

*Análisis y modelizado reológico de polímeros para su aplicación con tecnologías “auto-rizado” y su adaptación a las prácticas de Ingeniería de Materiales Poliméricos*

*Modeling and analysis rheology of polymers for application in technologies “self-crimping” and its adaptation to the practices of Polymer Materials Engineering*

**N. Montanes, L. Sánchez-Nacher, M. J. Reig, O. Fenollar, T. Boronat**

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

GRUPO DE INNOVACIÓN DE PRÁCTICAS ACADÉMICAS (GIPA)

[nesmonmu@upvnet.upv.es](mailto:nesmonmu@upvnet.upv.es), [lsanchez@mcm.upv.es](mailto:lsanchez@mcm.upv.es), [mjreig@mcm.upv.es](mailto:mjreig@mcm.upv.es), [ocfegi@epsa.upv.es](mailto:ocfegi@epsa.upv.es),  
[tboronat@dimmm.upv.es](mailto:tboronat@dimmm.upv.es)

---

**Abstract**

*El procesado de los polímeros se realiza en estado fundido, por lo que es necesario realizar un análisis de las propiedades reológicas de estos materiales para poder evaluar su procesabilidad. Los modelos reológicos de los polímeros, como el modelo de Cross-WLF, posibilitan predecir la respuesta viscoelástica de un material y simular el comportamiento del mismo cuando va a ser procesado. En la elaboración mediante extrusión de fibras poliméricas bicomponente con efecto “self-crimping” (auto-rizado) es básico que los dos componentes presenten la misma viscosidad a la salida de la boquilla. Para ello, manteniendo el resto de condiciones de procesado de cada polímero idénticas, cada componente se debe extruir a una temperatura diferente. Gracias a la modelización reológica de Cross-WLF se pueden determinar las parejas de temperaturas dónde los materiales modelizados presentan la misma viscosidad. En el presente trabajo se plantea una sesión práctica para los alumnos de Ingeniería de Materiales Poliméricos. Con ayuda de un reómetro capilar los alumnos deberán ser capaces de determinar el comportamiento reológico de dos polímeros termoplásticos. Después de ajustar dicho comportamiento al modelo de Cross-WLF y con la ayuda de este modelo los alumnos deben ser capaces de determinar parejas de temperaturas en las que ambos polímeros estudiados presenten la misma viscosidad.*

*Polymers are manufactured in molted state, so the rheological properties are mandatory in order to analyze and evaluate its processability. The prediction of the viscoelastic response of a material and the simulation of the behavior of the same when it is processed is achieved with the application of the rheological models. In the preparation by extrusion of bicomponent polymer fibers with self-crimping effect it is essential that the two components have the same viscosity at the nozzle outlet. In order to obtain such viscosity each component must be extruded at a different temperature maintaining all other processing conditions unchanged. Using Cross-WLF rheological modelization is it feasible to determine the temperatures for two polymeric materials in order to obtain the same melt viscosity. In the current work a practical session has been proposed for students of Materials Engineering. Using a capillary rheometer, the students should be able to determine the rheological behavior of two thermoplastic polymers. After adjusting the behavior of the polymers to Cross-WLF model and using the proposed model the students should be able to determine the temperatures in which both polymers have the same viscosity.*

---

**Keywords:** Processability, rheology, modeling, viscosity, extrusion, self-crimping.

**Palabras clave:** Procesabilidad, reología, modelizado, viscosidad, extrusión, efecto auto-rizado.

## 1. Introducción

Siendo que el procesado de los polímeros se realiza en estado fundido es necesario conocer el comportamiento reológico de los mismos y de este modo poder evaluar su procesabilidad.

Las propiedades reológicas de un fluido viscoelástico, como por ejemplo un polímero termoplástico en estado fundido, se pueden expresar en términos de funciones viscosas, elásticas y viscoelásticas que relacionan el esfuerzo con la deformación (Sandoval et al., 2005). El esfuerzo es la relación entre la fuerza y el área sobre la que se aplica dicha fuerza y se cuantifica en Pascales (Pa). Por otro lado, la deformación es la variación de longitud que soporta un material cuando se le aplica un esfuerzo y se cuantifica en metros por metro (m/m).

