

La enseñanza problematizada de la física cuántica en el bachillerato y en los cursos introductorios de física

A guided problem solving approach for teaching quantum physics in secondary school and physics introductory courses

Francisco Savall Alemany
IES AUSIÀS MARCH, GANDIA
pacosavall@gmail.com

Josep Lluís Domènech Blanco
IES ANTONI LLIDÓ, XÀBIA
joseplluisd@gmail.com

Joaquín Martínez Torregrosa, Alexandra Rey Cubero, Sergio Rosa Cintas
UNIVERSITAT D'ALACANT
joaquin.martinez@ua.es, sandrareycubero@gmail.com, sergio.rosacintas@gmail.com

Abstract

La investigación didáctica ha destacado el papel de la enseñanza problematizada en el aprendizaje de las ciencias. Este modelo de enseñanza se caracteriza por organizar las unidades en torno a problemas y proponer un plan de investigación para avanzar en su solución que exige que los conceptos y modelos sean introducidos de manera funcional, como posibles soluciones al problema planteado. En este artículo presentamos una unidad problematizada para la enseñanza de la física cuántica en los cursos introductorios de física, analizando con detalle la estrategia seguida para construir un modelo que explique la emisión y absorción de radiación.

The effectiveness of the problem based teaching on the science learning has been highlighted by the didactic research. This teaching model is characterized by organizing the units around problems and by proposing a research plan to find a solution which requires concepts and models to be introduced in a functional way, as possible solutions to the problem. In this article we present a problem based unit for teaching quantum physics in introductory physics courses and we analyze in detail the teaching strategy that we follow to build a model to explain the emission and absorption of radiation.

Keywords: Problem based teaching, quantum physics, photon, spectra, model.

Palabras clave: Enseñanza problematizada, física cuántica, fotón, espectros, modelo.

1. Introducción

La investigación didáctica ha destacado que el razonamiento basado en modelos constituye la base de cualquier disciplina científica (Passmore y Svodoba, 2011). De hecho, a través de modelos se desarrolla el razonamiento científico, se simplifican los fenómenos complejos, se visualizan entidades abstractas, se defienden explicaciones y se interpretan y predicen resultados experimentales (Justi, 2006). Siendo así que los modelos actúan como intermediarios entre las teorías y la experimentación han emergido numerosas investigaciones didácticas que plantean el aprendizaje de la ciencia como un proceso de desarrollo, revisión y evaluación de modelos (Justi y Gilbert, 2002a y b; Schwarz y Gewkwerere, 2006; Windschitl, Thompson y Braaten, 2008; Chamizo, 2011; Louca, Zacharia y Constantinou, 2011; Oh y Oh, 2011; Passmore y Svoboda, 2011). A pesar de las diferencias que existen entre unas aportaciones y otras, debidas en gran medida a que la construcción de modelos es un proceso abierto (Justi y Gilbert, 2002a; Justi, 2006), todas las estrategias propuestas son coherentes entre ellas y tratan de reproducir en el aula la manera de trabajar propia de la ciencia, identificando los grandes pasos a seguir durante la enseñanza con las actividades propias de las prácticas científicas.

Desde el modelo de enseñanza problematizada se ha abordado, además, la integración del aprendizaje de los conceptos y modelos con su desarrollo y aplicación (lo que comúnmente se conoce como “teoría”, “problemas” y “prácticas”), lo que ha permitido conseguir resultados positivos sobre el aprendizaje y las actitudes de los alumnos (Verdú, 2004; Osuna, 2007; Becerra, Gras y Martínez Torregrosa, 2007; Martínez Torregrosa, Verdú y Osuna, 2008; Becerra, Gras y Martínez Torregrosa, 2010; Martínez Torregrosa, Domènech, Menargues y Romo, 2012; Osuna, Martínez Torregrosa y Menargues, 2012).

Una unidad con una estructura problematizada se caracteriza por presentar, al principio de la unidad, un problema que se encuentra en el origen de los conocimientos que pretendemos que los estudiantes adquieran. Es necesario que los alumnos se apropien de él, que sean conscientes de su interés y que se impliquen en la búsqueda de una solución, lo que requiere actividades iniciales para apropiarse del problema y despertar su interés. El índice de la unidad se organiza de manera que responda a una posible estrategia para avanzar en la búsqueda de una solución al problema planteado, es decir, responde a un plan de investigación.

En este contexto de resolución de problemas, los conceptos y los modelos son introducidos por alumnos y profesor de forma tentativa, como invenciones o hipótesis fundamentadas que han de ser puestos a prueba a través de su capacidad para explicar hechos conocidos y predecir nuevas consecuencias contrastables, de su capacidad para enfrentarse a situaciones problemáticas abiertas, de su coherencia con otros conocimientos bien establecidos y también a través de su capacidad para identificar o predecir nuevos problemas.

En esta orientación, la evaluación se concibe como un instrumento de ayuda para avanzar en la resolución de los problemas planteados y como una oportunidad para “recapitular en la empresa científica”. La estructura problematizada favorece que se hagan recapitulaciones periódicas sobre el avance conseguido en la solución del problema planteado, los obstáculos superados y lo que todavía queda por hacer, prestando así especial atención a la regulación y orientación de los alumnos.

Diseñar una unidad problematizada exige, en principio, establecer el modelo (o modelos) que queremos que adquieran nuestros alumnos, seleccionar el problema más adecuado para iniciar el proceso de investigación guiada (el proceso de enseñanza-aprendizaje) e identificar tanto los grandes pasos que permitirán avanzar en su resolución (por supuesto, trabajamos sobre problemas “históricos” y conocemos la evolución de las ideas en los mismos) como los

posibles obstáculos que tendrán que superar los alumnos. El planteamiento del problema debe ir seguido de una propuesta de un plan para avanzar en su solución (que se convierte en el “índice” del tema) que resulte lógico y comprensible para los alumnos y de su concreción en una secuencia de actividades para el aula (sobre las que trabajarán profesores y alumnos).

A continuación presentamos nuestras decisiones sobre el gran objetivo (concretado en la adquisición de un modelo cuántico sencillo pero con suficiente capacidad explicativa y predictiva para que valga la pena enseñarlo) que queremos que adquieran nuestros alumnos y el problema elegido para organizar la introducción a la física cuántica. Posteriormente, presentaremos los grandes pasos que permiten avanzar en la construcción del modelo y algunas de las actividades del plan para conseguirlo. Por último, mostraremos actividades de aplicación del modelo construido.

2. ¿Qué modelo cuántico queremos que adquieran nuestros alumnos? ¿Qué problema se encuentra en el origen de la física cuántica?

A finales del siglo XIX diversos fenómenos relacionados con la emisión y absorción de radiación no tenían explicación a partir de los modelos clásicos de emisión y absorción de ondas electromagnéticas. La distribución de intensidad del espectro del cuerpo negro o los espectros discretos de los gases son dos ejemplos de ello. Los intentos por explicar cómo interacciona la radiación con la materia llevaron a la física a una crisis profunda (Einstein e Infeld, 1986).

Uno de los avances fundamentales en el establecimiento de la física cuántica fue dado por Niels Bohr, quien introdujo la cuantización de la energía en el átomo. Ello le permitió explicar el espectro del hidrógeno. Bohr tuvo que abandonar el modelo clásico de emisión de radiación electromagnética (de acuerdo con el cual un oscilador cargado emite radiación electromagnética de naturaleza ondulatoria cuya frecuencia es idéntica a la frecuencia de oscilación del sistema emisor) y postular que la emisión de radiación por parte del átomo de hidrógeno se debe a transiciones de su único electrón entre estados de energía estacionarios, en los cuales el electrón vibra sin emitir radiación. Para dar cuenta de la frecuencia de la radiación emitida, Bohr estableció una relación de proporcionalidad entre la energía emitida por el átomo y la frecuencia de las radiaciones emitidas (Bohr, 1913a y b).

