

# Reconstrucción de fragmentos arqueológicos mediante correspondencia de patrones

Eduardo Vendrell Vidal y Carlos Sánchez Belenguer

Instituto de Automática e Informática Industrial (ai2). Universidad Politécnica de Valencia.  
Valencia. España

---

## Resumen

En este artículo se presenta un método automático para la reconstrucción de fragmentos arqueológicos, basado en técnicas de correspondencia de patrones desarrolladas en el ámbito de la informática gráfica y el análisis de imágenes. El método se plasma en el desarrollo de una herramienta informática que permita obtener las mejores correspondencias entre un conjunto de fragmentos caracterizados bidimensionalmente. Para garantizar la eficiencia del resultado, se ha desarrollado un estudio teórico que permite dar solución al problema considerado garantizando la corrección de los resultados, y con tiempos de ejecución muy competitivos.

**Palabras Clave:** RECONSTRUCCIÓN DE FRAGMENTOS, CORRESPONDENCIA DE PATRONES, REGISTRO DE SUPERFICIES, ANÁLISIS DE IMÁGENES

---

## Abstract

This paper introduces a method for automatic archaeological fragment reconstruction, based on the pattern matching techniques originally developed in graphic computing and image analysis fields. The method is embodied in a software tool that provides the best matches in a set of bi-dimensional archaeological fragments. To ensure the efficiency of the results, it has been developed a theoretical study that allows solving the stated problem, ensuring the correction of results, and with a very competitive execution times.

**Key words:** PART RECONSTRUCTION, PATTERN MATCHING, SURFACE REGISTRATION, IMAGE ANALYSIS

---

## 1. Introducción

La correspondencia de patrones es un problema que ha sido estudiado durante muchos años y que sigue sin ser resuelto con un coste computacional acotado. Poder establecer de forma automática similitudes entre patrones permite dar solución a multitud de problemas, como la reconstrucción a partir de fragmentos, el ensamblado de piezas industriales, la síntesis de proteínas... Su aplicación es de especial importancia en el ámbito de la arqueología, ayudando a la recomposición de mosaicos, pinturas murales o elementos cerámicos.

Recientemente, han comenzado a surgir técnicas de catalogación y clasificación más o menos automatizadas que se apoyan en dispositivos de adquisición de datos como sensores de visión o escáneres 3D. En (BROWN, 2008) (KOLLER, 2005) se comentan dos proyectos actuales en los que la aplicación de estas técnicas ilustra el potencial que pueden ofrecer las herramientas informáticas.

La complejidad de la solución alcanzada es una consecuencia inmediata de que no puedan realizarse búsquedas locales garantizando la exactitud de los resultados. Así, la dimensionalidad del problema estudiado implica una explosión combinatoria en el espacio de búsqueda que afecta gravemente a la eficiencia de las técnicas automáticas.

En la actualidad existen dos grandes grupos de metodologías que permiten abordar el problema de la correspondencia: los *algoritmos ingenuos* (HUTTENLOCHER, 1990), que llevan a cabo una búsqueda exhaustiva garantizando los resultados a expensas de costes computacionales elevados, y los *algoritmos aleatorios* (FISCHLER, 1981), que reducen la talla del problema obviando parte de los datos, a costa de no garantizar los resultados. Para compensar las carencias de una metodología con las bondades de la otra, se han desarrollado técnicas híbridas (RUSINKIEWICZ, 2001), o técnicas semi-automáticas (PAULY, 2005) en las que un usuario inicia el proceso de búsqueda manualmente. Aunque cada una tiene sus ventajas y sus inconvenientes, ninguna soluciona globalmente el problema.

El desarrollo que en este artículo se detalla surge como extensión a un proyecto precompetitivo de I+D para equipos de investigación de la Generalitat Valenciana denominado "CATALOGARQ: Catalogación, Reconocimiento y Clasificación de Piezas Arqueológicas". Este proyecto planteaba un procedimiento de catalogación de fragmentos de pintura mural semi-automático y de bajo coste. En él, a partir de una imagen del anverso y del reverso de cada pieza, se lleva a cabo una extracción de características básicas y se vincula la información introducida por el usuario a cada fragmento.

## 2. Técnica desarrollada

La técnica desarrollada pretende obtener las mejores correspondencias entre dos fragmentos, estudiando globalmente la relación entre éstos. La principal ventaja de las técnicas globales, frente a las que estudian el problema de la correspondencia localmente, es que los resultados obtenidos son exactos, garantizando que el proceso de búsqueda no se detiene ante un mínimo local. El mayor inconveniente es el coste asociado.