La viscosidad de un fluido es un parámetro muy dependiente de la velocidad de cizalla a la que está sometido el material y de la temperatura. Los modelos reológicos de los polímeros, como el modelo de Cross-WLF (Cross, 1965), posibilitan predecir la respuesta viscoelástica de un material cuando se le aplica un esfuerzo y de este modo simular el comportamiento del mismo cuando va a ser procesado.

En el procesado por extrusión de fibras poliméricas bicomponente con efecto “self-crimping” (auto-rizado) —Figura 1— es básico que los dos componentes presenten la misma viscosidad. El efecto de auto-rizado se logra tras extruir los dos materiales de forma conjunta, siendo que estos sufren un rizado debido a que los dos constituyentes presentan diferentes niveles de contracción.



Figura 1: Ejemplo de fibras con efecto auto-rizado.

Para que el efecto de auto-rizado se realice de forma correcta es necesario que la entrecara entre los componentes sea lineal, los fenómenos entrecara sean muy intensos y las superficies de contacto estén completamente adheridas. Esto se consigue, como ya se ha comentado antes, haciendo que los dos componentes presenten la misma viscosidad, ya que de este modo se puede garantizar que ambas fibras se mantengan adheridas por una superficie de contacto lineal y evitar que se produzcan defectos como el fenómeno “dog-legging” (proceso en el que el polímero de mayor viscosidad invade la línea de separación media). Las desviaciones en la viscosidad se traducen en entrecaras curvadas, lo que perjudica el fenómeno de rizado.

Para conseguir que dos polímeros presenten la misma viscosidad en un procesado por extrusión, donde ambos se extruyen a la misma velocidad, es necesario que cada uno de los polímeros se funda a una temperatura distinta. Con ayuda de la modelización reológica de Cross-WLF se pueden determinar las parejas de temperaturas dónde los materiales modelizados presentan la misma viscosidad.

Así pues se plantea una sesión práctica para los alumnos de Ingeniería de Materiales Poliméricos, en la cual, con ayuda de un reómetro capilar, deberán ser capaces de determinar el comportamiento reológico de dos polímeros termoplásticos, ajustar dicho comportamiento al

modelo de Cross-WLF y con ayuda de este modelado determinar las parejas de temperaturas dónde ambos polímeros estudiados presentan la misma viscosidad.

## 2. Metodología

Como se ha comentado anteriormente los alumnos deberán a partir de las mediciones registradas con el reómetro capilar implementar el modelo de Cross-WLF para los dos polímeros a caracterizar. De esta forma se podrá determinar la viscosidad de estos plásticos en condiciones diferentes a las ensayadas.

Es aconsejable emplear diferentes programas informáticos de apoyo para la realización de los diferentes cálculos necesarios y para la resolución de las distintas ecuaciones del modelo.

### 2.1. Cálculo de la viscosidad

El valor de la viscosidad de un polímero en estado fundido es el cociente entre la tensión de cizalla a la que está sometido y la velocidad de cizalla a la que se está procesando, tal y como manifiesta la siguiente expresión:

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}},$$

donde  $\eta$  (Pa·s) es la viscosidad y  $\tau$  (Pa) y  $\dot{\gamma}$  (s<sup>-1</sup>) son, respectivamente, la tensión y la velocidad de cizalla.

Siendo que la velocidad de cizalla es un parámetro de entrada del reómetro capilar con el que se realizarán los ensayos no es necesario determinarla.

Por otro lado, la tensión de cizalla en la pared del capilar se determina a partir del balance de fuerzas del elemento fluido en equilibrio en el interior del capilar:

$$\tau = \frac{\Delta P \cdot D}{4L},$$

siendo  $\Delta P$  (Pa) la caída de presión en la boquilla y  $D$  (mm) y  $L$  (mm) los correspondientes diámetros y longitudes de la boquilla.

### Correcciones aplicadas

El reómetro a utilizar dispone de un pistón que hace fluir continuamente el polímero fundido a caracterizar a través de un capilar o boquilla. Debido a que los polímeros en estado fundido por lo general se comportan como fluidos no Newtonianos, las ecuaciones utilizadas anteriormente deben ser corregidas. Así pues, para obtener los valores reales de viscosidad se deben aplicar dos correcciones sobre las mediciones realizadas, una sobre la tensión de cizalla y otra sobre la velocidad de cizalla.

