

Colaboración y creatividad en Matemáticas II

Collaboration and Creativity in the subject Mathematics II

Damián Ginestar¹, Alicia Herrero² y Esther Sanabria-Codesal³

¹ Universitat Politècnica de València, dginesta@mat.upv.es 

² Universitat Politècnica de València, aherrero@mat.upv.es 

³ Universitat Politècnica de València, esanabri@mat.upv.es 

How to cite: Ginestar, D.; Herrero, A. y Sanabria, E. 2024. Colaboración y creatividad en Matemáticas II. En libro de actas: *X Congreso de Innovación Educativa y Docencia en Red*. Valencia, 11 – 12 de julio de 2024. Doi: <https://doi.org/10.4995/INRED2024.2024.18540>.

Abstract

Mathematics II is a core subject in the basic training block for the Industrial Engineering Degrees offered at the Higher Technical School of Aerospace Engineering and Industrial Design Engineering (ETSIADI) of the Polytechnic University of Valencia (UPV). It aims to augment the students' mathematical training by employing differential equations and Laplace Transform as suitable mathematical models to study dynamical systems in this field. To invigorate the teaching methodology of this course, particularly in the Degree in Industrial Electronic and Automatic Engineering, we have introduced work group actions aimed at fostering the acquisition of specific competencies inherent to this subject

Keywords: *collaboration; creativity; skills*

Resumen

Matemáticas II es una de las asignaturas que constituyen el bloque de formación básica de los Grados en Ingeniería Industrial, impartidos en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeroespacial y Diseño Industrial (ETSIADI) de la Universitat Politècnica de València (UPV). Uno de sus principales objetivos consiste en complementar la formación en matemáticas de los estudiantes, mediante el uso de las ecuaciones diferenciales y la Transformada de Laplace como modelos matemáticos adecuados para estudiar los sistemas dinámicos en este ámbito. En el Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática hemos planteado, para animar la metodología de esta asignatura, acciones orientadas a la realización de trabajos en grupo que faciliten la adquisición de las competencias específicas propias de esta materia

Keywords: *colaboración; creatividad; competencias*

1 Introducción

Las competencias que aportan las asignaturas de matemáticas son de gran interés para la formación de los estudiantes de ingeniería, ya que constituyen una parte fundamental en la base de múltiples asignaturas de los planes de estudios de estos grados. Por este motivo, nos hemos planteado realizar diferentes acciones que dinamicen la metodología de Matemáticas II con el objetivo de mejorar la adquisición de dichas competencias, utilizando por un lado el trabajo en grupo y, por otro, la creatividad de los propios estudiantes.

Matemáticas II es una asignatura de 6 créditos, situada en el primer cuatrimestre del segundo curso del Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática impartido en la ETSIADI de la UPV. Esta asignatura sigue un temario típico donde se exponen las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, las ecuaciones diferenciales lineales de orden superior, los sistemas lineales de ecuaciones diferenciales y se da una introducción a los operadores Transformada directa e inversa de Laplace (Padir et al., 2008).

Nuestra propuesta de innovación en este trabajo consiste en incluir, en nuestra metodología docente, una actividad realizada en grupo en la que el alumnado debe plantear y resolver un problema original y de utilidad en su día a día, es decir, un enunciado que plantee preguntas directamente relacionadas con ámbitos de sus intereses personales. Una de las condiciones que el trabajo debe cumplir es que, para solucionar las preguntas planteadas, los estudiantes utilicen los conceptos estudiados en la asignatura. Más concretamente, les pedimos que planteen, por grupos de tres o cuatro estudiantes, un problema “realista” que se pueda modelizar con ecuaciones (o sistemas de ecuaciones) diferenciales y sea resoluble por alguno de los métodos analizados en clase.

La elección del tamaño del grupo se basa en trabajos como Gillies, 2003, Samson y Daft, 2003 y Oakley et al., 2004, donde se observa que este número de integrantes permite debatir más e intercambiar opiniones diferentes. Los grupos son creados a elección de los propios estudiantes debido a que la literatura demuestra que este tipo de grupos funcionan mejor que los asignados por el profesorado (Chapman et al., 2006, Dyball et al., 2007).

Como fuente de posibles ejemplos, mostramos en clase distintos modelos descritos por ecuaciones diferenciales sencillas (Hughes-Hallett et al., 2017), pero dejando total libertad a los grupos para plantear un problema de su interés. Como resultado final de la actividad, les pedimos que con el enunciado del problema elaboren un póster, donde expliquen el contexto de las cuestiones que desean resolver, indiquen su resolución, así como las conclusiones obtenidas.