Para garantizar un coste computacional reducido durante la búsqueda, la técnica aquí detallada se vale de un análisis jerárquico que permite realizar las primeras comparaciones sobre representaciones muy simplificadas de los fragmentos, y refina iterativamente aquellas que son potencialmente mejores hasta alcanzar una correspondencia de valor máximo con la precisión indicada por el usuario.

### 2.1 Caracterización de los fragmentos

Para acelerar el proceso de búsqueda y garantizar los resultados obtenidos, en lugar de trabajar sobre la representación original de los fragmentos se lleva a cabo una primera etapa de pre-procesado en la que, para cada posible orientación, se calculan las proyecciones ortográficas de la pieza respecto a un plano de proyección constante. Las medidas tomadas estarán distribuidas uniformemente, y mantendrán información sobre el color del fragmento en cada punto muestreado, y su distancia al plano de proyección. La figura 1 ilustra este proceso.

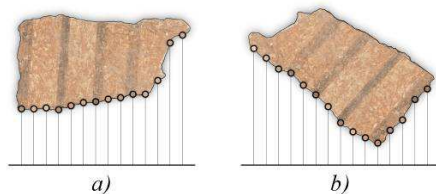


Figura 1: resultado del pre-procesado para una misma pieza, con dos orientaciones diferentes.

El objetivo de esta etapa consiste en normalizar la representación de todos los fragmentos de manera que, durante la comparación entre pares, no sea necesario calcular transformaciones sobre los datos en bruto y llevar a cabo costosos tests de visibilidad. Como resultado, cada fragmento estudiado quedará caracterizado por  $n$  representaciones formadas por  $m$  puntos cada una, donde  $n$  será el número de orientaciones estudiado, y  $m$  determinará la resolución espacial con la que se caracteriza cada orientación. Tanto el coste computacional como los requisitos de memoria durante la etapa de pre-procesado serán lineales al producto de estas dos magnitudes  $O(m*n)$ .

Los cálculos necesarios durante la caracterización de los fragmentos consisten básicamente en aplicar una matriz de transformación a los puntos del contorno original, establecer un test de visibilidad respecto al plano de proyección para resolver las auto-occlusiones, e interpolar los puntos originales para normalizar espacialmente la distribución de las muestras. No obstante, la complejidad intrínseca de estas operaciones puede afectar seriamente al rendimiento de esta etapa.

Para agilizar el proceso, se hace uso de la GPU de la tarjeta gráfica (acrónimo de la expresión inglesa *Graphics Processor Unit*). Este dispositivo permite llevar a cabo las tres operaciones simultáneamente aceleradas por hardware, permitiendo pre-procesar cada posible orientación en tiempos inferiores al milisegundo. De este modo, esta tarea puede ser ejecutada eficientemente en equipos domésticos.

### 2.2 Cálculo de la correspondencia

Una vez pre-procesados los dos fragmentos a estudiar, el objetivo de la búsqueda de correspondencias consiste en encontrar la orientación de cada pieza ( $a_1$ ,  $a_2$ ), junto con la traslación de una de ellas ( $\delta$ ) que maximizan el número de muestras en contacto de ambos contornos. Este criterio de búsqueda es muy común en el ámbito de las técnicas de correspondencia de patrones, y se conoce como LCP (acrónimo de la expresión inglesa *Largest Common Pointset*) (AIGER, 2008). En adelante, a la tupla de estos tres valores ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $\delta$ ) se le llamará *configuración*.

No obstante, para garantizar la robustez de la técnica, resulta necesario contemplar el deterioro de los fragmentos. Para ello, se considera una tolerancia ligada al factor de erosión de los fragmentos, establecida por el usuario, cuyo valor será mayor cuanto mayor sea el grado de erosión de las piezas estudiadas. Así, se considerará que dos muestras se encuentran en contacto si su distancia relativa es menor a dicha tolerancia. Esta métrica de bondad, puede enriquecerse contemplando información adicional durante el proceso de búsqueda, como la similitud de los colores de las muestras, la ubicación original de los fragmentos en el yacimiento, la textura de los reversos de los fragmentos... Cuanta más información se disponga, mejor será el resultado obtenido (NIHSHANKA, 2007).

Para obtener la distancia absoluta entre dos muestras enfrentadas, y dado que la representación de ambos contornos está normalizada, basta con sumar la distancia de cada una de ellas respecto al plano de proyección. Para obtener la distancia relativa es necesario normalizar las distancias absolutas, restando a todas ellas la menor de las distancias obtenidas, que es la que pone ambos fragmentos en contacto. La figura 2 ilustra el proceso de obtención de distancias, así como el cálculo de correspondencias.