La corrección a aplicar sobre la tensión de cizalla es la Corrección de Bagley (Bagley, 1957), la cual corrige las sobrepresiones relacionándolas con un aumento aparente de la longitud de la boquilla. Por ello, para poder efectuar esta corrección es necesario ensayar los materiales con tres boquillas con diferentes ratios  $L/D$ .

Por otro lado la corrección a aplicar sobre la velocidad de cizalla es la Corrección de Weissenberg-Rabinowitsch (Rabinowitsch, 1929).

Una vez se dispone de la velocidad de cizalla y la tensión de cizalla reales se puede calcular la viscosidad real ( $\eta$ ) mediante la expresión:

$$\eta = \frac{\tau_{corr}}{\dot{\gamma}_{corr}}$$

## 2.2. Ajustes al modelo reológico

El modelo de Cross-WLF permite predecir la viscosidad del material en función de las condiciones físicas a las que éste se ve sometido:

1. La temperatura del material durante el proceso,  $T_m$  (K).
2. La velocidad de cizalla a la que está siendo procesado el material,  $\dot{\gamma}$  ( $s^{-1}$ ).
3. La presión a la que está sometido el material durante el proceso,  $P$  (Pa).

Los polímeros termoplásticos generalmente muestran un doble comportamiento en función de las condiciones de velocidad de cizalla a las que se ven sometidos. Para las condiciones de cizalla baja o prácticamente nula, la viscosidad del material se mantiene bastante constante, presentando un comportamiento Newtoniano. Pero por lo contrario, para las condiciones de cizalla elevada, la viscosidad decrece rápidamente con el aumento de la velocidad de cizalla, mostrando un comportamiento marcadamente pseudoplástico.

La expresión del modelo de Cross-WLF para el cálculo de la viscosidad es la siguiente:

$$\eta(\dot{\gamma}, T_m, P) = \frac{\eta_0(T_m, P)}{1 + \left( \frac{\eta_0(T_m, P)}{\tau^*} \cdot \dot{\gamma} \right)^{1-n}}$$

donde:

$\eta_0$  (Pa·s) es la viscosidad del material en condiciones de cizalla nula,

$\tau^*$  (Pa) es la constante del modelo que señala la tensión de cizalla a partir de la cual comienza el comportamiento pseudoplástico del material,

$n$  es la constante del modelo que simboliza, con la forma  $1 - n$ , la pendiente del comportamiento pseudoplástico del material, y

$\dot{\gamma}$  ( $s^{-1}$ ) es la velocidad de cizalla aparente.

A velocidades de cizalla bajas es necesario pues, con el fin de obtener un ajuste apropiado, complementar el modelo de Cross con el modelo de Williams-Landel-Ferry (Williams et al., 1955), ya que permite establecer el valor de la viscosidad en condiciones de cizalla nula a través de la siguiente expresión:

$$\eta_0(T_m, p) = \begin{cases} D_1 e^{-A_1(T_m - \tilde{T}) / (A_2 + T_m - \tilde{T})}, & T_m \geq \tilde{T} \\ \infty, & T_m < \tilde{T} \end{cases}$$

$$A_2 = \tilde{A}_2 + D_3 p,$$

$$\tilde{T} = D_2 + D_3 p,$$

siendo:

$\tilde{T}$  (K) la temperatura de transición del material, dependiente de la presión,

$D_1$  (Pa·s) la constante del modelo que señala la viscosidad del material, en condiciones de cizalla nula, a la temperatura de transición del material y a presión atmosférica,

$D_2$  (K) la constante del modelo que registra la temperatura de transición del material a presión atmosférica,

$D_3$  (K/Pa) la constante del modelo que simboliza la variación de la temperatura de transición del material en función de la presión,

$A_1$  la constante del modelo que muestra la dependencia de la temperatura de transición del material bajo condiciones de cizalla nula, y

$\tilde{A}_2$  (K) la constante del modelo que depende del tipo de material que está siendo considerado.

