. <https://doi.org/10.4995/ega.2013.1529>

Chueca Goitia, F. 1995. *Andrés De Vandelvira, Arquitecto*. Jaén: Ed. Riquelme y Vargas. ISBN: 84-86216-27-3.

Cruz Isidro, F. 2001. *Alonso de Vandelvira (1544-ca. 1626/7) tratadista y arquitecto andaluz*. Sevilla: Universidad de Sevilla. Secretariado de publicaciones. ISBN: 84-472-0655-6.

Estepa Rubio J. y Estepa Rubio A. 2013. "Análisis formal y trazado geométrico de la bóveda vaída en el espacio sacro del arquitecto Andrés de Vandelvira". En *International Workshop Architecture, Education and Society. International Seminar Architectonics Network* (6º:2013: Barcelona). Barcelona: Universidad Politécnica de Cataluña.

Estepa Rubio A. y Estepa Rubio J. 2016. "El método de los gajos como sistema de control en el trazado y la construcción de las cubriciones abovedadas vandelvirianas". *Revista de Expresión Gráfica Arquitectónica*, vol. 21, nº. 27, p. 232-241. <https://doi.org/10.4995/ega.2016.4743>

Galera Andreu, P. 2000. *Andrés De Vandelvira. Tres Cantos* (Madrid): Ed. Akal. ISBN: 978-84-460-1278-8.

Izquierdo Asensi, F. 2007. *Geometría Descriptiva* (24º Edición). Madrid: Ed. Paraninfo. ISBN: 978-84-922-10954

Palacios Gonzalo, J.C. 1987. "Estereotomía de la esfera". *Revista Arquitectura*, nº. 267, p. 54-65.

Rabasa Díaz, E. 2013. "Estereotomía: teoría y práctica, justificación y alarde". *Informes de la construcción*, nº. 65 (extra nº. 2), p. 5-20. <https://doi.org/10.3989/ic.13.014>

How to cite this article: Estepa Rubio, A., Estepa Rubio, J. 2024. "The 'capilla desigual por lados cuadrados' by Vandelvira through graphic and geometric analysis" *EGE Revista de Expresión Gráfica en la Edificación*, No. 20, Valencia: Universitat Politècnica de València. pp. 41-54. <https://doi.org/10.4995/ega.2024.20969>.

LA VANDELVIRIANA “CAPILLA DESIGUAL POR LADOS CUADRADOS” A TRAVÉS DEL ANÁLISIS GRÁFICO Y GEOMÉTRICO

1. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Para el desarrollo ejecutivo de bóvedas esféricas previamente resulta imperativo obtener con precisión las plantillas de desbaste estereotómico necesarias para trabajar el material pétreo extraído de la cantera. Para ello, Vandelvira utiliza el artificio geométrico de inscribir superficies cónicas en cada hilada esférica. Con ello, las distintas dovelas esféricas, por reducción geométrica, equivalen a su huella en el intradós sobre cada cono, antes de ser desarrollados por niveles para obtener los patrones estereotómicos correspondientes.

En el método de simplificación de las hiladas esféricas a conos de intradós, se establece una clara diferenciación según la proyección principal utilizada para el trazado deseado. En términos más simples, podemos decir que hay variaciones en la forma en la que se plantea el cálculo. Por un lado, si se pretende obtener un segmento recto o, por otro lado, si buscamos generar un arco de circunferencia. Para el primer caso, resolveremos mediante la intrusión de un cono de revolución con su eje de giro perpendicular al plano diédrico horizontal, generando así un trazo circular en la proyección de la planta. Para el segundo caso, si se busca un despiece en tramos rectos en la planta, resolveremos mediante la intrusión de un cono con eje de giro paralelo al plano diédrico horizontal. Este análisis se respalda mediante representaciones gráficas en proyección diédrica, sobre las cuales se desarrollará tridimensionalmente el caso de estudio que exploraremos en detalle: la capilla de lados cuadrados de forma desigual.

La esfera, reconocida como una superficie ideal, plantea su construcción por agrupación de fragmentos planos como un ejercicio matemáticamente impracticable, salvo cuando se reduce cada parte a elementos infinitesimales. No obstante, esta aproximación se enfrenta a la imposibilidad material de su aplicación constructiva. En este contexto, resulta imperativo hallar un método iterativo de aproximación que permita abordar el problema de manera similar pero que, desde una perspectiva constructiva, pueda manejarse dentro de los límites de las capacidades técnicas. Además, como cualquier otra actividad humana, su construcción se ha de caracterizar por tolerar, en mayor o menor medida, la imperfección de la puesta en obra (Figuras 1 y 2).