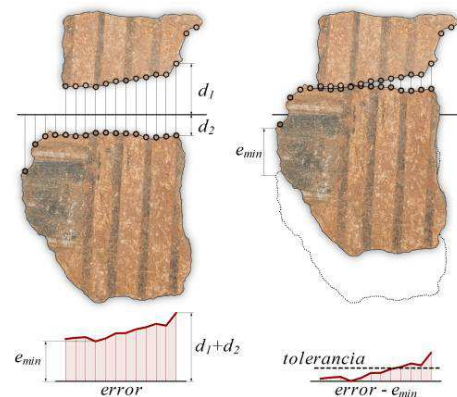


Figura 2: Obtención de distancias sobre una configuración, y cálculo de la correspondencia. En la izquierda se muestra la obtención de las distancias absolutas, mientras que en la derecha se muestra la obtención de las distancias relativas y el cálculo de la correspondencia.

### 2.3 Búsqueda por fuerza bruta

La forma más sencilla de calcular la mejor correspondencia entre ambos contornos consiste en valorar exhaustivamente todas las configuraciones posibles, y tomar aquella con puntuación máxima. Esta técnica de búsqueda, que proporciona resultados exactos, se conoce como *fuerza bruta*.

En número de configuraciones posibles viene determinado las orientaciones posibles y el número de muestras por orientación, y se representa mediante la expresión  $n^2 \cdot 2m$ , donde  $n$  es el número de orientaciones pre-procesadas, y  $m$  es el número de muestras tomadas por cada orientación. El término  $n^2$  deriva de la necesidad de contemplar, para cada orientación del fragmento 1, todas las orientaciones del fragmento 2, mientras que el término  $2m$  representa el número de desplazamientos posibles dado un par de orientaciones. Respecto al primer término, existen múltiples pares de orientaciones equivalentes ( $0^\circ-90^\circ \equiv 90^\circ-180^\circ$ ). Para reducir el número de configuraciones estudiadas, se puede asumir que uno de los dos fragmentos sólo se estudia para  $k$  orientaciones angularmente equi-espaciadas, mientras que el segundo se estudia para  $m$  orientaciones (siendo  $k < m$ ). El valor de  $k$  debe ser lo bastante grande como para poder caracterizar completamente el contorno simplificado, pero lo bastante pequeño como para agilizar la búsqueda.

El coste computacional y los requerimientos de memoria derivados de esta técnica resultan lineales respecto a la resolución angular y lineales respecto a la resolución espacial:  $O(k \cdot n \cdot m) \approx O(n \cdot m)$ . La principal ventaja es que se obtienen resultados exactos y completos, con los que poder validar la corrección de técnicas más eficientes.

### 2.4 Búsqueda jerárquica

Con el ánimo de acelerar el proceso de búsqueda, y que la talla del problema no repercute tan directamente sobre los costes computacionales, se plantea una estrategia jerárquica. La esencia de la técnica consiste en comenzar a estimar la solución a partir de una representación de los contornos muy básica, e ir refinando ésta únicamente para las configuraciones potencialmente mejores.

La principal ventaja de este tipo de estrategias consiste en que únicamente se evalúa un subconjunto muy reducido del total de configuraciones posibles, mientras que el principal inconveniente es que resulta complejo garantizar que la solución obtenida es óptima.

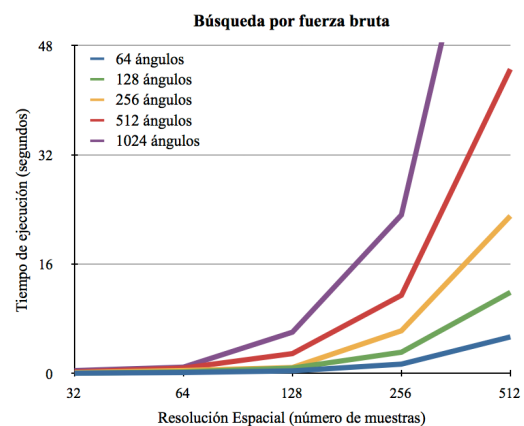
Para poder garantizar los resultados, el principio básico que se va a aplicar consiste en evaluar la bondad de cada aproximación mediante una predicción optimista de la correspondencia. De este modo, dada una representación muy general del contorno y su estimación de bondad asociada, las representaciones que se obtengan por refinamiento deberán cumplir la condición de que su estimación de bondad sea siempre menor o igual que la de la configuración a partir de las que se han generado. Si se satisface esta premisa, el proceso de búsqueda consistirá en partir de una representación básica de cada contorno, obtener sus representaciones derivadas, e iterativamente, ir refinando la representación cuya estimación de bondad sea máxima. El proceso de búsqueda finalizará cuando esta representación máxima se corresponda con el máximo nivel de detalle disponible, y la corrección del resultado se justifica debido a que ninguna predicción optimista no evaluada es mayor que ésta.

