

---

## RESUMEN ESPAÑOL

La matemática fuzzy ha constituido un amplio campo en la investigación, desde que en 1965 L. A. Zadeh introdujo el concepto de conjunto fuzzy. En particular, la construcción de una teoría satisfactoria de espacios métricos fuzzy ha sido un problema investigado por muchos autores. En 1994, George y Veeramani introdujeron y estudiaron una noción de espacio métrico fuzzy que constituía una modificación de la anteriormente dada por Kramosil y Michalek. Muchos autores han contribuido al estudio de este tipo de métricas fuzzy, desde el punto de vista matemático y de sus aplicaciones. En esta tesis hemos contribuido al desarrollo del estudio de estas métricas fuzzy, desde el punto de vista matemático, y hemos abordado el problema de la medida de la diferencia perceptual de color utilizando una de estas métricas.

Las contribuciones que aportamos en esta tesis a dicho estudio, se resumen a continuación:

- (i) Hemos hecho un estudio detallado del espacio métrico fuzzy  $(X, M, \cdot)$  donde  $M$  está dada sobre  $[0, \infty[$  por la expresión  $M(x, y, t) = \frac{\min\{x, y\} + t}{\max\{x, y\} + t}$  y de otros espacios métricos fuzzy relacionados con el. Como consecuencia de este estudio hemos introducido cinco cuestiones en la teoría de las métricas fuzzy relacionadas con continuidad, extensión, contractividad y completación.
- (ii) Hemos respondido a una cuestión abierta construyendo un espacio métrico fuzzy  $(X, M, *)$  en el cual la asignación  $f(t) = \lim_n M(a_n, b_n, t)$ , donde  $\{a_n\}$  y  $\{b_n\}$  son sucesiones  $M$ -Cauchy, no es una función continua sobre  $t$ . La respuesta a esta cuestión nos ha permitido caracterizar la clase de los espacios métricos fuzzy strong completables.

- 
- (iii) Hemos introducido y estudiado un concepto más fuerte que el de convergencia de sucesiones en espacios métricos fuzzy, al que hemos llamado *s*-convergencia. En nuestro estudio hemos conseguido una caracterización de aquellos espacios métricos fuzzy en los cuales toda sucesión convergente es *s*-convergente y hemos dado una clasificación de los espacios métricos fuzzy atendiendo a su comportamiento con respecto a los diferentes tipos de convergencia que se da en él.
  - (iv) Hemos estudiado, en el contexto de los espacios métricos fuzzy, cuando ciertas familias de bolas abiertas centradas en un punto son base local de este punto.
  - (v) Hemos respondido a dos cuestiones abiertas relacionadas con la convergencia standard, un concepto más fuerte que el de convergencia de sucesiones en espacios métricos fuzzy, introducido de forma natural a partir del concepto de sucesión de Cauchy standard (introducido en [74]). Estas respuestas nos han llevado a establecer unas condiciones bajo las cuales un concepto relacionado con el concepto de sucesión de Cauchy y un concepto relacionado con el de convergencia deberían satisfacer para ser consideradas *compatibles*.
  - (vi) Como aplicación práctica, hemos mostrado que una cierta métrica fuzzy es útil para medir diferencia perceptual de color entre muestras de color.