A pesar del éxito conseguido por Bohr con la explicación de la frecuencia de las líneas espectrales del hidrógeno, dicho modelo tuvo que ser ampliado y modificado, al menos en los aspectos siguientes, para dar cuenta de una mayor cantidad de fenómenos de emisión y absorción de radiación:

- Bohr consideraba en su trabajo de 1913 que la radiación estaba formada por ondas electromagnéticas, aunque la hipótesis del cuanto de radiación de Albert Einstein había sido propuesta en 1905. La hipótesis de Einstein sufrió un fuerte rechazo por parte de la comunidad científica (Savall, Domènech y Martínez-Torregrosa, 2013b) y no fue hasta la interpretación del efecto Compton en 1923 cuando el modelo cuántico de radiación basado en el concepto de fotón acabó siendo aceptado por la comunidad científica. Este es el que se usa en la actualidad para explicar los procesos de emisión y absorción.
- En los procesos de absorción de radiación solo se absorben fotones que excitan a los electrones que se encuentran en el estado fundamental. Las transiciones de electrones de un estado excitado a otro de mayor energía a causa de la absorción de un fotón son altamente

improbables, aspecto que Bohr no contempló en sus trabajos iniciales. Si esto ocurriese, los átomos y moléculas se ionizarían con facilidad. En el caso concreto del hidrógeno, tras absorber un fotón capaz de excitar al electrón desde el estado fundamental al primer estado excitado, el átomo podría absorber un segundo fotón e ionizarse, fenómeno que es muy improbable y no se observa en condiciones normales. Solo si la temperatura del gas es lo suficientemente elevada habrá átomos de hidrógeno en el segundo estado estacionario que puedan absorber fotones con una probabilidad que no sea extremadamente baja y observarse en el espectro de absorción la línea negra correspondiente a la frecuencia que produce la transición electrónica entre estados excitados (Rutherford, Holton y Watson, 1981; Martínez Sancho, 1992, p. 264).

- Las predicciones iniciales de Bohr se limitaron a las frecuencias de los espectros, no ofrecían ninguna explicación sobre la diferente intensidad de las líneas espectrales (Lindley, 2008, p. 59-60). Un modelo completo que explique la emisión y absorción de radiación debe dar cuenta no solo de las frecuencias de la radiación emitida por una fuente luminosa, sino también de su intensidad, en tanto que esta es una característica básica de cualquier radiación. Fue Einstein (1917) quien relacionó la intensidad que presenta cada frecuencia de la radiación en un fenómeno de emisión con la probabilidad de que se dé en la fuente luminosa la transición electrónica que genera la radiación de dicha frecuencia. Este carácter probabilístico, que es una consecuencia de la existencia de los niveles discretos de energía, impide hacer predicciones sobre el comportamiento futuro de los electrones que se encuentran en estados excitados (Bohr, 1964; p. 43; Jammer, 1966, p. 170-171).

A la luz de las hipótesis que la comunidad científica tuvo que introducir para establecer un modelo capaz de explicar la interacción entre la radiación y la materia, consideramos que el modelo cuántico que deben adquirir los alumnos para explicar la emisión y absorción de radiación debe contemplar las siguientes ideas clave (IC) (Savall, Domènech, Guisasola y Martínez-Torregrosa, 2016):

- IC1. La energía de los electrones en átomos, moléculas o cristales está cuantizada:
 - IC1.1. Los electrones solo se pueden encontrar en estados estacionarios caracterizados por valores discretos de la energía, en los cuales no emiten energía. Cualquier cambio de energía implica el paso del electrón de un estado estacionario a otro.
- IC2. La energía de la radiación está cuantizada:
 - IC2.1. La radiación consiste en un flujo de fotones, entendidos como cuantos indivisibles.
 - IC2.2. La energía de cada fotón es proporcional a la frecuencia de la radiación.
 - IC2.3. La intensidad de la radiación es proporcional a la cantidad y frecuencia de los fotones que la integran.
- IC3. Cada transición electrónica es consecuencia de la interacción entre un electrón y un fotón:
 - IC3.1. La frecuencia de la radiación emitida o absorbida por un electrón es proporcional a la diferencia de energía entre los estados entre los que tiene lugar la transición.
 - IC3.2. Las transiciones hacia estados de menor energía son de carácter aleatorio, tanto por lo que se refiere al estado final como al instante en que tendrá lugar una transición.
 - IC3.3. La intensidad de cada frecuencia de radiación emitida es proporcional a la cantidad de transiciones que la originan por unidad de tiempo.

- o IC3.4. Para un colectivo de electrones que se encuentran en el estado fundamental, las transiciones producidas por la absorción de un fotón tienen lugar desde dicho estado a un estado excitado. Las transiciones, por absorción, entre estados excitados son muy poco probables.

Hemos de destacar que la investigación didáctica ha aportado evidencias de que los estudiantes de bachillerato y de universidad que han seguido cursos de introducción a la física cuántica a través de la enseñanza habitual tienen dificultades y/o errores conceptuales relacionados con las ideas clave aquí presentadas, especialmente a la hora de interpretar los espectros atómicos (Zollman, Rebello y Hogg, 2002; Ivanjek, Shaffer, McDermott, Planinic y Veza, 2015a y b; Savall et al, 2016). Estas dificultades, junto con las ideas clave aquí presentadas, han sido de especial relevancia para el diseño de la unidad que presentamos en este trabajo.

A la luz de los hechos históricos descritos y de las ideas clave del modelo que queremos que adquieran los alumnos, el problema que tiene una mayor capacidad para organizar la unidad en torno a él es precisamente la emisión y absorción de radiación. Concretamente ¿Cómo se emite o absorbe la luz?. Este es, por tanto, el título de la unidad y el problema en torno al cual se estructura toda la investigación.

3. Índice de la unidad y estrategia seguida para avanzar en la construcción del modelo cuántico de emisión y absorción de radiación.

3.1. Introducción y planteamiento del problema.

Las primeras actividades de la unidad están orientadas a que los estudiantes se familiaricen con el problema de cómo se emite y absorbe luz y se apropien de él. Para ello empezamos pensando (y mostrando) diferentes formas de emitir luz. Así, encontramos fuentes que originan luz por combustión (el gas, la madera) o por incandescencia (una bombilla de filamento), por descargas eléctricas (como la bombilla de bajo consumo) y fuentes que “acumulan y devuelven” la luz que reciben, como las fluorescentes y fosforescentes. Constatamos que cada una de ellas emite luz de un determinado color e intensidad, y que solo en algunos casos podemos realizar acciones sobre la fuente que cambien estas características. Entre otras observaciones, advertimos que si ponemos a la llama sales iónicas el color de la llama depende de la composición de la sal, y es independiente de la temperatura de la llama. Para profundizar en el análisis de las características de la luz emitida por cada una de las fuentes construimos un espectroscopio escolar (Savall, Domènech y Martínez Torregrosa, 2014) que permite obtener medidas cuantitativas de las longitudes de onda visibles presentes en una radiación.

Tras una observación cuidadosa con el espectroscopio identificamos que las fuentes sólidas incandescentes emiten un espectro continuo mientras que los gases a baja presión sometidos a descargas eléctricas (tubos espectrales) emiten un espectro discreto, como se observa en la Figura 1, caracterizado por unas frecuencias fijas, únicas e invariables para cada gas, independientemente de la intensidad de la descarga eléctrica, que solo influye sobre la intensidad de la luz emitida.

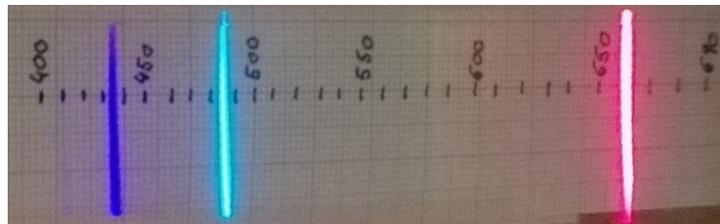


Figura 1: Espectro del hidrógeno obtenido con el espectroscopio escolar. Se puede leer sobre la escala la longitud de onda de las líneas espectrales en nanómetros. También se observa, a nivel cualitativo, la diferencia de intensidad. El espectro visible del hidrógeno tiene una cuarta línea de color violeta y 405 nm de longitud de onda, pero su intensidad es tan baja que es difícil de registrar con un espectroscopio escolar.

Este resultado obtenido con los gases es similar al obtenido al analizar la luz emitida al poner sales a la llama. Así, advertimos que debe existir alguna relación entre la estructura interna del gas (o de la sal) y la luz que emite. Además, observando el comportamiento de materiales fluorescentes y fosforescentes, advertimos que no se activan con luz de cualquier frecuencia sino solo con frecuencias elevadas. Todo parece indicar que hay alguna “estructura interna” responsable de la emisión y absorción de radiación. Establecemos, por tanto, nuestro objetivo de encontrar un modelo para esta estructura interna y que explique, además, los procesos que tienen lugar en ella cuando emite o absorbe radiación.