Actividades de este tipo se han propuesto en el ámbito de la educación primaria y secundaria con buenos resultados, por ejemplo, en Zevenbergen, 1999 y en Nor y Shahrill, 2014, apoyándose en autores como J. Sobanski que destacó la importancia de involucrar ambos hemisferios cerebrales en el aprendizaje (Sobanski, 2002). Considerando que el hemisferio izquierdo es analítico y matemático, mientras que el derecho se orienta hacia lo creativo y visual, este autor sugirió que elaborar pósteres creativos de matemáticas puede favorecer una mejor retención y aprendizaje de los conceptos de la materia.

Una vez entregados los trabajos, con el objetivo de dar a la actividad un interés extra, los pósteres de cada grupo se expusieron en el aula de otro grupo distinto, para que los estudiantes pudieran votar sus trabajos favoritos, y así evitar, en lo posible, las valoraciones positivas por compañerismo. Esta forma de exponer el trabajo realizado nos pareció adecuada para animar a los grupos a realizar pósteres atractivos que estuvieran bien explicados.

2 Objetivos

Con la introducción de esta actividad en la asignatura pretendemos abordar los siguientes objetivos:

- Despertar el interés del alumnado hacia la materia impartida a través de su aplicabilidad.
- Utilizar los intereses y la creatividad del alumnado para evidenciar la aplicación de los conceptos estudiados en la materia.
- Dotar a la asignatura de un valor añadido mediante el fomento del trabajo colaborativo.
- Facilitar una mejor comprensión de los contenidos de la asignatura, así como la adquisición de las competencias específicas que esta aporta dentro del grado, dándole un enfoque más dinámico e interesante para los alumnos.

3 Desarrollo de la innovación

Hemos incluido esta innovación en la metodología docente propuesta para la asignatura de Matemáticas II, durante el curso académico 2023-2024, con la intención de realizarla en la parte final del primer cuatrimestre, una vez hayan sido expuestos en clase los suficientes tipos de ecuaciones diferenciales, así como ejemplos, para poder idear problemas similares en diferentes contextos. Con esta finalidad, dejamos en la plataforma docente PoliformaT un documento con toda la información necesaria para la realización de la actividad.

El trabajo en grupo de modelización consiste en plantear un problema en algún contexto de vuestro interés personal: vida cotidiana, ocio, historia, fantasía, tecnología, deporte, etc., donde es necesario resolver al menos dos cuestiones, utilizando para ello cualquier tipo de ecuaciones diferenciales vistas en la asignatura de Matemáticas II.

Nuestra experiencia docente nos indica que algunos estudiantes de ingeniería son reacios a admitir ciertas herramientas como importantes, dentro del ámbito de sus estudios, debido a que no ven su aplicación a corto plazo. Por lo que redactar un problema relacionado con nuestra materia, dándoles total libertad para escoger un tema de su interés y utilizar su creatividad para redactarlo, consideramos que puede aportar cierta motivación hacia el estudio de las ecuaciones diferenciales como herramientas útiles en su formación, además de consolidar los conocimientos que los estudiantes van adquiriendo a lo largo del curso.

Las instrucciones que les proporcionamos para realizar la actividad, en la información disponible en la plataforma, fueron las siguientes:

- Los trabajos deben realizarse en **grupos de 3 o 4** personas como máximo.
- El **primer paso** será enviar la propuesta del enunciado al profesor para que le dé el visto bueno, o bien haga los comentarios que considere oportunos hasta considerar que el problema planteado es adecuado.
- Una vez el problema haya sido aceptado por el profesor, el **segundo paso** será presentar el trabajo con el siguiente formato:

- En un **póster tamaño A2**.
- En el encabezamiento del póster debe figurar el nombre del grupo, así como el de todos sus integrantes.
- En el cuerpo del póster debe figurar:
 - El enunciado del problema, junto con las preguntas planteadas, en lenguaje natural.
 - La modelización del enunciado problema mediante ecuaciones diferenciales.
 - La resolución detallada y las respuestas a las preguntas planteadas.
- El póster debe:
 - Tener una estructura clara para que cualquiera pueda entenderlo.
 - Estar bien escrito, sin faltas de ortografía (incluidas las tildes).
 - Tener un formato cuidado, con gráficos que ilustren la redacción.
- Una vez terminado el póster se le enviará la versión final al profesor, que **puede hacer sugerencias de mejora**, antes de considerar el trabajo como definitivo.