El empleo de estos modelos supone pues la necesidad de determinar un total de siete parámetros ( $n$ ,  $\tau^*$ ,  $D_1, D_2, D_3, A_1$  y  $\tilde{A}_2$ ), algunos de cuyos valores se pueden predefinir, bien en base a estimaciones verificadas por diversos autores (Reig et al. 2007, Reig et al. 2005, Ferrándiz et al. 2013), o bien por análisis directo de las características de los materiales. Por otro lado, para establecer los valores de viscosidad se realizan iteraciones de los parámetros dependientes junto a los valores obtenidos experimentalmente.

### 2.3. Igualación de las viscosidades

Como se ha indicado con anterioridad, para que el proceso de hilatura bicomponente con efecto “self-crimping” por fusión se realice de manera correcta es necesario que ambos materiales, al ser extruidos, presenten la misma viscosidad y para ello es necesario que se extruyan a diferentes temperaturas. La manera de proceder, una vez se dispone de la modelización de ambos polímeros, habiendo quedado determinados para los dos materiales los parámetros mencionados en la sección anterior, es igualar la ecuación de la viscosidad del POLIMERO\_A, con la del POLIMERO\_B, dejando únicamente la temperatura del POLIMERO\_B como incógnita.

$$\eta_{P_A} = \eta_{P_B},$$

esto es,

$$D_{1,P_A} \frac{e^{\frac{-A_{1,P_A}(T_{P_A} - D_{2,P_A} - D_{3,P_A}p)}{A_{2,P_A} + T_{P_A} - D_{2,P_A}}}}{1 + \left( \frac{D_{1,P_A} e^{\frac{-A_{1,P_A}(T_{P_A} - D_{2,P_A} - D_{3,P_A}p)}{A_{2,P_A} + T_{P_A} - D_{2,P_A}}}}{\tau_{P_A}} \cdot \dot{\gamma} \right)^{1-n_{P_A}}} = D_{1,P_B} \frac{e^{\frac{-A_{1,P_B}(T_{P_B} - D_{2,P_B} - D_{3,P_B}p)}{A_{2,P_B} + T_{P_B} - D_{2,P_B}}}}{1 + \left( \frac{D_{1,P_B} e^{\frac{-A_{1,P_B}(T_{P_B} - D_{2,P_B} - D_{3,P_B}p)}{A_{2,P_B} + T_{P_B} - D_{2,P_B}}}}{\tau_{P_B}} \cdot \dot{\gamma} \right)^{1-n_{P_B}}}$$

Esta ecuación se puede resolver realizando iteraciones aplicando un ajuste por Chi-Cuadrado y de esta forma determinar las parejas de temperaturas para las cuales el POLIMERO\_A y el POLIMERO\_B presentan la misma viscosidad.

## 2.4. Metodología de aplicación para la realización de una sesión práctica en la asignatura de Ingeniería de Materiales Poliméricos

El primer paso es la caracterización reológica de los materiales. Para ello se empleará un reómetro capilar ensayando los polímeros a dos temperaturas distintas, las cuales deben estar por encima de la temperatura de fusión y por debajo de la temperatura de degradación, con tres boquillas que presenten diferentes ratios L/D, para velocidades de cizalla que varían desde 100 hasta 10.000 s<sup>-1</sup>, registrando las mediciones de presión obtenidas, como se muestra a modo de ejemplo en la Tabla 1.

$\gamma$ [s <sup>-1</sup> ]	100	200	500	1000	2000	5000	10000
P [bar] 240°C L/D 10	8.470	14.89	34.87	60.54	99.84	164.8	224.9
P [bar] 240°C L/D 20	15.69	28.71	63.48	111.6	184.5	317.4	443.4
P [bar] 240°C L/D 30	24.78	47.15	109.4	194.6	315.0	522.7	746.3
P [bar] 260°C L/D 10	4.011	7.755	19.43	35.66	62.58	119.0	175.7
P [bar] 260°C L/D 20	11.24	19.80	46.90	85.25	145.1	259.8	367.9
P [bar] 260°C L/D 30	13.10	24.52	58.66	110.3	193.8	362.5	526.5

Tabla 1: Mediciones de presión a modo de ejemplo del POLIMERO A.

A partir de estas mediciones es posible determinar el esfuerzo cortante al que está sometido el material. Posteriormente con el esfuerzo cortante y la velocidad de cizalla aplicada se puede determinar la viscosidad.