El método utilizado por Vandelvira para determinar los cortes precisos necesarios para abordar la resolución de cada caso, así como para calcular cada familia de dovelas (Figura 3), se fundamenta en los teoremas de intersección de superficies cuádricas (Figura 4). Específicamente, se basa en los casos particulares de intersección de cuádricas de revolución, con un

enfoque particular centrado en el uso de intersecciones de superficies de ejes paralelos (Izquierdo Asensi, 2007, p. 116).

2. PLANTEAMIENTO GEOMÉTRICO

Dentro del marco del método de los conos, resulta pertinente establecer una clara diferenciación con respecto a la proyección que se seleccione como principal para el desarrollo del trazado propuesto. En términos más coloquiales, se podría afirmar que existe una distinción en la formalización del método de cálculo en función de si en el trazado geométrico se aspira a obtener un segmento de recta o, en cambio, un arco de circunferencia.

Esta distinción implica inexorablemente la necesidad de abordar el cálculo gráfico de dos maneras divergentes. Por un lado, mediante la intrusión en la proyección vertical de un cono de revolución con su eje de giro perpendicular al plano horizontal, generando así un trazo circular en la proyección de la planta. Por otro lado, si se persigue una proyección de despiece en tramos rectos en la planta, la intrusión del cono en la proyección vertical se realizará de tal modo que el eje de giro del cono sea paralelo al plano horizontal.

Para comprender la operatividad de este método, nos respaldaremos en la figura adjunta (Figura 5), bajo la premisa de que el desarrollo estereotómico deseado presenta un trazado circular. Es decir, la intrusión del cono auxiliar en la proyección vertical (alzado) tiene un eje de giro perpendicular al plano horizontal de proyección (planta). Además, para asegurar que la intersección resulte en una curva cónica en el espacio (y no de cuarto grado como determinan los teoremas generales), se estipula que el centro de la esfera quede contenido en el eje de revolución del cono.

El cono auxiliar en consideración atraviesa los puntos extremos que delimitan la dovela en el alzado, designados en el esquema como A y B. Estos puntos constituyen los extremos por donde transcurren las curvas de intersección entre la esfera y el cono⁷. El

⁷ Las curvas de intersección del cono y la esfera se resuelven como dos circunferencias homotéticas (una de entrada y otra de salida, por ser una intersección “tipo penetración”) con sus centros contenidos en el eje de giro del cono. La intersección cuártica se reduce a dos cónicas (dos curvas de segundo grado que sumadas equivalen a una curva de cuarto grado en el espacio), por el hecho de que el eje de giro contiene al centro de la esfera. De acuerdo con los teoremas generales, la proyección vertical en el plano de los ejes (o uno paralelo a él) reduce su grado a la mitad, de forma que en la intersección del cono y la esfera (intersección de cuádricas de ejes paralelos) la proyección se torna en un arco de parábola, si bien al ser coincidentes los ejes de revolución

cono, por su parte, está definido por un desarrollo angular, caracterizado por un ángulo β , que delimita el trazado del despiece y que se representa en el dibujo (Figura 5). El valor angular β se determina mediante un método gráfico que facilita el cálculo de la magnitud real del desarrollo, la cual no se conoce directamente en la proyección horizontal. Esto se debe a que, como es sabido, la magnitud se ve alterada al ser estirada de acuerdo con la proporción equivalente correspondiente.

La transformación plana de un sector de esfera no puede lograrse eficientemente mediante un único cono que atraviese su intradós, dado que la equidistancia entre las cotas verticales (designadas como A y B en nuestro dibujo) conlleva una imperfección directamente proporcional a la magnitud de esta distancia. En consecuencia, para aproximarnos a una solución más precisa, se han desarrollado dos procedimientos geométricos.

La primera opción implica la reducción del tamaño de la pieza que se está calculando, lo cual, de cierta manera, contradice la esencia global del procedimiento. Este enfoque busca construir una noción moderna claramente distante de la clásica, tanto en términos compositivos como constructivos, y se aparta del modelo conceptual estereotómico para abrazar la albañilería⁸.