También marcamos un calendario con las fechas límite, para cada fase de la elaboración del póster, y les facilitamos la siguiente rúbrica con los aspectos a tener en cuenta para puntuar el trabajo, que constituye el 10 % de la nota final de la asignatura.

Rúbrica

- a) **Aspecto** (hasta 2 puntos)
 - a.1) Claridad, orden y coherencia en la redacción.
 - a.2) Calidad de la presentación.
- b) **Creatividad** (hasta 3 puntos)
 - b.1) Originalidad del enunciado.
 - b.2) Preguntas planteadas en el problema.
- c) **Resolución** (hasta 3 puntos)
 - c.1) Correcta modelización del problema.
 - c.2) Desarrollo detallado de la solución.
 - c.3) Interpretación de la solución para responder las preguntas planteadas.
- d) **Apreciación global** (2 puntos)

Los integrantes de los grupos con los pósteres más votados, en cada uno de los tres grupos de la asignatura, recibieron como premio un detalle corporativo facilitado por la ETSIADI, pero no se



Fig. 2: Póster ganador del grupo T3

4.1 Pósteres

En la Figura 1 y la Figura 2 mostramos los pósteres más votados por los alumnos en cada grupo, que no son necesariamente los que tienen mejor puntuación al valorarlos con la rúbrica. En la Figura 3 se muestran otros pósteres que, aunque fueron populares, no acumularon tantos votos.

4.2 Análisis de la encuesta

Para recabar información sobre el interés que había despertado esta innovación elaboramos una encuesta con la herramienta google docs, a través de un formulario “online”, con preguntas cuya respuesta se puntúa en una escala tipo Likert, cuyo baremo indica: 1=Nada, 2=Poco, 3=Normal, 4= Bastante, 5=Mucho. Fundamentando nuestra decisión en el estudio del autor J. C. Nunnally que afirma que el escalamiento de actitudes verbalizadas debe ser medido utilizando escalas sumativas (Likert, 1932, Nunnally, 1987).

Las preguntas que se plantearon en la encuesta en formato Likert son las siguientes:

1. ¿La actividad te pareció interesante?
2. ¿Redactar el problema y realizar el póster te ha ayudado a ver aplicaciones prácticas de los conceptos estudiados en la asignatura de Matemáticas II?
3. ¿Crees que la actividad facilitó el aprendizaje colaborativo en tu grupo?
4. ¿Las instrucciones proporcionadas para realizar la actividad fueron claras y fáciles de seguir?
5. ¿La orientación proporcionada por el profesor te ayudó a realizar la actividad?

Porque el camarero del Most no debería dejarse la carrera

Grupo B: Racim Fellah, José María Beltrán Martínez, Gonzalo Valencia Potenciano

Si una cerveza tarda 8 segundos en llenarse, ¿Cuánta quedará en el barril a los 8 segundos?
h(0) = 0,8m

$$h = \frac{k}{A} \sqrt{h}$$

$$C = 2 + \sqrt{h} = 1,79$$

$$2\sqrt{h} = \frac{k}{A} + 1,79$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{k}{A} + \sqrt{h}$$

$$\frac{1}{\sqrt{h}} dh = \frac{k}{A} + \sqrt{h}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{h}} dh = \int \left(\frac{k}{A} + \sqrt{h} \right) dt$$

$$2\sqrt{h} = \frac{k}{A} t + C$$

$$2\sqrt{h} = \frac{0,6 \frac{m^3}{0,5m^2}}{0,5m^2} t + C$$

$$h = 0,324 m$$

h = altura cerveza restante
A = sección inferior barril = 0,5m²
K = constante = 0,6 $\frac{m^3}{s \cdot m^2}$

Kv = coeficiente conversión = 100 $\frac{m^3}{m^2 \cdot s}$
m = masa = 0,404 kg
Ce = calor específica = 4184 $\frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$
Tamb = temperatura ambiente = 298K
A = sección = 0,5m²