3.2. Elaboración de un primer modelo que explique el caso más sencillo de emisión y absorción de radiación: los espectros de los gases.

Ante una tarea tan compleja, es lógico que el primer paso del plan para avanzar en su solución sea identificar el material con una estructura interna más sencilla y cuyo espectro sea, también, lo más simple posible. Efectivamente, seleccionamos el hidrógeno y su espectro como punto de partida por tratarse del átomo más sencillo (empezamos considerando que consta de un único electrón que orbita alrededor de un protón) y porque su espectro es sencillo (en la parte visible consta únicamente de 4 frecuencias).

Empezamos nuestra investigación pidiendo a los alumnos que recuerden el modelo planetario de átomo y lo aprendido sobre emisión de ondas electromagnéticas (OEM) para elaborar un primer modelo que explique el espectro del hidrógeno. Puesto que las OEM se producen cuando las cargas se aceleran, el movimiento periódico del electrón alrededor del átomo deberá generar una OEM de frecuencia idéntica a la del movimiento circular del electrón. La presencia de cuatro frecuencias en el espectro visible nos obliga a admitir que el electrón de cada átomo de hidrógeno vibra en una de cuatro posibles órbitas, cada una de ellas responsable de la emisión de una frecuencia electromagnética, como se muestra en la Figura 2. Las líneas espectrales de mayor intensidad se corresponden con ondas de mayor amplitud y energía, lo que puede ser debido a la existencia de un mayor número de átomos que vibran (y emiten) dicha frecuencia.

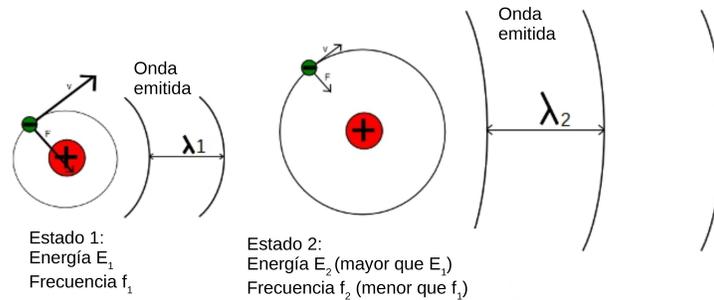


Figura 2: El electrón emite una OEM cuya frecuencia es igual a la frecuencia del movimiento orbital. Como en el espectro se detectan 4 frecuencias el electrón de cada átomo debe vibrar con una de las 4 posibles frecuencias (aquí representamos solo 2). La mayor intensidad de la línea roja del espectro se debe a que hay más electrones vibrando con esa frecuencia.

Al analizar estas primeras ideas energéticamente advertimos que este modelo tiene un problema: mientras el electrón orbite emitirá radiación y perderá energía. Esto le llevará a acercarse al núcleo, orbitar con mayor frecuencia y variar la frecuencia de la luz emitida. A medida que el electrón se acerca al núcleo emitirá luz de frecuencia cada vez mayor (Figura 3), y esto no se detecta en el espectro del hidrógeno.

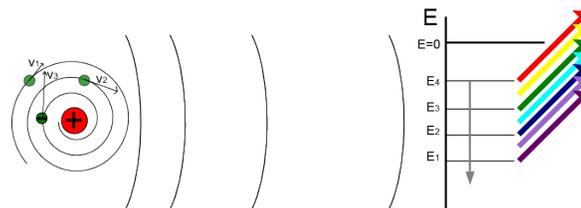


Figura 3: El electrón ha de perder energía a medida que irradia radiación. Esto hará que orbite cada vez más cerca del núcleo, a mayor velocidad y por tanto con mayor frecuencia. El espectro emitido debería contener todas las frecuencias, y no es esto lo que se observa.

Llegados a este punto, decimos a los alumnos que haciendo uso de lo que establece la física clásica para la emisión de OEM, el problema no tiene solución. De hecho, la comunidad científica se enfrentó a una crisis profunda al abordar el problema de la emisión y absorción de radiación por los átomos, y es fundamental que los estudiantes experimenten esta situación de bloqueo para darse cuenta de que nos enfrentamos a la construcción de un nuevo modelo que rompe con la física establecida, a un cambio ontológico profundo (Kalkanis, Hadzidaki y Stravrou, 2003; Hadzidaki, 2008). Esta crisis obligó a explorar hipótesis que no tenían cabida en la física aceptada hasta el momento, y así es como deberemos avanzar.

Los alumnos han de proponer hipótesis que permitan superar las dificultades encontradas: que garanticen la estabilidad del átomo y que expliquen el espectro obtenido experimentalmente. Algunos alumnos sugieren que el electrón no debería emitir energía cuando orbita, salvando así el problema de la estabilidad del átomo (muchos de ellos lo dicen con ligereza; ¡como si no supusiera una confrontación total con la teoría electromagnética!). En cambio, no encuentran un mecanismo que explique la formación del espectro. Se les anima, entonces, a considerar las hipótesis de Bohr y representar el proceso de emisión de radiación al que hacen referencia (Figura 4):

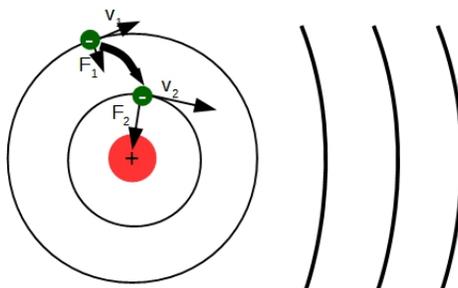


Figura 4: Proceso de emisión de radiación de acuerdo con las hipótesis de Bohr. El electrón, al hacer una transición entre órbitas, emite radiación cuya frecuencia es proporcional a la diferencia de energía de las órbitas entre las que tiene lugar la transición.

- Los electrones de los átomos solo pueden orbitar en unos pocos estados estacionarios, caracterizados por una energía fija. En ellos orbitan alrededor del núcleo de acuerdo con las leyes de la mecánica pero sin emitir energía.
- Cualquier cambio en el átomo implica el paso del electrón de una órbita estacionaria a otra.
- La frecuencia de la radiación emitida o absorbida en una transición depende de las energías iniciales y finales, de acuerdo con la expresión $|E_f - E_i| = h \cdot \nu$, donde E_f y E_i son la energía del átomo en el estado final e inicial, ν es la frecuencia y h es una constante.

De acuerdo con este modelo, el electrón del átomo de hidrógeno puede orbitar alrededor del protón sin emitir energía, pero no en cualquier órbita sino únicamente en aquellas que tienen una energía determinada. Introducimos así la IC1, que es imprescindible para la estabilidad atómica. La existencia de 4 transiciones entre órbitas daría lugar a las cuatro líneas espectrales observadas en su espectro. Sin embargo, para aceptar el modelo no es suficiente con esta explicación cualitativa, además deberíamos ser capaces de interpretar, deducir y predecir valores cuantitativos empíricos, incluyendo los de las frecuencias de las líneas espectrales. En particular, abordamos las siguientes cuestiones:

- ¿Cómo interpretar con el modelo que para ionizar los átomos de hidrógeno sea necesario iluminarlos con luz de una frecuencia mínima de $3.28 \cdot 10^{15} Hz$ (ultravioleta)? De acuerdo con la IC3.1, un cambio de energía en el átomo requiere la absorción o emisión de radiación de una determinada frecuencia ($|E_f - E_i| = h \cdot \nu$). Por tanto, para que el electrón pase de estar ligado ($E < 0$) a estar libre ($E \geq 0$) se requerirá radiación de una frecuencia mínima. Esto nos permite, además, determinar la energía que tienen los átomos de hidrógeno cuando no están excitados, que resulta ser de $-13.6 eV$. El proceso de ionización a la luz del modelo introducido se representa en la Figura 5.