Una vez determinada experimentalmente la viscosidad de los materiales para dos temperaturas distintas y a diferentes velocidades de cizalla, se procederá a definir y calcular los siete parámetros necesarios del modelo de Cross-WLF. Estos parámetros están clasificados en dos grupos. Por un lado, están los parámetros independientes que están relacionados con el comportamiento intrínseco de los polímeros ( $D_3$ ) y, o bien, característicos básicamente del material ( $D_2$ ), o bien, un parámetro completamente independiente ( $\tilde{A}_2$ ). Por otro lado, en los parámetros dependientes ( $n$ ,  $\tau^*$ ,  $D_1$  y  $A_1$ ) los valores son particulares del material y se pueden obtener aplicando un ajuste iterativo por Chi Cuadrado con ayuda de algún programa informático, como por ejemplo Mathcad©.

Por último, una vez se dispone de la modelización de ambos polímeros, igualando la ecuación de la viscosidad de uno con la del otro y dejando la temperatura del segundo como incógnita, es posible determinar las parejas de temperaturas dónde ambos polímeros estudiados presentan la misma viscosidad, tal y como se ha visto con anterioridad. Esto se puede resolver también realizando iteraciones aplicando un ajuste por Chi-Cuadrado, de nuevo con ayuda del programa Mathcad©, tal y como se muestra en la Figura 2.

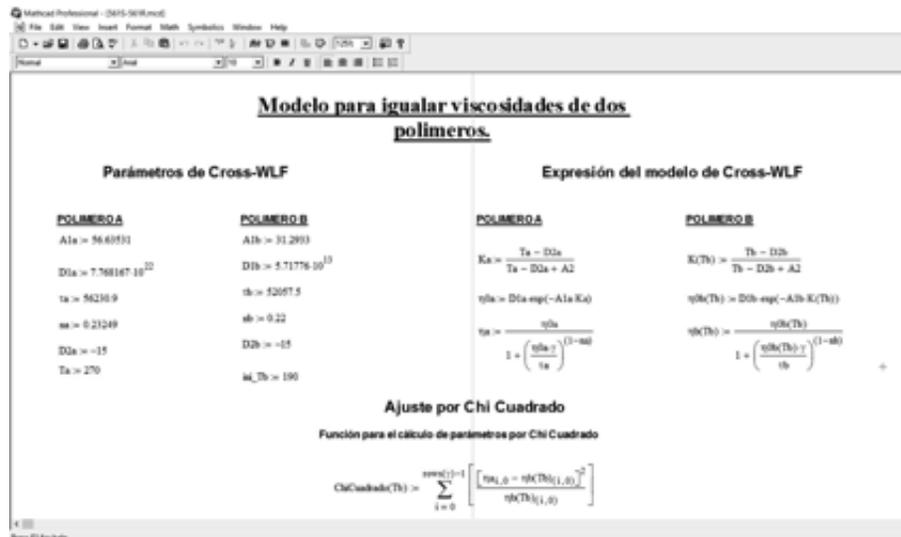


Figura 2: Ejemplo de la determinación de las parejas de temperaturas donde dos polímeros presentan la misma viscosidad con ayuda de Mathcad©.

### 3. Resultados

En la Figura 3 se muestran los valores obtenidos tras aplicar el procedimiento de ajuste de datos experimentales al modelo Cross-WLF. Se observa que los valores obtenidos por el modelo son muy cercanos a los valores experimentales. El modelo permite a los alumnos poder predecir el comportamiento de los polímeros en distintas condiciones de procesado.

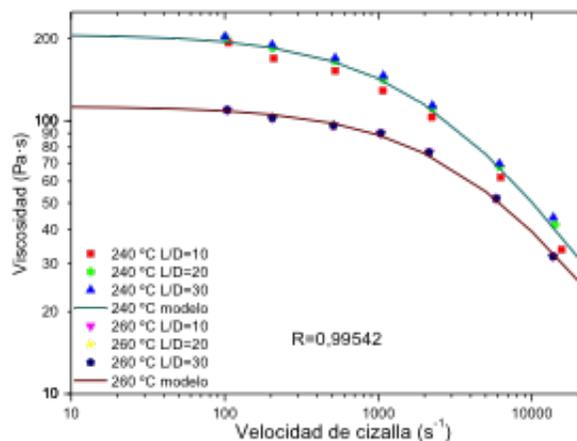


Figura 3: Ajuste de los valores experimentales del POLIMERO\_A al modelo de Cross-WLF.