Si dejamos la cerveza a una temperatura ambiente de 28°C durante 1 hora, ¿a qué temperatura estard?
T(t) = 28°C

$$\frac{dT}{dt} = \frac{k_1 + A}{m \cdot c_p} T_{amb} - \frac{k_2 + A}{m \cdot c_p} T$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{100 \frac{m^3}{m^2 \cdot s} + 0,5m^2}{0,404 kg \cdot 4184 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}} \cdot 298K - \frac{100 \frac{m^3}{m^2 \cdot s} + 0,5m^2}{0,404 kg \cdot 4184 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}} \cdot T$$

$$\int \frac{1}{3,8148 - 0,0296 \cdot T} dt = \int dx$$

$$\frac{1}{1250 + \ln(1747 - 220251)} = x + C$$

$$C = \frac{1250 + \ln(1747 - 220251)}{37} = 236,06$$

$$1250 + \ln(1747 - 220251) = 3600 + 236,06 - T = 298,62K = 25,62^\circ C$$

En conclusión, gracias a este trabajo vemos la importancia de dominar las ecuaciones diferenciales en el día a día. Como podemos ver en la primera cuestión, es fundamental para poder saber cuanto cerveza con queda en el barril después de servir una cerveza. La segunda cuestión nos da a ver la importancia de no dejar una cerveza a la intemperie, en tan solo una hora se nos va a quedar a temperatura ambiente.

APOCALIPSIS

Grupo P: Jose Antonio López Segura, Jean Miguel Dones López, Víctor Manuel Lorenzo Rodríguez, Ana Isabella López Martínez

En un mundo postapocalíptico repartido entre humanos y zombis, un grupo de investigadores quiere estudiar cómo varía regionalmente la población de zombis, llevada a cabo el estudio en una zona indeterminada del tamaño de Europa con una población humana estimada de 50 millones de personas inicialmente y una población zombi estimada de 200 millones.

El objetivo del estudio:

- Determinar qué población desaparecerá antes, la humana o la zombi
- Determinar cuánto población quedará al final de la que haya sobrevivido

Ecuaciones que determinan cómo varía cada población:

$$\frac{dH}{dt} = aH - \beta H = (a - \beta)H$$

$$\frac{dZ}{dt} = \gamma HZ - \delta Z = (\gamma - \epsilon)ZH - \delta Z$$

- a: tasa de crecimiento de la población humana
- \beta: tasa de encuentros entre humanos y zombi que terminan en más muertes humanas
- \gamma: tasa de encuentros entre humanos y zombi donde las humanas se acaban convirtiéndose en zombis
- \delta: tasa de zombis que acaban muriendo de forma natural (enfermedades del tiempo, accidentes, no comer durante mucho tiempo, ...)
- \epsilon: tasa de encuentros entre zombi y humano que terminan en mayor muerte de zombi
- H: población humana en función del tiempo
- Z: población zombi en función del tiempo

El valor de los parámetros que los investigadores consiguen determinar son los siguientes:

- a = 0,25
- \beta = 0,3
- \gamma = 0,33
- \delta = 0,15
- \epsilon = 0,34

RESOLUCIÓN

HUMANOS

$$\frac{dH}{dt} = -0,05H \cdot t \Rightarrow \int \frac{dH}{H} = \int -0,05 \cdot dt \Rightarrow \ln(H) = -0,05t + K$$

$$H(t) = e^{-0,05t} \cdot C \Rightarrow H(0) = e^{-0,05 \cdot 0} \cdot 50$$

$$H(0) = 50 = C$$

ZOMBIES

$$\frac{dZ}{dt} = -0,01 \cdot e^{-0,05t} \cdot 50 \cdot Z - 0,15 \cdot Z \Rightarrow \int \frac{dZ}{Z} = \int (-0,5 \cdot e^{-0,05t} - 0,15) \cdot dt$$

$$\ln(Z) = \frac{0,5}{0,005} \cdot e^{-0,05t} - 0,15t + K \Rightarrow Z(t) = e^{10 \cdot e^{-0,05t} - 0,15t} \cdot C$$

$$Z(0) = 200 = e^{10 \cdot 1 - 0,15 \cdot 0} \cdot C = \frac{200}{e} = 0,0091$$

$$Z(t) = e^{10 \cdot e^{-0,05t} - 0,15t} \cdot 0,0091$$

1. H(t) = 10⁻⁶ → e^{-0,05t} · 50 = 10⁻⁶ → t = 354,55 años

2. Z(t) = 10⁻⁶ → e^{10 · e^{-0,05t} - 0,15t} · 0,0091 = 10⁻⁶ → t = 63,54 años

Por tanto, la población zombi desaparece 291 años antes que la humana.

2. H(63,54) = e^{10 · e^{-0,05 · 63,54} - 0,15 · 63,54} · 0,0091 = 2,09 M humanos

Quedarán aproximadamente 2 millones de humanos cuando se hayan extinguido los zombis.

Fig. 3: Otros pósteres bastante populares

6. ¿El tiempo asignado para la actividad fue suficiente?