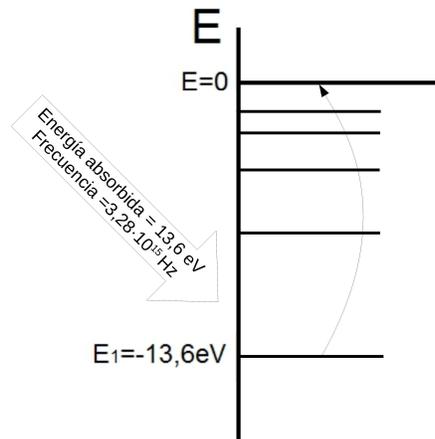


Figura 5: La radiación de $3.28 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ produce en el hidrógeno una transición electrónica de 13.6 eV, suficiente para ionizar el átomo según los resultados experimentales. La radiación de menor frecuencia o no es absorbida o produciría una transición menor, insuficiente para conseguir la ionización. Esto nos permite identificar el estado fundamental del átomo como aquel que tiene una energía de -13.6 eV .

- ¿Podemos deducir las frecuencias de las líneas del espectro? Para ello, introducimos la expresión propuesta por Bohr para determinar la energía de los estados estacionarios del hidrógeno a partir del estado fundamental ($n=1$)

$$E_n = \frac{-13.6(eV)}{n^2},$$

calculamos la energía de los cinco primeros estados estacionarios, analizamos cuáles son las posibles transiciones y determinamos la frecuencia que emitirá el hidrógeno al realizar cada una de ellas. Advertimos que solo tres de ellas se corresponden con frecuencias presentes en el espectro visible: la transición del tercer estado al segundo es la responsable de la emisión de la frecuencia de la línea roja del espectro, la del cuarto al segundo estado —representada en la Figura 6— es responsable de la frecuencia de la línea azul y la transición del quinto estado al segundo es responsable de la frecuencia de la línea morada. La intensidad de las líneas espectrales se puede atribuir a la cantidad de procesos individuales por unidad de tiempo que las originan, como establece la IC3.3. Así, la transición del tercer al segundo estado se dará con mayor frecuencia (será más probable) que la transición del cuarto al segundo estado, y esta última será más probable que la transición del quinto al segundo estado.

- ¿Por qué no hay más líneas de diferente color en el espectro? Las frecuencias de las líneas visibles corresponden a transiciones desde el tercer, cuarto, quinto y sexto estados al segundo (la línea correspondiente a la transición del sexto al segundo estado no se observa porque su intensidad es muy baja), pero también son posibles muchas más. Predecimos, así, la existencia de más líneas en el espectro del hidrógeno, que no vemos porque nuestros ojos no son sensibles a sus frecuencias. Buscamos información sobre si el hidrógeno emite más frecuencias que las correspondientes al espectro visible y encontramos que sí lo hace y que, además, dichas frecuencias coinciden con las propuestas por nuestro modelo.

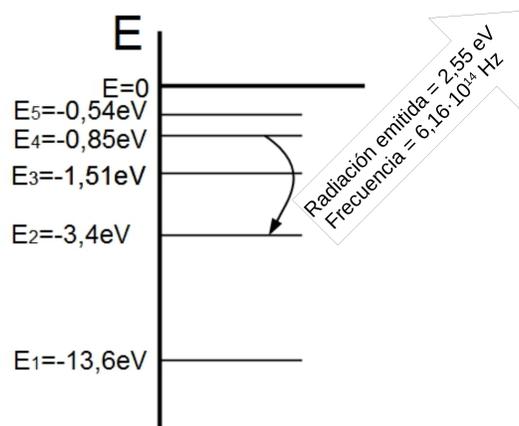


Figura 6: La transición del electrón del cuarto estado estacionario al segundo da lugar a radiación de $6,16 \cdot 10^{14}$ Hz, que corresponde con la línea azul del espectro.

Evidenciamos así que, desde un determinado estado estacionario, un electrón puede hacer transiciones a cualquiera de los estados de menor energía, y que cada transición puede tener lugar con una probabilidad diferente, como recoge la IC3.2.

- ¿Cómo explicar el espectro de absorción, es decir, la ausencia de determinadas frecuencias en la luz que ha atravesado una atmósfera de hidrógeno? De acuerdo con el modelo propuesto, solo son posibles las transiciones entre estados estacionarios, esto implica que el átomo solo puede absorber unas cantidades fijas de energía y, por tanto, radiación de unas pocas frecuencias, como se muestra en la Figura 7. Las frecuencias que no producen transiciones electrónicas entre estados estacionarios no pueden ser absorbidas.

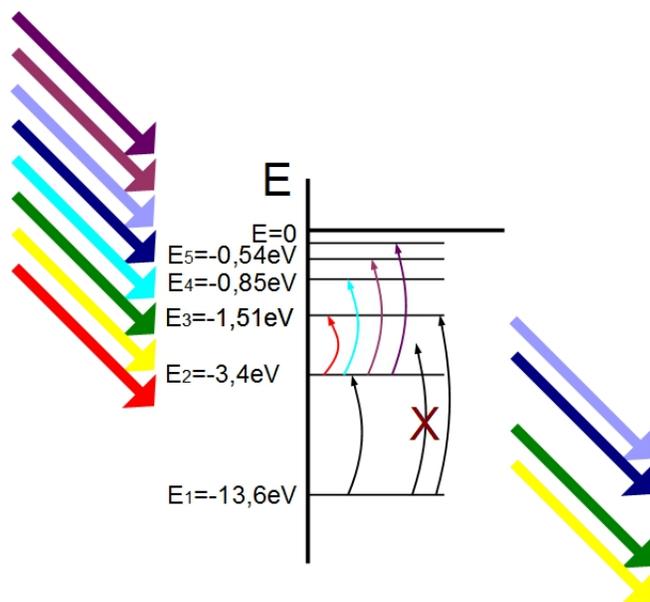


Figura 7: Al iluminar el hidrógeno con luz de diversas frecuencias solo serán absorbidas aquellas que llevan a los electrones a un estado estacionario de mayor energía, las frecuencias restantes no pueden ser absorbidas.

Esta cuestión también nos permite descartar la posibilidad de transiciones múltiples por absorciones sucesivas (IC3.4). Si este tipo de procesos fuera habitual, los átomos se ionizarían fácilmente. Por ejemplo, los átomos de hidrógeno se podrían ionizar con un haz de radiación con frecuencias menores que $3.28 \cdot 10^{15} Hz$, pero dicho fenómeno no se observa experimentalmente. El átomo solo puede hacer una única transición a un estado de mayor energía al absorber radiación, y posteriormente emitirá energía hasta regresar al estado fundamental. Las absorciones sucesivas son altamente improbables o imposibles. Solo si la temperatura del gas es suficientemente alta habrá una cantidad suficiente de átomos cuyos electrones estén en el segundo estado energético y se podrán producir las transiciones correspondientes a la absorción de las frecuencias visibles del espectro del hidrógeno.

El modelo establecido contempla todas las ideas clave referentes a la cuantización de la energía en los átomos (IC1) y a la interacción entre electrones y radiación (IC3), si bien el concepto de fotón todavía no ha sido introducido. Disponemos así de un modelo que explica el espectro del hidrógeno, y por extensión puede explicar a nivel cualitativo el espectro de otros gases. Sin embargo, la comunidad científica no puede aceptar modelos contrarios a la física aceptada que cuenten con un apoyo experimental tan escaso, lo que exige seguir poniéndolo a prueba. ¿La cuantización de la energía en los átomos es una característica intrínseca de los mismos o cambia según cómo se interaccione con ellos? Franck y Hertz bombardearon átomos de mercurio (mercurio gaseoso a muy baja presión) con electrones acelerados y encontraron que si los electrones tenían una energía inferior a 4.9 eV no se producía ningún efecto sobre los átomos del gas. Cuando los electrones que colisionaban alcanzaban o superaban dicha energía, transferían 4.9 eV a los átomos de mercurio, disminuyendo en dicha cantidad su energía tras la colisión. Cuando esto ocurría, el gas emitía luz de $1.61 \cdot 10^{15} Hz$. Aumentando la velocidad de los electrones, encontraron que también se producía transferencia de energía de un valor de 6.7 eV, además del valor de 4.9 eV. En ese caso, se observaba la emisión de radiación de tres frecuencias, $0.4 \cdot 10^{15} Hz$, $1.18 \cdot 10^{15}$ y $1.61 \cdot 10^{15} Hz$, todas ellas idénticas a las obtenidas por otros procedimientos de excitación de los átomos de mercurio. La física clásica no puede explicar este comportamiento, ya que en un choque inelástico entre partículas como átomos de mercurio y electrones se puede transferir cualquier cantidad de energía siempre que se satisfagan los principios de conservación correspondientes.