Una vez se han ajustado los dos polímeros al modelo de Cross se puede determinar la temperatura a la que se debe procesar un polímero para que tenga la misma viscosidad que el otro. Esto se consigue tras igualar las curvas de viscosidad de los dos polímeros habiendo preestablecido la temperatura de procesado en uno de ellos. En la Figura 4 se observa que la viscosidad de ambos polímeros es igual en todo el rango de velocidades de cizalla analizado.

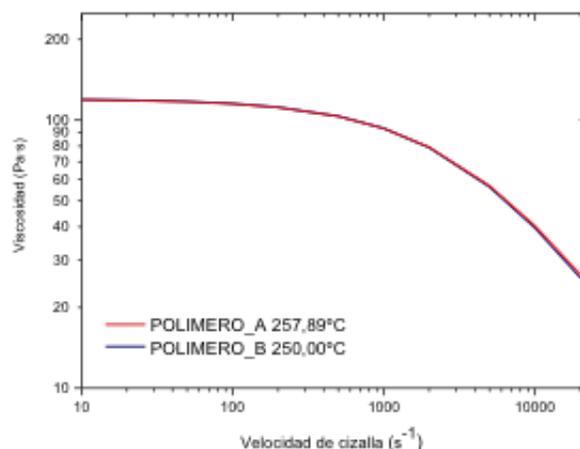


Figura 4: Pareja de temperaturas para la cual el POLIMERO\_A y el POLIMERO\_B presentan la misma viscosidad.

## 4. Conclusiones

Tras el desarrollo de esta práctica los alumnos habrán aprendido a determinar el comportamiento reológico de un polímero y además conocer la influencia que tiene la temperatura sobre la viscosidad en dicho material.

Por otra parte, tras el ajuste de los resultados experimentales al modelo de Cross-WLF el propio alumno será capaz de predecir el comportamiento reológico de los materiales estudiados a otras temperaturas diferentes a las ensayadas.

Y al mismo tiempo, con ayuda de la modelización reológica de Cross-WLF los alumnos podrán determinar las parejas de temperaturas dónde los materiales analizados presentan la misma viscosidad y de esta forma serán capaces de implementar una aplicación práctica de esta teoría de modelización para el correcto procesado por extrusión de hilatura bicomponente con efecto “self-crimping”.

## Referencias

-  Sandoval E. R., Quintero A. F., Aponte A. A. (2005). *Modelos reológicos aplicados a masas de trigo y maíz*. Ingeniería e Investigación, 25(2), 87–93.
-  Cross M. M. (1965). *Rheology of non-newtonian fluids—a new flow equation for pseudoplastic systems*. J. Colloid Sci. 20(5), 417–437.
-  Bagley E. B. (1929). *End Corrections in the Capillary Flow of Polyethylene*. J. Appl. Phys. 28(5), 624–627.
-  Rabinowitsch B. (1955). *Über die Viskosität, Elastizität von Solen*. Z. Physik Chem. A 145, 1–26.
-  Williams M. L., Landel R. F., Ferry J.D. (1955). *Mechanical properties of substances of high molecular weight .19. the temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids*. J. Am. Chem. Soc. 77(14), 3701–3707.
-  Reig M. J., Segui V. J., Ferrándiz S., Zamanillo J. D. (2007). *An evaluation of processability by injection molding of ABS/PC blends obtained from recycled materials*. J. Polym. Eng. 27(1), 29–54.
-  Reig M. J., Segui V. J., Zamanillo J. D. (2005). *Rheological behavior modeling of recycled ABS/PC blends applied to injection molding process*. J. Polym. Eng. 25(5), 435–457.
-  Ferrándiz S., Arrieta M., López J., Navarro R. (2013). *Demostració pràctica de la validesa dels models matemàtics en elements finits. Aplicació al model de Cross*. Modelling in Science Education and Learning 6, 67–73.

Modelling in Science Education and Learning  
<http://polipapers.upv.es/index.php/MSEL>