La segunda opción, sin duda más compleja y meticulosa, implica calcular cada pieza al menos dos veces. En primer lugar, conforme a las premisas generales establecidas, es decir, pasando un cono por el intradós de la esfera desde las cotas máximas definidas por sus equidistancias extremas en la proyección horizontal (denominadas A y B en el dibujo mencionado). En segundo lugar, se procede a pasar un cono tangente al trasdós de la esfera en el punto definido por la intersección de una recta perpendicular al segmento definido por la unión de las cotas extremas (A y B) y el contorno aparente de la proyección vertical de la esfera (punto C en nuestro dibujo). O, dicho de otra manera, el punto determinado por la bisectriz del valor angular de la proyección vertical α ⁹ y el contorno aparente vertical

de ambas superficies (paralelismo infinitamente próximo), el vértice de la parábola estará en el infinito, por lo cual el arco de parábola muta en dos segmentos de rectas paralelas (que no son sino las ramas de una parábola degenerada por su distancia extrema).

⁸ Si esta fuera la solución, el método se caería por su propio peso, puesto que, si disminuimos excesivamente el tamaño de la dovela, entonces la forma específica de cada hilada se distorsiona en semejanza hasta una proporción intermedia que permitiría que todas ellas pudiesen ser homogeneizadas, esto es, las dovelas se distorsionarían en lo que vulgarmente llamamos ladrillos.

⁹ El valor angular de la proyección vertical igualmente proyecta su valor en verdadera magnitud, si bien este ángulo no nos sirve para el desarrollo de la superficie, puesto que sólo es una entidad referencial que nos sirve de soporte para el cálculo de la tangencia extrema de la pieza. El punto de tangencia real de este cono en el espacio será el que se define de este modo en su proyección vertical, y cumple la particularidad de estar contenido en el plano bisector de la dovela, esto

de la esfera. Una vez calculadas estas dos operaciones, la superficie exacta del desarrollo matemáticamente perfecto, resuelto de manera gráfica, sería el promedio de las superficies obtenidas por el desarrollo del cono del trasdós y el intradós¹⁰.

3. APROXIMACIÓN METODOLÓGICA

Para abordar la solución de este planteamiento, se requiere un sólido conocimiento sobre la intersección de superficies en el espacio. Este conocimiento resulta esencial no solo para el diseño del prototipo, sino también inevitablemente para su transformación en dovelas que posibiliten su construcción. Una vez resuelta la composición, se precisa habilidad suficiente para reducir la geometría a patrones derivados de un cono de revolución. Por ende, es pertinente examinar el procedimiento específico de cálculo gráfico empleado para llevar a cabo esta empresa.

Es necesario matizar que las reflexiones geométricas anteriormente mencionadas poseen un carácter absolutamente abstracto y conceptual. La proporción entre la definición espacial del vano a cubrir y la formalización de la pieza de construcción empleada minimiza la imperfección resultante de la transfiguración del sector esférico del intradós en un sector de cono, haciéndola prácticamente despreciable e imperceptible, a pesar de que estas piezas, cuando se observan y comparan a escala humana, puedan parecer voluminosas.

Cuando la superficie de la dovela adquiere geometrías poligonales o deformaciones ovales o elípticas del círculo, se generan conos auxiliares de diversas naturalezas y características. No se hace referencia al cono como figura rígidamente definida, sino como una manipulación instrumental de la convergencia de un punto de líneas tangentes a una variedad de superficies (Ampliato Briones, 1996, p. 125). Este planteamiento geométrico, proveniente de un ámbito de aplicación completamente diferente, se asemeja de manera destacada al utilizado para resolver problemas perspectivas (Barrañón, 2006, pp. 149-158) mediante la conocida pirámide visual de Alberti. En última instancia, la cantería y la perspectiva constituyen dos vertientes distintas de una serie de experiencias en geometría aplicada, que se amplía a otras disciplinas y da origen gradualmente a un sistema de relaciones correspondientes a un nuevo concepto del espacio geométrico que hoy denominamos espacio proyectivo (Ampliato Briones, 1996, p. 126).

A pesar de las aparentes divergencias y la dificultad inicial para establecer relaciones entre dos ámbitos

es, tiene su proyección horizontal contenida en la bisectriz del ángulo β .