El modelo cuántico introducido para los átomos sí da cuenta de esta absorción discontinua de energía, siempre que admitamos que los electrones del mercurio se encuentran en un estado estacionario y que las únicas transiciones posibles que se pueden producir corresponden con diferencias de energía de 4.9 eV y 6.7 eV. Tras absorber dicha energía, los átomos de mercurio pueden emitir radiación hasta regresar al estado fundamental, bien a través de una transición directa o bien realizando dos transiciones. Como se muestra en la Figura 8, las radiaciones detectadas se corresponden justo con las que emitiría el mercurio si tuviese al menos tres estados estacionarios separados por 4.9 eV y 6.7 eV. Este resultado confirma que la energía del átomo está cuantizada y que la cuantización es una característica intrínseca al átomo, no depende de si interacciona con radiación o con otras partículas.

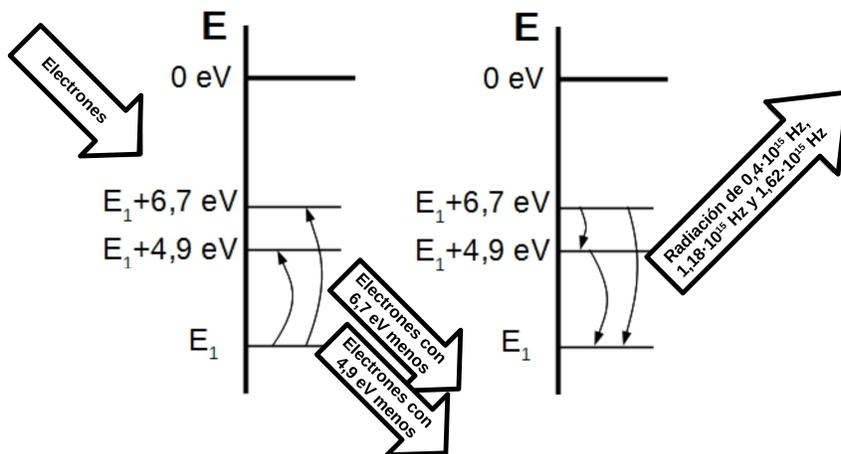


Figura 8: De acuerdo con el modelo cuántico introducido para el átomo, los átomos de mercurio solo podrán absorber de los electrones aquella energía que produzca transiciones entre estados estacionarios. A la luz de los resultados experimentales, el mercurio debe tener al menos tres estados estacionarios separados por energía de 4.9 eV y 6.7 eV. Las transiciones posteriores que devuelven al átomo al estado fundamental son las responsables de las radiaciones que emite el mercurio.

Los resultados experimentales obtenidos al analizar los espectros y el experimento de Franck y Hertz muestran que la luz de frecuencia ν produce sobre los átomos el mismo efecto que las partículas (electrones en este caso) con energía $h \cdot \nu$. Cuando una partícula transfiere dicha cantidad de energía al átomo, su energía disminuye en esa misma cantidad. Sin embargo, cuando llega una radiación al átomo de una frecuencia mayor o menor a la que correspondería a una transición, simplemente no es absorbida. ¿Es posible que la energía de una radiación esté cuantizada (como ocurre en los átomos), formada por “paquetes indivisibles de energía” con un valor determinado (y proporcional a la frecuencia) y que, por tanto, sólo se absorban los “paquetes” cuya energía sea igual a la de alguna de las transiciones electrónicas dentro del átomo? Este es el siguiente de nuestros problemas, y para abordarlo aprovechamos el fenómeno del efecto fotoeléctrico.

3.3. ¿Está cuantizada la energía en la radiación?

Tras familiarizar a los alumnos con este fenómeno, concretamos nuestro problema en encontrar un modelo que permita explicar la emisión de electrones por parte de un metal:

¿Qué acción lleva a cabo la radiación sobre los electrones del metal que acaba por extraerlos? Abordamos el problema desde una perspectiva clásica y también haciendo uso del modelo cuántico propuesto:

- De acuerdo con el modelo clásico, los electrones del interior del metal absorberán progresivamente la energía de la radiación e irán aumentando su energía hasta alcanzar la energía necesaria para abandonar el metal, como se muestra en la Figura 9.

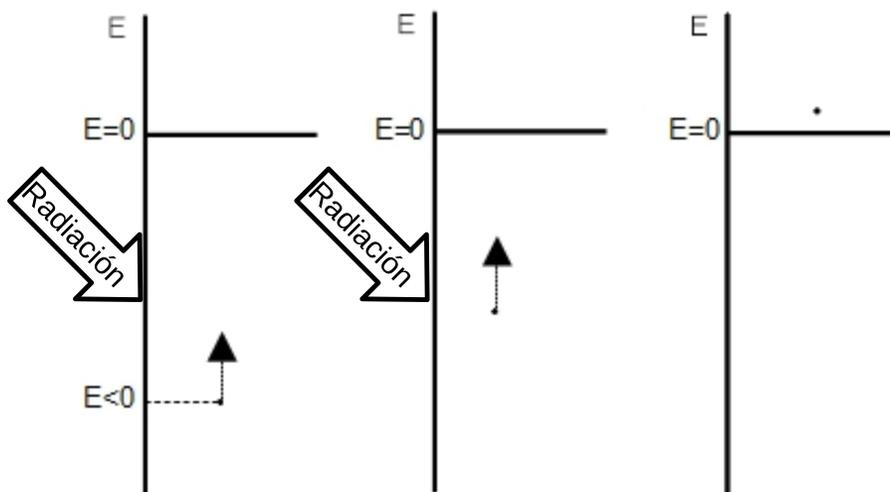


Figura 9: De acuerdo con el modelo clásico de emisión y absorción de radiación, los electrones del metal absorberán energía de la radiación hasta alcanzar la energía necesaria para abandonar el metal ($E > 0$). La flecha no representa el movimiento del electrón, solo indica que su energía aumenta.

- De acuerdo con el modelo cuántico, la radiación producirá un cambio energético en el electrón de acuerdo con la ecuación $\Delta E_{\text{electron}} = h \cdot \nu$. Si esta energía es suficiente, el electrón abandonará el metal, si no es suficiente seguirá ligado a él, como muestra la Figura 10. Si la energía de la radiación está cuantizada y se absorbe en cantidades fijas el cambio energético debería ser instantáneo, en cambio, si la energía de la radiación no está cuantizada cabría esperar una transición progresiva, que requiriese un determinado intervalo de tiempo.

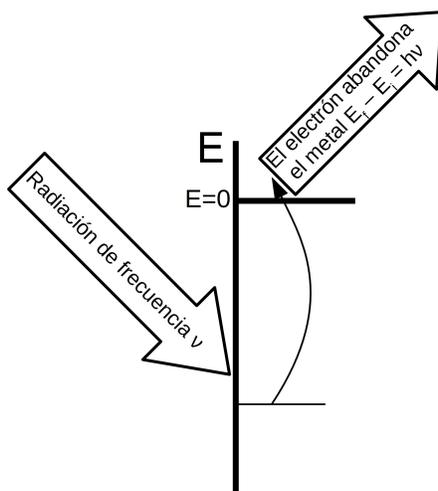


Figura 10: La radiación de frecuencia ν , al ser absorbida por el electrón, produce un cambio energético $h \cdot \nu$. Si es suficiente, el electrón abandonará el metal. Si la radiación está cuantizada el cambio energético será instantáneo, en caso contrario requerirá un cierto intervalo de tiempo.

Para poner a prueba los modelos propuestos a título de hipótesis analizaremos sus consecuencias experimentales. Si el modelo cuántico es válido, los electrones no podrán abandonar el metal si no incide sobre él radiación de una frecuencia mínima. Así mismo, la energía de los electrones liberados aumentará a medida que aumente la frecuencia de la radiación incidente, aspecto que no predice el modelo clásico.

Diseñamos un montaje experimental que nos permita modificar la frecuencia y la intensidad de la radiación incidente (mediante bombillas de intensidad regulable y filtros de colores). Proponemos un circuito eléctrico que nos permite medir la cantidad de electrones emitidos por la placa fotoeléctrica (con un amperímetro conectado al circuito) y su energía (usando un condensador que nos permite aplicar un potencial de frenado). El circuito se representa, de manera esquemática, como queda en la Figura 11.