Dado que la talla del problema depende de la resolución angular y espacial con las que se caractericen los fragmentos, se planteará una estrategia de búsqueda jerárquica para cada una de estas magnitudes. De este modo, dado que cada representación simplificada generará dos representaciones con mayor nivel de detalle, el impacto sobre el coste temporal se espera que sea de orden  $O(\log n)$  para la resolución angular, y  $O(\log m)$  para la resolución espacial, quedando un coste total de  $O(\log n \log m)$ .

## 3. Resultados

Para demostrar la factibilidad de la técnica desarrollada, en comparación con la búsqueda por fuerza bruta, se ha llevado a cabo una serie de ejecuciones con problemas de talla variable, en las que se han medido los tiempos de ejecución. Sobre los resultados obtenidos se confirmarán los análisis de complejidad teóricos comentados en los apartados anteriores, y se podrá comparar éstos con los resultados obtenidos por otros autores.

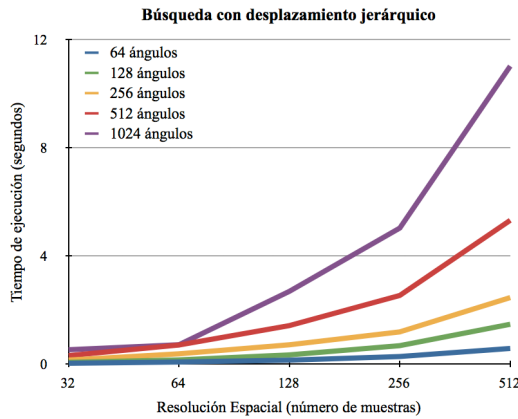
La gráfica 1 muestra los tiempos de ejecución mediante la técnica de fuerza bruta. En ella se puede apreciar claramente el carácter cuadrático de la complejidad. Así, ante problemas de talla reducida, la técnica resulta válida pero, a medida que esta aumenta, los tiempos de ejecución resultan inviables (91 segundos para una talla de 1024 ángulos, con 512 muestras).



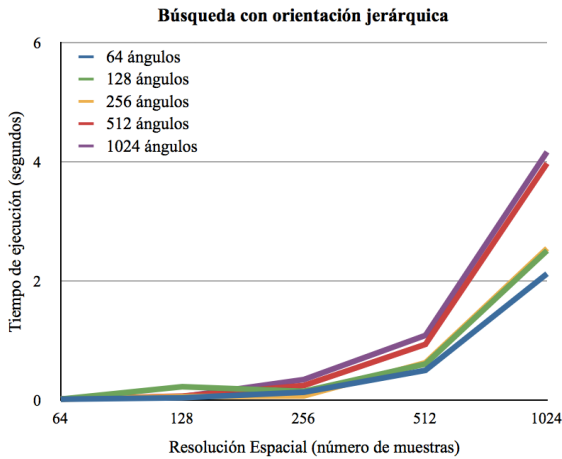
Gráfica 1: tiempo de ejecución mediante la técnica de fuerza bruta.

La gráfica 2 muestra el resultado de calcular los desplazamientos mediante la técnica jerárquica. Nótese como, a medida que el número de muestras aumenta, el efecto sobre el tiempo de ejecución se atenúa considerablemente. Así, la peor ejecución obtenida mediante fuerza bruta (91 segundos), pasa a ser de menos de 12 segundos introduciendo esta mejora. No obstante, nótese como el efecto lineal de la resolución angular sigue estando presente.

La gráfica 3 muestra el resultado de calcular las orientaciones mediante la técnica jerárquica. Nótese como, en este caso, el incremento de ángulos considerados no afecta tan directamente al tiempo de ejecución como lo hacía en el caso de la técnica de fuerza bruta. No obstante, el cálculo exhaustivo de los desplazamientos, sigue afectando linealmente a los resultados obtenidos.



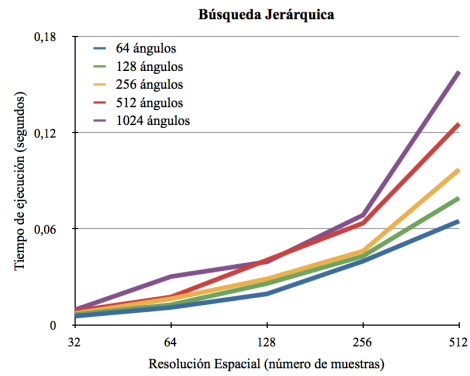
Gráfica 2: tiempo de ejecución calculando los desplazamientos jerárquicamente.