¹⁰ Ciertamente, si hacemos infinitesimal la distancia entre A y B, resulta que el punto C se hace coincidente con los dos anteriores, y por ende los dos conos (del intradós y el trasdós) se hacen igualmente coincidentes entre sí.

aparentemente dispares, no se puede descartar la posibilidad de que, en un momento determinado, haya surgido una convergencia intencionada de experiencias específicas, junto con la invención de juegos formales particulares. Este escenario involucraría la fusión de campos aparentemente distintos, como el control visual del espacio perspectivo por un lado y la resolución de despieces de cantería por otro. Un ejercicio interpretativo que resalta esta semejanza es propuesto por el profesor Antonio Ampliato Briones, quien aborda la *trompa avenerada* diseñada por Andrés de Vandelvira para el Convento de La Guardia en Jaén (Figura 6). Según esta hipótesis, la solución ideada por Vandelvira adquiere una inesperada densidad conceptual, ya que plantea con sencilla elocuencia la superposición de las dos sistematizaciones geométricas¹¹ utilizadas por el arquitecto (Ampliato Briones, 1996, p. 127).

Esta investigación se propone ser particularmente purista en la definición de los supuestos teóricos que fundamentan idealmente los procedimientos empleados por los tracistas. Por lo tanto, se profundiza en los mecanismos que deben ser utilizados para abordar de manera adecuada las operaciones gráficas mencionadas anteriormente.

4. CÁLCULOS GRÁFICOS DE APOYO

En virtud de lo expuesto, se destaca la relevancia de la ponderación planimétrica en el desarrollo de una superficie cónica, la cual se logra mediante la definición de un valor angular que delimite las generatrices inicial y final entre las cuales se encuentran las infinitas generatrices que constituyen el cono.

Este valor angular se determina a través de una proporción constante entre el radio de la circunferencia que limita la longitud de la generatriz y la mencionada longitud definida en la cota de giro. La fórmula empírica que describe el ángulo de interés, necesario para comprender el desarrollo, se expresa mediante la siguiente relación: $\alpha/360=L/2\pi R \rightarrow \alpha=360R/G$ y $L=2\pi R$.

La formulación empírica mencionada se percibe como incómoda y, además, impertinente. Resulta más práctico obtener este valor angular mediante una operativa de cálculo totalmente respaldada por un código gráfico. Para determinar dicho valor angular, se inicia trazando

una circunferencia con un valor igual a la generatriz del cono, designada como G (Figura 7). En el cuadrante inferior de esta circunferencia, se hace tangente otra circunferencia con un valor igual al radio del cono, denominado R. En el cuadrante superior, se dibuja un arco con un valor equivalente a tres cuartas partes de la generatriz, lo que permite calcular el punto 2, uno de los extremos del dibujo. Por otro lado, en el cuadrante inferior de la circunferencia de radio R, se traza un arco con un valor igual a tres cuartas partes del radio, permitiendo calcular el punto 1. La unión de este punto con el punto B del arco determina la posición del punto C, centro de un arco de circunferencia con radio C-T, definiendo así la posición del punto B, el otro extremo deseado. La conexión de los dos puntos extremos B-2, al cortar con la circunferencia de radio G, permite definir la posición extrema de la generatriz que cierra el desarrollo. Por simetría, se calcula la otra mitad restante, definiendo así el valor angular α .

Con el valor angular obtenido, la reducción planimétrica de la superficie cónica se logra gráficamente al definir un sector de circunferencia acotado por un ángulo α con un radio igual a la longitud G de la generatriz del cono. Esta operación gráfica es esencial para comprender cómo calcular las piezas que componen cada hilada, ya que para la construcción de cada una de ellas se debe trazar un patrón que sirva para trabajar las piedras aún sin desbastar, extraídas de la cantera. Este sistema de dibujo fue una de las mecánicas fundamentales con las que Alonso de Vandelvira reprodujo idealmente gran parte de las soluciones desarrolladas en los trabajos de su padre.

Desde esta misma lógica, se puede analizar la geometría natural de una pechina (idealizándola a priori) ya que, si la entendemos por asimilación a un cono, fragmento de cono o tronco de cono, la definición de los patrones necesarios para cortar cada una de las piezas que la componen responderá siempre a esta operativa de cálculo gráfico infalible. Además, al aprovechar el continuo uso de los planos de simetría que se utilizaban rutinariamente para formalizar las composiciones espaciales de los modelos, el trabajo se acortaría cuantitativamente. Bastaría con emplear una misma plantilla en su haz o en su envés, con una posición u otra, para replicar varias de estas piezas únicas y diferenciadas para una misma geometría parcial¹².