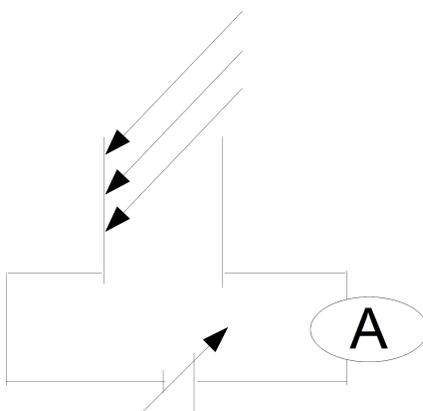


Figura 11: Circuito que permite medir la cantidad de electrones emitidos por la placa fotoeléctrica y la energía con la que son emitidos.

Por las dificultades que exige el montaje, recurrimos a los resultados que se obtienen al llevar a cabo el trabajo experimental. Las medidas cuantitativas se recogen en la Tabla 1.

$\lambda(\text{nm})$	578 (naranja)	546 (amarillo)	436 (violeta)	405 (violeta)	366 (UV)
Frecuencia (Hz)	$5.19 \cdot 10^{14}$	$5.49 \cdot 10^{14}$	$6.88 \cdot 10^{14}$	$7.41 \cdot 10^{14}$	$8.20 \cdot 10^{14}$
$V_f(\text{V})$	0.585	0.716	1.265	1.420	1.701

Tabla 1: Medidas cuantitativas. La primera fila contiene la longitud de onda con la que ha sido irradiada la placa de metal y la segunda las respectivas frecuencias. La tercera fila muestra el potencial de frenado que ha sido necesario aplicar para detener el flujo de electrones.

- 1.- Existe una frecuencia mínima de la luz por debajo de la cual no se produce emisión de electrones, cualquiera que sea el tiempo de espera.
- 2.- Cuando aumenta la intensidad de la luz aumenta la cantidad de electrones emitidos pero no su energía.
- 3.- Cuando aumenta la frecuencia de la luz aumenta la energía de los electrones emitidos pero no la cantidad.

- 4.- No se observa un tiempo de retraso. Por débil que sea la intensidad de la luz incidente la emisión de electrones es inmediata, siempre que la frecuencia sea superior a la frecuencia mínima.

Al analizar los resultados, los alumnos constatan que solo el modelo cuántico puede dar cuenta de ellos, tanto en el aspecto cualitativo como en el cuantitativo. Los resultados también apuntan a que la energía de la luz está concentrada en puntos del espacio, en “paquetes” de energía que se absorben “de golpe”, puesto que el fenómeno es instantáneo. Debemos aceptar, por tanto, que la energía de la radiación también está cuantizada y que solo puede ser absorbida o emitida en cantidades $h \cdot \nu$, cosa que propuso Einstein en 1905. Incorporamos de este modo la IC2.1 y la IC2.2 a nuestro modelo.

Para interpretar los resultados que hacen referencia a la intensidad de la radiación debemos considerar que dos radiaciones de diferente intensidad y la misma frecuencia estarán formadas por fotones de la misma energía, luego la de mayor intensidad se ha de corresponder con un mayor flujo de fotones por unidad de superficie y tiempo, como contempla la IC2.3, y eso para justificar que transfiere más energía. Podemos entender de este modo que pueda provocar una mayor cantidad de electrones arrancados.

Sin embargo, el modelo establecido para la radiación no da cuenta de numerosos fenómenos luminosos que exigen el uso de un modelo ondulatorio, como la interferencia, la difracción o la polarización. De hecho, la hipótesis de Einstein recibió un fuerte rechazo por parte de la comunidad científica y no fue aceptada hasta la interpretación del efecto Compton en 1923 (Savall, Domènech y Martínez Torregrosa, 2013b).

Para consolidar el modelo construido lo usamos para interpretar los espectros (lo que nos permite revisar la IC3 en referencia a la interacción entre electrones y fotones) y constatamos que es válido. Seguidamente analizamos en profundidad los motivos que tenía la comunidad científica para no aceptar la hipótesis del fotón luminoso propuesta por Einstein y abordamos el estudio del efecto Compton. Ambos pasos son imprescindibles para que los estudiantes adquieran un modelo cuántico correcto de la radiación y no confundan aspectos del modelo ondulatorio con aspectos del modelo cuántico (Savall et al. 2016).

Tras pedir a los alumnos que pongan a prueba el modelo cuántico de radiación a través del análisis de los resultados experimentales del efecto Compton llegamos a la conclusión de que la luz se comporta como partículas. Con este paso concluimos la construcción del modelo cuántico de emisión y absorción de radiación, pero no debemos olvidar que su construcción ha exigido dejar de lado aspectos fundamentales de la física aceptada hasta el momento. Este avance deja, por tanto, diversos problemas por resolver que han de llevar a recuperar la coherencia en la física estableciendo puentes entre la física cuántica y la física clásica. Nos referimos, entre otros, al establecimiento de un modelo para la luz que permita superar el problema de si la luz está formada por ondas o por partículas y al problema de explicar y predecir la existencia de estados energéticos en los átomos sin necesidad de postularlos.

Por último, la experiencia nos indica que los docentes suelen considerar la física cuántica como una disciplina “teórica”, alejada de la realidad cotidiana de los estudiantes y con escasas aplicaciones tecnológicas (Savall, Domènech y Martínez Torregrosa, 2013a). Sin embargo, nada puede estar más alejado de la realidad. La física cuántica es imprescindible para explicar cómo funcionan aparatos tan cotidianos como el láser, los leds, las bombillas de bajo consumo o los materiales fluorescentes y fosforescentes, por citar algunos ejemplos. Dedicamos la última parte de la unidad a usar el modelo cuántico establecido para explicar el funcionamiento de estos aparatos. Mostramos a continuación las actividades que se proponen a los alumnos y cómo el

modelo cuántico de emisión y absorción de radiación puede explicar lo que ocurre dentro del dispositivo que emite luz para que se forme el espectro observado.

3.4. Posibles aplicaciones del modelo elaborado

En esta sección proponemos a los alumnos un conjunto de actividades en las que deben analizar cualitativa y cuantitativamente el espectro de diversas fuentes luminosas y, aplicando el modelo cuántico de emisión y absorción de radiación construido durante la investigación, dar cuenta de su funcionamiento. Mostramos a continuación algunas de las actividades propuestas.

Actividad 1.- Al observar el espectro de una luz láser (Figura 12) se ve que está formada únicamente por una frecuencia. Explicad, usando el modelo elaborado, el proceso por el que los átomos que forman el aparato emiten la luz del láser.

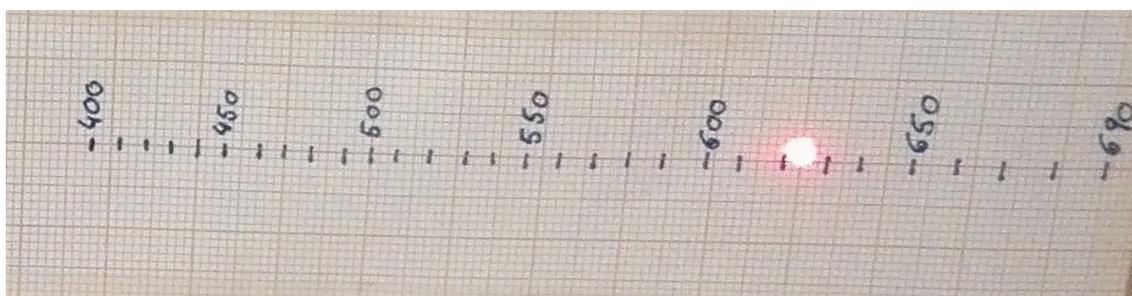


Figura 12: Espectro de un láser de luz roja. La escala indica la longitud de onda de la radiación en nanómetros.

La presencia de una única frecuencia en el espectro pone de manifiesto que la radiación emitida responde a la transición de los electrones entre dos niveles energéticos. A partir de la frecuencia de la radiación podemos obtener la diferencia de energía entre los niveles.

Observando la imagen obtenemos la longitud de onda de la radiación y la energía de los fotones que la integran, obteniendo un valor de 1.84 eV. Por tanto, en el láser se produce una transición electrónica entre niveles separados por 1.84 eV. Esto lo representamos usando un diagrama de energía de la forma que se muestra en la Figura 13. La energía necesaria para excitar a los electrones procede de la fuente de alimentación del láser, si bien el análisis de la luz emitida no nos aporta indicios de como tiene lugar la transición de los electrones del estado fundamental al excitado.