Gráfica 3: tiempo de ejecución calculando las orientaciones jerárquicamente.

La gráfica 4 muestra el resultado de aplicar simultáneamente las dos optimizaciones. En este caso, ni el incremento de orientaciones ni el de muestras consideradas supone un perjuicio importante. Además, se puede apreciar claramente el efecto logarítmico que éstas suponen sobre el coste temporal total.

De este modo, la diferencia de tiempos entre el problema más básico (64 orientaciones con 32 muestras cada una) y el más complejo (1024 orientaciones con 512 muestras cada una), es únicamente del orden de décimas de segundo. El problema que, mediante fuerza bruta, costaba 91 segundos resolver, mediante la técnica jerárquica sólo supone 0,157 segundos.



Gráfica 4: tiempo de ejecución calculando las orientaciones y desplazamientos jerárquicamente.

En la tabla 1, obtenida de (VAN KAICK, 2010), se pueden apreciar los costes computacionales de las técnicas actuales más representativas de correspondencia de patrones sobre problemas bidimensionales. Considerando que el coste computacional de la técnica desarrollada es de  $O(\log n * \log m)$ , y que los requisitos de memoria son de  $O(m)$ , la mejora introducida resulta evidente.

| Técnica            | Tiempo              | Espacio         |
|--------------------|---------------------|-----------------|
| Alineación ingenua | $O(m^3 n^2 \log n)$ | -               |
| Pose Clustering    | $O(m^2 n^2 + b)$    | $O(b)$          |
| Hashing geométrico | $O(m^3 \log n)$     | $O(n^3 \log n)$ |

Tabla 1: costes de las técnicas actuales

#### 4. Conclusión y ampliaciones

En este trabajo se ha presentado una técnica de recomposición de fragmentos arqueológicos basada en correspondencia de patrones cuya eficiencia permite abordar problemas muy complejos con equipos de prestaciones limitadas.

A partir de una etapa de pre-procesado de los datos originales, se extrae un conjunto de caracterizaciones de los contornos que permite realizar comparaciones entre ellos con costes muy reducidos. Con el ánimo de acelerar los cálculos ante requerimientos de precisión muy exigentes, se ha presentado una técnica de búsqueda jerárquica que permite obtener los mismos resultados que las técnicas exhaustivas con costes considerablemente menores.

Los cálculos de complejidad teóricos han sido empíricamente contrastados, y suponen una mejora considerable respecto a las técnicas existentes.

Como ampliaciones futuras, se está trabajando en una extensión de la técnica al ámbito de las 3D que permita llevar a cabo la recomposición de objetos formados por fragmentos en los que se considera el volumen real.

## Agradecimientos

Los autores quieren expresar su agradecimiento al apoyo prestado en el desarrollo del proyecto al Museu de Prehistòria de València, y especialmente a Rosa Albiach.

## Bibliografía

- AIGER D., MITRA N. J., COHEN-OR D. (2008): “4-points congruent sets for robust surface registration”, en *ACM Transactions On Graphics* (Proc. SIGGRAPH), pp. 1-10.
- BROWN B. J. et al. (2008): “A System for High-Volume Acquisition and Matching of Fresco Fragments: Reassembling Theran Wall Paintings”, en *ACM Transactions on Graphics* (Proc. SIGGRAPH), vol 27, n° 3.
- FISCHLER M. A., BOLLES R. C. (1981): “Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography”, en *Commun ACM*, pp. 381-395.
- HUTTENLOCHER D. P., ULLMAN S. (1990): “Recognizing solid objects by alignment with an image”, en *International Journal of Computer Vision*, pp. 195-212.
- KOLLER D. et al. (2005): “Fragments of the City: Stanford’s Digital Forma Urbis Romae Project”, en *Journal of Roman Archaeology* (Proc. of the Third Williams Symposium on Classical Architecture).
- NIHSHANKA D. (2007): “Project Report – A Survey of Recent Advances in Shape Matching”. Duke University, Durham, USA.
- PAULY M., et al. (2005): “Example-based 3D scan completion”, en *Proceedings Symposium on Geometric Processing (SGP)*.
- RUSINKIEWICZ S., LEVOY M. (2001): “Efficient variants of the ICP algorithm”, en *Proceedings 3rd International Conference on 3D Digital Imaging and Modeling*, pp. 145-152.
- VAN KAICK O. et al. (2010): “A Survey on Shape Correspondence”, en *Eurographics STAR Report (2010)*.