Además formulamos una pregunta de respuesta abierta: “Indica qué cambiarías para que la actividad te resultara más interesante”, con la intención de mejorar la innovación en el futuro, siempre que la respuesta del alumnado a la actividad resulte ser positiva.

La encuesta sigue abierta en este momento y por ahora la han completado 46 de los 160 alumnos matriculados en la asignatura de Matemáticas II. Todos los alumnos que han contestado hasta el momento, han realizado la actividad y no tenemos datos sobre los motivos por los que algunos alumnos no la realizaron.

En la **Figura 4** observamos que la mayoría del alumnado, aproximadamente el 78.3 %, consideran bastante o muy interesante la actividad, mientras que un 11 % la considera de interés normal. El resto que constituye aproximadamente un 10.7% la considera de ningún o poco interés, aunque al preguntar si la actividad les ha ayudado a ver la aplicaciones de los conceptos estudiados en la asignatura, las respuestas mejoran levemente en los alumnos que peor valoran la actividad.

En la pregunta sobre si la actividad facilitó el aprendizaje colaborativo, también se observa una mejora en las opiniones de los alumnos, ya que la mayoría de ellos consideran que la actividad les ha proporcionado algún tipo de ayuda (entre normal y mucha), como vemos en la **Figura 5**.

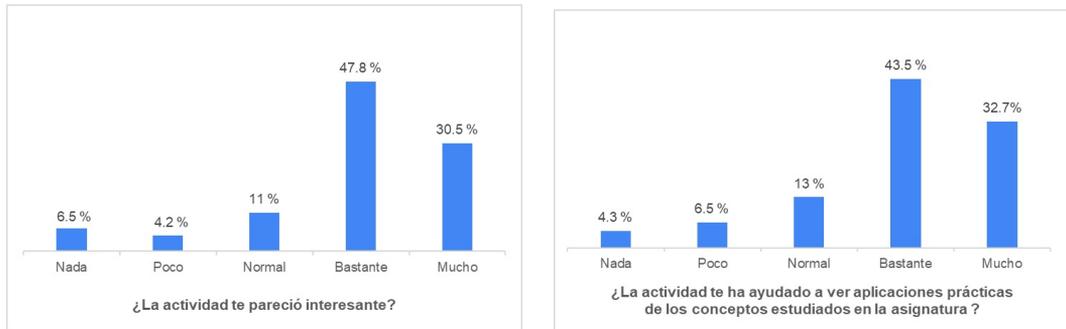


Fig. 4: Respuestas a las preguntas 1 y 2

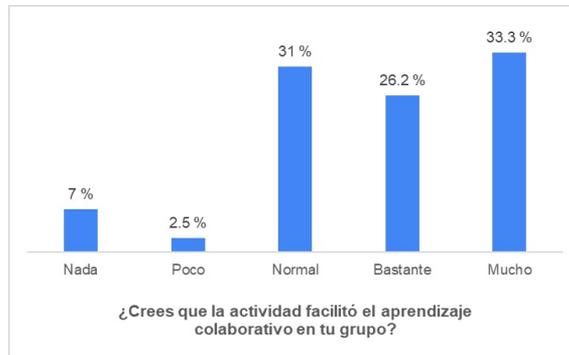


Fig. 5: Respuestas a la pregunta 3

Los últimos gráficos indican que las instrucciones proporcionadas para realizar la actividad, así como la orientación proporcionada por el profesor ha sido bastante adecuada, como muestran los gráficos de la [Figura 6](#), aunque, por supuesto, siempre existe un margen de mejora.

En la cuestión sobre el tiempo asignado para la actividad, todos los alumnos están de acuerdo en que han tenido tiempo suficiente para realizarla. En la pregunta de respuesta abierta: “Indica qué cambiarías para que la actividad te resultara más interesante”, más susceptible a ofrecer información, hemos recibido comentarios de todo tipo, algunos bastante negativos:

- No hacer la actividad nunca más.
- La actividad no me resulta interesante para la asignatura, prefiero realizar ejercicios concretos.

Mientras que otros, aportan sugerencias a tener en cuenta:

- Más ejemplos de cómo se debería hacer el póster, estaría bien enseñar algún ejemplo como referencia.