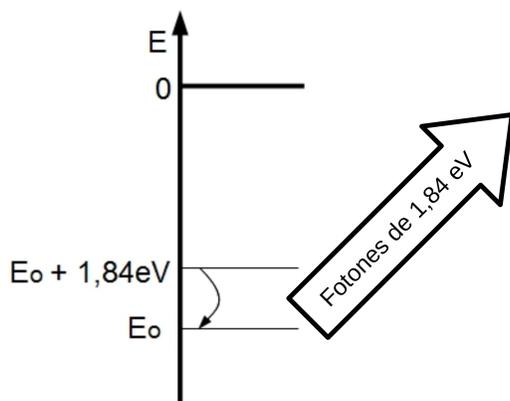


Figura 13: Diagrama de energía de los electrones del láser. Los electrones realizan transiciones entre dos niveles separados por 1.84 eV. Como no hay otras transiciones posibles la luz emitida es completamente monocromática.

Actividad 2.- Observad el espectro de la luz emitida por una bombilla de bajo consumo (Figura 14) y explicad su funcionamiento.



Figura 14: Espectro de la bombilla de bajo consumo.

La presencia de fotones de 6 energías diferentes implica la existencia de 6 posibles transiciones energéticas. El diagrama de niveles energéticos del mercurio podría ser, entre otras posibilidades, el que se muestra en la Figura 15:

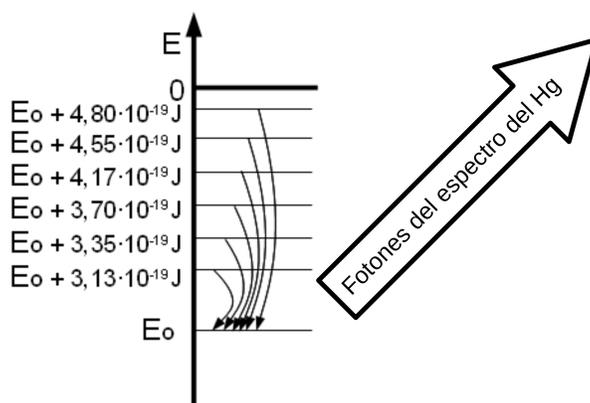


Figura 15: Posible diagrama de energía del átomo de mercurio.

En este caso sí podemos hacer predicciones sobre el mecanismo de excitación: los átomos son excitados por la descarga eléctrica que atraviesa el tubo, produciendo el salto de los electrones del nivel fundamental a niveles superiores. El retorno al nivel fundamental permite explicar la formación de las líneas espectrales. De nuevo, las transiciones tienen carácter aleatorio, no se sabe en qué momento ni entre qué niveles se producirán. Sólo se puede decir que las líneas más brillantes corresponden a aquellas transiciones que se producen un mayor número de veces por unidad de tiempo. Podemos considerar que cada electrón individual tiene una mayor probabilidad de realizar unas transiciones que otras.

Un problema que se plantea es por qué no se observan las transiciones entre niveles intermedios. ¿Todas las transiciones acaban en el nivel fundamental? Un análisis detallado constata que la frecuencia de las radiaciones producidas por otras transiciones diferentes a las mostradas en la figura 15 no se corresponde con la de la luz visible. El uso de instrumentos adecuados pondría de manifiesto que las frecuencias correspondientes a las radiaciones intermedias también se encuentran presentes.

Actividad 3. Observad el espectro de un LED rojo (Figura 16) y explicad su funcionamiento.

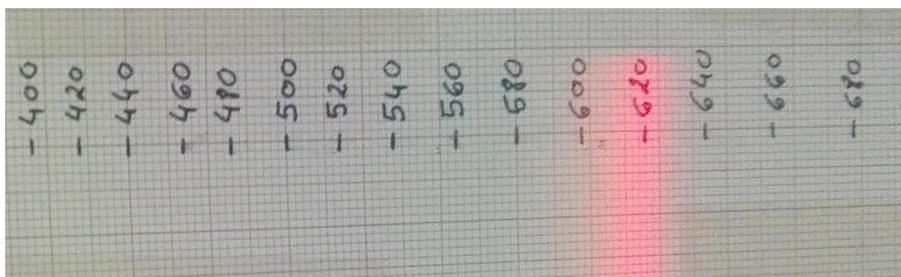


Figura 16: Espectro emitido por un led que emite luz roja. La escala indica la longitud de onda en nanómetros.

La Figura 16 muestra que el LED no emite luz de una sola frecuencia, sino de un conjunto de frecuencias. De acuerdo con el espectro de emisión y usando la ecuación $E_{\text{fotón}} = h \cdot \nu$ obtenemos que el led emite fotones cuyas energías se encuentran entre $3.23 \cdot 10^{-19} J$ y $3.01 \cdot 10^{-19} J$. Debemos, por tanto, contemplar todo un conjunto de transiciones posibles entre dichos valores. Los diagramas de la Figura 17 dan cuenta de ello.

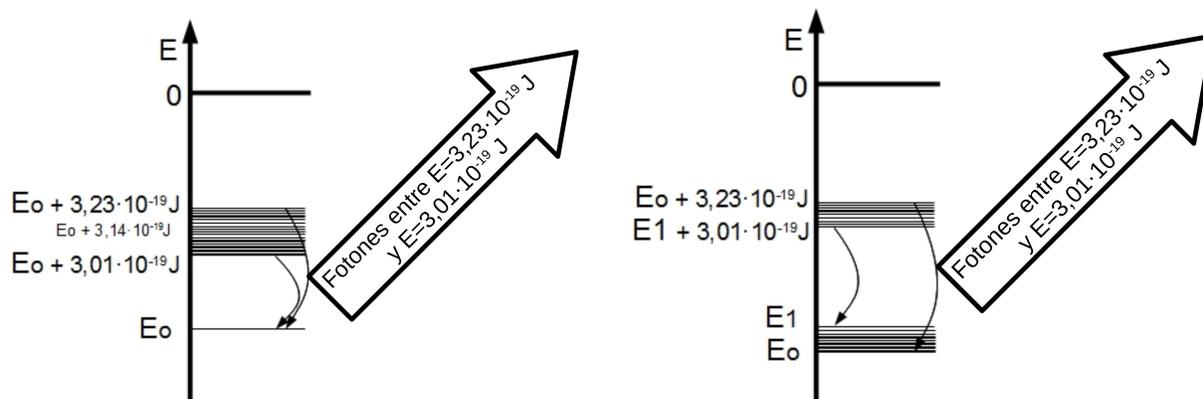


Figura 17: Los dos diagramas de energía permiten dar cuenta de la radiación emitida. En el primero tenemos una banda de energía, mientras que en el segundo hay dos bandas. Hay más hipótesis posibles, como el caso en que el estado de mayor energía sea una línea y el de menor energía una banda.

4. Conclusiones

La presentación de la unidad de física cuántica que hemos hecho en este trabajo constituye un resumen en el que hemos destacado los grandes pasos que se deben dar para construir un modelo cuántico de emisión y absorción de radiación. La unidad completa (Savall, Domènech y Martínez Torregrosa, 2015) contiene, además de los enunciados de las actividades, comentarios sobre las mismas. Los comentarios son de ayuda para el profesor a la hora de implementar la unidad en el aula, puesto que aconsejan sobre la estrategia a seguir, muestran detalladamente los aspectos del modelo que se desarrollan a cada paso, previenen de las posibles dificultades de los alumnos para avanzar y apuntan acciones para superarlas, etc.

La Sección 3.4, en la que hemos presentado las posibles aplicaciones, contiene tres de los casos más sencillos y comunes de dispositivos que emiten radiación. En la unidad se propone un abanico más amplio que incluye, entre otras, actividades que destacan el carácter aplicado de la física cuántica, tanto para la investigación básica como por lo que se refiere a aplicaciones tecnológicas. Nos referimos a actividades como la detección de sustancias en el Sol a partir del análisis de su espectro, la explicación del funcionamiento de las sustancias fluorescentes y fosforescentes y el análisis de las diferencias entre ambas, el análisis del efecto biológico de las radiaciones de alta frecuencia o la interpretación cuántica del color de las piedras preciosas.