¹¹ El vértice del cono desde el que se desarrollan las superficies de las dovelas es exactamente el mismo vértice que simboliza el punto de fuga del imaginario espacial ideal en el que permanecen suspendidas las figuras. Se demuestra así (con este fabuloso ejemplo de Andrés de Vandelvira) como el maridaje de los dos procedimientos geométricos, de composición y de dominio constructivo del espacio físico arquitectónico, tienen una lógica teórica e intelectual común que se sustenta en procedimientos abstractos que pudieron ser empleados en casos y situaciones dispares, y es por ello por la que ciertas imágenes pueden alcanzar un cierto valor paradigmático del contexto teórico en el que se desenvuelve la arquitectura que venimos analizando.

¹² Hemos de posicionarnos en el hecho de que en el siglo XVI no existían procedimientos mecánicos avanzados que permitieran la repetición seriada, por lo cual resultaba fundamental ahondar en la economía de los medios empleados. Es por ello por lo que el desarrollo de estrategias de simplificación formal adquiere una importancia mayúscula, en tanto que, según lo explicado, el uso inteligente de una misma plantilla de desbaste ahorra el tener que hacer un modelo para cada traza, lo cual irremediamente implicaría un aumento del tiempo repercutido para la extracción de cada una de las dovelas de la fábrica y paralelamente un aumento del coste por jornales.

Desde esta perspectiva abstracta y mediante el manejo combinado de la geometría y la construcción, es posible generalizar cualquier metodología de trabajo derivada del método de los conos. Alonso de Vandelvira, de hecho, desarrolla un método general basado en la intersección de alteraciones de la misma solución, como se evidencia en el caso de la “capilla desigual por lados cuadrados” (Barbé Coquelin De Lisle, 1977, [Fol. 63r.]). En este caso, propone el cruce de hasta cuatro familias de conos independientes, presentando gráficamente esta propuesta de manera contundente (Figura 8).

Es importante tener en cuenta que “la capilla desigual por lados cuadrados” está completamente contenida en una única superficie esférica (Palacios Gonzalo, 1987, p. 55). La solución de disgregación estereotómica en cuatro procedimientos diferenciados se presenta como una forma de demostrar que con una misma geometría se puede abarcar un espacio definido por un polígono de lados desiguales. Cada lado del perímetro de la capilla generará una familia de conos sectores de eje horizontal, representados en la planta como segmentos paralelos al perímetro exterior. Naturalmente, estas familias se intersecarán con la familia de cortes que tiene, a cada lado, las bisectrices trazadas desde las maestras sobre los contornos que definen la capilla por su exterior (Figura 9).

A diferencia de la “capilla redonda con vuelta redonda”, que exhibe una simetría biaxial que simplifica notablemente la ejecución y el trazado, en la “capilla desigual por lados cuadrados” no es posible emplear la simetría como un mecanismo de reducción de las operaciones gráficas. No obstante, es fundamental considerar que esta solución se utilizaba comúnmente como sistema de cierre de estructuras mayores, especialmente cuando se necesitaba adaptar un diseño a una disposición específica, siendo su aplicación, por lo tanto, más residual (Figura 10).

5. CONCLUSIONES

A la luz de lo expuesto, podemos concluir que Andrés de Vandelvira, junto con otros maestros de su época, lograron definir un nuevo lenguaje para abordar las complejas situaciones geométricas que enfrentaban. En este contexto, el desarrollo y la formalización de este método gráfico respaldan la tesis de que en ese momento se suscitó un profundo interés en fusionar diseño y construcción, es decir, se buscó ser altamente eficiente al resolver las decisiones ejecutivas que involucraban elementos parciales del diseño.

Resulta importante señalar que este método constituye la base sobre la cual posteriormente se implementaron operativas más complejas. Estas maneras de pensar la problemática arquitectónica buscaban simplificar la tarea de proyectar sobre el plano del papel fragmentos de distintas superficies, generalmente con secciones de múltiples curvaturas.

La evolución técnica que se produce en estos años, junto a la capacidad de experimentación formal que desarrolla Andrés de Vandelvira, hace plausible que sus diseños, resueltos a partir de las potentes metodologías gráficas fundadas sobre la teoría de la proyectividad, aunasen decisiones ejecutivas y compositivas en un mismo planteamiento.

Así, para concluir tan sólo faltaría referir que el avance generado en esta etapa histórica, como exponemos en este artículo, viabiliza que se resuelvan problemáticas complejas que hasta el momento habían sido dejadas de lado, o se habían solucionado de una forma no claramente regulada. Por ende, al analizar la “capilla desigual por lados cuadrados” comprendemos y asimilamos el alto valor pedagógico del trabajo de Vandelvira y, de manera equivalente, la transportabilidad de sus soluciones a otros proyectos.