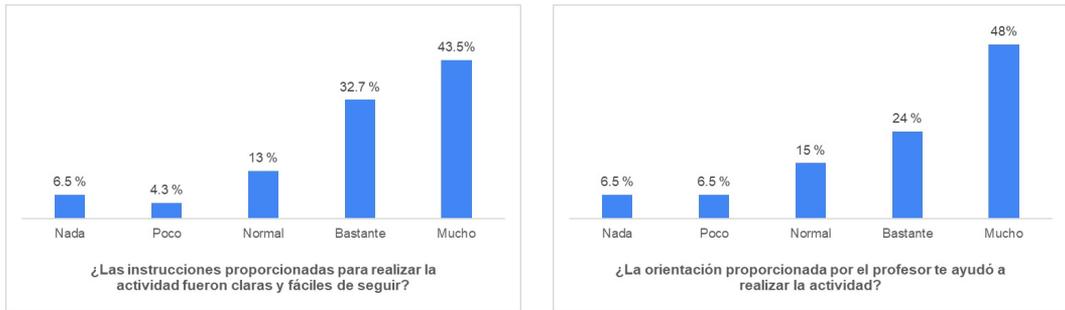


Fig. 6: Respuestas a las preguntas 4 y 5

- Mostrar un ejemplo para dejar claro el formato que se desea como resultado final, podría ayudar bastante a otros estudiantes.

O nos animan a seguir realizando la actividad:

- Nada, la actividad me pareció interesante.
- Nada, teníamos completa libertad para elegir la temática lo cual daba lugar a mucha originalidad.
- Tal y como se propuso la actividad, me resultó muy interesante.

5 Conclusiones

En vista de los resultados obtenidos en la realización de los pósteres, consideramos que esta actividad puede ayudar a los estudiantes de Matemáticas II a adquirir las competencias específicas de la asignatura en el Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática. Más concretamente, la capacidad para resolver problemas matemáticos que se planteen en los contextos de ingeniería, o la capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, razonamiento crítico, así como de comunicar y transmitir sus conocimientos, habilidades y destrezas al campo de la Ingeniería Industrial.

Este tipo de iniciativas ya ha demostrado su utilidad en la enseñanza de las matemáticas en otros niveles educativos, indicando que amplían la perspectiva del estudiante en la materia y mejoran su percepción de la misma de una manera más lúdica, colaborativa y creativa. Por las respuestas recibidas en la encuesta, aunque todavía representan un número poco significativo respecto al total de estudiantes matriculados, también parece resultar de interés para los estudiantes universitarios de este grado. Por tanto, nuestra intención es continuar realizando esta actividad, realizando, eso sí, algunos ajustes y modificaciones, para mejorar tanto la comprensión y aplicación de los conceptos matemáticos aportados por la asignatura, como el trabajo en grupo y la creatividad de nuestros estudiantes.

Referencias bibliográficas

- Chapman, K. J., Meuter, M., Toy, D., & Wright, L. (2006). Can't we pick our own groups? The influence of group selection on group dynamics and outcomes. *Journal of Management Education*, 30(4), 557-569.
- Dyball, M. C., Reid, A., Ross, P., & Schoch, H. (2007). Evaluating Assessed Group-work in a Second-year Management Accounting Subject. *Accounting Education*, 16(2), 145-162.
- Gillies, R. M. (2003). Structuring cooperative group work in classrooms. *International Journal of Educational Research*, 39, 35-49.
- Hughes-Hallett, D., Gleason, A. M., Lock, P. F., & Flath, D. E. (2017). *Applied calculus*. John Wiley & Sons.
- Likert, R. (1932). A Technique for the Measurement of Attitudes. *Archives of Psychology*, 140, 1-55.
- Nor, H., & Shahrill, M. (2014). Incorporating the use of poster and oral presentations as an alternative assessment in the teaching of secondary mathematics. *Proceedings of the 2nd International Conference on Social Sciences Research*, 369-378.
- Nunnally, J. C. (1987). *Psychometric Theory*. McGraw-Hill.
- Oakley, B., Felder, R. M., Brent, R., & Elhaji, I. (2004). Turning Student Groups into Effective Teams. *Journal of Student Centered Learning*, 2(1), 9-34.
- Padir, T., Muller, K. O., & Coullard, C. (2008). Teaching differential equations in a diverse classroom. *2008 Annual Conference & Exposition*, 13-1157.
- Samson, D., & Daft, R. L. (2003). *Management* (Ed.). Thomson.
- Sobanski, J. (2002). *Visual Math: See How Math Makes Sense*. Learning Express.
- Zevenbergen, R. (1999). Student Constructed Posters: A Tool for Learning and Assessment in Preservice Mathematics Education. *Mathematics Teacher Education and Development*, 1, 72-83.