Aunque no está contemplado en la unidad, se pueden introducir actividades que extiendan el uso del modelo para explicar la conductividad eléctrica, el funcionamiento de los materiales semiconductores y otros aspectos relacionados con la electrónica cuántica, al menos a nivel cualitativo.

La puesta en práctica de la unidad con alumnos de 2º de bachillerato, profesores de secundaria en activo y alumnos del máster de formación del profesorado de secundaria ha permitido obtener resultados positivos. En los alumnos hemos constatado una mejora en el aprendizaje y en las actitudes, mientras que en los profesores destaca una mejora en la comprensión de la física cuántica y un aumento del interés en el tema y en su didáctica. Esperamos dar cuenta de estos resultados con detalle en futuros trabajos.

Referencias

-  [Becerra C, Gras A., Martínez Torregrosa J. \(2007\).](#)
La física con una estructura problematizada: efectos sobre el aprendizaje conceptual, las actitudes e intereses de los estudiantes universitarios.
Revista Brasileira de Ensino de Física, 29(1), 95–103.
-  [Becerra C. Gras. A., Martínez Torregrosa J. \(2010\).](#)
Efectos sobre la capacidad de resolución de problemas de “lápiz y papel” de una enseñanza-aprendizaje de la física con una estructura problematizada.
Revista Brasileira de Ensino de Física, 32(2), 2401–2411.
-  [Bohr N. \(1913a\).](#)
On the constitution of atoms and molecules.
Philosophical Magazine, 26, 1–25.
-  [Bohr N. \(1913b\).](#)
On the constitution of atoms and molecules. Part II. Systems containing only a single nucleus.
Philosophical Magazine, 26, 476–502.
-  [Bohr N. \(1964\).](#)
Física atómica y conocimiento humano.
Madrid: Aguilar.
-  [Chamizo J. A. \(2011\).](#)
A new definition of models and modeling in Chemistry’s teaching.
Science and Education, 22(7), 1613–1632.
-  [Einstein, A. \(1917\).](#)
Sobre a teoria quântica da radiação.
En Revista Brasileira de Ensino de Física. (2005). 27(1), 93–100.
-  [Einstein A. Infeld,L. \(1986\).](#)
La evolución de la Física.
Barcelona: Biblioteca Científica Salvat.
-  [Hadzidaki P. \(2008\).](#)
The Heisenberg microscope: a powerful instructional tool for promoting meta-cognitive and meta-scientific thinking on quantum mechanics and the “nature of science”.
Science and education, 17(6), 613–639.
-  [Ivanjek L., Shaffer P. S., Mcdermott L. C., Planinic M., Veza D. \(2015a\).](#)
Research as a guide for curriculum development: An example from introductory spectroscopy. I. Identifying student difficulties with atomic emission spectra.
American Journal of Physics, 83(1), 85–90.
-  [Ivanjek L., Shaffer P. S., Mcdermott L. C., Planinic M., Veza D. \(2015a\).](#)
Research as a guide for curriculum development: An example from introductory spectroscopy. II. Addressing students difficulties with atomic emission spectra.
American Journal of Physics, 83(2), 171–178.
-  [Jammer M. \(1966\).](#)
The conceptual development of quantum mechanics.
Ney York: Mc Graw Hill.

-  [Justi R., Gilbert J. K. \(2002a\).](#)
Modelling, teachers views on the nature of modelling, implications for the education of modellers.
International Journal of Science Education, 24(4), 369–387.
-  [Justi R., Gilbert J. K. \(2002b\).](#)
Science teachers knowledge about and attitudes towards the use of models and modelling in learning science.
International Journal of Science Education, 24(12), 1273–1292.
-  [Justi R. \(2006\).](#)
La enseñanza de ciencias basada en la elaboración de modelos.
Enseñanza de las Ciencias, 24(2), 173–184.
-  [Kalkanis G., Hadzidaki P., Stavrou, D. \(2003\).](#)
An instructional model for a radical conceptual change towards quantum mechanics concepts.
Science education, 87(2), 257–280.
-  [Lindley D. \(2008\).](#)
Incertidumbre.
Barcelona: Ariel.
-  [Louca L. T., Zacharia Z. C., Constantinou P. C. \(2011\).](#)
In quest of productive modeling-based learning discourse in elementary school science.
Journal of Research in Science Teaching, 34(9), 949–968.
-  [Martínez Sancho V. \(1992\).](#)
Fonaments de Física II.
Barcelona: Enciclopèdia Catalana.
-  [Martínez Torregrosa J., Domènech J. L., Menargues A., Romo, G. \(2012\).](#)
La integración de los trabajos prácticos en la enseñanza de la química como investigación dirigida.
Educación Química, 23 (número extraordinario), 112–116.
-  [Martínez Torregrosa J., Verdú R., Osuna, L. \(2008\).](#)
Promover el interés por la cultura científica.
En Moreno, M. J. (ed.). Didáctica de las Ciencias. Nuevas perspectivas.
La Habana (Cuba): Educación Cubana.
-  [Oh P. S. , Oh S. J. \(2011\).](#)
What teachers of science need to know about models: an overview.
International Journal of Science Education, 33 (8), 1109–1130.
-  [Osuna L. \(2007\).](#)
Planificación, puesta en práctica y evaluación de la enseñanza problematizada sobre la luz y la visión en la educación secundaria obligatoria.
Tesis Doctoral. Universitat de València.
-  [Osuna L., Martínez Torregrosa J., Menargues, A. \(2012\).](#)
Evaluación de la enseñanza problematizada sobre la luz y la visión en la educación secundaria obligatoria.
Enseñanza de las Ciencias, 30(3), 295–317.

-  [Passmore C., Svoboda, J. \(2011\).](#)
Exploring opportunities for argumentation in modelling classrooms.
International Journal of Science Education, 34 (10), 1535—554.
-  [Rutherford F. J., Holton G., Watson, F. G. \(1970\).](#)
Project Physics.
California: Holt, Rinehart and Winston.
-  [Schwarw C. V., Gewekwerere Y. N. \(2006\).](#)
Using a guided inquiry and modeling instructional framework (EIMA) to support preservice K-8 science teachers.
Science Education, 91(1), 158–186.
-  [Savall F., Domènech J. L., Martínez Torregrosa J. \(2013a\).](#)
¿Los profesores de Física y Química disponen de un modelo que explique la formación de los espectros atómicos?
IX Congreso Internacional sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias. 3237–3242.
-  [Savall F., Domènech J. L., Martínez Torregrosa J. \(2013b\).](#)
La introducción del concepto de fotón en bachillerato.
Revista Brasileira de Ensino de Física, 35(2), 2404.
-  [Savall F., Domènech J. L., Martínez Torregrosa, J. \(2014\).](#)
El espectroscopio cuantitativo como instrumento para la construcción y uso de modelos de emisión y absorción de radiación en física cuántica.
Revista Brasileira de Ensino de Física, 36(4), 4302.
-  [Savall F., Domènech J. L., Martínez Torregrosa J. \(2015\).](#)
¿Cómo se emite y absorbe radiación?
<https://rua.ua.es/dspace/handle/10045/2601/simple-search?filterquery=Ense%C3%B1anza+problematizada&filtername=subject&filtertype>equals>
Unidad para la enseñanza de la física cuántica extraída de Savall, F. (2015).
L’ensenyament problematitzat de la física quàntica en batxillerat com a instrument de millora de l’aprenentatge. Tesis Doctoral. Universidad de Alicante.
-  [Savall F., Domènech J. L., Guisasola J., Martínez Torregrosa J. \(2016\).](#)
Identifying student and teacher difficulties in interpreting atomic spectra using a quantum model of emission and absorption of radiation.
Physical Review Physics Education Research, 12, 010132.
-  [Verdú R. \(2004\).](#)
La estructura problematizada de los temas y cursos de Física y Química como instrumento de mejora de su enseñanza y aprendizaje.
Tesis Doctoral. Universitat de València.
-  [Windschitl M., Thompson M. B., Braaten M. \(2008\).](#)
Beyond the scientific method: model-based inquiry as a new paradigm of preference for schools science investigations.
Science Education, 92 (5), 941–967.
-  [Zollman D. A., Rebello N. S., Hogg K. \(2002\).](#)
Quantum mechanics for everyone: Hands-on activities integrated with technology.
American Journal of Physics, 70 (3), 252–259.